

Comprensión del valor de posición en estudiantes de primer grado: equivalencia numérica y composición aditiva como facilitadores en la escritura de numerales

Understanding Place Value: Numerical Equivalence and Additive Composition as Predictors for Writing Numerals

Compreendendo o valor posicional: equivalência numérica e composição aditiva como facilitadores na escrita de numerais

Diego Alonso Medina Rodríguez

Universidad del Valle

Doi: <https://doi.org/10.12804/revistas.urosario.edu.co/apl/a.9882>

Resumen

El valor de posición es una propiedad básica de los formatos de representación del Sistema de Numeración en Base Diez (SNBD), y su comprensión facilita el desempeño matemático de los estudiantes en diferentes grados escolares. Algunas investigaciones sugieren que nociones como la composición aditiva y la equivalencia numérica participan en la emergencia de la comprensión de este principio, sin embargo, pocos estudios han intentado analizar la relación entre estas nociones o se han interesado en indagar —desde una perspectiva de la transcodificación numérica—, cómo estas afectan la producción de numerales arábigos durante los procesos iniciales del aprendizaje escolar. En tal sentido,

esta investigación propone indagar si algunas de las invariantes del SNBD —composición aditiva y equivalencia numérica— facilitan la comprensión del valor de posición y la escritura numérica en estudiantes de primer grado de primaria. Participaron 96 estudiantes adscritos a escuelas públicas de Cali, Colombia, en un estudio cuasi-experimental pre-posprueba con grupo control, que involucra la aplicación de un proceso de intervención diferente para cada grupo experimental: (a) composición aditiva y (b) equivalencia numérica. Los resultados plantean que los dos tratamientos aplicados facilitan la comprensión del valor de posición y generan efectos diferentes en la comprensión y producción de numerales arábigos. Además, los análisis

Diego Alonso Medina Rodríguez ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-7283-3680>

Este documento es producto de la investigación “Efecto de la comprensión del valor de posición en la escritura de numerales arábigos en niños de 1° grado”, avalado por la Universidad del Valle (C.I. 5209) y financiado por el Fondo de Becas Glen Nimnicht para la primera infancia (Convenio 080-2009).

Dirigir correspondencia a Diego Alonso Medina Rodríguez, Instituto de Psicología, Universidad del Valle, Cali. Correo electrónico: diego.medina@correounivalle.edu.co

Para citar este artículo: Medina-Rodríguez, D. A. (2023). Comprensión del valor de posición: equivalencia numérica y composición aditiva como facilitadores en la escritura de numerales. *Avances en Psicología Latinoamericana*, 41(2), 1-23. <https://doi.org/10.12804/revistas.urosario.edu.co/apl/a.9882>

develan cambios significativos entre aplicaciones para los grupos experimentales, pero no para el grupo control, lo cual sugiere que la composición aditiva y la equivalencia numérica son predictores en la escritura correcta de numerales.

Palabras clave: valor de posición; notación numérica; equivalencia numérica; composición aditiva; comprensión numérica; transcodificación numérica.

Abstract

The place value is a fundamental property of the base-10 system representation formats, and its understanding facilitates the mathematical performance of children in different school grades. Some research suggests that notions such as additive composition and numerical equivalence participate in the emergence of the understanding of this principle. However, few studies have attempted to analyze the relationship between these notions or have been interested in investigating—from a transcoding perspective numerical—how these affect the production of Arabic numerals during the initial processes of school learning. This research explores how some invariants of the base-10 system: Additive Composition and Numerical Equivalence, facilitate the place value mastery and the numerical writing of children. First-grade students ($n=96$) linked to public schools in the city of Cali, Colombia, in a quasi-experimental experimental study with a control group, which involves the application of different intervention processes to each experimental group: (a) numerical equivalence and (b) additive composition. The results suggest that both treatments facilitate the place value understanding and generate different effects on comprehending and producing Arabic numerals. In addition, analyses reveal significant changes between applications for the experimental groups but not for the group control, which specifically evidences both the additive composition and the numerical equivalence are predictors in correct number writing.

Keywords: Place value; number notation; numerical equivalence; additive composition; number sense; number transcoding.

Resumo

O valor posicional é uma propriedade básica dos formatos de representação do Sistema de Numeração Base Dez (SNBD), e sua compreensão facilita o desempenho matemático de alunos de diferentes séries escolares. Algumas pesquisas sugerem que noções como composição aditiva e equivalência numérica participam do surgimento da compreensão desse princípio, porém, poucos estudos têm tentado analisar a relação entre essas noções ou se interessado em investigar— a partir de uma perspectiva de transcodificação numérica— como essas afetam a produção de algarismos arábicos durante os processos iniciais de aprendizagem escolar. Esta investigação se propõe a investigar se alguns dos invariantes do SNBD; a composição aditiva e a equivalência numérica facilitam a compreensão do valor posicional e da escrita numérica em alunos da primeira série. Participaram do experimento 96 alunos da primeira série de escolas públicas de Cali, Colômbia; num estudo quase experimental pré/pós-teste com um grupo controle, que envolve a aplicação de um processo de intervenção diferente a cada grupo experimental; (a) composição aditiva e (b) equivalência numérica. Os resultados sugerem que os dois tratamentos aplicados facilitam a compreensão do valor posicional e geram efeitos diferentes na compreensão e produção dos algarismos arábicos. Além disso, as análises revelam mudanças significativas entre as aplicações para os grupos experimentais, mas não para o grupo controle, o que sugere que a composição aditiva e a equivalência numérica são preditores na escrita correta dos numerais.

Palavras-chave: valor posicional; notação numérica; equivalência numérica; composição aditiva; compreensão numérica; transcodificação numérica.

El Sistema de Numeración en Base Diez (SNBD) “está constituido por un conjunto de números, una colección de símbolos y signos básicos y unas reglas que permiten expresar o representar los números [...] naturales” (Bedoya & Orozco, 1991, p. 56). Por ejemplo, el SNBD posee 10 dígitos — símbolos— que mediante su combinación permiten

expresar cualquier número posible —concepto abstracto— con un numeral arábigo: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9. El SNBD se encuentra organizado en períodos u órdenes que son en sí, clases conceptuales diferentes. Cada orden numérico agrupa unidades de una misma clase entre dos períodos consecutivos, y a su vez, contiene a los órdenes y unidades de órdenes precedentes (ej., las unidades de primer orden con valor de “1”, están contenidas por las de segundo orden con valor de “10” y estas a su vez, están contenidas por las de tercer orden con valor de “100”, y así sucesivamente). Además, cada orden numérico está asociado con una posición específica, y su magnitud, así como el valor del tipo de unidades que agrupa, aumentan secuencialmente de derecha a izquierda en grupos de diez.

De igual manera, el SNBD tiene algunas invariantes —propiedades y relaciones— que determinan su funcionamiento, tales como la composición aditiva y multiplicativa, la equivalencia numérica, el diez como base organizadora, la regla del valor de posición, etc. La composición aditiva corresponde a una característica relacionada con la propiedad de los números naturales de poder ser expresados mediante composiciones y descomposiciones numéricas múltiples (Bedoya, 2013); y la equivalencia numérica puede ser entendida como un principio que expresa una relación de igualdad, utilizada para representar un número de diferentes formas, por ejemplo, a partir de la conformación de colecciones que están integradas por unidades de distinto valor cada una, pero que, al compararlas, responden a un valor total idéntico (ej., 100 unidades que valen 1 es lo mismo que 10 unidades que valen 10).

Por otra parte, el SNBD posee diferentes formatos o sistemas de representación numérica que pueden ser utilizados para expresar números (Hederich et al., 2016, Muñoz et al., 2015), tales como el formato arábigo (ej., “345”) y el formato verbal hablado (ej., “trescientos cuarenta y cinco”). La utilización de estos, permite a los usuarios del

SNBD realizar traducciones mentales de un mismo número entre formatos de representación numérica diferentes. En la literatura, esto se referencia como proceso de transcodificación numérica (Guerrero et al., 2014; Hederich et al., 2016). Desde esta perspectiva, que tiene su origen en modelos que proponen describir cómo ocurre el procesamiento numérico en nuestra mente (McCloskey et al., 1985), la escritura de numerales se concibe como una actividad que involucra la ejecución de procesos relativos a la comprensión y producción numérica. Power y Dal Martello (1990) definen el primer proceso como el estado donde ocurre la construcción de una representación semántica interna —que tiene su origen en una expresión numérica verbal— y el segundo, como el estado en el que ocurre la activación de operadores que generan la recuperación de dígitos de manera secuencial y organizada. Esta distinción es importante para la presente investigación, porque considero que la escritura de numerales arábigos es una actividad que exige observar ambos procesos de manera separada para dar cuenta del desempeño de los niños y niñas en tareas relativas a la escritura de numerales arábigos.

El valor de posición

El valor de posición es una propiedad del SNBD, el cual plantea que el valor nominal de un dígito debe multiplicarse por la potencia de diez que está asociada con la posición específica en la que se encuentra (Donlan et al., 2007; Gallego & Uzuriaga, 2015; Medina, 2016; Price, 2001). Por ejemplo, en el numeral “54” el dígito “4” —de acuerdo a su posición— representa cuatro unidades del sistema que pertenecen al orden cero [$4 \cdot 10^0$] y que poseen un valor de “1”.

El valor de posición también alude a relaciones de inclusión —entre unidades de órdenes diferentes—. Así, el dígito “5” en el numeral citado inicialmente, señala que en la posición en la que está hay 5 unidades de 10 —que pueden

descomponerse en las unidades del período previo, 50 unidades con valor de “1”—. Lo anterior, devela las relaciones aditivas y multiplicativas relacionadas con la escritura de numerales arábigos (ej., $54 = [5 * 10^0] + [4 * 10^0] = [5 \times 10] + 4 = [50 + 4]$). Además, los dígitos pueden ser extrapolados a posiciones diferentes y sucesivas en un numeral, lo cual expresa un proceso de recurrencia de la sucesión de unidades. Entonces, el dígito “4” puede ser asociado con la posición de las unidades de orden cero, $[4 * 10^0]$ y expresar un valor de “cuatro”, con la posición de las unidades de orden 1, $[4 * 10^1]$ y expresar un valor de “cuarenta”, o con la posición de las unidades de orden 2, $[4 * 10^2]$ y expresar un valor de “cuatrocientos” (Bedoya & Orozco, 1991; Chang & Tang, 2014). En consecuencia, un dígito en un numeral siempre indica un orden numérico específico y expresa simultáneamente un valor nominal y un valor total. El primero, hace referencia al valor intrínseco que expresa un dígito independientemente de su posición. El segundo, corresponde a la suma de los valores de cada una de las unidades que está indicando en la posición específica en la que se encuentra (Saxton & Cakir, 2006; Varelas & Becker, 1997).

Mix et al. (2022) proponen que el valor de posición puede ser entendido conceptualmente desde dos dimensiones diferentes, pero complementarias: (1) el término que alude a los *conocimientos generales* que poseen los estudiantes —nociones relativas al SNBD— y que orientan la aproximación a una comprensión del valor de posición, y (2) el término que alude al *conocimiento sintáctico* que usan los estudiantes para organizar las relaciones simbólicas [dígito + posición específica] en la aplicación del valor de posición durante la escritura de numerales arábigos. Desde esta perspectiva, la comprensión del valor de posición exige a los estudiantes articular en su desempeño ambas dimensiones.

La no comprensión del valor de posición constituye un obstáculo en el aprendizaje de la escri-

tura numérica (Cawley et al., 2007; Hederich & Camargo, 2002; Medina, 2013; Zuniga, 2012). Cuando los niños y niñas no comprenden este principio, puede observarse en sus producciones numéricas escritas, errores sintácticos por yuxtaposición (ej., al dictarse “trescientos ochenta y cinco”, los estudiantes escriben “300805”), o errores por compactación (ej., al dictarse “trescientos cinco”, los estudiantes escriben “35”), entre muchos otros. En el primer caso, este tipo de error parece deberse a que se realiza una codificación literal de las expresiones numéricas verbales que han escuchado (Orozco et al., 2007). En este sentido, los niños y niñas utilizan el conocimiento que poseen sobre el formato verbal hablado para construir un modelo que les permita formar la numeración escrita (Porrás & Vivas, 2009). En el segundo caso, los niños y niñas no comprenden que el “cero” —un elemento implícito en las expresiones numéricas verbales—, se codifica de manera gráfica efectiva en los numerales arábigos (Hederich & Camargo, 2002).

Así, a medida que los niños y niñas avanzan en su proceso de escolarización, deben enfrentar diferentes desafíos relacionados con la comprensión del valor de posición, esto es porque en cada grado escolar se les propone aprender la escritura de numerales arábigos con estructuras cada vez más complejas (Otálora et al., 2011), es decir, las características intrínsecas a los numerales, tales como la cantidad, posición específica, distribución y organización de los dígitos en una cadena numérica. Por ejemplo, numerales de tres dígitos poseen estructuras más complejas que los numerales de dos dígitos, y a su vez, los numerales con ceros intermedios son más difíciles para los estudiantes que los dos tipos de numerales mencionados. En tal sentido, comprender el valor de posición es fundamental para entender la naturaleza posicional de los dígitos y el valor relativo que expresan. Solo cuando esto ocurre, los estudiantes logran un dominio relativo de la escritura de numerales arábigos.

Intervención en la comprensión del valor de posición en estudiantes de preescolar y primer grado

Los estudios que se interesan por abordar la comprensión del valor de posición y la escritura de numerales arábigos en estudiantes de preescolar o primer grado, no son frecuentes. Esto se debe a que la comprensión de dicho principio propone exigencias y demandas cognitivas para las cuales los estudiantes en estos grados parecen no estar preparados (Kamii, 1985; Thompson, 2000). De hecho, en la literatura son más frecuentes las investigaciones de este tipo en estudiantes de segundo grado de básica primaria en adelante (Angulo et al., 2017; Avalos, 2016; Bloomfield, 2003; Ceballos, 2012; Dinc & Tarim, 2006; Donlan & Gourlay, 1999; Gallego & Uzuriaga, 2015; Herzog & Fritz, 2022; MacDonald & Moyer-Packenham, 2018; Price, 2001; Ross, 1990, 2002). No obstante, algunos autores plantean que al identificar una línea base de conocimiento en los estudiantes y proponerles actividades de intervención que les facilite establecer relaciones entre las invariantes del SNBD, pueden acceder a una comprensión de este principio y de los numerales arábigos desde edades tempranas (Bailey, 2015; Byrge et al., 2014; Disney & Eisenreich, 2018; Kim & Park, 2018; Mix et al., 2022; Ramírez & De Castro, 2014). A continuación, se describen algunas investigaciones interesadas en abordar la comprensión del valor de posición en este tipo de población infantil.

Kamii (1985) realizó un estudio para explorar el nivel de comprensión que estudiantes de 4 a 9 años poseían sobre el valor de posición y los dígitos en un numeral. Utilizó una tarea que consiste en establecer correspondencias entre colecciones de fichas y los dígitos de un numeral. Los resultados señalaron que los estudiantes consideran a los dígitos como elementos unitarios. Por ejemplo, cuando se les proporcionaba una colección de dieciséis fichas y se solicitaba distribuir los objetos que la conformaban entre los dígitos del numeral

arábigo “16”, para ellos el “1” significaba un objeto y el “6” correspondía a otros seis objetos. Para los estudiantes no tenía importancia que sobrarian nueve objetos. La autora concluye que los niños y niñas antes de ser introducidos al aprendizaje del valor de posición, deben construir la noción de unidad simple y compuesta.

Sinclair et al. (1992) realizaron una investigación para indagar el significado que un grupo de 30 estudiantes entre 5 a 9 años otorgaban a los dígitos en la posición de las decenas. El objetivo fue explorar cómo ocurre la construcción de la comprensión del valor de posición. A través de un cuestionario y de observar las estrategias que utilizaban para resolver tareas de correspondencia de dígitos, los investigadores identificaron seis tipos de estudiantes. Los estudiantes tipo “uno” y “dos” se caracterizan por realizar conteos infructuosos para establecer la totalidad de los elementos de una colección. A su vez, los estudiantes tipo “uno” evidenciaban dificultades para establecer que un dígito puede ser asociado con una colección de ítems específicos, y el tipo “dos” podían identificar correctamente numerales como el “16”, pero asignaban valores nominales a todos los dígitos. Los estudiantes que conformaban el tipo “tres” y “cuatro” lograron identificar que existía una correspondencia entre los dígitos y las colecciones que se les presentaba, pero los tipo “cuatro” no identificaban la cantidad adecuada de elementos a ser asignados a un dígito. Los estudiantes tipo “cinco” y “seis” podían realizar descomposiciones correctas, pero los del tipo “cinco” reconocían las cantidades exactas que deben asignar a cada dígito, y los del tipo “seis” realizaban intuiciones relativas al uso de grupos de diez y el valor posicional de los dígitos. A partir de estos hallazgos, los autores concluyen que la comprensión de que los dígitos corresponden a colecciones de elementos excluyentes entre sí se construye lentamente, y que estas se consolidan a través del uso de conocimientos relacionados con el sistema de numeración verbal.

Young y Bicknell (2014) llevaron a cabo una investigación con 34 estudiantes entre 5 y 6 años de edad, en primer y segundo grado, para explorar la comprensión del valor de posición a partir de la resolución de multiplicaciones y divisiones de dos dígitos. Problemas aritméticos con diferentes contextos y objetos manipulables fueron propuestos a los estudiantes. Así mismo, se les instó a usar dispositivos denominados *marcos de diez*, para representar los grupos de diez como unidades compuestas y llevar un registro de sus soluciones. Los hallazgos obtenidos evidencian que la introducción de problemas aritméticos multiplicativos antes de la enseñanza formal del valor de posición, no solo es beneficiosa para la comprensión de la multiplicación y la división, sino también para la comprensión del valor de posición. Además, proponen que la enseñanza de este principio no debe fundamentarse en un enfoque centrado en el uso de estrategias de conteo, sino en la comprensión de las unidades compuestas a partir de la conformación de colecciones, porque esto facilita a los estudiantes reconocer de manera temprana los patrones parte/todo, y la estructura de los grupos de diez en los numerales de dos dígitos.

Mix et al. (2022) plantearon un estudio longitudinal con 279 estudiantes, inicialmente evaluados en preescolar y posteriormente cuando estaban en primer grado. El objetivo del análisis consistió en examinar si los *conocimientos generales* relativos al valor de posición que poseían los estudiantes en preescolar sobre el valor de posición, predecían el éxito inicial del aprendizaje y la comprensión de este principio en primer grado. En total, se aplicaron seis tareas en los dos momentos escolares evaluados: (1) comparación de magnitud, (2) transcodificación de números del formato verbal hablado al formato arábigo y viceversa, (3) estimación sobre la recta numérica, (4) conteo con cubos tridimensionales en base diez, (5) notación expandida. Por ejemplo, se presenta un numeral como el “12” y se propone identificar entre las opciones “10+2”, “10+10+2” o “1+2”, cuál es la

versión expandida correcta a la que corresponde, (6) ¿Qué numeral tiene __? De esta manera, se mostró a los estudiantes tres numerales: “3”, “30” y “10” y se les preguntó, ¿qué numeral tiene tres dieces? Las primeras tres tareas evalúan el *conocimiento general* relacionado con el valor de posición. Las tareas restantes, evalúan el *valor de posición sintáctico*. Los resultados evidencian un mayor rendimiento —en las dos evaluaciones realizadas— para las tareas relacionadas con el conocimiento general del valor de posición intuitivo de los estudiantes. Sin embargo, el conocimiento general solo fue un predictor de desempeño para los estudiantes de preescolar. Estos hallazgos sugieren que la comprensión explícita del valor de posición se desarrolla desde el conocimiento parcial e implícito que los estudiantes poseen respecto a los numerales multidígitos. Además, los autores proponen que el conocimiento general que los estudiantes tienen, podría ser utilizado por los docentes para la enseñanza del valor de posición desde el preescolar.

Valor de posición, invariantes del SNBD y escritura de numerales arábigos, ¿cuál es la relación?

Las investigaciones sobre el valor de posición en la escritura de numerales arábigos, se caracteriza por explorar —generalmente a partir de tareas de correspondencia—, la relación entre el valor nominal de un dígito y el valor que este adquiere en una posición específica del numeral, es decir, valor total (Ross, 2002; Varelas & Becker, 1997). Diferentes estudios sugieren que los niños y niñas desde edades tempranas y procesos de escolarización iniciales, deberían tener aproximaciones a este principio para poder construir una comprensión más adecuada del mismo y de los numerales arábigos en grados superiores (Mix et al., 2022; Sinclair et al., 1992; Young & Bicknell, 2014).

La literatura reporta diversas nociones relacionadas con la comprensión del valor de posición y

la escritura de numerales arábigos. Por ejemplo, Bedoya y Orozco (1991) proponen que el SNBD exige a los estudiantes la construcción progresiva de unidades compuestas en órdenes numéricos diferentes, y concluir que el valor de un dígito se modifica en función de la sucesión de unidades, lo cual ocurre mediante el uso de las operaciones de composición y descomposición, así como del establecimiento de relaciones de inclusión, equivalencia y recurrencia. De la misma forma, Cawley et al. (2007) plantean que la comprensión del valor de posición se vincula con representaciones alternativas construidas en el uso de formas simbólicas numéricas convencionales (dígitos), y el establecimiento de relaciones de equivalencia entre unidades de diferente valor. Además, Varelas y Becker (1997) exponen que las tareas fundamentadas únicamente en manipulativos que expresan propiedades del SNBD, no son suficientes para lograr este propósito —la comprensión del valor de posición—, porque para modelar, por ejemplo, la idea que un símbolo numérico o dígito (ej., “5”) pueda ser utilizado para representar diferentes valores, es necesario que los estudiantes identifiquen simultáneamente en las tareas propuestas, la multiplicidad del valor expresado en el valor nominal y la composición de los valores que identifica al valor total. Por esta razón, los autores sugieren la utilización de materiales que posean características semióticas específicas intermedias entre el valor de posición y los manipulativos en base diez para lograr esta finalidad.

Por otra parte, la literatura referencia diversas invariantes del SNBD relacionadas con la comprensión del valor de posición que parecen ser predictores del desempeño de los estudiantes en la escritura de numerales arábigos. Por ejemplo, Krebs et al. (2003), así como Bedoya (2013), proponen que la composición aditiva del número a partir de unidades de diferente valor es un concepto básico para la comprensión del SNBD. Bloomfield (2003) explica que esta particularidad del sistema es precisamente la que establece que las cantidades

expresadas por los numerales sean el resultado de la suma de los valores representados por sus dígitos individuales. Por ejemplo, un numeral como “374” se puede componer de manera aditiva, según el valor posicional de sus dígitos, al resolver la adición: $300 + 70 + 4 = 3$ unidades con valor de cien + 7 unidades con valor de diez + 4 unidades con valor de 1. De igual manera, Bedoya y Orozco (1991) señalan que la comprensión de la propiedad aditiva del SNBD, fundamenta la construcción de las unidades en órdenes consecutivos e incluyentes. Así mismo, Nunes y Bryant (1997) exponen que la composición aditiva es un predictor de logro en la escritura de numerales arábigos, porque al realizar un análisis con estudiantes de primer y segundo grado, no identificaron que estos pudieran escribir numerales arábigos correctamente y que no dominaran la composición aditiva.

Saxton y Cakir (2006) indican que el *conteo a partir de*, la *composición aditiva* y la *equivalencia numérica*, son predictores del desempeño matemático de estudiantes de preescolar y de primer grado en la resolución de tareas relativas al SNBD. En el primer caso, estos autores explican que el *conteo a partir de*, involucra tomar un grupo de elementos como punto de partida y sumar una cierta cantidad de unidades a dicho grupo. El dominio de esta estructura de secuencia de conteo, propone un paralelo de cómo los estudiantes desde los cardinales que ya conocen, organizan el conocimiento que tienen de los dígitos en un numeral. Por ejemplo, el “16” puede ser conceptualizado como un grupo de diez elementos al que se agregan seis unidades. De esta manera, podría decirse que a la resolución de un problema en base diez como “ $10 + 6$ ”, subyace la utilización de un procedimiento de conteo. En otras palabras, el conocimiento sobre la estructura de la secuencia de conteo que ha sido aprendido por los estudiantes, es transferible para la resolución de tareas relativas al SNBD, y por ello, se considera como un predictor de rendimiento. En el segundo caso de la *composición aditiva* ocurre de manera similar, los dígitos en los numerales

pueden ser entendidos como una combinación de subconjuntos que son unidades múltiplos de diez y un subconjunto que agrupa unidades simples. Así, los estudiantes estarían dotados de un procedimiento de partición que les facilitaría resolver tareas en base diez.

En el tercer caso, la *equivalencia numérica* facilitaría comprender la diferencia entre la noción de valor y cantidad. En los numerales arábigos, los dígitos representan colecciones de unidades que son equivalentes entre sí (ej., el dígito “1” en el numeral “10”, representa diez unidades con valor de uno que pueden ser intercambiadas por una unidad con valor de 10), cuando los estudiantes comprenden este funcionamiento, adquieren un modelo —al igual que en el caso de la secuencia de conteo—, de cómo agrupar colecciones de unidades como lo propone el SNBD, y por ello, estaría provisto de un procedimiento que puede considerarse como un predictor para resolver tareas relativas al SNBD.

Si bien algunas investigaciones proponen la existencia de una relación entre el logro de la escritura de numerales arábigos y la comprensión del valor de posición u de otras invariantes del SNBD, la literatura revisada también muestra estudios con argumentos en contra. Muñoz et al. (2015) indagaron en estudiantes de primer grado si es posible establecer correlaciones entre la producción de numerales arábigos y la comprensión del valor de posición. Los resultados del estudio plantean que los estudiantes pueden generar un desempeño exitoso en la escritura de numerales, a pesar de no comprender las invariantes del sistema (tales como la equivalencia numérica, la base del sistema y el valor de posición) como principios que fundamentan el SNBD. De igual modo, Otálora et al. (2011) realizan un estudio con el fin de correlacionar los desempeños de estudiantes de primer a tercer grado en tareas de escritura de numerales arábigos, composición aditiva y multiplicativa, y de equivalencia numérica. Los resultados evidencian que la composición aditiva y la equivalencia numérica no son predictores de logro en la escritura

numérica en primer grado, pero sí en segundo grado. En tercer grado, los autores encontraron que la composición aditiva es un predictor de la escritura numérica de los estudiantes. Los autores explican estos resultados y muestran que la comprensión de las invariantes del SNBD no son inicialmente necesarias para la producción correcta de numerales de dos y tres dígitos, pero que dicha comprensión se vuelve más relevante para los estudiantes, a medida que se vuelven más complejas las estructuras de los numerales que se les proponen (cuatro y cinco dígitos).

Tal como lo evidencia la literatura, analizar los diferentes elementos y factores que participan, dificultan o promueven la comprensión del valor de posición en el aprendizaje de la escritura de numerales en niños y niñas, es de gran relevancia en la medida que su reconocimiento facilita entender el origen de estas dificultades, generar estrategias pedagógicas de apoyo más eficaces, o comprender la participación-relación que tienen en los procesos de comprensión de este principio.

En este sentido, el presente estudio intenta identificar si la comprensión de algunas invariantes del SNBD —la composición aditiva y equivalencia numérica—, facilitan la comprensión del valor de posición y la escritura de numerales arábigos. La selección de estas invariantes se fundamenta en los hallazgos identificados en la literatura, los cuales plantean que estas invariantes pueden o no estar relacionadas con los desempeños que los estudiantes evidencian en tareas que exigen la escritura de numerales. Además, en el caso de la equivalencia numérica, su relación con la escritura numérica no se encuentra suficientemente explorada, lo cual muestra como relevante un acercamiento con el objetivo de identificar posibles elementos adicionales que aporten al esclarecimiento de su vínculo con la producción de numerales arábigos de estudiantes y la comprensión del valor de posición.

La hipótesis alternativa (H1) que se maneja en este estudio, propone que las dos invariantes seleccionadas pueden ser un predictor del desempeño

de los participantes, en cuanto a la escritura de numerales arábigos se refiere —tal y como lo sugiere la literatura revisada— y que, además, potencializan igualmente la comprensión del valor de posición (Nunes & Bryant, 1997; Saxton & Cakir, 2006). Suponemos esto último, porque estudios teóricos y empíricos señalan que estas invariantes guardan una relación directa con la comprensión de este principio. La hipótesis nula (H0) que se intenta refutar, es que la producción de numerales es un proceso automático y que no requiere la mediación de la comprensión de las invariantes del SNBD (Muñoz et al., 2015; Otálora et al., 2011).

Si la H1 es acertada, debería evidenciarse un cambio significativo en el desempeño de un grupo de estudiantes para la comprensión y producción de numerales arábigos, cuando se les propone participar de un proceso de intervención centrado en la composición aditiva y equivalencia numérica, como facilitadores de la comprensión del valor de posición. Estas diferencias en el desempeño, podrían ser captadas si se evalúa a los estudiantes con tareas específicas, relacionadas con la comprensión y producción, entre dos puntos temporales diferentes —antes y después del proceso de intervención—. Así mismo, es posible proponer que el desempeño observado en este grupo de estudiantes, evidenciará un mayor nivel de éxito en las tareas propuestas, si se le compara con el desempeño de un grupo de estudiantes con similares características, que no participen del mismo proceso. Por esta razón, el diseño de la presente investigación incluye una intervención con grupos experimentales y un grupo de control, además de una evaluación pre y posprueba con tareas relativas a la comprensión y producción de numerales.

Por otro lado, si se demuestra un efecto positivo de la intervención para los grupos experimentales, podría suponerse —en cuanto se plantea un proceso de intervención diferente para cada grupo experimental en la presente investigación—, que el efecto de ambos tratamientos también fuese distinto; por

ejemplo, la composición aditiva facilitaría la comprensión de las relaciones aditivas entre dígitos, y la equivalencia numérica favorecería el entendimiento de las relaciones multiplicativas (Bedoya & Orozco, 1991; Chang & Tang, 2014; Saxton & Cakir, 2006). En relación con lo mencionado, si el efecto de las dos invariantes seleccionadas —composición aditiva y equivalencia numérica— es diferente para la producción y comprensión de numerales arábigos, dichas diferencias podrían ser identificadas en el desempeño que los estudiantes evidencien en las tareas de la pre y posprueba. Así, el diseño incluye una evaluación pre y posprueba con una intervención distinta para cada predictor y, tareas que evalúan de manera diferenciada los procesos de comprensión y producción de numerales arábigos.

Finalmente, si se logra corroborar que la composición aditiva y la equivalencia numérica generan un efecto distinto sobre la comprensión del valor de posición y la producción de numerales arábigos, es válido intentar establecer en qué consisten esas posibles diferencias. En este caso, se espera que el desempeño observado en el logro de los tipos de numerales que se consideran en las tareas durante la evaluación pre y posprueba, permitan reconocer en qué consisten tales diferencias.

Método

Diseño y participantes

Para la presente investigación se propuso un diseño cuasi experimental pre y posprueba que incluye un análisis comparativo entre dos grupos experimentales y uno de control. En la pre y posprueba se aplica una tarea de escritura de numerales arábigos y dos tareas que indagan sobre la comprensión del valor de posición: (a) tarea con tarjetas y barras de colores y (b) tarea con tarjetas y fichas. El proceso de intervención involucró la aplicación de un protocolo diferente para cada grupo experimental: composición aditiva y equivalencia numérica.

En total participaron 96 estudiantes de primer grado: 42 niñas (44 %) y 54 niños (56 %), con un promedio de 7 años de edad, adscritos a colegios públicos de la ciudad de Cali, Colombia. Los participantes fueron escogidos según el logro alcanzado en una tarea de escritura de numerales arábigos al dictado, aquellos estudiantes que obtuvieron entre un 75 % y 100 % de acierto, no fueron elegidos, pues se consideró que ya tenían un dominio en la escritura de los numerales propuestos. Los estudiantes seleccionados se distribuyeron al azar en tres grupos de 32 estudiantes. A cada grupo se le asignó aleatoriamente una condición experimental diferente: (a) proceso de intervención en equivalencia numérica; (b) proceso de intervención en composición aditiva; (c) sin proceso de intervención, que correspondió a los estudiantes del grupo de control.

Esta investigación consideró los requisitos exigidos por el Comité de Ética de la universidad que proporcionó el aval para su desarrollo. Se solicitaron los documentos de autorización escrita de las instituciones escolares, así como los consentimientos informados de los padres de familia y acudientes de cada participante, debido a que eran menores de edad, así como la aceptación de inclusión en el estudio por parte de cada estudiante.

Instrumentos

Tareas de evaluación

Antes y después del proceso de intervención, en sesiones individuales se aplicaron tres tareas que proponían evaluar en los participantes, la comprensión del valor de posición y su habilidad para escribir numerales arábigos. A continuación, se describe cada una de ellas.

Tarea de escritura de numerales. Esta prueba propone dictar a los estudiantes numerales arábigos en el rango de las unidades de diez y cien, para que los escriban sobre una hoja de papel. Esta tarea evalúa la habilidad de los estudiantes para

escribir numerales que responden a diferentes tipos de estructuras numéricas (ej., numerales arábigos con o sin cero intermedio).

Tarea de valor de posición con tarjetas y barras de colores. A los participantes se les presenta una tarjeta con un numeral arábigo, escrito en una de sus caras, y dos fichas rectangulares o barras de colores que se encuentran subdivididas en cuadrados (figura 1). Cada barra de color puede representar cantidades (del 1 al 9) y expresar un valor específico derivado del número de unidades que la componen y del valor de la unidad decimal con la cual se encuentra asociada. Durante cada presentación, las barras de colores tienen igual cantidad de subdivisiones, pero difieren en su color (cada orden numérico se expresa con un color diferente). Así, los estudiantes deben identificar el valor total de cada barra y ubicarla bajo el dígito que le corresponde en un numeral. Esta tarea evalúa si los estudiantes identifican la relación entre valor, cantidad y posición relativa que expresan los dígitos en un numeral.

Tarea de valor de posición con tarjetas y fichas. Esta tarea involucra presentar una tarjeta con un numeral de dos o tres dígitos, y adicionalmente, dos o tres fichas —dependiendo del número de dígitos del numeral en la tarjeta—, las cuales indican con un numeral arábigo escrito sobre ellas el valor total de uno de los dígitos que comprende el numeral que se presenta a los participantes (figura 2). Así, cada niño debe seleccionar entre las fichas, aquella que cree corresponde con el valor posicional específico del dígito que se le ha indicado y que pertenece al numeral inicialmente presentado. Esta tarea evalúa el conocimiento formal que los estudiantes poseen sobre el valor de posición.

Tareas del proceso de intervención

El proceso de intervención consiste en aplicar un protocolo predeterminado y flexible que se fundamenta en una actividad denominada *tarea de*

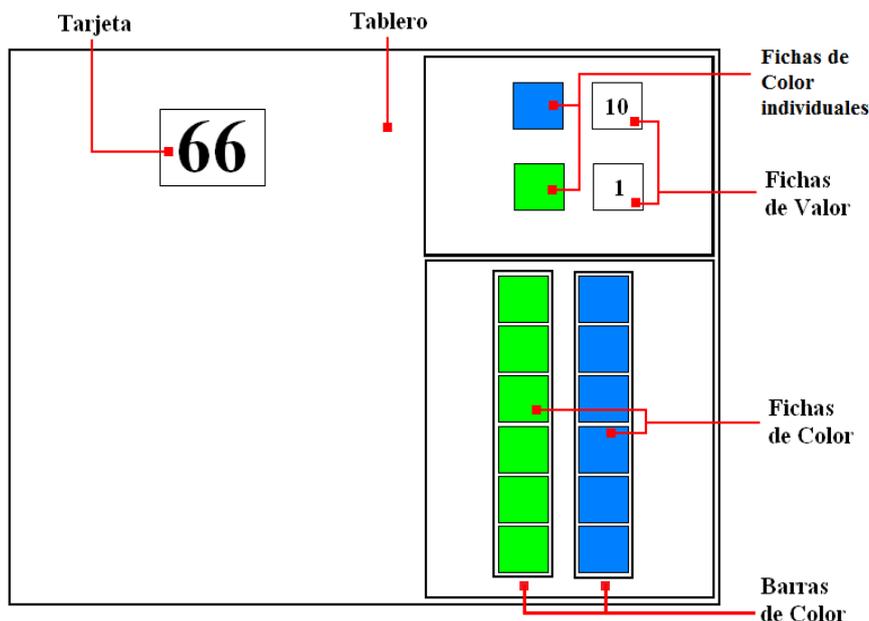


Figura 1. Tarea de valor de posición con tarjetas y barras de colores

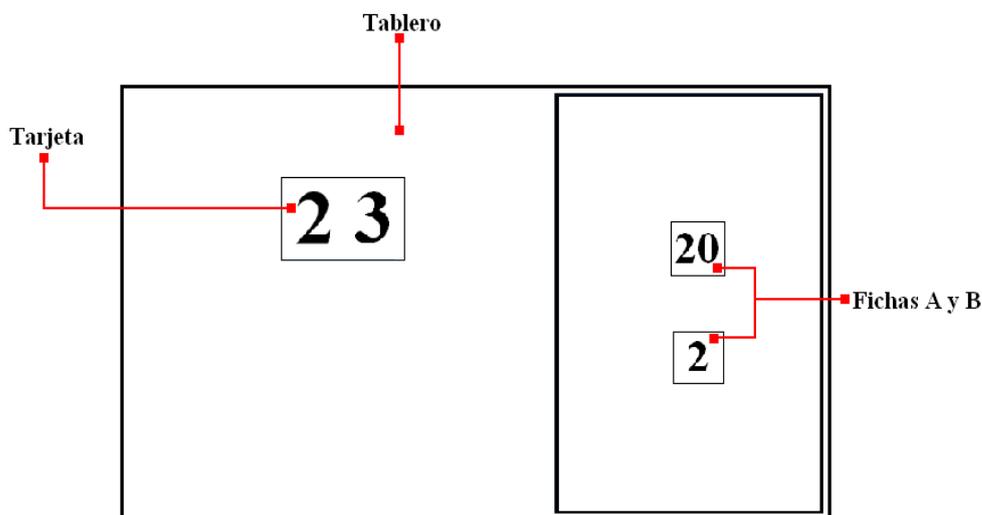


Figura 2. Tarea de valor de posición con tarjetas y fichas

Nota. Las figuras presentan los materiales utilizados en las tareas de la pre y posprueba. Todas las tareas de comprensión —incluyendo las aplicadas en las tareas usadas durante el proceso de intervención— son tomadas de Medina (2012). La tarea de escritura al dictado tiene un uso tradicional en las investigaciones que involucran procesos de transcodificación numérica y no es posible atribuírsele a un autor en específico.

los vasos, el cual orienta el proceso de trabajo en equivalencia numérica y composición aditiva. En la siguiente sección se describen las dos versiones aplicadas a cada grupo experimental.

Tarea de los vasos para la composición aditiva de números. En este protocolo, se presenta un grupo de fichas (tarjetas que expresan en una de sus caras, el valor de las unidades del sistema:

1, 10 y 100) para ser introducidas de acuerdo a su valor en contenedores que representan diferentes órdenes numéricos. Así, en el primer contenedor deben introducirse fichas que valen 1, en el segundo contenedor fichas que valen 10, y en el tercero fichas que valen 100. En cada contenedor solo pueden ser introducidas un máximo de 9 fichas de un mismo valor; el tamaño de las fichas está diseñado para que espacialmente se genere esta restricción. De modo que a un niño se le puede proporcionar en desorden tres fichas que valen 1, seis fichas que valen 10 y dos fichas que valen 100. El niño debe organizar las fichas por su valor en cada contenedor, establecer el valor de cada colección formada, así como el valor total de todas las colecciones.

En un segundo momento de la tarea, se propone a los estudiantes seleccionar de un grupo de tarjetas que representan los operadores del SNBD (dígitos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 0), aquellas que corresponden al valor de las colecciones dentro de los contenedores (ej., si en el primer contenedor hay tres fichas, debería elegir una tarjeta con el dígito “3”) y ubicar cada tarjeta en un tablero con tres posiciones demarcadas, cada una con una línea horizontal (las cuales representan los órdenes numéricos del sistema). Además, los estudiantes pueden generar concordancia entre el valor total del dígito representado por cada tarjeta y el valor de cada colección, así como entre el valor nominal de los dígitos y la cantidad de fichas en cada contenedor, estableciendo correspondencias entre el valor total del numeral y el valor total de las colecciones.

Tarea de los vasos para el establecimiento de relaciones de equivalencia. En la tarea de equivalencia numérica se proporcionan dos colecciones con tipos de fichas diferentes (ej., fichas que representen unidades de 10 y de 1), de las cuales una de ellas siempre supera la cantidad de diez elementos (ej., doce fichas que valen 1 y diez que valen 10), de tal manera que los estudiantes deban realizar intercambios —equivalencias— entre las colecciones de fichas de diferente valor, para poder resolver la tarea, que exige introducir en los vasos

o contenedores la totalidad de las fichas intercambiadas (ej., una ficha que vale 10, por diez fichas que valen 1).

Variables de los numerales

En cada tarea aplicada en la pre y posprueba, así como durante el proceso de intervención, se consideran cuatro tipos de numerales para su aplicación: (a) *bidígitos* o *teens* (ej., 16 o 19); (b) *bidígitos sin cero* (ej., 42); (c) *tridígitos con cero en las decenas* (ej., 302); (d) *tridígitos sin cero* (ej., 764).

En total se aplicaron 16 numerales en cada tarea: 8 ítems de dos dígitos y 8 de tres dígitos, exceptuando la tarea de valor de posición con tarjetas y barras de colores, en la cual solo se aplicaron 12 ítems. Esto se debe a que esta tarea es la única que exige que los dígitos de los numerales presentados sean idénticos, lo que restringe el número de combinaciones a utilizar. No se incluyen expresiones numéricas tipo *nudos* (ej., 40), porque la literatura sugiere que son numerales muy fáciles para los estudiantes, que no involucran la composición aditiva y que son de uso frecuente (Nunes & Bryant, 1997). Tampoco se utilizan numerales de tres dígitos con *cero en las unidades*, porque la literatura plantea que se comportan igual que los numerales de tres dígitos sin cero (Barrouillet et al., 2004; Orozco et al., 2007).

Procedimiento

La aplicación de las tareas de evaluación en la pre y posprueba, así como los dos protocolos de intervención, se realizaron en sesiones de trabajo individual de aproximadamente 45 minutos. La preprueba se administró a los estudiantes dos días antes de iniciar el proceso de intervención, y la posprueba, dos días después de finalizarlo. El período de observación corresponde a 15 días, tiempo durante el cual se realizan tres sesiones de intervención individuales con los estudiantes que conforman los grupos experimentales.

Análisis de datos

En un primer nivel de análisis se evalúa el acierto y error observado en cada una de las tareas de evaluación propuestas, las cuales permiten valorar por separado dos tipos de procesos: comprensión y producción de numerales arábigos. En un segundo nivel de análisis, se caracteriza el logro obtenido en función de los diferentes tipos de numerales considerados en cada una de las tareas. Ambos niveles, se fundamentan en el análisis de las medias y de la desviación estándar del logro observado en función de cada uno de los grupos experimentales y de control, así como de las evaluaciones aplicadas antes y después del proceso de intervención, pre y posprueba.

En un tercer nivel de análisis —complementario a los niveles 1 y 2—, se realizó un análisis de covarianza a través de puntos temporales (pre y posprueba), para investigar las diferencias de los tratamientos (X_1) aplicados, a partir de las medidas de comprensión y producción —tareas (X_2) y tipos de numerales (X_3)—, sobre la comprensión del valor de posición (Y_1) y la escritura de numerales arábigos (Y_2). Se utiliza la técnica de covarianza para eliminar las posibles diferencias en los grupos, generadas por el nivel de conocimiento en cuanto a la escritura de numerales arábigos y la posible influencia de la preprueba (X_4) sobre los resultados de la posprueba (Y_3). En este caso, se toma como referencia los puntajes de acierto obtenidos por los participantes en la prueba inicial de escritura de numerales —aplicada para el pareamiento y distribución de los estudiantes en los grupos experimentales y de control—. Para examinar las diferencias entre aplicaciones, grupos y tipos de numeral, se utilizan como referencia los puntajes de acierto obtenidos por los participantes en cada una de las tareas y tipo de numeral aplicados. Por último, se incluye una prueba *post hoc* para la comparación de medias. Todos los análisis fueron realizados mediante el software Statistical Package for the Social Science (SPSS), versión 18.0.

Resultados

¿La composición aditiva y la equivalencia numérica afectan la comprensión y producción de numerales arábigos? ¿Ambos tratamientos tienen el mismo efecto?

Los análisis proponen que en la preprueba (véase tabla 1), todos los grupos obtienen la puntuación media más alta en la *tarea de escritura*; 6.3 el grupo de equivalencia, 6.6 el grupo de composición y 6.7 el grupo de control. Las tareas de comprensión presentan las medias más bajas, especialmente la tarea de *tarjetas y fichas*; 4.9 el grupo de equivalencia, 3.9 el grupo de composición y 6.1 el grupo de control. Además, los datos plantean que en la preprueba el grupo de control obtiene las puntuaciones medias más altas en todas las tareas aplicadas en comparación con los grupos experimentales. Estos resultados indican que los estudiantes presentan un mejor desempeño en tareas de producción numérica que de comprensión, lo cual sugiere, inicialmente, que el logro en la escritura de numerales no estaría correlacionado con un dominio de las invariantes del sistema decimal. Los datos también proponen que la tarea de *tarjetas y fichas* —la cual evalúa el dominio formal del valor de posición— es la que presenta mayor dificultad para los estudiantes.

En la posprueba (tabla 1), las medias más altas se observan en el grupo de equivalencia (11.6 en la tarea de *escritura*, 9.7 en la tarea de *barras de colores* y 11.4 en la tarea de *tarjetas y fichas*), y en el grupo de composición (10.8 en la tarea de *escritura*, 10.7 en la tarea de *tarjetas y barras de colores* y 11.5 en la tarea de *tarjetas y fichas*). De igual forma, el grupo de composición obtiene un puntaje medio más alto que el grupo de equivalencia en la tarea *tarjetas y barras de colores* (lo cual implica que la comprensión del valor de posición parece facilitarse de forma más efectiva a través de tareas que implican operar con cantidades y valores, que

aquellas que operan solo sobre valores. Además, indican también que los estudiantes del grupo de composición aditiva evidencian una mejor comprensión para los numerales con dígitos idénticos que los estudiantes del grupo de equivalencia). De manera adicional, el grupo de control presenta las puntuaciones medias más bajas. Estos resultados muestran un incremento significativo del éxito en el desempeño de los grupos experimentales durante la posprueba, y propone que los tratamientos aplicados generan un efecto positivo en el logro observado en las tareas de comprensión y producción. Los datos también sugieren que los tratamientos aplicados generan efectos diferentes en la comprensión y producción de numerales arábigos; el proceso de intervención en composición aditiva parece facilitar la comprensión de la lógica operatoria del valor de posición en el reconocimiento de los numerales, y la equivalencia facilitaría la escritura de numerales arábigos. De manera general, los resultados en la tarea de *tarjetas y fichas* proponen que los grupos experimentales acceden —a diferencia del grupo de control— a una mejor comprensión del valor de posición y un mayor dominio en la escritura de numerales arábigos.

En un análisis posterior, se realizó una prueba de covarianza (ANCOVA) para identificar el efecto de los procesos de intervención en el desempeño

de los grupos en cada tarea durante la pre y posprueba. En la tarea de *tarjetas y fichas* se encontraron diferencias significativas entre grupos ($F(2, 96) = 8.656, p < 0.001$), y entre aplicaciones ($F(1, 96) = 34.063, p < 0.001$). En la tarea de *tarjetas y barras de colores* también se identificó efecto entre grupos ($F(2, 96) = 7.628, p < 0.001$) y entre aplicaciones ($F(1, 96) = 3.779, p < 0.055$). En la tarea de escritura, el análisis de covarianza plantea efecto entre grupos ($F(2, 96) = 14.440, p < 0.001$), y entre aplicaciones ($F(1, 96) = 69.389, p < 0.001$). Estos datos confirman el efecto positivo de los tratamientos aplicados en el logro observado en los grupos experimentales durante la posprueba.

El análisis *post hoc* para la preprueba no señala diferencias entre los grupos de equivalencia numérica, composición aditiva y control, para ninguna de las tareas aplicadas; $p > 0.05$, lo cual plantea que la línea base de conocimiento de los grupos experimentales y de control, es inicialmente similar.

En la posprueba, el análisis *post hoc* establece diferencias entre los grupos de equivalencia y control, así como entre los grupos de composición y control ($p < 0.05$) para las tareas de *tarjetas y fichas*, y de *escritura*. En la tarea de *tarjetas y barras de colores*, los grupos de equivalencia y control no presentan diferencias significativas ($p > 0.05$),

Tabla 1
Distribución del logro por grupo y tarea

Tarea	Grupo	Pre		Post	
		M	DS	M	DS
Tarjetas y fichas	Equivalencia	4.9	4.4	11.3	5.3
	Composición	3.9	4.1	11.5	5.1
	Control	6.1	5.3	8.2	6.2
Tarjetas y barras de colores	Equivalencia	6.2	2.5	9.7	2.2
	Composición	6.0	2.4	10.7	2.3
	Control	6.4	3.0	8.3	3.0
Escritura	Equivalencia	6.3	3.3	11.7	3.1
	Composición	6.6	3.3	10.8	3.5
	Control	6.7	3.6	8.4	3.8

pero sí entre los grupos de composición aditiva y control ($p < 0.05$). No se identificaron diferencias entre los grupos de equivalencia y composición ($p > 0.05$), en ninguna de las tareas señaladas. Estos datos proponen un avance significativo en el nivel de logro entre la pre y posprueba (a nivel de la comprensión y producción de numerales) en los grupos experimentales, pero no para el grupo de control.

¿Qué diferencias entre tratamientos pueden identificarse en función del tipo de numeral?

La distribución del logro por tipo de numeral en la pre y posprueba en cada grupo (tabla 2) plantea que los puntajes más altos en la preprueba corresponden a las medias en los *bidígitos* o *teens* (3.3 el grupo de equivalencia, 3.6 el grupo de composición y 3.5 el grupo de control) y los *bidígitos sin cero* (3.5 el grupo de equivalencia, 3.5 el grupo de composición y 3.2 el grupo de

control). Estos datos señalan que los estudiantes ya poseen un dominio de la escritura de numerales en el rango de las unidades de diez, pero no en el rango de las unidades de cien, algo esperado para el nivel y momento del proceso de escolarización en el que se encuentran.

Durante la posprueba, los resultados indican que el logro en la comprensión y producción de numerales se incrementa de manera general, en especial para los numerales de tres dígitos. Además, la puntuación media obtenida por el grupo de composición y de equivalencia en los numerales *tridígitos sin cero*, describe un incremento importante en el logro (2.5 el grupo de equivalencia, 2.6 el grupo de composición y 2.0 el grupo de control). Estos resultados señalan que los procesos de intervención aplicados generan que los estudiantes puedan —a nivel de comprensión y producción— operar con mayor éxito con numerales más complejos al rango numérico que dominaban inicialmente, especialmente los numerales de tres dígitos sin cero.

Tabla 2
Distribución del logro por tipo de numeral y grupo

Tipo de numeral	Grupo	Pre		Post	
		M	DS	M	DS
Bidígitos o <i>teens</i>	Equivalencia	3.3	1.41	3.8	0.45
	Composición	3.6	0.71	3.8	0.59
	Control	3.5	1.05	3.7	0.58
Bidígitos sin cero	Equivalencia	3.5	1.11	3.7	0.68
	Composición	3.5	0.98	3.8	0.55
	Control	3.2	1.23	3.6	0.71
Tridígitos con cero en decenas	Equivalencia	1.1	1.31	2.2	1.60
	Composición	1.1	1.26	2.4	1.52
	Control	1.4	1.48	2.2	1.44
Tridígitos sin cero	Equivalencia	1.2	1.60	2.5	1.41
	Composición	1.2	1.53	2.6	1.52
	Control	1.2	1.51	2.0	1.47

Para identificar diferencias significativas entre tareas y tipos de numeral utilizados, se realizó un análisis ANCOVA, cuyos resultados se presentan en la tabla 3. Estos datos expresan un incremento del acierto en todos los tipos de numerales en los grupos para las tareas de *tarjetas y fichas*, y *tarjetas y barras de colores*. El tipo de numeral *tridígitos con cero*, evidencia diferencias significativas en la tarea de *tarjetas y fichas* ($F(2, 96) = 9.672, p < 0.001$). De igual manera ocurre con los *tridígitos con cero en decenas* en la *tarea de escritura*; ($F(2, 96) = 10.957, p < 0.001$). No se identifican diferencias significativas para los *bidígitos o teens* en la *tarea de escritura* ($F(2, 96) = 0.658, p < 0.520$). Estos datos plantean que los estudiantes mejoran significativamente en la comprensión y producción de numerales de dos y tres dígitos, especialmente en aquellos numerales que no involucran el cero.

De forma complementaria a los análisis descriptivos, se realizó un análisis *post hoc* de la posprueba en función de grupo, tarea y tipo de numeral. Así, se identificaron diferencias para la tarea de *tarjetas y fichas* entre los grupos de equivalencia y control para los cuatro tipos de numerales aplicados, como para los grupos de composición aditiva y control para los *bidígitos o teens*, *bidígitos sin cero* y *tridígitos sin cero* ($p < 0.05$). No se identifican diferencias entre los grupos de equivalencia y composición en ninguno de los numerales presentados ($p > 0.05$). Los datos en esta tarea establecen que el incremento del logro en los grupos experimentales entre aplicaciones, para los diferentes tipos de numerales presentados, es significativo, contrario al desempeño del grupo control. Así mismo, se identifica que —a diferencia del tratamiento en composición aditiva— el proceso de intervención en equivalencia parece generar un efecto específico en los numerales que implican un cero.

El análisis *post hoc* de la posprueba revela diferencias entre los grupos de equivalencia y control en la tarea de *barras de colores* para los *bidígitos sin cero*, y *tridígitos sin cero*, así como

entre el grupo de composición y control para los *bidígitos sin cero*, *tridígitos con cero en decenas* y *tridígitos sin cero* ($p < 0.05$). No se establecen diferencias significativas entre los grupos de equivalencia y composición en ninguno de los tipos de numerales presentados ($p > 0.05$). Los resultados indican que el grupo de equivalencia obtiene un mejor desempeño en la comprensión de numerales de dos y tres dígitos sin cero, mientras que el grupo de composición en la comprensión de ítems con dos y tres dígitos, con y sin cero. No obstante, los datos señalan que el desempeño de los grupos experimentales en esta tarea es similar. A su vez, se establece que para los *teens* o *bidígitos*, ambos grupos no presentan cambios significativos, esto indica que los estudiantes ya poseen un dominio sobre este tipo de estructura.

Los análisis del *post hoc* en la posprueba identifican diferencias significativas entre los grupos de equivalencia y control en la tarea de *escritura* para los *bidígitos sin cero* y *tridígitos con cero en decenas*, y entre el grupo de composición y control para los *tridígitos con cero en decenas* ($p < 0.05$). De igual manera, se identifican diferencias entre los grupos de equivalencia y composición para los *bidígitos sin cero* ($p < 0.05$). Los datos en esta tarea proponen que el tratamiento en equivalencia genera un aumento en el éxito para la producción de numerales de dos o tres dígitos, indistintamente si estas estructuras involucran cero o no ($p < 0.05$). En el grupo de composición el aumento en el logro es significativo para los numerales con tres dígitos que poseen un cero intermedio. Además, ambos grupos parecen producir efecto en la producción de numerales de dos dígitos sin cero, pero ninguno para la producción de *bidígitos o teens*.

Discusión

Esta investigación se propuso indagar si algunas de las invariantes del SNBD —composición aditiva y equivalencia numérica—, facilitan la comprensión

del valor de posición y la escritura numérica en estudiantes de primer grado de primaria. Para lograr dicho propósito, este estudio centró su atención en tres diferentes grupos de estudiantes —dos grupos experimentales y uno de control—, se desempeñan en tareas relativas a la comprensión del valor de posición y la producción de numerales arábigos, y si este desempeño —en los grupos experimentales— es afectado de alguna manera por las dos invariantes del SNBD mencionadas, tras participar en un proceso de intervención. En este sentido, los datos obtenidos evidencian elementos a favor de la hipótesis alternativa que orienta la investigación.

De esta manera, los resultados del estudio establecen que los estudiantes del grupo control no generan cambios significativos entre la pre y posprueba para la comprensión y producción de numerales arábigos, pero los estudiantes de los grupos experimentales sí lo hacen. De modo que la composición aditiva y la equivalencia numérica parecen ser predictores de logro en la escritura numérica en estudiantes de primer grado, lo cual es contrario a lo que algunos autores proponen (Muñoz et al., 2015; Otálora et al., 2011). Además, estos resultados apoyan que el aprendizaje de la escritura de numerales es más que un proceso automático y que se potencializa cuando ellos acceden a una comprensión del valor de posición, que se encuentra relacionada con la comprensión de las invariantes del SNBD (Cayton & Brizuela, 2007; Krebs et al., 2003; Medina, 2012).

Durante la preprueba, una gran proporción de estudiantes concibieron los dígitos en los numerales en función de su valor nominal —lo cual es un indicador de que los dígitos no son asociados a órdenes numéricos diferentes, sino que son entendidos como dígitos simples, tal como propone Fuson (1998)—, y que, durante la posprueba, se incrementa la cantidad de estudiantes que operan sobre el valor total y posicional de los dígitos. Esto indica que los procesos de intervención promueven la generación de estructuras conceptuales que facilitan concebir los dígitos, ya no como elementos

simples y unitarios, sino como elementos simples concatenados o unitarios separados, que pueden representar unos y dieces de manera simultánea. Igualmente, este cambio identificado en la comprensión de los estudiantes podría estar relacionado con el establecimiento de relaciones bidireccionales entre los formatos de representación numérica utilizados en los protocolos de intervención, y que son básicos para el proceso de significación de numerales multidígitos. De la misma manera, los tipos de tareas propuestos en la investigación sugieren que los estudiantes de primer grado son capaces de generar reflexiones que los lleven a identificar correctamente la lógica operatoria del valor de posición en los numerales, si se les propone situaciones con materiales adecuados que involucren trabajar simultáneamente cantidades y valores para lograr este propósito.

Los resultados también señalan que los procesos de intervención aplicados generan efectos diferentes. Así, la composición aditiva supondría principalmente, un efecto sobre el desempeño de los estudiantes en tareas de comprensión del valor de posición, y el de equivalencia numérica en tareas de producción de numerales arábigos. Para el primer caso una explicación puede ser planteada, la composición aditiva fundamenta la comprensión inicial del número (Baroody et al., 2006) y del SNBD (Bedoya, 2013; Krebs et al., 2003), lo cual hace este resultado esperable, pues las tareas de intervención —que se apoyan en el uso de material que propone a los estudiantes la composición de numerales—, estarían promoviendo el uso de estrategias de solución aditivas y facilitando que los estudiantes identifiquen las relaciones aditivas entre las diferentes unidades de orden y entre el número de unidades que representan los dígitos. En consecuencia, las tareas de comprensión al promover de forma similar que los protocolos de intervención en composición y el uso de procedimientos aditivos pudo haber generado un efecto de doble entrenamiento, y facilitó los desempeños en este tipo de tareas.

En cuanto a la relación entre la tarea de producción y el proceso de intervención en equivalencia, este parece promover en los estudiantes una mejor comprensión de cómo generar coordinaciones más adecuadas para realizar traducciones entre los formatos de representación numérica verbal y escrita. Los estudiantes posiblemente comprenden más fácilmente qué partículas de cantidad y potencias de 10 en la expresión verbal pueden ser asociadas a dígitos y posiciones específicas en el numeral arábigo. No obstante, esta relación debe ser explorada con mayor profundidad a partir del análisis de los tipos de errores que generan los estudiantes y de tareas más sensibles que acudan al uso de rangos numéricos más amplios.

Por otro lado, la equivalencia numérica parece tener menor efecto en la comprensión de numerales con dígitos idénticos que la composición aditiva, tal como lo proponen los resultados observados en la tarea de tarjetas y barras de colores. Una explicación podría ser propuesta sobre esta cuestión: los estudiantes generalmente tienden a orientarse por el valor nominal de los dígitos para identificar los numerales que se proponen en las tareas de comprensión. Este procedimiento erróneo —que revela dificultades para diferenciar entre el valor nominal y total de un dígito en un numeral—, podría haber generado una interferencia en la comprensión de numerales con dígitos iguales, al proponer una comparación donde los dígitos, desde la comprensión de los estudiantes, parecieran representar valores equivalentes.

El análisis de datos en función del tipo de numeral durante la pre y posprueba en todas las tareas, establece que los *bidígitos* o *teens* constituyen los numerales más fáciles para los estudiantes, y los *tridígitos sin cero* los de mayor dificultad. De acuerdo con Hederich y Camargo (2002), y Orozco et al. (2007), estos resultados son esperables, en cuanto los numerales de tres dígitos proponen a los estudiantes dificultades sintácticas más complejas. Por una parte, el logro en la comprensión y producción de numerales de dos y tres dígitos,

registradas entre la pre y posprueba, supone que los estudiantes logran generalizar reglas entre rangos numéricos para la producción de numerales más complejos. Al respecto, Muñoz et al. (2015) proponen que este tipo de evidencia puede ser tomada como un indicador de que la escritura de numerales arábigos se encuentra relacionada con un cambio en la comprensión del valor de posición.

Los datos proponen que los *bidígitos* o *teens* no obtienen el nivel de logro esperado, pues al pertenecer a un rango numérico sobre el que los estudiantes ya poseen cierto dominio, deberían generar una proporción de éxito mayor que la observada en los *bidígitos sin cero*, lo cual no ocurre. Al parecer la naturaleza de estos ítems estaría afectando su comprensión y producción. Noel y Turconi (1999) señalan que este tipo de numeral representa una clase léxica especial —“TEENS” o numerales entre 11 y 19—, diferente a las decenas —“TENS, o numerales de dos dígitos distintos a los “TEENS”— en el idioma inglés, porque responde a reglas de producción específicas, lo cual explicaría el fenómeno señalado. Por ejemplo, en el español la codificación del dígito “1”, a partir de la expresión numérica “doce”, es más difícil que en el “diecinueve”, porque las marcas o partículas sintácticas que indican cantidad son opacas en la expresión numérica verbal, y en consecuencia, no pueden ser codificadas de forma explícita, ni de manera literal.

Los resultados también indican que el desempeño de los estudiantes en las tareas de evaluación puede variar en función del proceso de intervención en el que participan, y del tipo de estructura numérica que identifica los numerales que se les propone componer y escribir. Esto parece deberse a que las dos invariantes del SNBD observadas, facilitan la comprensión de aspectos diferentes relativos al valor de posición (Medina, 2012), y que cada tipo de numeral exige unas demandas cognitivas diferentes (Orozco et al., 2007).

Los datos —logro por tipo de numeral— proponen que la equivalencia numérica facilita la comprensión y producción de numerales de dos y

tres dígitos, pero con relación a este último tipo, el rendimiento es más alto en aquellas que incluyen cero intermedio. En esta perspectiva, la comprensión del cero parece ser facilitada mediante actividades relativas a la equivalencia. Es posible que las actividades de comparación e intercambio entre colecciones equivalentes, ayude a los estudiantes a evitar cometer errores léxicos y sintácticos en la escritura de numerales arábigos, en cuanto les facilita comprender las relaciones aditivas y multiplicativas —de producto y suma— que expresan los dígitos en un numeral, las cuales son necesarias para identificar la cantidad y el valor de elementos representados por un mismo dígito en cada orden numérico (ej., “7” unidades que valen “1” no es lo mismo que “7” unidades que valen de “10”). De acuerdo con Baturó (2000), la equivalencia numérica propone relacionar simultáneamente estructuras de conocimiento aditivas y multiplicativas, que son las que apoyan la construcción del significado de las nociones de posición, base y orden.

Desde otro punto de vista, la composición aditiva plantea un efecto sobre la comprensión y producción de numerales de dos y tres dígitos, especialmente aquellos que no incluyen el cero (numerales con estructura de suma). Orozco et al. (2007) proponen que este tipo de estructuras de suma (ej., numerales con cero en la decena) son más fáciles de aprender para los estudiantes de primer grado, en cuanto tales expresiones numéricas verbales expresan con mayor claridad las posiciones en las cuales las partículas de cantidad deben ser codificadas con dígitos y las potencias de diez con ceros, lo que genera que los estudiantes usen estrategias de yuxtaposición —escritura de numerales a partir de la codificación literal de fragmentos de una expresión verbal—. Además, Krebs et al. (2003) plantean que las actividades de composición aditiva permiten a los estudiantes develar y comprender el funcionamiento del sistema decimal. En tal sentido, el proceso de intervención en composición aditiva parece permitir que los estudiantes adquieran cierta experiencia

para identificar la relación del valor posicional del dígito en un numeral y las cantidades que estos expresan.

Finalmente, los análisis discutidos proponen que las invariantes del SNBD abordadas en el presente estudio, facilitan la comprensión del valor de posición y evidencian un papel relevante en la comprensión y producción de numerales arábigos, constituyéndose en predictores de logro en la escritura de numerales arábigos. No obstante, la composición aditiva parece ser un mejor predictor que la equivalencia numérica. Sin embargo, es necesario realizar análisis cualitativos complementarios sobre los datos recolectados, que faciliten establecer con mayor claridad diferencias más específicas del efecto que tales invariantes generan sobre la comprensión y producción de numerales —en términos de estrategias, procedimientos o cambios en los niveles de comprensión respecto al valor de posición—. De igual manera, resulta relevante explorar en futuras investigaciones cómo estas invariantes podrían afectar la comprensión y producción de numerales en rangos numéricos mayores a los utilizados en el presente estudio, y sobre los elementos de conocimiento que serían movilizados durante el proceso de diversificación y sofisticación de las estrategias de escritura utilizadas por los estudiantes.

Referencias

- Angulo, A., Pulido, N., & Molano, E. (2017). Estrategia de enseñanza para favorecer la comprensión del valor posicional. *Educación Matemática en la Infancia*, 6(1), 1-31. <https://doi.org/10.24197/edmain.1.2017.1-31>
- Avalos, O. (2016). *Conocimientos sobre valor posicional en alumnos de sexto grado de primaria* [Tesis de maestría, Universidad Autónoma de Querétaro]. Repositorio Institucional Universidad Autónoma de Querétaro. <https://ri-ng.uaq.mx/bitstream/123456789/293/1/RI004854.pdf>

- Baroody, A., Lai, M., & Mix, K. (2006). The development of young children's early number and operation sense and its implications for early childhood education. En B. Spodek & O. N. Saracho (Eds.), *Handbook of research on the education of young children* (pp. 187-221). Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
- Barrouillet, P., Camos V., Perruchet, P., & Seron X. (2004). ADAPT: A developmental, asemantic, and procedural model for transcoding from verbal to Arabic numerals. *Psychological Review*, *111*(2), 368-394. <https://doi.org/10.1037/0033-295X.111.2.368>
- Baturo, A. R. (2000). Construction of a numeration model: A theoretical analysis. En J. Bana & A. Chapman (Eds.), *Proceedings 23rd Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australia* (pp. 95-103). Queensland University of Technology.
- Bedoya, E., & Orozco, M. (1991). El niño y el sistema de numeración decimal. *Comunicación, Lenguaje y Educación*, *3*(11-12), 55-62. <https://doi.org/10.1080/02147033.1991.10820980>
- Bedoya, N. M. (2013). Comprensión del valor de posición y composición numérica. *Memorias*, *11*(20), 99-110.
- Bailey, J. (2015). Supporting lower-achieving seven-and eight-year-old children with place value understandings. *Australian Primary Mathematics Classroom*, *20*(3), 3-9. <https://search.informit.org/doi/abs/10.3316/aeipt.211923>
- Bloomfield, J. (2003). *Teaching and learning about place value at the year 4 level: Research project report* [Tesis de maestría, University of Canterbury]. University of Canterbury Research Repository. <https://ir.canterbury.ac.nz/handle/10092/3207>
- Byrge, L., Smith, L. B., & Mix, K. S. (2014). Beginnings of place value: How preschoolers write three-digit numbers. *Child Development*, *85*(2), 437-443. <https://doi.org/10.1111/cdev.12162>
- Cawley, J. F., Parmar, R. S., Lucas-Fusco, L. M., Kilian, J. D., & Foley, T. E. (2007). Place value and mathematics for students with mild disabilities: Data and suggested practices. *Learning Disabilities: A Contemporary Journal*, *5*(1), 21-39. <https://eric.ed.gov/?id=EJ797668>
- Cayton, G. A., & Brizuela, B. M. (2007). First graders strategies for numerical notation, number reading and the number concept. En J. H. Woo, H. C. Lew, K. S. Park & D. Y. Seo (Eds.), *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 81-88). PME.
- Ceballos, F. A. (2012). *Comprensión del valor de posición a partir de la relación del conteo "a partir de", la composición aditiva y la equivalencia numérica; Un estudio exploratorio en estudiantes de 2° de primaria* [Tesis de pregrado, Universidad del Valle]. Biblioteca Digital Univalle. <https://bibliotecadigital.univalle.edu.co/>
- Chang, W. W-L., Au, T. K., & Tang, J. (2014). Strategic counting: A novel assessment of place-value understanding. *Learning and Instruction*, *29*(1), 78-94. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2013.09.001>
- Dinc, P., & Tarim, K. (2006). Elementary students' comprehension of the Place Value Concept (PVC). *Journal of Theory and Practice in Education*, *2*(1), 26-36. https://www.researchgate.net/publication/26433456_Elementary_students'_comprehension_of_place_value_concept
- Disney, A., & Eisenreich, H., (2018). Deepening place value understanding in K-2 through explanation and justification. *Proceedings of the Interdisciplinary STEM Teaching and Learning Conference*, *2*(9), 66-73. https://web.archive.org/web/20180721201333id_/https://digitalcommons.georgiasouthern.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1020&context=s-tem_proceedings

- Donlan, C., Cowan, R., Newton, E. J., & Lloyd, D. (2007). The role of language in mathematical development: Evidence from children with specific language impairments. *Cognition*, 103(1), 23-33. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2006.02.007>
- Fuson, K. C. (1998). Pedagogical, mathematical, and real-world conceptual-support nets: A model for building children's multidigit domain knowledge. *Mathematical Cognition*, 4(2), 147-186. <https://doi.org/10.1080/135467998387370>
- Gallego, C. G., & Uzuriaga, L. V. (2015). Implicaciones en la comprensión del valor posicional. En P. Scott & Á. Ruíz (Eds.), *Memorias XIV Conferencia Interamericana de Educación Matemática* (pp. 62-70). CIAEM.
- Guerrero, D. F., Orozco, M., & Hurtado, F. (2014). Writing times in three-digit numerals: Relation between times and syntactic structure of verbal expressions dictated. *Pensamiento Psicológico*, 12(2), 57-64. http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1657-89612014000200004
- Hederich, M. C., & Camargo U. A. (2002). *Hacia la construcción de un modelo de procesamiento numérico. El desarrollo de la transcodificación de numerales verbales a formato arábigo*. Colciencias. <http://repositorio.colciencias.gov.co:80/handle/11146/32128>
- Hederich-Martínez, C., Camargo-Uribe, A., & Avalo-Azcárate, A. (2016). Transcodificación de numerales verbales a formato arábigo en educación básica primaria. *Magis, Revista Internacional de Investigación en Educación*, 8(17), 27-46. <https://www.redalyc.org/pdf/2810/281044437002.pdf>
- Herzog, M., & Fritz, A. (2022). Place value understanding explains individual differences in writing numbers in second and third graders but goes beyond. *Frontiers in Education* 6(1), 1-4. <https://doi.org/10.3389/feduc.2021.642153>
- Kamii, C. K. (1985). *El niño reinventa la aritmética: implicaciones de la teoría de Piaget*. Aprendizaje-Visor.
- Kim, Y. R., & Park, M. S. (2018). Effective teaching for place value understanding: A case study of a literacy-integrated math curriculum module. *Early Years*, 39(1), 19-23. https://digitalcommons.tamusa.edu/edci_faculty/1/
- Krebs, G., Squire, S., & Bryant, P. (2003). Children's understanding of the additive composition of number and of the decimal structure: What is the relationship? *International Journal of Educational Research*, 39(7), 677-694. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2004.10.003>
- MacDonald, B. L., Westenskow, A., Moyer-Packenham, P. S., & Child, B. (2018). Components of place value understanding: Targeting mathematical difficulties when providing interventions. *School Science and Mathematics*, 118(2), 17-29. <https://doi.org/10.1111/ssm.12258>
- McCloskey, M., Caramazza, A., & Basili, A. G. (1985). Cognitive mechanisms in number processing and calculation: Evidence from dyscalculia. *Brain and Cognition*, 4(2), 171-196. [https://doi.org/10.1016/0278-2626\(85\)90069-7](https://doi.org/10.1016/0278-2626(85)90069-7)
- Medina, D. A. (2012). *Efecto de la comprensión del valor de posición en la escritura de numerales de estudiantes en 1° grado* [Tesis de maestría, Universidad del Valle]. Biblioteca Digital Univalle. <https://bibliotecadigital.univalle.edu.co/>
- Medina, D. A. (2013). Evaluación del cambio en la producción de numerales arábigos. En Y. Morales & A. Ramírez (Eds.), *Memorias del I Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe* (pp. 796-807). CIAEM.
- Medina, D. A. (2016). La comprensión del valor de posición en el desempeño matemático de estudiantes. *Avances en Psicología Latinoamericana*, 34(3), 441-456. <http://dx.doi.org/10.12804/apl34.3.2016.01>

- Mix, K. S., Bower, C. A., Hancock, G. R., Yuan, L., & Smith, L. B. (2022). The development of place value concepts: Approximation before principles. *Child Development, 93*(3), 778-793. <https://doi.org/10.1111/cdev.13724>
- Muñoz, Y. B., Guerrero, D. F., & García, J. F. (2015). Transcodificación numérica y comprensión del valor de posición: una débil relación teórica y empírica. *Psicología desde el Caribe, 32*(3), 393-409. <http://dx.doi.org/10.14482/psdc.32.3.6015>
- Noel, M., & Turconi, E. (1999). Assessing number transcoding in children. *European Review of Applied Psychology, 49*(4), 295-302. <https://pascal-francis.inist.fr/vibad/index.php?action=getRecordDetail&idt=1285000>
- Nunes, T., & Bryant, P. (1997). *Las matemáticas y su aplicación: La perspectiva del niño*. Siglo XXI Editores.
- Orozco, M., Guerrero, D. F., & Otálora, Y. (2007). Los errores sintácticos al escribir numerales en rango superior. *Infancia y Aprendizaje, 30*(2), 147-162. <https://doi.org/10.1174/021037007780705210>
- Otálora, Y., Guerrero, D. F., Orozco, M., Hurtado, R., Quimbay, C., & Gutiérrez, R. (2011). *Prueba piloto a escala real para la evaluación del aprendizaje de la escritura de los numerales en comunidades escolares*. Colciencias. <http://repositorio.colciencias.gov.co:80/handle/11146/21976>
- Porrás, J. A., & Vivas, V. L. (2009). Equivalencias y valor de posición: elementos que orientan el funcionamiento del Sistema de Numeración Decimal (SND). En G. García (Ed.), *Memorias 10 Encuentro de Matemática Educativa* (pp. 1-6). ASOCOLME.
- Power, R., & Dal Martello, M. (1990). The dictation of Italian numerals. *Language and Cognitive Processes, 5*(3), 237-254. <https://doi.org/10.1080/01690969008402106>
- Price, P. S. (2001). *The development of year 3 students' place value understanding: Representations and concepts* [Tesis doctoral, Queensland University of Technology]. Open University and Jisc. <https://eprints.qut.edu.au/15783/>
- Ramírez, G. M., & De Castro, H. C. (2014). Descubrimiento del valor posicional a través de la resolución de problemas. *Revista de Didácticas Específicas, 11*(1), 40-66. <https://repositorio.uam.es/handle/10486/663156>
- Ross, S. H. (1990). Children's acquisition of place-value numeration concepts: The roles of cognitive development and instruction. *Focus on Learning Problems in Mathematics, 12*(1), 1-17. <https://eric.ed.gov/?id=EJ410909>
- Ross, S. H. (2002). Place value: Problem solving and written assessment. *Teaching Children Mathematics, 8*(7), 419-423. <https://doi.org/10.5951/TCM.8.7.0419>
- Saxton, M., & Cakir, K. (2006). Counting-on, trading and partitioning: Effects of training and prior knowledge on performance on base-10 tasks. *Child Development, 77*(3), 767-785. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2006.00902.x>
- Sinclair, A., Garin, A., & Tieche-Christinat, C. (1992). Constructing and understanding of place value in numerical notation. *European Journal of Psychology of Education, 7*(3), 191-207. <https://doi.org/10.1007/BF03172825>
- Thompson, I. (2000). Teaching place value in UK: Time for a reappraisal? *Educational Review, 52*(3), 291-298. <https://doi.org/10.1080/713664046>
- Varelas, M., & Becker, J. (1997). Children's developing understanding of place value: Semiotic aspects. *Cognition and Instruction, 15*(2), 256-286. https://doi.org/10.1207/s1532690xcil502_4
- Young, L. J., & Bicknell, B. (2014). Developing young children's understanding of place-value using multiplication and quotative División. En

C. Nicol, S. Oesterle, P. Liljedahl & D. Allan (Eds.), *Proceedings of the Joint Meeting of PME 38 and PME-NA 36* (pp. 409-416). PME.

Zuniga, C. Z. (2012). *Conceptualización del valor posicional en la escritura de números en el sistema decimal, en los alumnos del cuarto grado de la escuela Sotero Barahona* [Tesis de

Maestría, Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán]. Biblioteca Virtual Miguel de Cervantes. <https://www.cervantesvirtual.com/obra/conceptualizacion-del-valor-posicional-en-la-escritura-de-numeros-en-el-sistema-decimal-en-los-alumnos-del-cuarto-grado-de-la-escuela-sotero-barahona/>

Recibido: febrero 16, 2022

Aceptado: marzo 9, 2023

