

## **MODELOS BAYESIANOS Y FUNCIONAMIENTOS INFERENCIALES COMPLEJOS<sup>1</sup>**

JULIO CÉSAR OSSA\*, REBECA PUCHE NAVARRO  
UNIVERSIDAD DEL VALLE, CALI-COLOMBIA  
CENTRO DE INVESTIGACIONES EN PSICOLOGÍA, COGNICIÓN Y CULTURA

*Recibido, noviembre 12 /2009*

*Concepto evaluación, octubre 23/2009*

*Aceptado, octubre 7/2009*

### Resumen

Los procesos inferenciales de niños de cuatro años de edad son observados utilizando una tarea de coordinación de hasta cinco criterios de clasificación. Se encontraron tres tipos de razonamientos probabilísticos: *adivinanza* (37,8%), *transicional* (22,2%) *resolutorio* (40%). La búsqueda tipo *adivinanza* es el esbozo de una relación entre “búsqueda espacial” y reducción del espacio muestral sobre la base de las acciones concretas (intervenciones) aplicadas directamente a la tarea. La búsqueda tipo *transicional* es un laboratorio de experimentación que le permite al niño observar la relación entre las intervenciones y el resultado de dichas acciones donde se genera una probabilidad condicional intra-variable. La búsqueda tipo *resolutorio* cristaliza una coordinación que implica operaciones clasificatorias con niveles sofisticados de abstracción porque se demanda la intersección de dos o más variables. *Palabras clave*: Probabilidad condicional, redes bayesianas, funcionamientos inferenciales

## **BAYES' MODELS AND COMPLEX INFERENTIAL FUNCTIONING**

### Abstract

Inferential processes in four year old children are observed using a task that involves coordinating up to five classification criteria. Three types of probabilistic reasoning were found : *riddle* (37.8%), *transitional* (22.2%) and *solving* (40%). The *riddle* search type is the outline of a relationship between “space search” and sample space reduction based on individual concrete actions (interventions) applied directly to the task. The *transitional search type* is an experimental laboratory that allows the child to observe the relationship between interventions and the outcome of those actions where an intra-variable conditional probability is generated. The *solving* search type crystallizes a coordination that involves classification operations with sophisticated levels of abstraction since they demand the intersection of two or more variables.

*Key words*: Conditional probability, Bayesian nets, inferential functioning

## **MODELOS BAYESIANOS E FUNCIONAMENTOS INFERENCIAIS COMPLEXOS**

### Resumo

Os processos inferenciais de crianças de quatro anos são observadas através de uma tarefa de coordenação de até cinco critérios de classificação. Encontramos três tipos de raciocínio probabilístico: *adivinhação* (37,8%), *de transição* (22,2%), *resolutório* (40%). A pesquisa tipo *adivinhação* é o esboço de uma relação entre “pesquisa espacial” e redução do espaço da amostra com base em ações concretas (operações) aplicadas diretamente para a tarefa. A pesquisa do *tipo de transição* é um laboratório de experimentação que permite a criança observar a relação entre as intervenções e os resultados destas ações, onde se agencia uma probabilidade condicional intravariável. O tipo de pesquisa *resolutório* cristaliza uma coordenação que envolve operações classificatórias com níveis de abstração sofisticados, já que se exige a interseção de duas ou mais variáveis. *Palavras-chave*: funcionamentos inferenciais, probabilidade condicional, redes bayesianas

---

\* juceossa@gmail.com

<sup>1</sup> Este texto forma parte de los resultados de una investigación titulada *Redes Bayesianas en el estudio de la variabilidad en niños pequeños*, financiada por la Universidad del Valle en 2005 en una convocatoria abierta, investigación de donde deriva otro proyecto con el que el primer autor ha trabajado su tesis de doctorado en Psicología en la misma universidad.

En el marco de los estudios sobre el razonamiento causal, el objetivo de este estudio es explorar las combinaciones, relativamente complejas, que pueden alcanzar funcionamientos inferenciales articulados a funcionamientos clasificatorios en niños y niñas de cuatro años de edad, a partir del uso de redes bayesianas (o llamadas también redes causales de bayes).

Para comenzar hay que decir que las explicaciones causales del niño han sido objeto de estudio por años bajo diversas orientaciones. Este interés no es extraño ni sorprendente, dado el papel que juega la causalidad en la ciencia. La posibilidad de establecer relaciones legales, descubrir causas y hacer predicciones corresponde a la naturaleza misma del pensamiento inferencial y tiene una relación estrecha con las preguntas básicas del trabajo científico. En ese contexto, es apenas lógico que el desarrollo cognitivo aborde el estudio de las explicaciones causales.

Las explicaciones causales fueron introducidas al desarrollo cognitivo por Piaget desde el marco de los intercambios entre operaciones lógico-matemáticas y las acciones de los objetos (Piaget & García, 1971). Posteriormente se ha trabajado la capacidad del niño para formular y comprobar hipótesis (Kuhn, Amsel, & O'Loughlin, 1988; Markman, & Gentner, 2001), la relación entre el razonamiento científico y las inferencias causales (Kuhn, 2001; Kuhn & Pearsall, 2000; Kuhn & Dean, 2004; Zimmerman, 2000, 2006). También se han estudiado las explicaciones causales dentro del marco de la relación entre evidencia y teoría, bajo la luz del diseño de experimentos en el procesamiento de la información (Klayman, & Ha, 1987; Klahr, 2000).

En la perspectiva de la probabilidad condicional, el estudio en términos de “poder causal” y la covariación entre causas y efectos (Cheng, 1997; Cheng & Novick, 1992) ha sido otro de los campos desde el cual abordar las relaciones causales. Se estudia la probabilidad de que el efecto “*e*” ocurra en presencia de la causa “*x*” [ $P(e/x)$ ] menos la probabilidad de que el efecto “*e*” ocurra en ausencia de la causa “*x*” [ $P(e/-x)$ ], Las probabilidades condicionales en este modelo (Cheng, 1997) son estimadas por la frecuencia relativa de eventos dónde el efecto ocurre en presencia y/o en ausencia de la causa.

El estudio del razonamiento causal a partir de sus consecuencias o “el problema de las causas a través de los efectos observados”, atribuido a Tomas Bayes<sup>2</sup> (Restrepo & González, 2003 p 84), ha sido uno de los campos que más ha permeado el interés de los cognitivistas (Gigeren-

zer & Todd, 1999). Una tendencia actual de este enfoque son los estudios que se caracterizan por adoptar las redes bayesianas como un modelo matemático de las inferencias y una clase de lógica causal inductiva (Tenenbaum, Kemp & Shafto, 2007). Se trata de estudios que consideran que las redes bayesianas son representaciones abstractas, coherentes, estructuradas y que bajo ciertas condiciones se pueden inferir los patrones de la evidencia (Gopnik & Schulz, 2004). Con el símil de la epidemiología se indaga el tipo de evidencia que proporciona la información proveniente de relaciones causales que carecen de una conexión espacio-temporal precisa (Kushnir, Gopnik, Schulz & Danks, 2003). Estos estudios mostrarían que los niños desde muy temprano estarían en capacidad de deducir diversas estructuras causales que se encuentran en el mundo.

Las redes bayesianas son modelos privilegiados para evidenciar la manera cómo ocurre el aprendizaje causal porque permiten rastrear las intervenciones y evidenciar las relaciones puestas en juego, utilizando representaciones gráficas de la observación y/o de las intervenciones sobre la tarea (Kushnir & Gopnik, 2005). Una red bayesiana se puede utilizar como algoritmo para establecer un sistema de predicciones con un alto nivel de precisión (Gopnik & Schulz, 2004).

La investigación que toma como modelo las redes bayesianas ha podido identificar, por ejemplo, que los niños de dos años y medio pueden discriminar patrones de independencia o dependencia condicional y pueden inferir relaciones causales (Gopnik & Glymour, 2006). Los niños desde muy pequeños utilizan teorías intuitivas para hacer predicciones causales, proporcionar explicaciones y operar sobre la causalidad contra-factual (Gopnik & Schulz, 2004). Entre esos estudios se ha podido establecer que los niños pueden inferir una causa común y causas independientes (Kushnir et. al, 2003).

El formalismo bayesiano de predicciones e inferencias amplía y diversifica el espectro de los diseños experimentales que pueden verificar relaciones de naturaleza más compleja (Glymour, 2003). En ese contexto, Glymour (2001) convoca a trabajar a la luz de alternativas que den cuenta de la complejidad subyacente a las relaciones causales. ¿Cuáles son esas alternativas? Precisamente las cadenas de múltiples causas que afectan unas a otras, causas interactivas, factores no observados influenciando tanto los efectos

<sup>2</sup> Según la historia del pensamiento estadístico inferencial, la noción de probabilidad está referida a nombres como los de Pascal, Fermat, Huygens, Cardano, Bernoulli, entre otros y parece haber surgido desde el siglo XVII (Hacking, 1995; Restrepo y González, 2003). “Alrededor de 1660 gran cantidad de personas en forma independiente dieron con las ideas básicas de la probabilidad... desde ese momento y en los pasados 300 años aparecen numerosas teorías sobre la probabilidad. Una de esas teorías se le atribuye a Tomas Bayes, nacido en 1702”, (Hacking, 1995 pág 24).

como las potenciales causas, ausencia o presencia de conocimiento previo, el orden de tiempo separando causa y efecto, dependencias deterministas y probabilísticas, entre otros (Glymour, 2001).

*Las redes bayesianas instrumento en la modelización de los funcionamientos inferenciales*

En este estudio, las redes de bayes son utilizadas para acceder a un lenguaje formal que representa la estructura causal como herramienta para la predicción del resultado del mecanismo inferencial (Spirtes, Glymour & Scheines, 1993). La propuesta es adoptar las redes bayesianas para estudiar la naturaleza relacional de un sistema de inferencias que resulta diverso y complejo, distinto a la inferencia inductiva lineal de tipo antecedente-consecuente.

*¿Por qué las redes bayesianas?*

Se parte de la idea de que una red bayesiana es un modelo que permite mapear la actividad inferencial del niño en términos de probabilidades. La topología de la red codifica la relación de dependencia o independencia condicional entre las variables de la tarea lo que permite crear un modelo gráfico probabilístico de la actividad inferencial y clasificatoria del niño y a su turno permite crear un modelo probabilístico de la tarea.

En este estudio, además, se trabaja con situaciones de resolución de problemas, de manera que se pueda observar la forma como las acciones del niño o niña condicionan las acciones futuras en la medida que la tarea va cambiando de estado (característica de una distribución hipergeométrica). Puede afirmarse que los procesos son relativos tanto al sujeto como a la naturaleza de la tarea” (Pascual-Leone & Johnson, 1991). De esta manera se puede dar cuenta de los procesos inferenciales y clasificatorios del niño, momento a momento, en función del cambio de estado de la tarea.

El análisis de tarea coadyuva al proceso de abstracción de las variables (nodos) que son relevantes para la estructura de la red. Este proceso permite definir la naturaleza cualitativa de la red porque se establecen los nodos y se especifica un modelo de los procesos ideales que permiten solucionar la tarea (Orozco-Hormaza, 2000. p. 139). Obtener la estructura de la red bayesiana se denomina “aprendizaje estructural” (Pearl, 1988).

El siguiente paso consiste en delinear las relaciones de dependencia e independencia entre las variables involucradas en la tarea a partir del desempeño de los niños. Esta etapa se denomina “aprendizaje paramétrico” el cual permite avanzar en la construcción cuantitativa de la red desde el punto de vista de la distribución de probabilidad.

Este mapa es al tiempo cualitativo porque denota la relación que se establece entre los nodos y cuantitativo porque define la distribución de probabilidad asociada a la red. La arquitectura de la red y su graficación permite avanzar en la comprensión del comportamiento del sistema y establecer los referentes causales que subyacen al proceso.

La propuesta de muchos cognitivistas entonces es registrar la manera como el niño infiere la estructura causal y los patrones de la probabilidad condicional (o incondicional) con base en la observación de acontecimientos relacionados con las consecuencias (Sobel, Tenenbaum y Gopnik, 2004). Por ejemplo: ver animaciones “repetidas” de un ratón escapando de un laberinto les permite a Baker, Tenenbaum y Saxe (2006) explicar cómo las personas razonan sobre y predicen las acciones de un agente intencional (Baker, Tenenbaum & Saxe, 2006).

La diferencia de nuestra propuesta estriba en mapear la actividad del niño frente al uso de criterios de clasificación con el objeto de traducir los funcionamientos inferenciales en un conjunto de probabilidades del uso de la evidencia de la tarea.

Una tendencia generalizada de estudios proponen tareas que implican “descubrir” la regla subyacente de probabilidad que gobierna el comportamiento del agente intencional (Baker, Tenenbaum & Saxe, 2006) o “descubrir” el patrón de comportamiento de una máquina de Blickeys (Gopnik & Sobel, 2000; Gopnik, Sobel, Schulz & Glymour, 2001; Sobel, Tenenbaum, & Gopnik, 2004). A partir de este paradigma de investigación se aduce que los niños utilizan sistemas cognitivos especializados para recuperar un “mapa causal” donde la inferencia puede incluir cálculos similares a los utilizados por las redes causales de Bayes (Gopnik et al., 2004). En contraste, el presente estudio recupera el punto de vista del niño donde las situaciones de resolución de problemas se constituyen como escenarios privilegiados para exigir el uso de funcionamiento inferenciales y clasificatorios del niño. En ese contexto, no se trata confirmar que los desempeños de los niños dan cuenta de la utilización de cálculos similares a los empleados por una red bayesiana. Nuestra propuesta apunta a restituir el itinerario del niño a partir de una red de probabilidad y mapear ese itinerario con un modelo gráfico de probabilidad conjunta sin llegar a asumir que la actividad mental del niño se asemeja al funcionamiento de una red bayesiana.

Desde esta perspectiva se utilizan las redes bayesianas para representar la independencia condicional de una variable (o conjunto de variables) dada otra(s) variable(s) inmersas en la tarea. La topología de la red refleja la estructura causal de la tarea y la semántica global de la red define la distribución conjunta como producto de distribuciones condicionales locales y específicas a cada tipo

de funcionamiento inferencial. Las redes bayesianas especifican las relaciones de dependencia e independencia entre las variables y dichas relaciones son cuantificadas por asociaciones a una distribución de probabilidad condicional para cada nodo (Galán, Arroyo-Figueroa, Díez & Sucar, 2007).

### Problema

El objeto de este estudio es analizar el uso de la clasificación en niños de cuatro años de edad frente a una tarea que implica el uso de cinco variables cada una de ellas con dos valores posibles. Desde un punto de vista cualitativo, se trata de representar cómo los niños relacionan los valores que pueden tomar las variables. Desde un punto de vista cuantitativo se trata de obtener una medida probabilística de la importancia de las variables implicadas en el problema.

La tarea propone una relación implícita entre cinco variables ofreciendo con ellas evidencia para determinar el uso de los atributos de clasificación. Además, está diseñada para que cada atributo tenga una distribución uniforme, es decir cada uno de los atributos está presente en igual cantidad. Cada acción del niño va cambiando el estado de la tarea y la distribución de los atributos es un indicio de las hipótesis que el niño despliega para resolver la tarea.

Se propone, entonces, explorar lo que las redes bayesianas arrojan sobre el funcionamiento cognitivo de los niños. El esquema de trabajo consiste en el seguimiento microgenético del desempeño de un niño al interior de cada intento, concatenado con la secuencia de 20 intentos de resolución.

Desde el punto de vista de las acciones se pretende operacionalizar la dinámica de clasificación del niño, la secuencia del niño da cuenta de la permanencia en un atributo o la transición entre diferentes atributos de clasificación. La movilización entre diferentes atributos se captura en una red de estados bayesianos modificados a partir de la intervención del niño y que son susceptibles de ser representados a partir de modelos gráficos. Frente a las respuestas obtenidas a través del cambio de estados de la tarea se puede inferir como el niño puede obtener nueva información tomando muestras aleatorias de diferentes atributos o desplegando una búsqueda en profundidad a lo largo de un atributo de clasificación (que en una red se denomina nodo).

Los diferentes tipos de búsqueda se evidencian en la secuencia de acciones del niño, es decir a partir de las elecciones sobre uno o varios atributos así como en la transición entre diferentes atributos de clasificación.

## MÉTODO

### Participantes

Se trabajó con una población de 34 niños (15 niños y 19 niñas) de cuatro años de edad (rango de 4 años a 4 años y 3 meses). Los participantes provenían de jardines infantiles pertenecientes a la misma franja socio-económica – media y media alto (que según la clasificación del DANE son los estratos 4 y 5). Su participación en el estudio requirió de la consulta previa a las familias y del libre arbitrio del niño o niña.

### Materiales

La tarea se presentó en una situación de resolución de problemas y bajo la forma de un tablero digital (del tamaño del monitor de computador estándar 40 x 50 cms), de 32 casillas configuradas a partir de la combinación factorial de cinco variables: Género (niño o niña), Color de pelo (castaño o amarillo), Gorro (con gorro o sin gorro), Color de la camisa (azul o roja) y Gesto (sonrisa o no sonrisa). Cada una de estas variables tiene dos valores posibles como se observa en la figura 1.

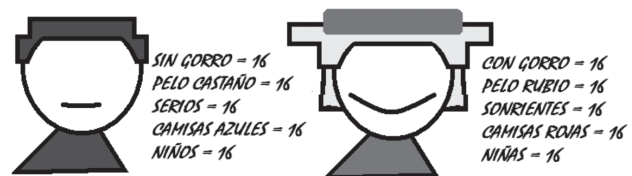


Figura 1. Dimensiones de las variables de la tarea, a saber: Accesorio, Color de Cabello, Actitud, Color de Camisa y Género.

La tarea funciona como un juego de adivinanzas y preguntas porque el que el niño o niña debe descubrir la carita que el investigador tiene en mente (véase figura 2 donde se presenta la configuración de la primera pantalla).

El juego se basa en encontrar la carita en el menor número de movimientos (jugadas sobre las caritas) y la formulación de preguntas que se puedan contestar con un sí o no (¿Es un niño? ¿Tiene pelo amarillo?). El planteamiento de preguntas muestra los atributos que el niño utiliza para realizar la búsqueda.

Existen dos procedimientos combinados para que el niño resuelva la tarea, las preguntas explícitas del niño, sobre la presencia de atributos, conocimiento que reduce el número de posibles candidatos (espacio de búsqueda) y la intersección de dos o más eventos conlleva a reducir el espacio muestral hasta alcanzar una probabilidad de ocurrencia  $P(E)=1$ . Dicho conocimiento cambia el estado de

la tarea sin que esto implique un cambio empírico (real) sino que el cambio opera en la estructura condicional de la distribución de los valores de las variables.

El otro procedimiento son las acciones de elección sobre la posible carita. En efecto, la secuencia de elecciones del niño da cuenta de la permanencia en un atributo o la transición entre diferentes atributos de clasificación. Igualmente, esas elecciones permiten operacionalizar la dinámica de clasificación del niño. La movilización entre diferentes atributos se captura en una red de estados bayesianos modificados a partir de la intervención del niño y que son susceptibles de ser representados a partir de modelos gráficos. Frente a las respuestas obtenidas a través del cambio de estados de la tarea se puede inferir como el niño puede obtener nueva información tomando muestras aleatorias de diferentes atributos o desplegando una búsqueda en profundidad a lo largo de un atributo (nodo) de clasificación.

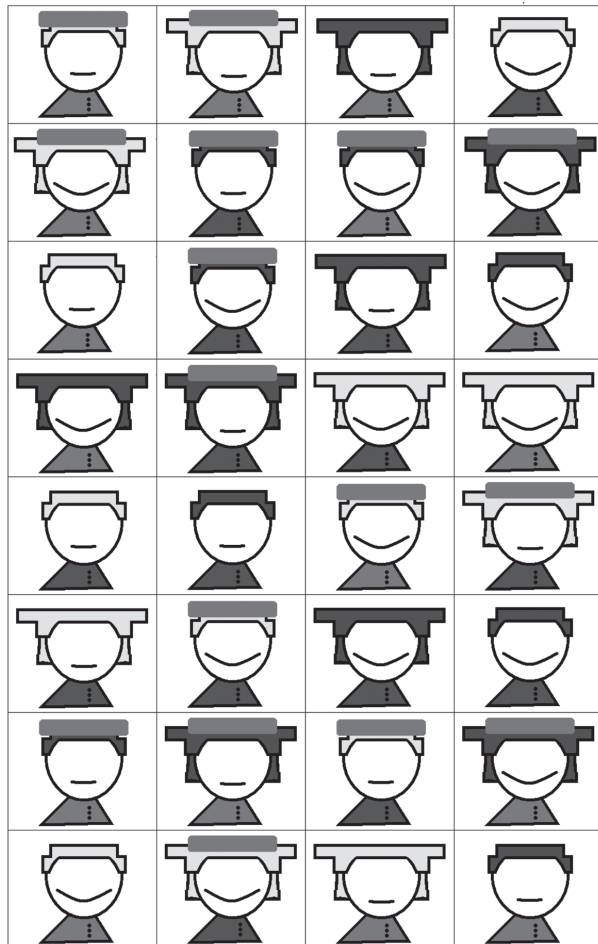


Figura 2. Configuración de la primera pantalla con 32 personajes y la combinación factorial de las cinco variables.

*Procedimiento*

El procedimiento de cada aplicación es individual y tiene una duración que oscila entre 5 y 15 minutos (aproximadamente). La recolección de los datos se realizó en el jardín infantil utilizando un computador portátil donde previamente se instaló el programa Rostrox<sup>3</sup>. Frente a la pantalla del computador se formularon breves conversatorios, individuales y semi-estandarizados entre niño y experimentador. Durante una fase de familiarización se verificó que cada participante comprendiese el objetivo de la tarea, se identificaron cada uno de los atributos y se aseguraron aspectos técnicos como el uso del ratón del computador.

*Registros y medición*

Los registros de los desempeños de los se realizaron con el *software* “Rostrox” diseñado específicamente para el estudio. El programa “Rostrox” genera para cada niño una hoja de cálculo “Excel” donde se registran las elecciones de cada carita y se especifican los valores para cada una de las variables. También se registran las coordenadas espaciales (cuatro columnas y ocho filas) y el tiempo de pausa entre cada secuencia de acción. Adicionalmente, se registran las preguntas del niño teniendo en cuenta la secuencia de movimientos en el tablero.

La secuencia de acciones del niño da cuenta de los atributos utilizados para encontrar la carita objetivo. El tipo de estrategia traduce la dinámica inferencial del niño frente a la búsqueda, la secuencia da cuenta de la permanencia en un atributo (o movilizaciones) frente a las respuestas (nueva evidencia) obtenidas a través de sus preguntas.

*Diseño*

Es un estudio con re-aplicaciones a lo largo de dos meses, con intervalos de quince días entre cada aplicación. En cada aplicación se presentan 5 experimentos con el objetivo de recuperar el mayor número de desempeños en un espacio corto de tiempo a través de las medidas repetidas. Se trata de una estrategia microgenética de recolección de información diseñada con el propósito de obtener una muestra adecuada del funcionamiento cognitivo del niño.

*Puntajes*

Se construyen nueve puntajes de acuerdo con el abordaje microgenético que se ha venido utilizando en los últimos años en los trabajos del equipo de Puche-Navarro (Puche-Navarro & Ossa, 2006). Una escala de nueve puntajes permite ampliar (como con una lupa) el rango para precisar el nivel de comprensión del niño. Los nueve pun-

<sup>3</sup> La tarea “Caritas” fue traducida en un software por Juan Carlos Ossa.

tajes dan cuenta en mayor detalle de los funcionamientos que lo que arroja una escala de sólo tres puntajes. La consecuencia es que se amplía la densidad de las mediciones, y esa mayor información sobre la naturaleza de los procesos es más pertinente. (véase tabla 1).

Los cambios de estado de la tarea traducen la distribución de probabilidad de cambio y transición de las estrategias del niño y la movilización dinámica de su actividad cognitiva. Un solo movimiento del niño implica un cambio en 5 variables de la tarea. Dicha combinación factorial de las variables en cada uno de las caritas agencia el cambio en la distribución de la probabilidad en la medida que se selecciona un elemento y se evidencia la propagación de probabilidad en cada uno de los nodos. Esto significa que la estructura de la tarea es dinámica en el sentido en que la probabilidad de todos los elementos se modifica a partir de la interacción con el sujeto.

Las hipótesis no confirmadas por preguntas pueden traducir la probabilidad subjetiva (sesgo) que los niños le asignan a la ocurrencia de un evento.

Cuando los participantes preguntan y obtienen información del valor de una variable se reduce el 50% del espacio de la tarea, por ejemplo preguntar por el color de pelo y “saber” que la carita que se debe encontrar tiene el pelo amarillo descarta la mitad de las caritas porque las demás tienen pelo castaño.

El problema que el niño debe resolver es encontrar 1 caritas de 32 posibles. El espacio de búsqueda esta conformado por 5 variables binarias que guardan relaciones inter-dependientes entre sí dada su estructura factorial. El niño o la niña deben identificar la solución con base en cada variable y tomar la decisión utilizando la información que obtiene de sus preguntas. La elección de cual-

quiera de las variables es una probabilidad que supone la modificación simultánea de todas las otras variables inmersas en la tarea. Dada la estructura binaria de las variables, los estados de la tarea se definen en cada elección del niño y responden al cálculo de una probabilidad desconocida cuya información proviene de una o hasta cinco fuentes de información.

Una vez que se conoce la estructura cualitativa del modelo probabilístico (la factorización de la función de probabilidad), la estructura cuantitativa de un modelo particular se define mediante la asignación de valores numéricos a los parámetros asociados a las funciones de probabilidad condicionada que intervienen en la factorización del modelo.

## RESULTADOS

Con el propósito de aproximarnos al funcionamiento inferencial y clasificatorio de un niño o niña de cuatro años, iniciamos este apartado con las siguientes preguntas: ¿Cómo articulan la información procedente de cinco diferentes variables? ¿Cómo identifican las variables más pertinentes y cuales las que se excluyen? Para responder estas preguntas los resultados se clasificaron en una escala de medición que arrojaron tres tipos de búsqueda. Ellas son: *Tipo Adivinanza*, *Tipo Transicional* y *Tipo Resolutorio*.

La búsqueda tipo *Tipo Adivinanza* se caracteriza por funcionar al azar, cuando el niño realiza barridos espaciales y/o el uso de atributos que no le corresponden a la carita que se debe encontrar. Con este tipo de búsqueda, cualquiera de las 32 caritas de la pantalla puede ser seleccionado (100% de la pantalla) y la probabilidad de encontrar el objeto en el primer movimiento es 3,125% (véase figura 3).

Tabla 1  
Niveles de Puntuación

Nivel 1	La búsqueda es aleatoria o se hace siguiendo Barridos Espaciales. Utiliza cuatro, tres o dos Rasgos del personaje de manera Aleatoria (+) tres, dos o un rasgo de manera centrada. Es decir, busca con base en atributos que no corresponde al personaje (no han sido confirmados), por ejemplo personajes con camisa Azul y el personaje final tiene camiseta Roja).	
Nivel 2	Utiliza Un Atributo de manera consistente (+) cuatro Aleatorios	
Nivel 3	Un atributo que corresponde (+) tres aleatorios (+) un atributo que no corresponde.	
Nivel 4	Dos atributos que corresponden (+) tres aleatorios.	
Nivel 5	Utiliza dos (+) dos o uno aleatorio (+) dos o uno que no corresponde.	
Nivel 6	Utiliza tres que corresponden con el personaje.	Buscar 1 entre 4
Nivel 7	Utiliza cuatro que corresponden con el personaje.	Buscar 1 entre 2
Nivel 8	Utiliza cinco que corresponden con el personaje.	Buscar 1 de 1

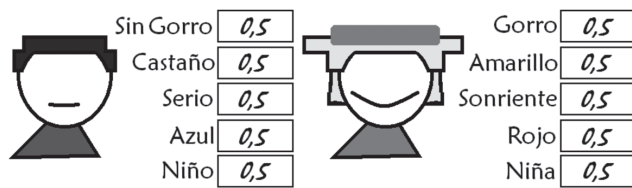


Figura 3. Distribución de probabilidades en la búsqueda tipo Adivinanza

En la Figura 3 se observa que la distribución para todas las variables es del 50%. Lo anterior significa que cualquiera de las alternativas puede ser seleccionada.

El segundo tipo de búsqueda que se ha denominado *tipo transicional* está condicionado por el uso sistemático de una sola variable, es decir, está regulada con base en la elección de un atributo específico en las caritas seleccionadas. Sólo 16 caritas de la pantalla pueden ser seleccionados (50% de la pantalla) y la probabilidad de encontrar el objeto en el primer movimiento es 6,25% (véase figura 4).

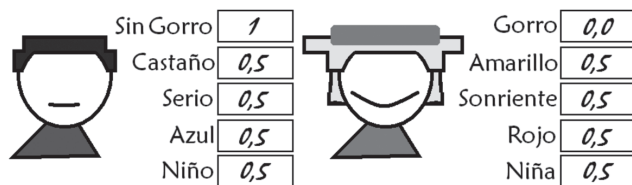


Figura 4. Distribución de probabilidades en la búsqueda tipo transicional

En la figura 4 se observa que la variable “Gorro” tiene una distribución para el atributo “Sin Gorro” igual al 100%. Lo anterior significa que las alternativas seleccionadas por los participantes son las caritas que no tienen gorro.

Finalmente, el tercer tipo de búsqueda denominado *tipo resolutorio* se caracteriza por utilizar dos o más variables. Si la búsqueda está guiada por dos variables, sólo ocho caritas de la pantalla pueden ser seleccionados (25% de la pantalla) y la probabilidad de encontrar el objeto en el primer movimiento es de 12,5%. Si la búsqueda está guiada por tres variables, solo cuatro caritas de la pantalla pueden ser seleccionados (12,5% de la pantalla) y la probabilidad de encontrar el objeto en el primer movimiento es de 25%. Si la búsqueda está guiada por cuatro variables sólo dos caritas de la pantalla pueden ser seleccionados (6,25% de la pantalla) y la probabilidad de encontrar el objeto en el primer movimiento es de 50%. Si la búsqueda está guiada por cinco variables, sólo una carita de la pantalla puede ser seleccionada (3,125% de la pantalla) y la probabilidad de encontrar el objeto en el primer movimiento es de 100% (véase figura 5).

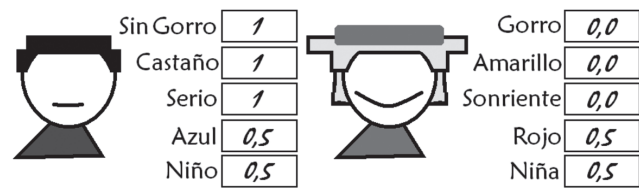


Figura 5. Distribución de probabilidades en la búsqueda tipo resolutorio

En la Figura 5 se observa que la variable “Gorro” tiene una distribución para la característica “Sin Gorro” igual al 100%. La variable “Color de Pelo” en la característica “Color Castaño” es igual al 100%. La variable “Gesto” en la característica “No sonrisa” es igual a 100%. Lo anterior significa que las alternativas seleccionadas por los participantes son los personajes que no tienen gorro, que tienen pelo castaño y que no sonríen.

Pero veamos ahora de manera global el cuadro general de cómo se distribuyen los desempeños de niños y niñas frente a la tarea

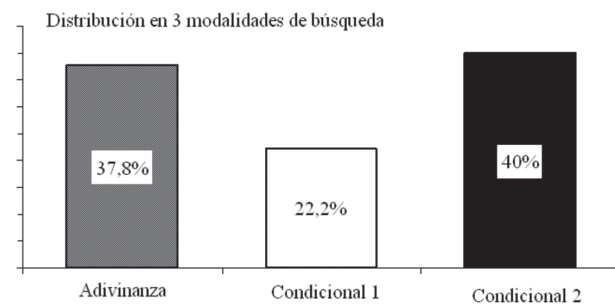


Figura 6. Distribución del grupo de participantes en los tres tipos de búsqueda

Los resultados que se observan en la figura 6, globalmente muestran que el 37.8% de los participantes realizan una búsqueda del tipo *adivinanza* es decir proceden por azar. Por otra parte, un 22,2% de los participantes utilizan solamente una variable para realizar una búsqueda regulada por una condición a lo largo de todo su desempeño. Finalmente, el 40% de los participantes utiliza dos o más variables para condicionar la búsqueda.

Tomados en forma conjunta, los datos muestran que un 62,2% de los niños sobrepasan el puntaje dos, que es el puntaje a partir del cual se puede afirmar que los niños realizan una búsqueda condicional, y que hemos denominado *transicional*. En cambio el 38,4% de los niños realiza una búsqueda aleatoria. Lo anterior quiere decir que un número significativo de niños de cuatro años identifica una variable entre las cinco variables presentes. y realiza

una búsqueda sistemática siguiendo por lo menos una variable en profundidad.

El hecho de que un 62,2% de los participantes identifique la estructura de los datos al utilizar al menos una variable la posibilidad de la disyunción, da cuenta de que ellos logran reducir sistemáticamente el espacio de búsqueda al aislar los criterios para los posibles candidatos en un grupo determinado por dicho criterio. Esta operación de clasificar los objetos a partir de sus dimensiones implica crear una “región” donde se distribuyen tales propiedades. Más interesante aún resulta la búsqueda tipo resolutorio donde se debe hacer la disyunción de cada variable pero simultáneamente se debe hacer la conjunción de las dimensiones identificadas como relevantes para encontrar el objetivo. Esta operación mental permite a los niños reducir el espacio de búsqueda al covariar dos o más criterios de clasificación.

Cuando el niño empieza a utilizar un criterio de manera consistente para ‘buscar el personaje’, se trata de una búsqueda condicionada a partir de la información previa. Éste uso consistente de una implica utilizar la información obtenida a partir de las preguntas o de la información que le dan las elecciones.

La pregunta inicial buscaba saber cómo explora el niño la información, cuando la búsqueda de un personaje en un espacio topológico, y que involucra cinco criterios simultáneamente y que, por consiguiente, involucra combinaciones condicionales. ¿Cómo articula diferentes criterios y cómo se dan estos funcionamientos inferenciales? ¿Cómo identifican cuales son más pertinentes unos criterios y excluyen otros? ¿Cómo opera la transición entre los diferentes criterios?

Tabla 2

Frecuencia de Juan Diego de acuerdo a la elección de los diez primeros personajes en el segundo tablero de búsqueda.

		Género		Total
		Niñas	Niños	
Actitud	No sonrío	1	8	9
	Si sonrío	0	1	1
Total	Total	1	9	10

En la tabla 2 se observan los primeros diez movimientos de Juan Diego y se ilustra el seguimiento de la característica “niño” de manera centrada (nueve de diez elecciones) y el seguimiento de la característica “No sonrío”. La prueba binomial arroja una significancia exacta (bilateral) = 0,021 con base en la proporción observada (0.9 vs. 0.1). Los valores de probabilidad menores a 0.05 indican que la distribución observada difiere de una distribución aleatoria.

Como lo indica la casilla de intersección ( $n = 8$ ), la combinación de estos dos atributos queda agotada, lo que obliga a “Juan” a cambiar de criterio en los subsiguientes movimientos. El 11° y 12° movimiento traduce el cambio en el criterio de búsqueda a personajes con “camisa roja” y los demás atributos se distribuyen de manera uniforme (50%).

Tabla 3

Uso de criterios en la búsqueda de un personaje en el nivel resolutorio

Movimiento	Variable / Atributo	(1° ↔ 10°)		(11° ↔ 12°)		(13° ↔ 21°)	
		Color de Camisa		Color de Camisa		Color de Camisa	
		Azul	Rojo	Azul	Rojo	Azul	Rojo
Género	Niños	0%	10%	0%	50%	66,7%	0%
	Niñas	50%	40%	0%	50%	33,3%	0%
Color de cabello	Café	30%	30%	0%	50%	33,3%	0%
	Rubio	20%	20%	0%	50%	66,7%	0%
Accesorio	Sin gorro	30%	30%	0%	50%	55,6%	0%
	Con gorro	20%	20%	0%	50%	44,4%	0%
Actitud	No sonrío	40%	50%	0%	50%	33,3%	0%
	Si sonrío	10%	0%	0%	50%	66,7%	0%
Total		50%	50%	0%	100%	100%	0%

A partir del 13° movimiento se evidencia el seguimiento de la variable color de camisa con el atributo “azul”, que por defecto incluye el atributo “sonrío” de manera centrada (66,7%) de la variable “Gesto”. La elección de los personajes con camisa azul se hace sobre un espacio de 20 posibilidades (once personajes con camisa “azul” y nueve con camisa “roja”). Este desempeño implica el uso de criterios de clasificación (en diferentes trayectos de la búsqueda) que se sostienen o cambian en función de los resultados en el espacio de búsqueda. Durante los 21 movimientos de “Juan” se asiste a un cambio claro en el criterio de clasificación entre los segmentos de búsqueda (1° ↔ 10°) y (13° ↔ 21°) con relación a los atributos “color de camisa azul” vs. “color de camisa roja”. Para el primer segmento la prueba binomial arroja una significancia exacta (bilateral) = 1 con base en la proporción observada (0.5 vs. 0.5). Para el segundo segmento, la prueba binomial arroja una significancia exacta (bilateral) = 0.004 con base en la proporción observada (1 vs. 0).

## DISCUSIÓN

Una de las preguntas de esta investigación giraba alrededor de la capacidad del niño o niña para establecer



relaciones de dependencia entre variables. Ha sido dicho que la situación tiene en sí misma una combinación factorial de los elementos, y permite identificar las posibles hipótesis de los niños o las niñas. Las hipótesis pueden traducir la probabilidad subjetiva que los niños le asignan a la ocurrencia de un evento con base en la observación (a posteriori) del resultado de una intervención. La combinación factorial de la tarea agencia el cambio en la distribución de la probabilidad en la medida que se selecciona un elemento y se evidencia la propagación de probabilidad en cada uno de los nodos porque todos están relacionados entre sí. Ella permite rastrear adecuadamente las capacidades precoces de niños y niñas de cuatro años, y confirmar que, en efecto, la resolución de la situación pone en evidencia la probabilidad condicional en la búsqueda de un objetivo (personaje en este caso), que opera con base a la intersección entre dos variables (por ejemplo Género  $\cap$  Color Camisa, o niña  $\cap$  sombrero). Lo extraordinario es que la situación muestra que los niños usan consistentemente la información de por lo menos dos de las cinco variables. En ese sentido da cuenta de manera que desde los cuatro años de edad, niños y niñas hacen uso de probabilidades condicionales para inferir la relación causal entre la evidencia proveniente de distintas variables. El valor de cada variable (gorro, género, color de la camisa, etc.) con las otras, y entender el efecto común, o la causa común, de manera a hacer funcionar la red de cadenas causales.

Otra pregunta se refería a si los desempeños de quienes alcanzan el nivel resolutorio considerado como una búsqueda condicional, en un sentido muy general, responden a la probabilidad condicional. Estos resultados permiten afirmar que niños y niñas de cuatro años de edad hacen uso de probabilidades condicionales para inferir la relación causal entre la evidencia proveniente de todas las distintas variables. El valor de cada variable (gorro, género, color de la camisa, etc.) con las otras, y entender el efecto común, o la causa común, de manera a hacer funcionar la red de cadenas causales.

La relación implícita entre las cinco variables permite determinar, en el caso del tipo de búsqueda transicional y el tipo búsqueda resolutorio, el uso de los atributos de clasificación. En efecto, cada acción del niño va cambiando el estado de la tarea y la distribución de los atributos es un indicio de las hipótesis que el niño despliega para resolver la tarea. Más de la mitad de los niños y niñas de cuatro años utilizan de manera consistente al menos una de las variables para encontrar el personaje. Ello quiere decir que utilizan la probabilidad condicional para inferir la relación causal entre la evidencia planteada en la situación de resolución.

## CONCLUSIONES

Los resultados encontrados resultan concluyentes respecto a que los niños de cuatro años inician procesos inferenciales coherentes con relaciones causales concernientes a combinaciones relativamente complejas de intervenciones y co-ocurrencias.

Se observan desempeños muy precoces de combinaciones relativamente complejas de intervenciones y co-ocurrencias que dan cuenta de funcionamientos procesos inferenciales articulados a procesos clasificatorios hasta con cinco variables.

En el tablero de búsqueda se evidencia la manera cómo el niño, sin tener un referente definido por una retroalimentación, utiliza criterios de clasificación para ordenar su búsqueda. Los criterios de búsqueda centrados (cuando se utiliza un criterio que no corresponde con un atributo del personaje buscado) dan cuenta de la hipótesis “establecer un orden de búsqueda puede hacerla más efectiva”.

En total se encuentran tres tipos de búsqueda. La denominada *Adivinanza* que esboza una relación entre “búsqueda espacial” y reducción del espacio muestral sobre la base de las acciones concretas (intervenciones) aplicadas directamente a la tarea. La búsqueda tipo *transicional* que funciona como un laboratorio de experimentación  $q$  en el que el niño, ajusta la relación entre las intervenciones y el resultado de dichas acciones donde se agencia una probabilidad condicional intra-variable. Y, finalmente, la búsqueda tipo *resolutorio* que cristaliza una coordinación que implica operaciones clasificatorias con niveles sofisticados de abstracción porque demanda la intersección de mínimo dos o más variables.

El conjunto de desempeños observados da cuenta del papel privilegiado que cumple la experimentación en acción de cara al uso de la probabilidad condicional. En la posición clásica del razonamiento condicional el niño debe operar con base en una regla condicional “si entonces  $q$ ” y hacer una selección. A diferencia de esta posición, la vertiente experimental de Inhelder & Piaget, en particular Inhelder, se destaca el papel fundamental de la experimentación en las coordinaciones inferenciales (Inhelder & Piaget, 1972). Los resultados obtenidos permiten verificar la posición de Inhelder, y las bondades de un enfoque que recupera las posibilidades desde el propio funcionamiento del niño.

La actividad del niño privilegia una búsqueda clasificatoria sobre una búsqueda aleatoria. El análisis en los segmentos de un desempeño deja ver las transiciones y los cambios en la trayectoria de búsqueda.

Las intervenciones del niño se hacen en la mayoría de las ocasiones (62%) actuando con base en el conocimiento

*a priori* de las características del personaje. Es interesante anotar que incluso cuando no se tiene un conocimiento *a priori* de uno de los atributos del personaje objetivo de búsqueda, la intervención en la pantalla se hace bajo la presuposición subjetiva de “creer saber cuál es el personaje”.

#### REFERENCIAS

- Baker, C. L., Tenenbaum, J. B. & Saxe R. (2006). Bayesian models of human action understanding. *Advances in Neural Information Processing Systems* 18 (pp. 99-106).
- Baratgin, J. & Politzer, G. (2006). “Is the mind bayesian? The Case for agnosticism” *Mind & Society: Cognitive Studies in Economics and Social Sciences* 5 (pp. 1-38)
- Cheng, P. W. (1997). From covariation to causation: A causal power theory. *Psychological Review*, 104, 367–405.
- Cheng, P. W., & Novick, L. R. (1992). Covariation in natural causal induction. *Psychological Review*, 99, 365-382.
- Galán, S. F., Arroyo-Figueroa, G., Díez, F. G. & Sucar L. E. (2007). Comparison of Two Types of Event Bayesian Networks: A Case Study. *Applied Artificial Intelligence* 21: 185-209 (2007) *Applied Artificial Intelligence*, 21:185–209
- Gigerenzer, G., & Todd, P. M. (Eds.). (1999). *Simple heuristics that make us smart*. Oxford University Press.
- Glymour, C. (2001). *The mind's arrows: Bayes nets and graphical causal models in psychology*. Cambridge, MA: MIT Press.
- Glymour, C. (2003). Learning, prediction and causal bayes nets. *Trends in Cognitive Sciences*, 7, 43- 49.
- Gopnik, A. & Sobel, D. (2000). Detecting Blickets: How young children use information about Novel Causal powers in Categorization and Induction *Child Development*, 71. 1205-1222.
- Gopnik, A. & Schulz, L. (2004). Mechanisms of theory formation in young children. *TRENDS in Cognitive Sciences*, 8(8), 371-377.
- Gopnik, A. & Glymour, C (2006). A brand new ball game: Bayes net and neural net learning mechanisms in young children. In *Processes of change in brain and cognitive development: Attention and performance xxi. Attention and Performance*. 349-372.
- Gopnik, A., Glymour, C., Sobel, D.M., Schulz, L. E., Kushnir, T., & Danks, D. (2004). A theory of causal learning in children: Causal maps and Bayes Nets. *Psychological Review*, 111, 3-32.
- Inhelder, B. y Piaget, J. (1955): *De la logique de l'enfant a la logique de l'adolescence: essai sur la construction des structures operatoires formelles*. Paris: P.U.F. Trad. cast. de M.T. Cevasco: *De la lógica del niño a la lógica del adolescente*. Buenos Aires: Paidós, 1972.
- Kushnir T. & Gopnik A. (2005). Young children infer causal strength from probabilities and interventions. *Psychological Science*. 16 (9), 678-683
- Kushnir, T., Gopnik, A., Schulz, L. E., & Danks, D. (2003). Inferring hidden causes. *Proceedings of the 25<sup>th</sup> Annual Meeting of the Cognitive Science Society*.
- Klahr, D. (2000). *Exploring science. The cognition and development of discovery processes*. Cambridge: MA: MIT press.
- Klayman, J., & Ha, Y. (1987). Confirmation, disconfirmation and information in hypothesis testing. *Psychological Review*, 94, 211-228.
- Kuhn, D. (2001). Why development does (and does not) occur: Evidence from the domain of inductive reasoning. In J. L. McClelland & R. Siegler (Eds.), *Mechanisms of cognitive development: Behavioral and neural perspectives* (pp. 221-249). Mahwah, NJ: Erlbaum
- Kuhn, D., Amsel, E., & O'Loughlin, M. (1988). *The development of scientific thinking skills*. Orlando, FA: Academic Press.
- Kuhn, D. & Pearsall, S. (2000). Developmental Origin of Scientific Thinking, *Journal of Cognition and Development*, vol.1, 113-129.
- Kuhn, D. & Dean, D. (2004) Connecting Scientific Reasoning and Causal Inference, *Journal of cognition and development*, 5(2) 261-288.
- Markman, A. B., & Gentner, D. (2001). Thinking. *Annual Review of Psychology*, 52, 223–247.
- Orozco-Hormaza, M. (2000). El análisis de tareas: cómo utilizarlo en la enseñanza de la matemática en primaria. *Revista EMA*, 5(2), 139-151.
- Pascual-Leone, J. & Johnson, J. (1991). The psychological unit and its role in task analysis. A reinterpretation of object permanence. In M. Chapman (Eds.), *Criteria for competence: Controversies in the assessment of children's abilities* (pp 153-187). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Pearl, J. (1988). *Probabilistic Reasoning in Intelligent Systems: Networks of Plausible Inference*. Palo Alto: Morgan Kaufmann Publishers.
- Pearl, J. (2000). *Causality: Models, reasoning, and inference*. Cambridge University Press.
- Piaget, J., & García, R. (1971). *Les explications causales*. Paris: Presses Universitaires de France.
- Puche -Navarro, R. & Ossa, J. C. (2006) ¿Qué hay de nuevo en el método microgenético? Más allá de las estrategias y más acá del funcionamiento cognitivo del sujeto *Summa Psicológica* Vol 13, 2. 117-137
- Restrepo, L. González, J. (2003) La Historia de la Probabilidad *Revista Colombiana de Ciencias Pecuarias* Vol. 16: 1
- Sobel, D.M., Tenenbaum, J.B., & Gopnik, A (2004) children's causal inferences from indirect evidence: backwards blocking and Bayesian reasoning in preschoolers *Cognitive Science* 28, 303-333.
- Spirtes, P., Glymour, C., and Schienes, R. (1993). *Causation prediction and search*. Springer-Verlag, NY.
- Steyvers, M., Tenenbaum, J. B., Wagenmakers, E., & Blum, B. (2003). Inferring causal networks from observations and interventions. *Cognitive Science* 27. 453–489
- Tenenbaum, J. B., Kemp, C., & Shafto, P. (2007). Theory-based Bayesian models of inductive reasoning. In Feeney, A. & Heit, E. (eds.), *Inductive reasoning*. Cambridge University Press.
- Zimmerman, C. (2000). The development of scientific reasoning skills. *Developmental Review*, 20, 99–149.
- Zimmerman, C. (2006). The development of scientific thinking skills in elementary and middle school. *Developmental Review*, 27.