

Desarrollo de conocimiento geométrico euclidiano y uso de mapas*

Development of Euclidean geometric knowledge and use of maps
Desenvolvimento de conhecimento geométrico euclidiano, e o uso de mapas

Silvana Cortés Arboleda**

Silvia Sandoval Valencia***

Yenny Otálora Sevilla****

Universidad del Valle, Colombia

Resumen

Se lleva a cabo un experimento para evaluar el desempeño de sesenta niños colombianos de cuatro, seis y ocho años en una tarea de uso de mapas geométricos “puros” para la ubicación de objetos en el espacio, adaptada de Spelke, Gilmore y McCarthy (2011). El objetivo del experimento es investigar si los niños logran utilizar mapas geométricos en 2D como representaciones del espacio real en 3D y explorar posibles cambios en la sensibilidad a y uso de las propiedades geométricas euclidianas representadas en estos mapas –longitud, ángulo y sentido–, entre los tres grupos de edad. Se espera establecer si existen diferencias en la manera como los niños en los tres grupos de edad atienden a las tres propiedades euclidianas y se guían por esta información para ubicar objetos en el espacio, así como establecer diferencias en el interior de las propiedades. Los resultados muestran un efecto de la edad en el desempeño de los niños; la sensibilidad a las tres propiedades presenta un cambio estadísticamente significativo entre los cuatro y los seis años de edad, después de los seis años esta sensibilidad se mejora progresivamente pero no muestra nuevos cambios significativos. No se encuentra un efecto del tipo

de propiedad ni interacción entre propiedad y edad. En el interior de cada propiedad se encuentra que en niños de cuatro años, la sensibilidad a la longitud se ve afectada por la condición de igualdad o desigualdad en las dos longitudes a comparar, la sensibilidad al ángulo es diferente para ángulos agudo, recto u obtuso y la sensibilidad al sentido arriba-abajo es diferente al sentido izquierda-derecha. Todos los resultados permiten establecer distinciones con la literatura previa. Finalmente, se discuten las implicaciones para la educación.

Palabras clave: desarrollo espacial, pensamiento geométrico, conocimiento geométrico euclidiano, mapas, cognición

Abstract

We run an experiment in order to examine 60 Colombian children's performance on a task that evaluates the use of 'pure' geometric maps for locating objects in a 3D space; the task was adapted from Spelke, Gilmore y McCarthy (2011). The experiment aimed to investigate whether or not the children were able to use geometric maps depicted in 2D as representations of real 3D spaces. The experiment also aimed to explore possible

* Por favor, dirigir la correspondencia a: Centro de Investigaciones en Psicología, Cognición y Cultura, Instituto de Psicología, Universidad del Valle, Calle 13 No. 100-00, Edificio 385, Oficina 4007, 4to piso, Tel: 3212192 ext.108, Cali, Valle, Colombia.

** Psicóloga, grupo de investigación Matemáticas y Cognición, correo electrónico: silvanacortesarboleda@gmail.com

*** Psicóloga, grupo de investigación Matemáticas y Cognición, correo electrónico: silviasandoval03@gmail.com

**** Psicóloga, magister en Psicología, profesora de la Universidad del Valle, correo electrónico: yennyotalora@yahoo.com.mx

Para citar este artículo: Cortés Arboleda, S., Sandoval Valencia, S. & Otálora Sevilla, Y. (2013). Desarrollo de conocimiento geométrico euclidiano y uso de mapas. *Avances en Psicología Latinoamericana*, 31 (3), 556-574.

changes in the sensitivity to and the use of the Euclidean geometric properties represented on the maps –length, angle and direction–, among three groups of age: four, six and eight-year olds. We aimed at establishing whether there are intergroup differences in the way the three age groups use the three Euclidian properties to locate objects in space, and whether there are differences within the properties. Findings indicated an effect of the age on the children’s performance; the sensitivity to the three properties showed a statistically significant change between the four and the six-year old. Although sensitivity to properties was improved between the six and the eight-year old, we did not find significant changes between these groups of age. We did not find an effect of the type of property on the performance; neither an interaction of property by age. Findings also indicated within-group changes for each property: For the four year-old children the sensitivity to the length was influenced by the condition ‘equal’ or ‘unequal’, the sensitivity to the angle changed depending on the condition ‘acute’, ‘obtuse’ or ‘rectangle’, and being sensitive to the ‘above-below’ sense was significantly different than being sensitive to the ‘left-right’ sense. We established distinctions with previous findings and outlined some implications for education.

Keywords: spatial development, geometric thinking, Euclidean geometric knowledge, maps, cognition

Resumo

Um experimento foi desenvolvido para avaliar o desempenho de sessenta crianças colombianas de quatro, seis e oito anos de idade em uma tarefa de uso de mapas geométricos “puros” para a localização de objetos no espaço, adaptada de Spelke, Gilmore e McCarthy (2011). O objetivo do experimento é investigar se as crianças conseguem utilizar mapas geométricos em 2D como representações do espaço real em 3D e explorar possíveis mudanças na sensibilidade e uso das propriedades geométricas euclidianas –comprimento, ângulo e sentido– representadas nesses mapas, entre os três grupos de idade. Espera-se estabelecer se existem diferenças na forma como as crianças nos três grupos etários, atendem às três propriedades euclidianas e guiam-se por esta informação para localizar objetos no espaço, assim como estabelecer diferenças no interior das propriedades. Os resultados mostram um efeito da idade no desempenho

das crianças; a sensibilidade às três propriedades mostra uma variação estatisticamente significativa entre os quatro e os seis anos de idade, depois dos seis anos, esta sensibilidade melhora progressivamente, mas não apresenta novas variações significativas. Não foi encontrado efeito do tipo de propriedade nem interação entre propriedade e idade. No interior de cada propriedade foi encontrado que, em crianças de quatro anos, a sensibilidade ao comprimento é afetada pela condição de igualdade ou desigualdade nos dois comprimentos comparados, a sensibilidade ao ângulo é diferente para os ângulos agudo, reto e obtuso e a sensibilidade ao sentido acima-embaixo é diferente ao sentido esquerdo-direito. Todos os resultados permitem estabelecer distinções com a literatura prévia. Finalmente, discutem-se as implicações para o ensino.

Palavras chave: desenvolvimento espacial, pensamento geométrico, conhecimento geométrico euclidiano, mapas, cognição

El interés en el desarrollo del razonamiento espacial y el pensamiento geométrico ha dado lugar en la última década a la realización de numerosos estudios que han confirmado la existencia de una habilidad infantil temprana, aproximadamente desde los cuatro años, para representar el espacio en función de tres propiedades de la geometría euclidiana: longitud, ángulo y sentido (Dehaene, Izard, Pica & Spelke, 2006; Izard & Spelke, 2009; Shusterman, Lee & Spelke, 2008; Spelke, Gilmore & McCarthy, 2011; Spelke, Lee & Izard, 2010; Uttal, 1994, 1996, 2000). El conocimiento geométrico euclidiano implica la habilidad para construir representaciones *alocéntricas* en el espacio, es decir, relaciones entre los objetos, desvinculadas de la experiencia inmediata del individuo con los objetos (llamadas egocéntricas) e independientes del punto de vista del individuo. Este conocimiento es útil en la vida cotidiana porque permite a las personas evaluar la estructura del espacio y orientarse para navegar en él, ubicando objetos, otras personas y lugares, emitir estimaciones de distancias y evaluar sus formas y su dirección, entre otras actividades.

La investigación sobre la emergencia y desarrollo del conocimiento euclidiano se basa en la evidencia encontrada en estudios previos de una

codificación temprana de cada una de las tres propiedades. La codificación de la propiedad de ángulo se ha encontrado en bebés de tres días de nacidos, quienes luego de ser habituados a una forma de ángulo agudo u obtuso mantienen la mirada fija sobre un estímulo con un ángulo diferente (Slater, Mattock, Brown & Bremner, 1991). Haciendo uso del paradigma de la violación de expectativas, se ha demostrado la habilidad para codificar la propiedad de longitud entre dos objetos o puntos en el espacio desde los cinco meses de edad; los bebés mostraron mayor tiempo de mirada cuando el investigador recuperaba un objeto desde una ubicación donde previamente no se había ocultado (Newcombe, Huttenlocher & Learmonth, 1999). Igualmente, se ha encontrado que desde los cuatro años los niños codifican la propiedad del sentido, identificando en espejo una imagen presentada inicialmente en una matriz con ocho formas (Gregory, Landau & McCloskey, 2011). Teniendo en cuenta estos hallazgos, el propósito del presente estudio es indagar cómo se desarrolla la habilidad infantil para crear representaciones mentales de la estructura del espacio y de la información de longitud, ángulo y sentido a través del uso de mapas, con el fin de ubicar objetos en el espacio.

Desarrollo del conocimiento geométrico euclidiano y uso de mapas

La mayoría de los estudios citados han introducido situaciones de interpretación y uso de mapas como una vía metodológica novedosa y apropiada para comprender cómo los niños ponen en relación los objetos dentro de un espacio determinado para navegar en él. El mapa es una herramienta de naturaleza simbólica creada por la cultura para comunicar a otros la estructura del espacio. De acuerdo con diferentes autores, leer un mapa exige al menos tres habilidades cognitivas: (a) correspondencia simbólica entre el mapa, cuya representación es en dos dimensiones (2D), y el espacio real, cuya representación es en tres dimensiones (3D); (b) correspondencia simbólica entre los objetos dibujados en el mapa y los objetos en el espacio real; y (c) construcción de una representación mental de la organización espacial de los objetos en el mapa,

independiente del punto de vista o *alocéntrica*, y su correspondencia simbólica con la organización de los objetos en el espacio real (DeLoache, 1987, 2004; Huttenlocher, Newcombe & Vasilyeva, 1999; Liben & Yekel, 1996; Uttal, 2000).

Por otra parte, la evidencia reciente sobre la emergencia temprana del conocimiento geométrico significa una nueva aproximación teórica respecto a la postura clásica de Piaget e Inhelder (1967), quienes habían propuesto su emergencia tardía. Los autores identificaron tres momentos en el desarrollo espacial en función del tipo de representación que el niño construye sobre el espacio a medida que crece: el espacio topológico, el espacio proyectivo y el espacio euclidiano. La noción de espacio topológico se desarrolla entre el nacimiento y los siete años, aproximadamente. En esta etapa, los niños centrados en sí mismos y en su relación con los objetos establecen relaciones perceptuales y sensoriomotrices que competen sólo a ellos y a los objetos, tales como proximidad, separación, orden, cierre o continuidad. La noción del espacio proyectivo se desarrolla entre los siete y los once años, aproximadamente. En esta etapa los niños cuentan con una mayor habilidad representacional e intersubjetiva y, por lo tanto, empiezan a considerar diferentes puntos de vista, debido a que su preocupación ya no es por las propiedades intrínsecas de una figura, sino por las relaciones entre varios objetos (espacio global). La noción del espacio euclidiano se desarrolla simultáneamente con la del espacio proyectivo y culmina al final del periodo de las operaciones concretas hacia los once años. En esta etapa los niños logran establecer coordinaciones de distintos objetos entre sí a partir de un sistema de coordenadas, independientemente de su punto de vista.

Opuestos a esta postura, Spelke et ál. (2010) proponen un modelo de corte nativista para explicar la emergencia del sistema geométrico euclidiano en una edad más temprana que la propuesta por Piaget e Inhelder. Este modelo plantea dos sistemas geométricos básicos de naturaleza innata, cada uno de los cuales es especializado para procesar únicamente dos de las tres propiedades geométricas euclidianas: un sistema de pequeña escala permite a los humanos percibir longitud y

ángulo para distinguir formas y figuras de objetos (2D), mientras otro sistema de gran escala permite percibir longitud y sentido para navegar hábilmente en superficies estructuradas (3D). La integración de los dos sistemas constituye la aparición de un tercer sistema geométrico llamado euclidiano. Este nuevo sistema, de naturaleza abstracta, permite la representación flexible de las tres propiedades tanto en espacios 2D para distinguir formas y figuras de objetos, como en espacios 3D para representar la estructura del espacio a gran escala.

Aunque el modelo de Spelke et ál. cuenta con generosa evidencia sobre la sensibilidad a las propiedades euclidianas en niños pequeños, no existen hallazgos definitivos respecto a cómo y en qué momento los dos sistemas básicos se integran. Diferentes estudios han tratado de responder a esta pregunta. Dehane et ál. (2006) llevan a cabo un estudio comparativo entre una población indígena amazónica en Brasil, no escolarizada, y una población americana con conocimiento formal geométrico previo, para comprobar la espontaneidad y universalidad de la sensibilidad a las tres propiedades geométricas euclidianas. Los participantes resuelven una tarea de identificación de la propiedad común entre varias formas visuales y una tarea de uso de mapas geométricos, los cuales representan una configuración de tres objetos conformando un triángulo isósceles o un triángulo recto, con el fin de encontrar un objeto oculto en el espacio real. En una condición los mapas geométricos son puros y en otra condición usan una figura de forma y color distinto como *landmark*. Los niños de seis años y los adultos del grupo indígena manifiestan, al igual que los americanos, el uso espontáneo de conceptos geométricos básicos (longitud, ángulo y sentido), confirmando así la universalidad de este desarrollo, con independencia de la escolaridad.

Partiendo de algunas consideraciones respecto al estudio anterior, Shusterman et ál. (2008) realizan un nuevo estudio para determinar si niños de cuatro años resuelven correctamente la tarea de mapas utilizada por Dehaene et ál. (2006). Adicionalmente a las dos configuraciones de triángulo recto e isósceles, se utiliza una configuración de tres objetos en línea recta para evaluar la sensibilidad a la propiedad de distancia, y se elimina toda forma

de retroalimentación. En el primer experimento uno de los tres lugares de cada configuración es un dibujo de un objeto que sirve como punto de referencia visual para los niños, mientras en el segundo experimento no hay tal punto de referencia. A los cuatro años los niños demuestran sensibilidad a la distancia en las configuraciones de línea recta y se desempeñan mejor cuando el lugar en el que debe ser ubicado el objeto corresponde a un punto de referencia visual que cuando no lo es. Los autores sustentan que los niños utilizan el punto de referencia visual como una señal perceptual directa para ubicar el objeto, y que esto interfiere en el uso de las propiedades geométricas. En ausencia de claves perceptuales los niños deben guiarse por las claves geométricas, tal como ocurre en el segundo experimento. Aunque el estudio muestra evidencia confiable sobre el uso de información de distancia en configuraciones lineales, no se encuentra uso de la información de sentido a los cuatro años. La evidencia sobre el uso de información de ángulo en configuraciones triangulares no es concluyente, debido a que la tarea que evalúa la sensibilidad a esta propiedad podría también ser resuelta con información de distancia o sentido.

En la misma línea de investigación, IZARD y Spelke (2009) estudian el desarrollo de la sensibilidad geométrica a las tres propiedades en tareas de detección de una figura diferente dentro de una matriz de seis figuras agrupadas, en función de cada propiedad. Participaron cinco grupos de edad (3-5, 6-8, 9-12, 13-17 años y adultos) y se encontró que los niños de tres a cinco años muestran sensibilidad a las propiedades de longitud y ángulo pero no a la de sentido, la cual desarrollan al parecer hasta la adolescencia.

Teniendo en cuenta los tres estudios antes mencionados, Spelke et ál. (2011) realizan un nuevo experimento para establecer el tipo de información geométrica a la que un grupo de niños de cinco y seis años son sensibles cuando interpretan mapas. Las autoras evalúan la sensibilidad a cada una de las propiedades por separado, usando una tarea de comprensión de mapas puramente geométricos. Según las autoras, un mapa geométrico puro es aquel que brinda información exclusivamente geométrica sobre una sola de las tres propiedades, ya sea

longitud, ángulo o sentido, y no presenta ninguna otra clase de símbolos (dibujos de objetos, colores, etc.) que puedan servir de punto de referencia visual para la ubicación de objetos a quienes interpretan el mapa y que interfirieran en el uso del conocimiento geométrico. Así, esta tarea exige a los niños identificar en cada mapa una sola propiedad euclidiana y usar esta información para ubicar un objeto en el espacio real. Los resultados del estudio evidenciaron la habilidad de los niños de cinco y seis años para usar adecuadamente los mapas, ubicando el objeto en el lugar euclidianamente correcto, con mayor precisión en tareas que requieren la identificación y el uso de las propiedades de longitud, seguidas de las de ángulo. En este estudio los niños tampoco fueron sensibles a la información de sentido.

Retomando la evidencia citada hasta el momento, es importante destacar dos aspectos: (a) el conocimiento geométrico euclidiano. Específicamente la propiedad de longitud, se empieza a desarrollar desde los tres años de edad en situaciones de detección de formas (Izard & Spelke, 2009), y desde los cuatro años en situaciones de uso de mapas con configuraciones lineales (Shusterman et ál., 2008); (b) se ha afirmado que las tres propiedades euclidianas siguen tendencias diferentes de desarrollo, siendo primero desarrollada la sensibilidad a la longitud, luego al ángulo y más tarde al sentido (Dehaene et ál., 2006; Izard & Spelke, 2009; Spelke et ál., 2011). Sin embargo, estos aportes se han hecho desde estudios diferentes, con grupos de edad distintos y en rangos muy amplios, algunos con tareas de detección de formas y otras de mapas, y con niveles disímiles de control experimental. Por lo tanto, es necesaria mayor evidencia sobre la sensibilidad a la longitud y al ángulo desde los cuatro años, en situaciones de uso de mapas, y en configuraciones no sólo lineales. Sobre la propiedad de sentido, varios autores han afirmado que es de desarrollo tardío, pero sólo el estudio de Spelke et ál. (2011) presenta condiciones experimentales para afirmar que a los seis años aún no se ha desarrollado.

Por otro lado, y sin desconocer las habilidades espaciales tempranas de los niños, Alonqueo y Silva (2012) muestran la variabilidad existente en el desarrollo de la cognición espacial y las impli-

caciones de la cultura en dicho desarrollo, a través de un estudio en el que se aplicó una tarea de memoria espacial en la que los niños de dos culturas diferentes (mapuches y chilenos) debían reconstruir una configuración de objetos ordenados de manera lineal, en un espacio, después de girar 180° de la configuración inicial, con el objetivo de establecer diferencia en el uso de marcos de referencia; entendiendo esto como un sistema de representación del espacio en el que se distingue principalmente un marco de referencia relativo o egocéntrico, a partir del cual las representaciones espaciales se basan en las coordenadas corporales del observador (arriba-abajo/delante-detrás/izquierda-derecha) y un marco de referencia absoluto, a partir del cual la representación espacial y la ubicación de los objetos se dan en “función, exclusivamente de puntos fijos referidos a características del entorno ambiental”; encontrando, contrariamente a lo que plantea Piaget, un predominio en el uso de marcos de referencia absolutos (relacionados con representaciones aloécnicas) en niños mapuche y chilenos rurales, e incluso en los niños más pequeños de contextos urbanos, y mayor uso del marco de referencia relativo (relacionado con representaciones egocéntricas) en niños pertenecientes al ámbito urbano, lo cual podría deberse “probablemente a la influencia de la cultura occidental en el proceso de socialización escolar”.

Partiendo del interés por la evolución del conocimiento geométrico en la infancia, el objetivo general del estudio es investigar si los niños logran utilizar mapas geométricos en 2D como representaciones del espacio real en 3D y explorar cuáles son los cambios en la sensibilidad a y el uso de las propiedades geométricas euclidianas –longitud, ángulo y sentido– representadas en estos mapas, entre los cuatro y los ocho años de edad. Para lograr este objetivo se diseñó un experimento en el cual se espera establecer si existen diferencias en la manera como los niños de los tres grupos de edad atienden a las tres propiedades euclidianas y se guían por estas propiedades para ubicar objetos en el espacio, así como establecer diferencias en el interior de las propiedades. Con el fin de evaluar la sensibilidad a y el uso de cada una de las propiedades de manera específica y controlada, este estudio implementa

la tarea de uso de mapas geométricos puros para la ubicación de objetos en el espacio diseñada por Spelke et ál. (2011), con algunas modificaciones que permiten establecer diferencias en el interior de las propiedades euclidianas.

Método

Participantes

En este estudio participaron 64 niños, organizados en tres grupos de edad: veintitrés niños de cuatro años ($M=4.3$ años, Rango=3.8-4.8 años), veinte niños de seis años ($M=6.5$ años, Rango=6.0-6.8 años) y veintiún niños de ocho años ($M=8.5$ años, Rango=8.1-9.0 años). Cada grupo de edad estuvo constituido por un número equivalente de niños y niñas. Todos los niños fueron contactados en un colegio público de Cali (Colombia) y en un jardín infantil, ambos ubicados en una zona de condición socioeconómica media. La participación en la investigación fue voluntaria y con el consentimiento informado de los padres. La población total se distribuyó entre niños mestizos, blancos y afrocolombianos. La tarea fue administrada en un espacio cerrado de las instituciones educativas.

Instrumento

Se utilizó una tarea de ubicación de objetos en espacios cerrados guiada por un mapa geométrico puro que corresponde a una adaptación de la tarea de Spelke et ál. (2011). A los niños se les pidió interpretar un mapa que representaba de forma simbólica en 2D (dos líneas conectadas en forma similar a una L) una estructura presente en el espacio en 3D, y con una estrella ubicada sobre una de las líneas que representaba el lugar donde se debe ubicar un objeto. Enseguida se les pidió que colocaran el objeto en el lugar indicado por la estrella en el mapa. Luego, sin el mapa, se les presentaron dos estructuras, cada una con forma similar a una L, que se diferenciaban entre ellas sólo por una de las tres propiedades euclidianas. Una de las dos estructuras tenía las mismas características, pero a escala, de la que estaba representada en el mapa. Adicionalmente, cada una de estas estructuras presentaba dos posibles lugares

de ubicación del objeto, uno en el vértice y el otro en el extremo de uno de los lados, siendo entonces cuatro los posibles lugares de ubicación, pero sólo uno el correcto. En algunas situaciones, la ubicación del objeto debe llevarse a cabo por el análisis de la longitud, en otras por análisis del ángulo y en otras por análisis de sentido (figura 1).

Resolver la tarea exigía cognitivamente a los niños comprender que el mapa era una representación simbólica del espacio real y que, por lo tanto, lo podían usar como guía para la navegación en él. Elegir la estructura correcta exigía que durante la observación del mapa los niños codificaran las tres propiedades euclidianas presentes en la representación dibujada en 2D, con el fin de detectar frente a las dos estructuras en el espacio real 3D cuál de las tres propiedades era la que las hacía diferentes. Para saber si el objeto se ubicaba en el vértice o en el extremo, los niños debían codificar esta información de tipo topológico en el mapa y luego recordarla en el espacio real. De esta manera, fue posible evaluar la habilidad de *insight* representacional de los niños así como la sensibilidad a cada una de las tres propiedades euclidianas individualmente.

Materiales

Los mapas se presentaron en hojas blancas bond laminadas (21.6 x 28 cm) con la representación de la estructura en 2D en el centro. Las representaciones correspondían a líneas delgadas de color negro y una pequeña estrella de color amarillo. El factor escala de la representación en el mapa fue de 1:10 con respecto a las estructuras reales. Las estructuras en 3D fueron elaboradas en madera, pintadas en color marrón, de 10 cm de ancho x 10 cm de alto y huecas por dentro. En uno de los lados se realizaron dos agujeros, cada uno de 8 cm de diámetro, como los lugares de ubicación. El muñeco a ubicar fue un conejo de peluche (15 x 5 x 5 cm) de material blando.

Diseño

En el estudio se utilizó un diseño experimental con propiedad como variable independiente intrasujeto y edad como variable independiente intersujeto. Se midió el logro en la discriminación de cada

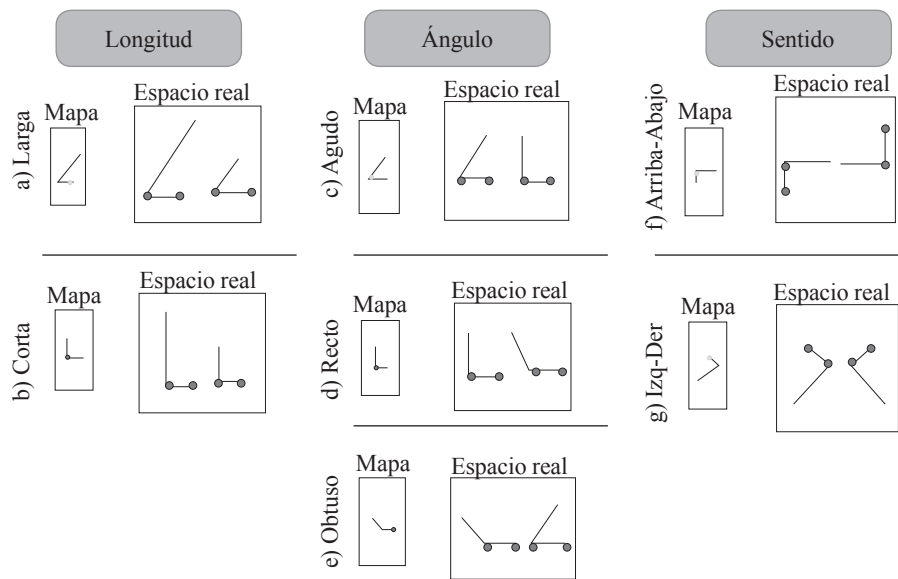


Figura 1. Ejemplos de situaciones de ubicación de objetos con mapas geométricos puros en función de la propiedad que diferencia las estructuras, especificadas horizontalmente, y de las diferencias estudiadas dentro de cada propiedad, especificadas verticalmente. En cada situación, a la izquierda se presenta el mapa mostrado y a la derecha la representación correspondiente a las estructuras dispuestas en el espacio real.

Nota: Las estructuras no están representadas a escala.

propiedad como variable dependiente. En total se implementaron dieciocho situaciones experimentales de la tarea. En seis de estas situaciones las estructuras se diferenciaron sólo por la propiedad de longitud, en otras seis sólo por el ángulo y en otras seis sólo por el sentido. En todas las situaciones, las representaciones en los mapas y las estructuras correspondieron a formas angulares: agudas, obtusas y rectas. A continuación se especifican los tres tipos de situaciones en función de la propiedad que diferencia las estructuras:

Longitud. En cada situación se contrastaron una estructura con un lado más largo que el otro (12 cm en el mapa y 120 cm en el espacio 3D vs. 6 cm en el mapa y 60 cm en el espacio 3D), con otra estructura que tiene dos lados cortos del mismo tamaño (6 cm en el mapa y 60 cm en el espacio 3D). En tres de las seis situaciones de longitud la estructura correcta representada en el mapa fue la estructura larga (12-120 cm x 6-60 cm) y en las otras tres la estructura correcta representada en el mapa fue la estructura corta (6-60 cm x 6-60 cm) (figura 1, *a* y *b*). Esto permitió medir el efecto del tamaño de la longitud

de la estructura sobre el logro en la tarea. Como una forma de evitar la adaptación de los niños a la configuración general, se presentaron dos estructuras en ángulo agudo, dos estructuras en ángulo recto y dos en ángulo obtuso; esta característica no fue utilizada como variable. En todas las tareas las dos estructuras siempre conservaron el mismo ángulo e idéntico sentido.

Ángulo. En cada situación se contrastaron dos estructuras con diferente tipo de ángulo pero con lados de igual longitud (6-60 cm) y con el mismo sentido. De las seis situaciones de ángulo, dos situaciones contrastaron una estructura de ángulo agudo (75°) con una de ángulo recto (90°), otras dos contrastaron una estructura de ángulo obtuso (105°) con una de ángulo recto y las otras dos contrastaron una estructura de ángulo agudo con ángulo obtuso (figura 1, *c*, *d* y *e*).

Sentido. En cada situación se contrastaron dos estructuras con diferente sentido, que lucían como imagen en espejo una con respecto de la otra. De las seis situaciones de sentido, tres se realizaron

en sentido horizontal (izquierda-derecha) y tres en sentido vertical (arriba-abajo) (figura 1, *f* y *g*). Se presentaron dos estructuras con ángulo agudo, dos con ángulo recto y dos con ángulo obtuso, característica que no fue utilizada como variable. En todas las tareas las dos estructuras siempre conservaron igual el ángulo y la longitud; todas las estructuras se componían por un lado de 12-120 cm y otro lado de 6-60 cm.

El lugar de ubicación dentro de la estructura se asignó de forma que nueve de las dieciocho situaciones correspondían al vértice y las nueve restantes al extremo de la línea. Se establecieron cuatro órdenes aleatorios de presentación de las tareas y, a su vez, cada orden fue asignado aleatoriamente a los niños.

Procedimiento

Los niños se enfrentaron a la tarea de manera individual pero bajo la constante observación del experimentador. Primero se llevó a cabo una fase de familiarización en la que se presentaron a cada niño dos situaciones con información de sentido, similares a las que iban a trabajar en las tareas experimentales. Durante la familiarización el niño siempre fue retroalimentado, tanto si respondía correctamente como si lo hacía de manera incorrecta. La retroalimentación consistió en mostrarle simultáneamente el mapa y las estructuras reales, llamando la atención sobre la correspondencia entre mapa y espacio y entre la ubicación de la estrella en el mapa y la del objeto en el espacio.

Después se inició la fase de aplicación en la que se presentaron a cada niño las dieciocho situaciones de prueba sin recibir retroalimentación. El mapa y el objeto se presentaron bajo la siguiente consigna: “Tío Conejo (se muestra el peluche) necesita que tú lo ayudes a encontrar su madriguera.¹ Este dibujo (se muestra el mapa) representa una madriguera y la “estrellita” representa la entrada, pero Tío Conejo no entiende este dibujo, este mapa, así que tú lo vas a ayudar a encontrar su casa de acuerdo a lo que ves aquí (señala el mapa)”. Detrás del niño, en otro espacio, están organizadas dos estructuras similares,

una correspondiente a la representada en los mapas y otra estructura que no lo es. Doce segundos después de la consigna a cada niño se le gira 180°, se le para frente a las estructuras y se le dice: “Mira, acá hay dos madrigueras, aunque son parecidas no son iguales, sólo una es la casa de Tío Conejo, la otra es la casa de otro animal, debes elegir la que es como la que viste en el dibujo; además cada madriguera tiene una entrada y una salida, debes elegir la entrada, recuerda que la estrellita te indicaba la entrada en el dibujo”. Se espera a que el niño elija la estructura indicada y ubique el juguete que recibió en el lugar indicado, de acuerdo a la información percibida y representada del mapa (figura 2).

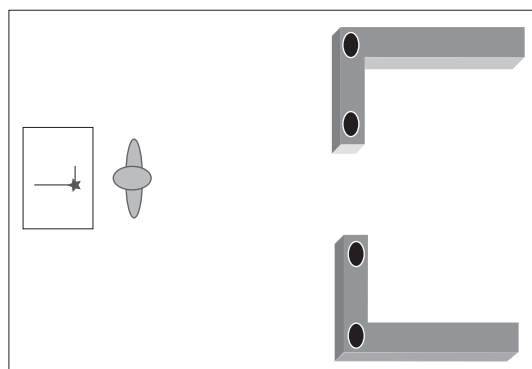


Figura 2. Esquema espacial durante la aplicación de la tarea.

Análisis de datos

Para realizar el análisis de datos se obtuvo un puntaje de acierto en la tarea, calificando cada respuesta o ubicación correcta del niño con 1, mientras las respuestas erradas recibieron 0. De esta manera, el máximo puntaje o mejor desempeño en la totalidad de las tareas es 18 y en el total de tareas para cada propiedad evaluada es 6; el más bajo puntaje en ambos casos es 0. El análisis de datos se realiza sobre los desempeños de los niños en la fase de aplicación. Los desempeños en la fase de familiarización no son analizados.

1 A todos los niños se les pregunta: “¿Sabes qué es una madriguera?”, y se les dice: “Es el nombre de la casa de los conejos”.

Los resultados se obtuvieron a partir de dos categorías de análisis: (a) logro euclidiano y (b) logro euclidiano y topológico. En el análisis del *logro euclidiano* se estableció que una respuesta es acierto o 1 si el niño ubica el objeto en la estructura correcta, logrando discriminar entre las dos estructuras de acuerdo con la información euclidiana extraída del mapa, con independencia de si el niño ubica el objeto en el vértice o en el extremo, y la respuesta es de desacierto si el niño elige la estructura incorrecta, tanto si elige el vértice como si opta por el extremo de esta. Es así como el nivel de azar es del 50%. En el análisis de logro euclidiano y topológico se estableció que una respuesta es acierto o 1 si el niño ubica el objeto en la estructura correcta, y además ubica el objeto en el lugar correcto (vértice o extremo) en esta estructura, logrando discriminar entre las dos estructuras de acuerdo con la información euclidiana del mapa, y entre los dos lugares específicos, de acuerdo con la información topológica, de manera que el nivel de azar es menor, siendo de 25%.

En las dos categorías de análisis se utilizaron estadísticos descriptivos para establecer el porcentaje de éxito general y porcentajes de desempeño de acuerdo con cada propiedad. Además, se caracterizaron los desempeños de los niños en cuatro niveles, en función de la resolución de las seis situaciones correspondientes a cada propiedad: (a) no resolución, que agrupa a los niños que no tuvieron ningún acierto en la tarea; (b) nivel bajo, en el cual están los niños con uno o dos aciertos; (c) nivel medio, en el que se encuentran los niños con tres o cuatro aciertos; y (d) nivel alto, que agrupa a los niños con cinco o seis aciertos. Para el análisis inferencial, en cada categoría se realizó un análisis de varianza (Anova) con el fin de establecer el efecto y la interacción de las variables propiedad y edad. Igualmente, se realizaron un Anova de un factor en el interior de la propiedad de ángulo y dos pruebas t-student en el interior de las propiedades de longitud y sentido, para analizar los efectos en el desempeño de variaciones como discriminación de la longitud corta y larga, discriminación del ángulo agudo, recto y obtuso, y discriminación del sentido arriba-abajo e izquierda-derecha.

Resultados

Logro euclidiano

El análisis de logro euclidiano permite apreciar la habilidad de los niños para atender a la propiedad euclidiana indicada, de manera que los resultados en esta categoría evidencian su conocimiento geométrico espontáneo. Los resultados muestran que todos los participantes alcanzaron en un porcentaje del 66.1% en la totalidad de las situaciones. Sin embargo, se observan diferencias en el porcentaje de logro euclidiano general entre los grupos de edad. El porcentaje de logro del grupo de cuatro años (54.6%) no estuvo considerablemente por encima del porcentaje que muestra respuestas azarosas (50%), mientras que los niños de seis años obtuvieron un 69.2% de acierto y el grupo de ocho años alcanzó un 75.7% de acierto.

Los resultados del análisis del logro euclidiano en función de la propiedad que diferencia las estructuras, muestran que el grupo de cuatro años logró un 52.9% en las situaciones de longitud, un 55.8% en las de ángulo y un 55.1% de acierto en las de sentido. El grupo de seis años alcanzó un 71.7% en las situaciones de longitud, un 63.3% en las de ángulo y un 72.5% en las de sentido. Finalmente, el grupo de ocho años presentó un 69.8, 74.6 y 82.5%, respectivamente, en las situaciones de longitud, ángulo y sentido (figura 3). En todos los tipos de situación en función de la propiedad sólo los grupos de seis y ocho muestran porcentajes superiores al porcentaje que muestra respuestas azarosas.

La caracterización de los desempeños de los niños por niveles de resolución de la tarea en las seis situaciones correspondientes a cada propiedad, en relación con el logro euclidiano, reveló que el porcentaje más alto de niños de cuatro, seis y ocho años se ubica en el nivel medio en las tres propiedades (tabla 1). Un menor porcentaje de niños de seis años se ubica en el nivel alto en las tres propiedades. Igualmente, un menor porcentaje de niños de ocho años se ubica en el nivel alto en las propiedades de ángulo y sentido. Estos resultados también muestran que a diferencia del 5% de los niños de seis años, en las situaciones de sentido no se encontraron niños con ninguna resolución de la tarea.

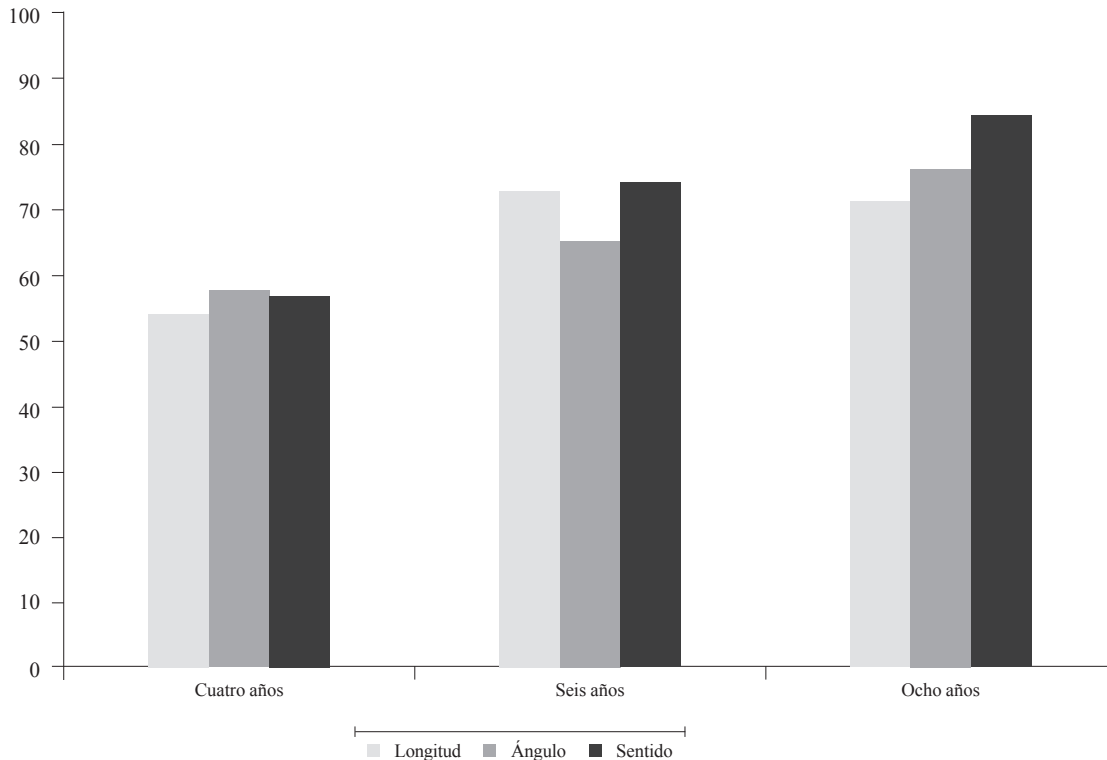


Figura 3. Porcentajes de logro euclidiano por grupo de edad en función de la propiedad.

Tabla 1
Niveles de desempeño en logro euclidiano para cada propiedad (%)

Puntaje	Tipo de situación y grupo de edad								
	Longitud			Ángulo			Sentido		
	4 (N=23)	6 (N=20)	8 (N=21)	4 (N=23)	6 (N=20)	8 (N=21)	4 (N=23)	6 (N=20)	8 (N=21)
No resolución	0	0	0	0	0	0	0	5	0
Bajo (1-2)	17.4	0	19	21.7	15	0	17.4	0	4.8
Medio (3-4)	73.9	65	61.9	60.9	55	61.9	78.3	50	33.3
Alto (5-6)	8.7	35	19	17.4	30	38.1	4.3	45	61.9

El Anova de medidas repetidas 3 (propiedad) x 3 (edad), con propiedad como variable intrasujeto y edad como variable intersujeto para el logro euclidiano, mostró que no hay un efecto significativo del tipo de propiedad ($F(2)=1.755, p>1$) sobre el desempeño en la tarea. Tampoco se encontró una interacción entre la variable propiedad y la variable edad ($F(4)=1.228, p>1$). Por el contrario, se encontró un efecto significativo de la variable edad en

el desempeño en la tarea ($F(2)=15.665, p<.001$). Una prueba post hoc (Bonferroni-correctada) permitió establecer que las diferencias estadísticamente significativas se encuentran entre los niños de cuatro años respecto a los de seis y los de ocho años ($p<.001$), mientras que no hay diferencias entre los de seis años ($p>1$) y los de ocho años ($p>1$). La figura 4 presenta las medias estimadas para cada grupo de edad en función de la propiedad.

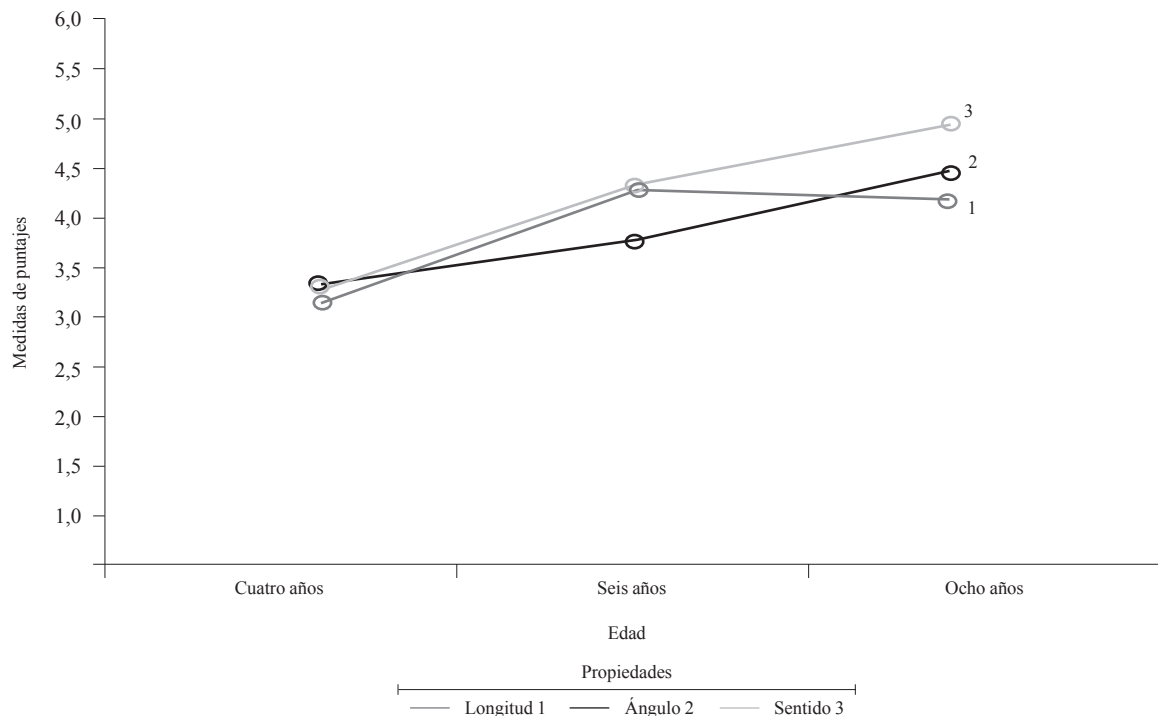


Figura 4. Efecto de la edad en los desempeños para cada una de las propiedades.

Logro euclidiano y topológico

El análisis de logro euclidiano y topológico mostró que todos los niños alcanzaron un 45% de acierto en la totalidad de las tareas. Sin embargo, los resultados no fueron homogéneos entre los grupos. Los niños de cuatro años alcanzaron solo un 34.3% de acierto (nivel de azar: 25) mientras los niños de seis y ocho años se desempeñaron correctamente en un 51.1 y 63%, respectivamente, en toda la tarea. A diferencia de los niños de cuatro años, los de seis y ocho años mostraron un desempeño muy superior al porcentaje que muestra respuestas azarosas.

Los resultados del análisis del logro euclidiano y topológico en función de la propiedad que diferencia las estructuras mostró que el grupo de cuatro años obtuvo un 37, 35.5 y 30.4% de acierto, respectivamente, en las situaciones de longitud, ángulo y sentido. Los niños de seis años presentaron un 51.7% en las situaciones de longitud, 47.5% en las de ángulo y 54.2% en las de sentido. Finalmente, para el grupo de ocho años, el porcentaje de acierto en longitud fue del 59.5%, para ángulo del 61.9% y

para sentido un 67.5% (figura 5). Los grupos de seis y de ocho años evidencian porcentajes superiores al porcentaje que muestra respuestas azarosas.

La caracterización de los desempeños de los grupos de edad por niveles de resolución de la tarea en las seis situaciones correspondientes a cada propiedad, en relación con el logro euclidiano y topológico permite observar que la mayor parte de los niños de cuatro años se desempeñan en un nivel bajo, principalmente en las situaciones de longitud y ángulo, mientras que la mayoría de los niños de seis y ocho años se ubican en un nivel medio, mostrando una tendencia hacia el nivel alto de desempeño en la tarea (tabla 2).

El Anova de medidas repetidas 3 (propiedad) x 3 (edad), con propiedad como variable intrasujeto y edad como variable intersujeto para el logro euclidiano y topológico, mostró que no hay diferencias significativas en el desempeño de los niños en función de la propiedad ($F(2)=0.258, p>1$), y tampoco se encontró una interacción entre propiedad y edad ($F(4)=1.102, p>1$). Por el contrario, la variable edad mostró tener un efecto signifi-

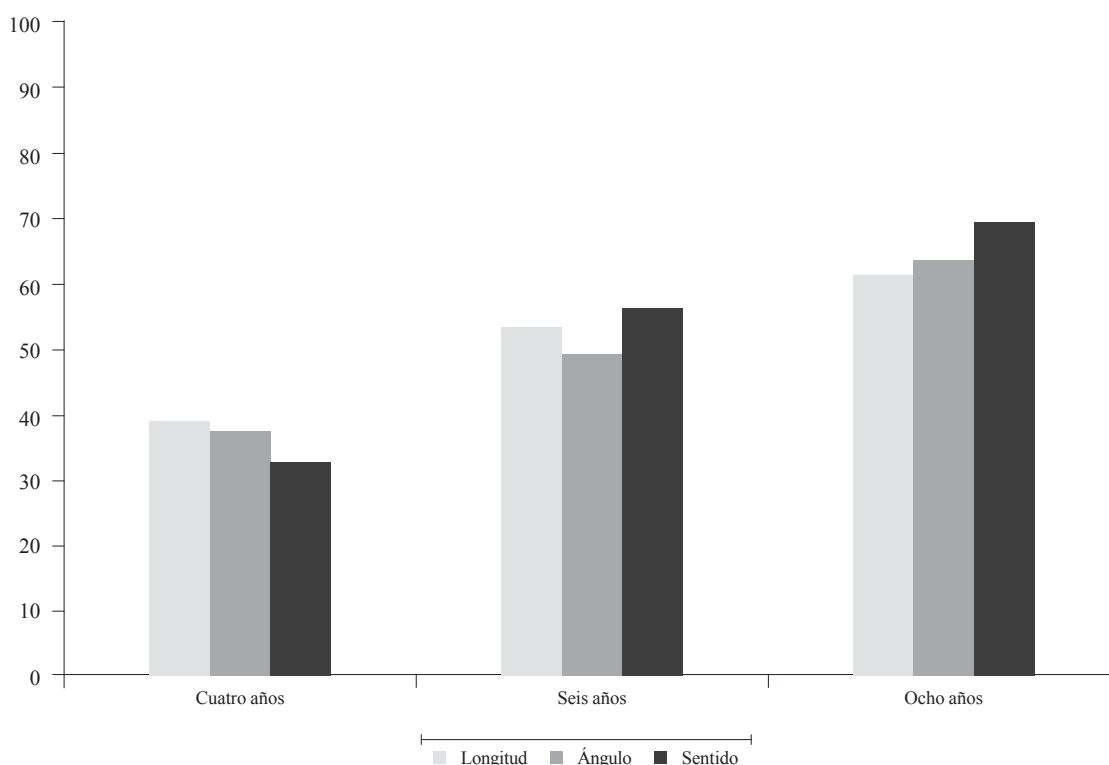


Figura 5. Porcentajes de logro euclidiano y topológico por grupo de edad en función de la propiedad.

Tabla 2

Niveles de desempeño en logro euclidiano y topológico para cada propiedad

Puntaje	Tipo de situación y grupo de edad								
	Longitud			Ángulo			Sentido		
	4 (N=23)	6 (N=20)	8 (N=21)	4 (N=23)	6 (N=20)	8 (N=21)	4 (N=23)	6 (N=20)	8 (N=21)
No resolución	4.3	5	0	8.7	5	0	17.4	5	0
Bajo (1-2)	56.5	30	19	52.2	40	19	47.8	25	9,5
Medio (3- 4)	39.1	50	61.9	39.1	40	52.4	34.8	50	52.4
Alto (5-6)	0	15	19	0	15	28.6	0	20	38.1

tivo en el desempeño en la tarea ($F(2)=16.777$, $p<.001$) (figura 6). Las comparaciones post hoc (Bonferroni-corrected) mostraron diferencias estadísticamente significativas entre los niños de cuatro años y los niños de seis y ocho años ($p<.001$), en tanto que las dos edades mayores resultan de comportamiento similar en la tarea ($p>1$). La figura 6 presenta las medias estimadas para cada grupo de edad en función de la propiedad.

Diferencias en la discriminación de la longitud

Tanto para el análisis de logro euclidiano como para el análisis de logro euclidiano y topológico, se llevó a cabo una t-student en el interior de las situaciones de longitud, con el fin de determinar si existen diferencias en la sensibilidad cuando la longitud representada en el mapa es larga o es corta (tabla 3). Dado que se presentaron tres variaciones de

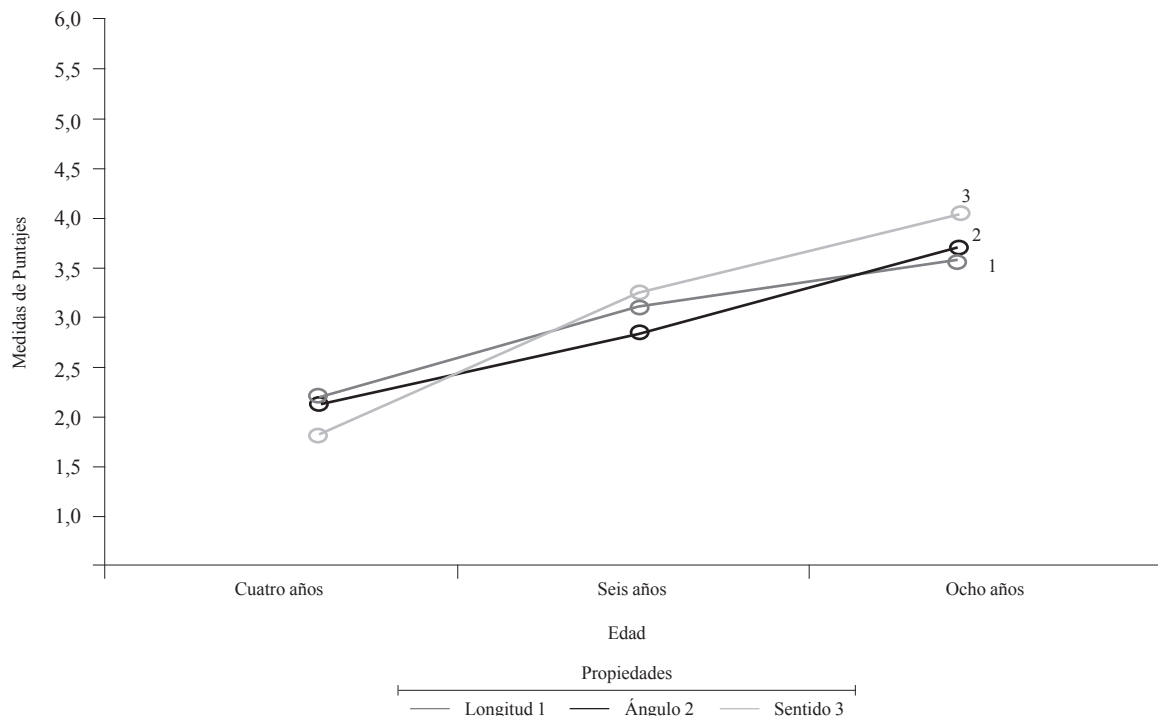


Figura 6. Efecto de la edad en los desempeños para cada una de las propiedades.

cada situación (larga o corta), el puntaje máximo es 3 y el mínimo es 0. De acuerdo con esto, para logro euclidiano, los niños de cuatro años se desempeñaron indistintamente en relación con esta característica ($t(22)=1.141, p>1$), mientras que los niños de seis y ocho años tienen mayor acierto cuando la información representada en el mapa corresponde a la distancia larga ($(t(19)=.916, p=.021)$ y $(t(20)=1.713, p<.001)$, respectivamente).

Tabla 3
Media de acierto en situaciones de longitud larga y longitud corta

Edad	Característica de la propiedad	Logro euclidiano general	Logro euclidiano topológico
4 (N=23)	Longitud corta	1.39	1
	Longitud larga	1.38	1.22
6 (N=20)	Longitud corta	1.9	1.2
	Longitud larga	2.4	1.9
8 (N=21)	Longitud corta	1.48	1.29
	Longitud larga	2.71	2.29

Los resultados de logro euclidiano y topológico muestran, igualmente, que los niños de cuatro años se desempeñaron indistintamente en relación con estas dos características ($t(22)=.794, p>1$), mientras que los niños de seis y ocho años tienen mayor acierto cuando la información representada en el mapa corresponde a la distancia larga ($(t(19)=2.896, p=.009)$ y $(t(20)=3.873, p=.001)$).

Diferencias en la discriminación de ángulo

Tanto para logro euclidiano como para logro euclidiano y topológico se realizó un Anova para determinar si existen diferencias en los desempeños de acuerdo a cada tipo de ángulo (tabla 4). Dado que se presentaron dos situaciones de ángulo agudo, dos para recto y dos para obtuso, el máximo puntaje posible es 2 y el menor es 0. Para el logro euclidiano se obtuvo que se presentan diferencias en el desempeño de los tres grupos de edad en los ángulos rectos ($F(2)=5.160, p=.009$) y obtusos ($F(2)=3.771, p=.029$), mientras que en los ángulos agudos no se encuentran diferencias entre los grupos de edad ($F(2)=0.222, p>1$). La prueba

Bonferroni corregida revela que tanto en el ángulo recto como en el obtuso el desempeño de los niños de cuatro años es diferente al desempeño de los niños de ocho años ($p < 0.1$), mientras que los niños de seis años presentan un desempeño intermedio similar al grupo menor y al grupo mayor ($p > 1$).

Tabla 4

Media de acierto en situaciones de ángulo agudo, ángulo recto y ángulo obtuso

Edad	Tipo de ángulo	Logro euclidiano general	Logro euclidiano topológico
4 ($N=23$)	Agudo	1.17	0.57
	Recto	1.00	0.70
	Obtuso	1.17	1.04
6 ($N=20$)	Agudo	1.30	1.00
	Recto	1.30	1.00
	Obtuso	1.20	0.80
8 ($N=21$)	Agudo	1.19	1.00
	Recto	1.67	1.50
	Obtuso	1.62	1.25

En cuanto al logro euclidiano y topológico, se obtuvo que en los ángulos agudo y obtuso no hay diferencias en el desempeño de los tres grupos de edad ($F(2)=3.239$, $p=.1$ y $F(2)=.944$, $p>.1$) respectivamente; mientras que en el ángulo recto sí es afectado por la edad ($F(2)=8.286$, $p=.001$). La prueba Bonferroni corregida revela que en el ángulo recto el desempeño de los niños de cuatro y seis años es similar ($p>1$), a la vez que cada uno es diferente al desempeño de los niños de ocho años ($p<.001$).

Diferencias en la discriminación de sentido

En cuanto a la propiedad de sentido, también se realizó una t-student tanto para el análisis de logro euclidiano como para el análisis de logro euclidiano y topológico (tabla 5), con el fin de explorar si existen diferencias en la identificación de las relaciones arriba-abajo y derecha-izquierda en la discriminación de sentido. Para esto se analizaron las tres variaciones que había de cada situación, siendo

entonces el máximo puntaje 3 y el mínimo 0. Para el logro euclidiano se obtuvo que en ninguno de los grupos de edad el desempeño es afectado por esta característica (a los cuatro años $t(22)=1.030$, $p<.001$; a los seis años $t(19)=1.505$, $p>1$; y a los ocho años $t(20)=1.000$, $p>1$).

Tabla 5

Media de acierto en situaciones de sentido arriba-abajo y sentido derecha-izquierda

Edad	Tipo de orientación	Logro euclidiano general	Logro euclidiano topológico
4 ($N=23$)	Izquierda - derecha	1.52	0.52
	Arriba - abajo	1.78	1.30
6 ($N=20$)	Izquierda - derecha	2.00	1.60
	Arriba - abajo	2.35	1.65
8 ($N=21$)	Izquierda - derecha	2.43	2.05
	Arriba - abajo	2.52	2.00

Por el contrario, en el logro euclidiano y topológico se obtuvo que a los cuatro años el desempeño de los niños sí depende del tipo de relación arriba-abajo o izquierda-derecha ($t(22)=4.159$, $p<.001$), presentando mayor acierto cuando la discriminación requerida es de tipo arriba-abajo. El desempeño de los niños de seis y ocho años no es afectado por esta característica ($t(19)=.188$, $p>1$) y ($t(20)=.252$, $p>1$)).

Discusión

El objetivo de este estudio es establecer la habilidad de los niños de cuatro a ocho años de edad para usar un mapa geométrico como una representación del espacio real, y explorar los cambios que se dan en la sensibilidad a las propiedades geométricas euclidianas –longitud, ángulo y sentido– a lo largo del desarrollo. Los resultados generales muestran que a los cuatro años los niños logran establecer una correspondencia simbólica entre el mapa y el espacio real que éste representa, como había sido planteado previamente por DeLoache (1987, 2004). Todos los niños del estudio comprendieron la consigna y usaron la representación en 2D del

mapa como una herramienta visual para ubicar el objeto en una de dos estructuras localizadas en un espacio diferente en 3D.

Los resultados muestran igualmente que en ausencia de puntos de referencia perceptuales, la mayoría de los niños del estudio atienden a la información puramente geométrica representada en el mapa y logran usarla en espacios reales para determinar una localización específica, como se ha encontrado en estudios recientes (Dehaene, et ál., 2006; Izard & Spelke, 2009; Spelke et ál., 2011; Uttal, 1994, 1996, 2000). El porcentaje de acierto general, tanto para logro euclidiano (66.1%) como para logro euclidiano y topológico (45.5%), considerando el nivel de respuestas azarosas de 50 y de 25%, respectivamente, es un indicador de la sensibilidad infantil a las propiedades euclidianas de longitud, ángulo y sentido. Tales hallazgos permiten discutir, como lo han hecho los estudios citados, la propuesta de Piaget e Inhelder (1964), evidenciando que desde una edad mucho más temprana que los once años, los niños logran construir representaciones aloécnicas en el espacio.

A pesar de estos resultados generales, dos resultados específicos evidencian diferencias en la sensibilidad a las propiedades euclidianas entre los grupos de edad. En primer lugar, se encuentra que la edad constituye un factor predominante en la evolución del conocimiento geométrico infantil; la sensibilidad a cada una de las propiedades euclidianas sigue una trayectoria de desarrollo gradual que se incrementa progresivamente entre los cuatro y los ocho años. Tanto el análisis de logro euclidiano como el análisis de logro euclidiano y topológico muestran que a los cuatro años el comportamiento de los niños en la resolución de la tarea tiende a ser cercano al nivel de respuestas azarosas (54.6% para el primero y 34.3% para el segundo, en relación con el 50% y el 25% de azar, respectivamente). Al parecer, este grupo de niños no utiliza la información euclidiana codificada en los mapas para inferir la estructura correcta o el lugar correcto en la estructura correcta.

En cuanto a los otros grupos de edad, en las tres propiedades euclidianas los resultados muestran diferencias estadísticamente significativas entre los niños de cuatro años y los niños de seis y ocho

años, pero no muestra diferencias estadísticamente significativas entre los dos últimos grupos. Esto podría indicar que entre los cuatro y los seis años se presenta un cambio importante en la manera como los niños interpretan mapas geométricos puros para navegar en el espacio. Los niños de seis años logran inferir la información geométrica euclidiana del espacio real en tres dimensiones, a partir de las claves geométricas extraídas del mapa en dos dimensiones. Aunque esta sensibilidad se sigue perfeccionando entre los seis y los ocho años, no sufre nuevos cambios relevantes.

En segundo lugar, ni en logro euclidiano ni en logro euclidiano y topológico se encuentran variaciones relevantes entre el desempeño en las tres propiedades. Se observan algunas diferencias en el acierto referido a cada propiedad en ambas categorías de análisis; específicamente, los niños de seis años tienen desempeños más altos en longitud y en sentido que en ángulo y los de ocho años tienen desempeños más altos en sentido, seguido de ángulo y luego de longitud. Sin embargo, estas diferencias no llegan a ser estadísticamente significativas, lo cual indica que las tres propiedades siguen trayectorias de desarrollo similares.

Los dos resultados anteriores permiten establecer distinciones con aquellos encontrados en investigaciones previas. Particularmente, Huttenlocker et ál. (1999) y Shustermann et ál. (2008) mostraron que niños de cuatro años presentan una sensibilidad a la longitud; sin embargo, la tarea que usaron fue menos compleja de dos maneras. Primero, para recordar la ubicación del objeto al leer el mapa, los niños debían enfocar su atención en una sola propiedad (longitud) y después usar esta información para inferir el mismo lugar en una única configuración de objetos en el espacio real en ausencia del mapa. Por el contrario, en la tarea de este estudio cuando el niño lee el mapa debe enfocar su atención en las tres propiedades, para luego inferir cuál de éstas es la que diferencia las dos estructuras en el espacio real y así determinar el lugar exacto en ausencia del mapa; segundo, en los dos estudios mencionados la configuración de objetos fue una línea recta, mientras que en la tarea de este estudio se utilizó una estructura en L, aumentando la demanda cognitiva sobre la información angular.

Sin embargo, los resultados obtenidos sobre las trayectorias de desarrollo en las tres propiedades son consistentes con otros estudios. En cuanto a la propiedad de longitud, Nardini, Burges, Breckenridge y Atkinson (2006) encontraron que los niños de cuatro años presentaron desempeños muy bajos, cercanos al nivel de azar, en una tarea que exigía construir representaciones alocéntricas y usar esta información para inferir la ubicación de uno de los objetos. Por el contrario, los niños de cinco años fueron exitosos en la tarea. Los niños de seis años presentaron desempeños aún más altos, pero no se diferenciaron significativamente de los de cinco años. Otros estudios con uso de mapas, igualmente encontraron que los niños de cinco y seis años son sensibles a la propiedad de longitud (Dehaene, 2006; Spelke et ál., 2011; Utal, 1996; Vasilyeva & Huttenlocher, 2004).

El análisis en el interior de los datos de la tarea de longitud mostró que la habilidad de discriminar esta propiedad varía en función de la igualdad o desigualdad en el tamaño de los lados de las estructuras. Al tener dos estructuras similares para comparar en el espacio real, los resultados muestran mayor porcentaje de éxito cuando la estructura que se debía identificar correspondía a la formada por un lado más largo que el otro (12 cm en el mapa y 120 cm en la estructura vs. 6 cm en el mapa y 60 cm en la estructura) que cuando tenía los dos lados iguales (6 cm en el mapa y 60 cm en la estructura cada lado), siendo las diferencias estadísticamente significativas en los tres grupos de edad. Para todos los niños resultó más difícil establecer la igualdad de los lados que la evidente diferencia de longitud. Newcombe, Huttenlocher y Learmonth (1999) reportaron que desde los cinco meses los bebés logran identificar y codificar diferenciadamente una distancia amplia (30 cm) y una más fina (20 cm), de manera que en el presente estudio se esperaba no encontrar diferencias al discriminar la longitud corta o larga. Sin embargo, la tarea del presente estudio exige a los niños codificar y relacionar en el mapa dos longitudes, usando el criterio de igualdad o desigualdad, y establecer cuál de las dos estructuras cumple con este criterio.

En cuanto a la sensibilidad a la propiedad de ángulo, la literatura previa había identificado que ésta

parecía desarrollarse después de la sensibilidad a la propiedad de longitud (Shusterman et ál., 2008). Sin embargo, los resultados de esta investigación muestran que la trayectoria de la sensibilidad al ángulo es similar a la de la longitud. Es importante resaltar que la tarea de Shusterman et ál. (2008), que pretendían medir la sensibilidad al ángulo, podía ser resuelta igualmente por información de longitud. En esta medida, los resultados no fueron concluyentes (Spelke et ál., 2011). Además, la tarea utilizó una configuración de objetos separados representados en el mapa con círculos separados, mientras que la tarea del presente estudio utiliza dos estructuras en 3D con dos partes conectadas, cada una de ellas representada en el mapa en forma de L (Spelke et ál., 2011), lo que disminuye la demanda cognitiva dado que ahorra la conexión mental de los elementos para integrarlos como una figura única.

Los resultados referidos a ángulo son consistentes con el estudio de Spelke et ál. (2011) quienes encontraron sensibilidad a esta propiedad en niños de cinco y seis años, y además encontraron una correlación positiva entre la sensibilidad al ángulo y la sensibilidad a la longitud. Spelke et ál. (2011) no midieron el desempeño de niños de cuatro y de ocho años, de tal manera que los hallazgos sobre el cambio significativo entre los cuatro y los seis años y la similitud en el desempeño entre los niños de seis y ocho años constituye un aporte valioso de este estudio a la investigación en desarrollo de conocimiento euclidiano.

El análisis del desempeño en función del tipo de ángulo –agudo, recto u obtuso– muestra que la sensibilidad al ángulo agudo no varía significativamente entre los tres grupos de edad. La detección de este tipo de información geométrica resulta igualmente difícil para todos los grupos de edad. Sin embargo, la sensibilidad al ángulo recto y al ángulo obtuso varía en función de la edad, siendo los niños de cuatro años menos sensibles a los dos tipos de ángulo; se presenta un incremento en esta sensibilidad a los seis años, y se evidencian diferencias estadísticamente significativas entre los niños de cuatro y los de ocho años, quienes mostraron un desempeño alto en ambos tipos de ángulo. Los resultados sugieren que entre menor es el ángulo más difícil puede ser su discriminación.

En cuanto a la propiedad de sentido, la literatura previa ha reportado poca sensibilidad a ésta en niños de cuatro, cinco y seis años (Shusterman et ál., 2008; Spelke & Izard, 2009; Spelke et ál., 2011; Vasilyeva & Bowers, 2006) y un mayor desarrollo hacia los ocho años. Según Spelke et ál. (2009), la diferencia en la edad puede deberse a que inicialmente existen dos sistemas innatos de conocimiento geométrico básico, uno para usar en formas de 2D y otro para navegar en espacios 3D. Después, con la integración de ambos sistemas se consolidaría un sistema general; por lo tanto, los niños no identificarían el sentido en espacios 3D hasta no haber desarrollado el sistema general más abstracto. No obstante, este modelo no ofrece explicaciones sobre el proceso de integración de los dos sistemas básicos.

Los resultados de este estudio muestran que, evidentemente, los niños de cuatro años no son sensibles a las relaciones de sentido. Sin embargo, se encontró que desde los seis años los niños evidencian la habilidad para usar este tipo de información, la cual es mucho mejor a los ocho años. Una explicación es que los estudios antes citados evaluaban el reconocimiento de figuras (2D) o configuraciones (3D) en espejo con un eje vertical, obteniendo únicamente la evaluación de la relación de sentido izquierda-derecha. Contrariamente a esto, el presente estudio evaluó tanto el sentido izquierda-derecha, como el sentido arriba-abajo, resultado de una forma en espejo con un eje horizontal. Los resultados en el interior de la propiedad de sentido muestran que la sensibilidad a ambos tipos de sentido se construye a diferentes edades. Así, los niños de cuatro años presentan mayor desempeño cuando la tarea exige establecer la relación arriba-abajo que cuando exige establecer la relación izquierda-derecha, mientras que ya a los seis y ocho años no se encontraron diferencias estadísticas en los desempeños de los niños ante los dos tipos de sentido.

Resultados similares han sido reportados por Gregory, Landau y McCloskey (2011), quienes encontraron que los niños de cuatro y cinco años cometen más errores en imágenes en espejo a partir de un eje vertical extrínseco y a partir de un eje vertical del objeto (eje principal), lo que para ellos

se sustenta en que el mundo ofrece características fácilmente distinguibles para asignar valores a los ejes verticales; así, arriba cielo, abajo tierra, por ejemplo, mientras que no se puede asignar valores cualitativos al eje horizontal, haciendo más difícil para los niños distinguir entre izquierda y derecha.

Es importante resaltar que los porcentajes de logro respecto a cada propiedad obtenidos en la presente investigación, son un poco más altos que los presentados en investigaciones previas (Shusterman et ál., 2008; Spelke & Izard, 2009), especialmente en el estudio de Spelke et ál. (2011), del cual se derivó el presente trabajo. Esto puede ser sustentado en los distintos tipos de retroalimentación que recibieron los niños en cada caso. Así, en el estudio original durante los ensayos los niños simplemente fueron corregidos en caso de equivocación, mientras que en la presente investigación la retroalimentación durante la fase de familiarización consistió en un proceso que podría ser considerado de entrenamiento, en el que se le mostraba al niño a qué debía atender y se le daba una idea de qué relaciones debía establecer y tener en cuenta para desarrollar la tarea.

Al comparar los porcentajes de éxito correspondientes al logro euclidiano y al logro euclidiano y topológico, se encuentra que los porcentajes obtenidos en el análisis de la primera categoría son mayores en las tres propiedades que los porcentajes de la segunda categoría. Esta diferencia se da de forma equivalente para cada propiedad dentro de cada grupo de edad. Es posible considerar que tal disminución se debe a la mayor demanda cognitiva que implica el hecho de identificar y usar, dentro del mismo espacio y simultáneamente, la información euclidiana como la información topológica. Además de las implicaciones evidentes en la carga de memoria, siendo dos aspectos por recordar, la tarea requiere que los niños reconozcan que ambas nociones son necesarias para lograr el éxito, y elegir entre cuatro opciones posibles (logro euclidiano y topológico) frente a las dos opciones consideradas en el logro euclidiano.

No obstante, el progreso del conocimiento sobre las tres propiedades se mantiene igual al comparar los tres grupos en las dos categorías de análisis; de manera que los niños mejoran sus desempeños

a medida que avanzan en edad. El Anova para los dos tipos de logro comprobó esto, siendo la variable propiedad no significativa, mientras que la variable edad sí lo fue. Estos resultados favorecen la hipótesis relacionada con la edad, en la que se esperaba que esta variable fuera significativa, y encontrar que la sensibilidad a las tres propiedades geométricas euclidianas se hace cada vez más notable y se consolida en el transcurso del desarrollo influenciado, entre otros aspectos, por los aprendizajes culturales (Dehaene et ál., 2006). Sin embargo, es prudente destacar que aún a los ocho años (mayor edad en el presente estudio) no se ha concluido el desarrollo del conocimiento geométrico euclidiano, siendo posible mayor estabilidad en los desempeños acertados.

Finalmente, es importante destacar la necesidad de continuar la investigación en esta temática, dada la funcionalidad de la geometría euclidiana para interpretar y modelizar el espacio físico. Por otro lado, es importante señalar que este estudio mostró un posible período crítico de desarrollo del conocimiento geométrico euclidiano entre los cuatro y cinco o seis años; sin embargo, esta investigación no evaluó niños de cinco años. Es necesario llevar a cabo más investigaciones centradas en el período crítico de desarrollo, preferiblemente con estudios de naturaleza menos trasversal y más microgenética, que permita describir de manera más fina la manera como ocurre el cambio entre estas edades (Siegler, 2006). Estas investigaciones deberían tener en cuenta las diferencias en el tipo de longitud (igualdad o desigualdad), en el tipo de ángulo (agudo, obtuso o recto) y en el tipo de sentido (arriba-abajo, izquierda-derecha).

Implicaciones para la educación

Se ha propuesto que el uso de mapas geométricos que exijan a los niños la representación de propiedades geométricas euclidianas en preescolar y en educación básica primaria promueve el desarrollo temprano del pensamiento simbólico (DeLoache, 2004; Shusterman et ál., 2008) y de la cognición espacial requeridos para el aprendizaje de las ciencias, la tecnología, la ingeniería y las matemáticas (Newcombe, 2010). En matemáticas, el uso de ma-

pas facilita el desarrollo del pensamiento geométrico y el uso de medidas, así como la futura comprensión de conceptos matemáticos en el dominio de las fracciones y el razonamiento proporcional (Frick & Newcombe, 2012).

El presente estudio y las evidencias referenciadas hacen posible una nueva mirada a la forma en la que los niños representan el espacio; asimismo, proporcionan herramientas teórico-prácticas que pueden llegar a modificar significativamente la forma de impartir los procesos de aprendizaje de la geometría y promover el desarrollo del pensamiento espacial desde una edad muy temprana. En este caso, y teniendo en cuenta las diferencias culturales en el desarrollo del conocimiento espacial mostradas por Alonqueo et ál. (2012) en el uso de marcos de referencia, y a partir de las cuales consideran que “las personas conceptualizan el espacio de acuerdo con el marco de referencia predominante en la cultura y la lengua que le son propias”, el uso de mapas podría constituirse como un artefacto cultural que guíe las prácticas educativas en el aula para movilizar, intervenir y potenciar el desarrollo del pensamiento espacial, el uso de información geométrica, al tiempo que se posibilita el desarrollo de habilidades visuales, verbales, de dibujo y lógicas.

Referencias

- Alonqueo, B. P. & Silva, C. E. (2012). Diferencias culturales en el uso de marcos de referencia espacial: el caso de los niños mapuche. *Universitas Psychologica*, 11 (3), 839-852.
- Dehaene, S., Izard, V., Pica, P. & Spelke, E. (2006). Core knowledge of geometry in an amazonian indigene group. *Science*, 311 (5759), 381-384.
- DeLoache, J. (1987). Rapid change in the symbolic functioning of very young children. *Science*, 238, 1556-1557.
- DeLoache, J. (2004). Becoming symbol-minded. *Trends in Cognitive Sciences*, 8, 66-70.
- Frick, A. & Newcombe, N. (2012). Getting the big picture: Development of spatial scaling abilities. *Cognitive Development*, 27, 270-282.
- Gregory, E., Landau, B. & McClosky, M. (2011). Representation of object orientation in children:

- Evidence from mirror-image confusions. *Visual Cognition*, 19 (8), 1035-1062.
- Huttenlocher, J., Newcombe, N. & Vasilyeva, M. (1999). Spatial scaling in young children. *Psychological Science*, 10 (5), 393-398.
- Izard, V. & Spelke, E. (2009). Development of sensitivity to geometry in visual forms. *Human Evolution*, 23 (3), 213-248.
- Liben, L. & Yekel, C. (1996). Preschoolers' understanding of plan and oblique maps: The role of geometric and representational correspondence. *Child Development*, 67 (6), 2780-2796.
- Nardini, M., Burgess, N., Breckenridge, K. & Atkinson, J. (2006). Differential developmental trajectories for egocentric, environmental and intrinsic frames of reference in spatial memory. *Cognition*, 101, 153-172.
- Newcombe, N. (2010). Picture this: Increasing math and science learning by improving spatial thinking. *American Educator; Summer*, 29-43.
- Newcombe, N., Huttenlocher, J. & Learmonth, A. (1999). Infants' coding of location in continuous space. *Infant Behavior and Development*, 22, 483-510.
- Piaget, J & Inhelder, B. (1967). The child's conception of space. (F. J. Langdon & J. L. Lunzer, Trans.). New York: Norton.
- Shusterman, A., Lee, V. & Spelke, E. (2008). Young children's spontaneous use of geometry in maps. *Developmental Science*, 11, F1-F7.
- Siegler, R. (2006). Microgenetic analyses of learning. En W. Damon & R. M. Lerner (Series Eds.) & D. Kuhn & R. Siegler (Volume Eds.), *Handbook of child psychology* (Vol. 2: Cognition, Perception, and Language, 6^a ed., pp. 464-510). Hoboken, NJ: Wiley.
- Slater, A., Mattock, A., Brown, E. & Bremner, J. G. (1991). Form perception at birth: Cohen and younger (1984) revisited. *Journal of Experimental Child Psychology*, 51, 395-406.
- Spelke, E., Lee, A. & Izard, V. (2010). Beyond core knowledge: Natural geometry. *Cognitive Science*, 34, 1-22.
- Spelke, E., Gilmore, C. & McCarthy, S. (2011). Kindergarten children's sensitivity to geometry in maps. *Developmental Science*, 14 (4), 809-821.
- Uttal, D. (1994). Preschooler's and adults' scale translation and reconstruction of spatial information acquired from maps. *British Journal of Developmental Psychology*, 12, 259-275.
- Uttal, D. (1996). Angles and distances: Children's and adult's reconstruction and scaling of spatial configurations. *Child Development*, 67, 2763-2779.
- Uttal, D. (2000). Seeing the big picture: map use and the development of spatial cognition. *Development Science*, 3, 247-286.
- Vasilyeva, M. & Bowers, E. (2006). Children's use of geometry information in mapping task. *Journal of Experimental Child Psychology*, 95, 255-277.
- Vasilyeva, M. & Huttenlocher, J. (2004). Early development of scaling ability. *Developmental Psychology*, 40 (5), 682-690.

Fecha de recepción: 30 de julio de 2012
Fecha de aceptación: 21 de mayo de 2013