

EFFECTO DE LOS PARÁMETROS GEOMECÁNICOS EN EL FRACTURAMIENTO HIDRÁULICO DE YACIMIENTOS DE HIDROCARBUROS SENSIBLES A ESFUERZOS

Abel Naranjo A.¹ & Carlos M. Soto J.²

1. Ing. de Petróleos, Profesor Asociado

2. Ingeniero de Petróleos, Est. de Maestría

Facultad de Minas, Universidad Nacional de Colombia-Medellín

anaranjo@unalmed.edu.co, cmsotoj@unalmed.edu.co

Recibido para evaluación: 15 de Septiembre de 2007 / Aceptación: 09 de Noviembre de 2007 / Recibida versión final: 11 de Noviembre de 2007

RESUMEN

La teoría sobre el proceso de fracturamiento hidráulico indica que se requiere acoplar el comportamiento de la roca y el comportamiento del fluido para un modelamiento exitoso del tratamiento. En el presente trabajo se analizan los efectos de las propiedades geomecánicas en el fracturamiento hidráulico para yacimientos de hidrocarburos sensibles a esfuerzos. Se desarrolla un software para simular el fracturamiento hidráulico en tres dimensiones en diferencias finitas, que acopla el flujo de fluidos y la deformación geomecánica de la roca. El modelo considera dos dominios físicos diferentes, el yacimiento o dominio interno, donde ocurre flujo de fluidos y deformación geomecánica, y los alrededores o dominio externo, donde sólo ocurre deformación geomecánica. Los criterios de falla implementados son: El criterio de falla por tensión y el criterio de falla por cizalladura de Mohr-Coulomb. Para estudiar el efecto de los diferentes parámetros geomecánicos se utiliza el método de análisis factorial. Los resultados resaltan el efecto de la Razón de Poisson y la interacción Razón de Poisson - Compresibilidad Total por su influencia en la generación de la fractura hidráulica en el rango de datos utilizados. También se ilustran posibles efectos en la geometría de fractura en tres dimensiones, lo que no es posible con simuladores comerciales.

PALABRAS CLAVES: Fracturamiento Hidráulico, Análisis Factorial, Simulación de Yacimientos Sensibles a Esfuerzo, Parámetros Geomecánicos.

ABSTRACT

In order to build a successful model of the hydraulic fracturing treatment, the theory suggests that it is necessary to couple the behavior of the rock with the behavior of the fluid. This article analyzes the effect of the Geomechanical properties on the hydraulic fracturing of stress-sensitive hydrocarbon reservoirs. A numerical simulator was developed to simulate the hydraulic fracturing in three dimensions using a finite differences approach, and coupling the flow of fluids and the Geomechanical deformation of the rock. The model considers two different physical domains, the reservoir or inner domain in which occurs flow of fluids and Geomechanical deformation and; the surroundings which are the outer domain where occurs only Geomechanical deformation. The faulting criteria that were implemented are: Criterion by tension and the Mohr Coulomb's shear criteria. In order to study the effect of the different Geomechanical parameters the factorial analysis method is used. The results highlight the effect of the Poisson ratio and the interaction between the Poisson ratio and the Total Compressibility, due to their influence in the hydraulic fracture for the range of the used data. The results also illustrate possible effects on the geometry of fracture in three dimensions, what is not possible with commercial simulators.

KEY WORDS: Hydraulic Fracturing, Factorial Analysis, Stress - Sensitive Reservoirs Simulation, Geomechanical Parameters.

1. INTRODUCCIÓN

El fracturamiento hidráulico es una de las técnicas de estimulación de pozos en yacimientos de hidrocarburos más utilizada en el mundo, y se enfoca en resolver problemas relacionados con la baja productividad, que generalmente se atribuyen a daño inducido en la perforación y/o permeabilidad baja del yacimiento. Estudios sobre el fracturamiento hidráulico muestran que el comportamiento de la roca y el comportamiento del fluido requieren ser acoplados para un modelamiento exitoso. Actualmente los modelos computacionales que acoplan el comportamiento del esqueleto sólido de la roca y la producción/inyección de fluidos han cobrado gran importancia en las diferentes áreas de la industria del petróleo.

La simulación numérica permite demostrar que la producción de fluidos genera una perturbación local de presión y esta a su vez afecta el estado de esfuerzos local, ocasionando una variación no solo temporal sino también espacial. Los cambios en el estado de esfuerzos causan deformación en la parte sólida de la roca en yacimientos sensitivos a esfuerzos.

El presente artículo pretende dar a conocer algunos resultados del proyecto de investigación “Impacto de las Variables Geomecánicas en el Fracturamiento Hidráulico de Yacimientos de Hidrocarburos”, patrocinado por COLCIENCIAS y la Universidad Nacional de Colombia. En primera instancia se desarrolla un simulador con un modelo tridimensional para estudiar el fenómeno de fracturamiento hidráulico acoplado el flujo de fluidos con la deformación geomecánica de la roca, incluyendo el cambio en el estado de esfuerzos, la variación en las propiedades geomecánicas, la anisotropía y la pérdida de fluido, entre otros factores. Se describen brevemente los modelos utilizados en el desarrollo del simulador y se procede al diseño factorial del conjunto de corridas para analizar el impacto del cambio de las propiedades geomecánicas en el fracturamiento hidráulico. Se concluye con un análisis de los resultados obtenidos, reafirmando la necesidad de un modelamiento de flujo de fluidos acoplado a la deformación geomecánica en yacimientos sensibles a esfuerzos.

2. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

Conocer el estado de esfuerzos en el yacimiento es un requisito fundamental para determinar la orientación y geometría de la fractura. Los esfuerzos principales varían temporal y espacialmente en todo el yacimiento, lo que se evidencia en algunas observaciones de campo publicadas en la literatura. Hansen y Purcell (1989), encontraron en el campo South Belridge en California, que no solamente la magnitud sino también la orientación de los esfuerzos principales varía con la profundidad. Teufel y Farrell (1990), efectuaron una serie de mediciones de esfuerzos *in-situ* en el campo Ekofisk y encontraron que la orientación y magnitud de los esfuerzos principales varían espacialmente a través del yacimiento y temporalmente con la producción/inyección de fluidos en el pozo. Avasthi y et al. (1991), encuentran en el campo Mc Elroy, Texas, la dirección del esfuerzo principal máximo varía con la profundidad y la presión de poro. Wright y et al. (1995), presentan evidencias del cambio en magnitud y rotación de esfuerzos, inducidas por variaciones en la presión de poro, en el campo Lost Hills en California. Last y Mc Lean (1995), Charlez y et al. (1998), presentan evidencias de la variabilidad -en orientación y magnitud- con la profundidad y el tipo de formación en el campo Cusiana en Colombia. Osorio, Chen y Teufel (1999), reportan que el cambio en la presión de poro debido a los procesos de producción o inyección de fluidos en el yacimiento genera un disturbio en el estado de los esfuerzos efectivos principales. Chen y Teufel (2001), muestran que existe una variación de los esfuerzos horizontales como consecuencia de operaciones de producción/inyección.

La geometría y tasa de propagación de la fractura, determinan la distribución de la presión de poro afectando el campo de esfuerzos alrededor de la fractura. En consecuencia, las propiedades elásticas, la distribución del campo de esfuerzos y la presión de poro, son fenómenos que se deben acoplar en forma directa, haciendo que la determinación de la geometría de fractura se convierta en un problema complejo y difícil de solucionar. Generalmente, el estudio de confinamiento de fracturas hidráulicas se dirige hacia la determinación de parámetros y condiciones que limiten la altura de la fractura y controlen su dirección de propagación. Simonson, Abou-Sayed y Clifton (1978), estudiaron el efecto de la variación de los esfuerzos *in-situ* sobre la propagación de fractura, y mostró que un estrato adyacente a la formación fracturada con mayores esfuerzos *in-situ* puede ser una barrera para la propagación de la fractura. Daneshy (1978), condujo experimentos de laboratorio y encontró que diferencias en las propiedades mecánicas de la roca son

insuficientes para confinar la fractura, simplemente reduce el crecimiento vertical de la fractura. Brechtel, Abou-Sayed, y Jones (1978), encontraron diferencias significativas en los esfuerzos *in-situ* entre la arenisca Benson y estratos de lutitas adyacentes y sugieren utilizar estas diferencias para controlar la altura de la fractura. Warpinski y et al. (1982), concluyen que el contraste de esfuerzos entre la formación fracturada y los estratos adyacentes es el factor más importante en la propagación vertical de la fractura. Warpinski y Teufel (1987), encuentran que las discontinuidades geológicas pueden afectar considerablemente la geometría de las fracturas hidráulicas. Warpinski y Teufel (1991), presentan un caso de campo que mide la propagación de la fractura en función de la litología.

El análisis factorial permite estudiar sistemáticamente el impacto de las variables o interacciones de variables en un fenómeno físico. Esta metodología es útil cuando el objetivo de la experimentación es identificar la importancia de las variables. Según Saxena y Pavelic (1971), las ventajas de la metodología son:

- Se requiere pocos experimentos.
- Posibilita evaluar la interacción o efecto combinado de dos o más variables.

En el diseño factorial de dos niveles, se fijan el número de variables y se establece los valores o niveles (bajo y alto), e igualmente se definen los factores respuesta. El número de experimentos son todas las posibles combinaciones y se determina con 2^k , donde k es el número de variables de diseño. Una vez que los experimentos son realizados, se puede obtener la influencia de cada variable en el factor respuesta. El efecto se calcula como el valor absoluto del promedio de las diferencias en el factor respuesta al pasar la variable de un nivel bajo a un nivel alto. Se puede esperar que la variable de mayor influencia sea aquella con el efecto promedio más grande.

Si el efecto del cambio de la variable 1 con un nivel bajo en la variable 2, es igual al efecto del cambio de la variable 1 con un nivel alto en la variable 2, y viceversa, indica que posiblemente las dos variables afectan independientemente el factor respuesta y no existe interacción. Pero frecuentemente, el efecto del cambio de la variable 1 no es igual para ambos niveles de la variable 2; el problema ahora es evaluar dicha interacción. El efecto de la interacción de dos variables se calcula como el valor absoluto de la suma de los valores del factor respuesta cuando ambas variables se encuentran en un nivel bajo o en un nivel alto, luego se restan los demás valores y se divide por el número de términos sumados (o restados). Para mayor detalle de la metodología consultar a Saxena y Pavelic (1971).

3. CONSIDERACIONES TEÓRICAS

3.1. Desarrollo del Simulador de Fracturamiento Hidráulico

En la construcción del simulador se desarrollan los siguientes modelos:

- *Modelo físico*: Representa físicamente el yacimiento y sus alrededores.
- *Modelo matemático*: Compuesto por un *modelo diferencial*, un *modelo numérico* y los *criterios de fractura*.
- *Modelo computacional*: Permite llevar las ecuaciones del modelo matemático al computador con el uso de un lenguaje de programación.

3.1.1. Modelo Físico

El modelo físico se basa en las siguientes suposiciones:

- El modelo está conformado por dos dominios físicos diferentes: un dominio físico interno que representa el yacimiento y a través del cual ocurre flujo de fluidos y deformación de la roca, y un segundo dominio físico externo que representa la zona que rodea al yacimiento y en la cual ocurre perturbación en el estado de esfuerzos por las operaciones de inyección/producción de fluidos del yacimiento. la interacción yacimiento–alrededores es un proceso que requiere del acoplamiento de un modelo que describa la deformación de los alrededores del yacimiento con el cambio en la presión de poro y el estado de esfuerzos al interior del yacimiento. Con la

inclusión del dominio externo se obtiene una aproximación más real de las condiciones de límite geomecánicas que ocurren en el subsuelo.

- En el dominio interno (yacimiento) ocurre flujo de un fluido monofásico, isotérmico y levemente compresible.
- El espacio poroso del dominio externo contiene fluidos pero no existe flujo de fluidos a través del mismo.
- Se asume que el yacimiento es representado por un paralelepípedo regular con una malla de espaciamiento no uniforme en las tres direcciones x, y, z
- El dominio externo está representado por otro paralelepípedo que contiene al dominio interno, y cuya dimensión se toma como el doble de las especificadas para el dominio interno en cada una de las direcciones.
- El modelamiento se desarrolló utilizando un sistema de coordenadas cartesianas.
- El yacimiento es considerado como un sistema poro-elástico donde el esqueleto sólido de la roca presenta deformación elástica no-lineal.
- Las propiedades de la roca pueden variar espacial e incluso temporalmente.
- El yacimiento puede presentar anisotropía en sus propiedades.

3.1.2. Modelo Matemático

Para formular apropiadamente el modelo matemático de flujo de fluidos acoplado con deformación geomecánica de la roca en yacimientos sensitivos a esfuerzos y deformaciones, se considerarán los siguientes aspectos:

- La naturaleza multicomponente del yacimiento. La roca y los diferentes fluidos que ocupan el espacio poroso requieren modelos matemáticos diferentes:
 - Modelo de flujo de fluidos: Describe el comportamiento del flujo de fluidos.
 - Modelo de deformación geomecánica: Describe la deformación de la roca ante un cambio en el estado de esfuerzos.
- El comportamiento no-lineal de las propiedades de la roca del yacimiento. Las propiedades de la roca y del fluido presente en el espacio poroso se comportan de manera no-lineal, y se requiere expresiones que describan este comportamiento en función de la presión de poro y el estado de esfuerzos.
- El modelamiento del proceso de fracturamiento hidráulico requiere considerar algún criterio de falla que permita evaluar los bloques fracturados a medida que se realiza el proceso de estimulación.

Modelo diferencial

Son las ecuaciones diferenciales que permiten describir el comportamiento del flujo de fluidos acoplado con la deformación geomecánica y los criterios de fractura.

Modelo de deformación geomecánica. Describe el comportamiento de la deformación de la parte sólida de la roca ante un cambio en el estado de esfuerzos del yacimiento generado por la producción/inyección de fluidos en el pozo, en un sistema de coordenadas cartesianas. El modelo de deformación geomecánica está conformado por el acople de las siguientes relaciones básicas constitutivas:

- Ecuaciones de equilibrio de esfuerzos.
- Ecuaciones de deformación-desplazamiento.
- Ecuaciones de esfuerzo-deformación-presión.

Ecuaciones de equilibrio de esfuerzos. Estiman la variación de los esfuerzos en un intervalo de tiempo Δt y de un punto a otro en un elemento de volumen infinitesimal en coordenadas cartesianas. El equilibrio de fuerzas después de un cambio en el tiempo Δt cumplen la siguiente relación (Chen, Teufel y Lee, 1995; Osorio, Chen y Teufel, 1999):

$$\sum_{j=1}^3 \frac{\partial \Delta \sigma_{ij}}{\partial x_j} = 0 ; \quad \Delta \sigma_{ij} = \Delta \sigma_{ji} \quad (1)$$

$\Delta\sigma_{ij}$ es el incremento del esfuerzo total. El primer subíndice en la notación se refiere al plano en el cual actúa el esfuerzo, el segundo subíndice indica la dirección del esfuerzo.

En la ecuación anterior se asume que las fuerzas de cuerpo (fuerzas gravitacionales) son despreciables o permanecen constantes con el tiempo debido a que tienen poca o ninguna influencia sobre los objetivos de este proyecto.

Ecuaciones de deformación–desplazamiento. Las relaciones existentes entre los desplazamientos y las deformaciones son expresadas en forma incremental con la siguiente expresión (Osorio, Chen y Teufel, 1999):

$$\Delta\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial\Delta U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial\Delta U_j}{\partial x_i} \right) \quad (2)$$

donde ε es la deformación de la roca y ΔU los incrementos en los desplazamientos.

Ecuaciones de esfuerzo–deformación–presión. Las componentes del esfuerzo total se describen por (Osorio, Chen y Teufel, 1999):

$$\Delta\sigma_{ij} = 2G\Delta\varepsilon_{ij} + \lambda\Delta\varepsilon_v\delta_{ij} + \alpha\Delta P\delta_{ij} \quad (3)$$

donde G es el modulo de cizalla de la roca, λ es la constante de Lamé y α la constante de Biot. El Símbolo δ es el operador de Kronecker, definido como uno para $i = j$ y cero para todo $i \neq j$

El modelo de deformación geomecánica para medios porosos en coordenadas cartesianas resultan del acoplamiento de las ecuaciones (1), (2), (3), y se puede escribir como:

$$\nabla \cdot [G\nabla(\Delta U_l)] + \nabla \cdot \left[G \frac{\partial(\Delta \vec{U})}{\partial l} \right] + \frac{\partial[\lambda\nabla \cdot (\Delta \vec{U})]}{\partial l} + \frac{\partial(\alpha\Delta P)}{\partial l} = 0 \quad (4)$$

donde $l=x,y,z$

ΔU = vector de desplazamientos en forma incremental, dado por $\Delta \vec{U} = \Delta U_x \vec{i} + \Delta U_y \vec{j} + \Delta U_z \vec{k}$

∇ = operador gradiente en coordenadas cartesianas. Se aplica a una función escalar

$$(f): \nabla(f) = \frac{\partial(f)}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial(f)}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial(f)}{\partial z} \vec{k}$$

$\nabla \cdot \vec{F}$ = Representa el producto punto entre dos vectores, dado por: $\nabla \cdot \vec{F} = \frac{\partial f_x}{\partial x} + \frac{\partial f_y}{\partial y} + \frac{\partial f_z}{\partial z}$

Debe anotarse que las ecuaciones que conforman el modelo de deformación geomecánica se expresan en términos de los desplazamientos y no de los esfuerzos. Esto se debe a que las matrices generadas en el modelo numérico utilizando los desplazamientos son diagonalmente dominantes, lo que facilita la solución del sistema de ecuaciones. Es importante aclarar que físicamente es equivalente expresar las ecuaciones del modelo de deformación geomecánica en términos de los desplazamientos o de los esfuerzos.

Modelo de flujo de fluidos. La descripción detallada del modelo de flujo de fluidos debe acoplar las siguientes relaciones básicas:

- Ecuación de continuidad o conservación de masa del fluido.

- Ecuación de continuidad o conservación de masa del sólido.
- Ecuación de difusividad.
- Ecuación de estado.

Conservación de masa del fluido. La ecuación de continuidad se expresa en forma diferencial por:

$$-\nabla \cdot (\rho_f \bar{v}_f \phi) = \frac{\partial(\rho_f \phi)}{\partial t} + \bar{q}_f \quad (5)$$

donde ρ_f es la densidad del fluido, ϕ es la porosidad, $\bar{v}_f = v_{fx} \cdot \vec{i} + v_{fy} \cdot \vec{j} + v_{fz} \cdot \vec{k}$ es el vector de velocidad real del fluido, $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ son los vectores unitarios en dirección x, y, z respectivamente. \bar{q}_f se define como la cantidad de masa de fluido que entra o sale por fuentes ó sumideros por unidad de volumen total por delta de tiempo.

Conservación de masa del sólido. En forma diferencial, la ecuación de continuidad para el sólido, se expresa por:

$$-\nabla \cdot (\rho_s \bar{v}_s (1 - \phi)) = \frac{\partial(\rho_s (1 - \phi))}{\partial t} \quad (6)$$

donde $\bar{v}_s = v_{sx} \cdot \vec{i} + v_{sy} \cdot \vec{j} + v_{sz} \cdot \vec{k}$ es el vector de velocidad real del sólido.

Ecuación de difusividad. Se expresa por la ecuación de Darcy:

$$\phi (\bar{v}_f - \bar{v}_s) = -\frac{K}{\mu} \bar{\nabla} P \quad (7)$$

donde μ es la viscosidad del fluido, K es el tensor de permeabilidades y $\bar{\nabla} P$ es el gradiente de presión.

Ecuación de estado. Se utiliza el concepto de compresibilidad:

$$\frac{\partial \rho_f}{\partial t} = c_f \rho_f \frac{\partial P}{\partial t} \quad (8)$$

El término c_f en la ecuación (8) es la compresibilidad del fluido.

El modelo de flujo de fluidos para medios porosos en coordenadas cartesianas resulta del acoplamiento de las ecuaciones deducidas anteriormente. El modelo de flujo de fluidos en términos de la presión de poro y la deformación volumétrica:

$$\nabla \cdot \left(\frac{K}{B_f \mu} \nabla P \right) = \frac{1}{B_f} \left((c_{bc} - (1 + \phi)c_s + \phi c_f + \alpha) \frac{\partial P}{\partial t} - \alpha \frac{\partial \epsilon_V}{\partial t} \right) + \bar{q}_V \quad (9)$$

La porosidad involucrada en la ecuación de flujo es obtenida de la siguiente ecuación diferencial Osorio, Chen y Teufel (1999),

$$d\phi = -[c_{bc}(1 - \phi) - c_s](d\sigma_m - dP) \quad (10)$$

donde c_{bc} es la compresibilidad total efectiva, c_s es la compresibilidad de la roca y σ_m es el esfuerzo total medio. La compresibilidad total efectiva mide el efecto de la variación del esfuerzo medio sobre el volumen total de la roca a presión de poro constante. La compresibilidad de la roca es obtenida a partir de pruebas de laboratorio.

Criterios de fractura

El estudio del fracturamiento hidráulico implica el estudio de la generación y propagación de la fractura; para ello se utiliza modelos de fractura, también denominados como criterios de falla, y en el simulador de fracturamiento hidráulico se incorporan el criterio de falla por tensión y el criterio de falla por cizalladura de Mohr–Coulomb.

Criterio de falla por tensión. La fractura por tensión se presenta cuando el esfuerzo efectivo mínimo en la formación es igual a la resistencia a la tensión de la roca. La fractura o plano de falla que se obtiene, es perpendicular al esfuerzo mínimo principal. Para verificar una falla por tensión se compara la presión de poro con la presión de fractura, cuando la presión de poro es igual o mayor a la presión de fractura, se considera que el bloque se fractura por tensión. La presión de fractura se obtiene por la siguiente expresión:

$$P_{Fractura} = \frac{\sigma_3 + T_o}{\alpha} \quad (11)$$

donde σ_3 es el esfuerzo total mínimo, T_o es la resistencia a la tensión de la roca y α es la constante de Biot del material rocoso.

Criterio de falla por cizalladura. Las fracturas por cizalladura se asocian a una alta diferencia en los esfuerzos principales. El criterio de falla por cizalladura más popular es el criterio de Mohr–Coulomb.

$$\tau = \pm(\tau_o + \sigma_e \tan\varphi) \quad (12)$$

donde τ_o es la resistencia a la cizalladura o cohesión del material poroso, φ es el ángulo de fricción interna.

Las ecuaciones que gobiernan el flujo de fluidos acoplado a deformación geomecánica se aplican tanto a la matriz como a la fractura, la diferencia se determina por la magnitud de las propiedades petrofísicas y mecánicas de cada uno de estos medios. Las propiedades mecánicas de la roca, la permeabilidad y la porosidad del yacimiento, son funciones del esfuerzo efectivo medio.

3.1.3. Modelo Numérico

El sistema de ecuaciones diferenciales son discretizadas por el método de aproximación en diferencias finitas de segundo orden (en el espacio) sobre una malla irregular con nodos distribuidos. Un esquema completamente implícito es asumido en la solución del conjunto de ecuaciones para garantizar máxima estabilidad numérica. Aproximaciones centrales y progresivas son desarrolladas para el espacio y el tiempo, respectivamente. La discretización de la ecuación del modelo flujo de fluidos en términos del incremento de presión ΔP , se expresa en forma de stencil:

$$\begin{aligned} BC_{P_{i,j,k}} \Delta P_{i,j,k-1}^{n+1} + SP_{i,j,k} \Delta P_{i,j-1,k}^{n+1} + WP_{i,j,k} \Delta P_{i-1,j,k}^{n+1} + CP_{i,j,k} \Delta P_{i,j,k}^{n+1} + \\ EP_{i,j,k} \Delta P_{i+1,j,k}^{n+1} + NP_{i,j,k} \Delta P_{i,j+1,k}^{n+1} + TC_{P_{i,j,k}} \Delta P_{i,j,k+1}^{n+1} = F_{P_{i,j,k}} \end{aligned} \quad (13)$$

En la ecuación (13), $BC_p, S_p, W_p, C_p, E_p, N_p, TC_p, F_p$ representan los stencils: Central Inferior, Sur, Oeste, Central, Este, Norte, Central Superior, y Término Independiente, respectivamente.

La discretización de la ecuación del modelo esfuerzo-deformación en la dirección x , en términos del incremento del desplazamiento en x , ΔU_x , se expresa en forma de stencil:

$$\begin{aligned} BC_{U_{x_i,j,k}} \Delta U_{x_i,j,k-1}^{n+1} + S_{U_{x_i,j,k}} \Delta U_{x_i,j-1,k}^{n+1} + W_{U_{x_i,j,k}} \Delta U_{x_{i-1},j,k}^{n+1} + C_{U_{x_i,j,k}} \Delta U_{x_i,j,k}^{n+1} + \\ E_{U_{x_i,j,k}} \Delta U_{x_{i+1},j,k}^{n+1} + N_{U_{x_i,j,k}} \Delta U_{x_i,j+1,k}^{n+1} + TC_{U_{x_i,j,k}} \Delta U_{x_i,j,k+1}^{n+1} = F_{p_{i,j,k}} \end{aligned} \quad (14)$$

La discretización de la ecuación del modelo esfuerzo-deformación en la dirección y , en términos del incremento del desplazamiento en y , ΔU_y , se expresa en forma de stencil:

$$\begin{aligned} BC_{U_{y_i,j,k}} \Delta U_{y_i,j,k-1}^{n+1} + S_{U_{y_i,j,k}} \Delta U_{y_i,j-1,k}^{n+1} + W_{U_{y_i,j,k}} \Delta U_{y_{i-1},j,k}^{n+1} + C_{U_{y_i,j,k}} \Delta U_{y_i,j,k}^{n+1} + \\ E_{U_{y_i,j,k}} \Delta U_{y_{i+1},j,k}^{n+1} + N_{U_{y_i,j,k}} \Delta U_{y_i,j+1,k}^{n+1} + TC_{U_{y_i,j,k}} \Delta U_{y_i,j,k+1}^{n+1} = F_{U_{y_i,j,k}} \end{aligned} \quad (15)$$

La discretización de la ecuación del modelo esfuerzo-deformación en la dirección z , en términos del incremento del desplazamiento la dirección z , ΔU_z se expresa en forma de stencil:

$$\begin{aligned} BC_{U_{z_i,j,k}} \Delta U_{z_i,j,k-1}^{n+1} + S_{U_{z_i,j,k}} \Delta U_{z_i,j-1,k}^{n+1} + W_{U_{z_i,j,k}} \Delta U_{z_{i-1},j,k}^{n+1} + C_{U_{z_i,j,k}} \Delta U_{z_i,j,k}^{n+1} + \\ E_{U_{z_i,j,k}} \Delta U_{z_{i+1},j,k}^{n+1} + N_{U_{z_i,j,k}} \Delta U_{z_i,j+1,k}^{n+1} + TC_{U_{z_i,j,k}} \Delta U_{z_i,j,k+1}^{n+1} = F_{U_{z_i,j,k}} \end{aligned} \quad (16)$$

La discretización la ecuación diferencial de porosidad (10), se obtiene:

$$\phi_{i,j,k}^{n+1} = \frac{\phi_{i,j,k}^n - \left(c_{bc}^{n+1}{}_{i,j,k} - c_s^{n+1}{}_{i,j,k} \right) \left(\Delta \sigma_m^{n+1}{}_{i,j,k} - \Delta P_{i,j,k}^{n+1} \right)}{\left(1 - c_{bc}^{n+1}{}_{i,j,k} \right) \left(\Delta \sigma_m^{n+1}{}_{i,j,k} - \Delta P_{i,j,k}^{n+1} \right)} \quad (17)$$

Condiciones Iniciales

A un tiempo $t=0$, la presión es la misma en todo el yacimiento para el modelo de flujo de fluidos, en términos del incremento de presión, $\Delta P = 0$. Los incrementos en los desplazamientos en las direcciones x, y, z son iguales a cero para el modelo de deformación geomecánica. Se asume que el sistema de coordenadas $x - y - z$ está alineado inicialmente con la orientación de los esfuerzos principales.

Condiciones de frontera

Para el flujo de fluidos se considera que el yacimiento está cerrado por todos los límites del dominio interno. Para los desplazamientos se tiene en cuenta los alrededores del yacimiento y se establece que los desplazamientos son iguales a cero a una distancia lejana de los bordes del yacimiento, esto refleja condiciones mucho más reales para el sistema esfuerzo-deformación.

3.2. Diseño Factorial de Corridas

El fracturamiento hidráulico es un fenómeno complejo y muchas variables afectan el proceso, pero el objeto de estudio en esta investigación es la importancia de las variables geomecánicas. Pensando en lo anterior, se establecen cuatro variables para dos niveles en el diseño factorial (Véase la Tabla 1). En la Figura 1 se muestran las curvas de permeabilidad de la matriz versus el esfuerzo efectivo correspondientes al nivel bajo y alto.

Tabla 1. Factores en el diseño factorial de dos niveles

Factor Investigado		Nivel Bajo	Nivel Alto
X ₁	Razón de Poisson - ν	0.10	0.25
X ₂	Compresibilidad total - C_{bc}	1.00E-06	3.00E-06
X ₃	Anisotropía - $\sigma_x/\sigma_z, \sigma_y/\sigma_z$	$\sigma_x/\sigma_z = 0.85$ $\sigma_y/\sigma_z = 0.70$	$\sigma_x/\sigma_z = 1.00$ $\sigma_y/\sigma_z = 1.00$
X ₄	Permeabilidad de la matriz - K_x, K_y, K_z	Baja	Alta

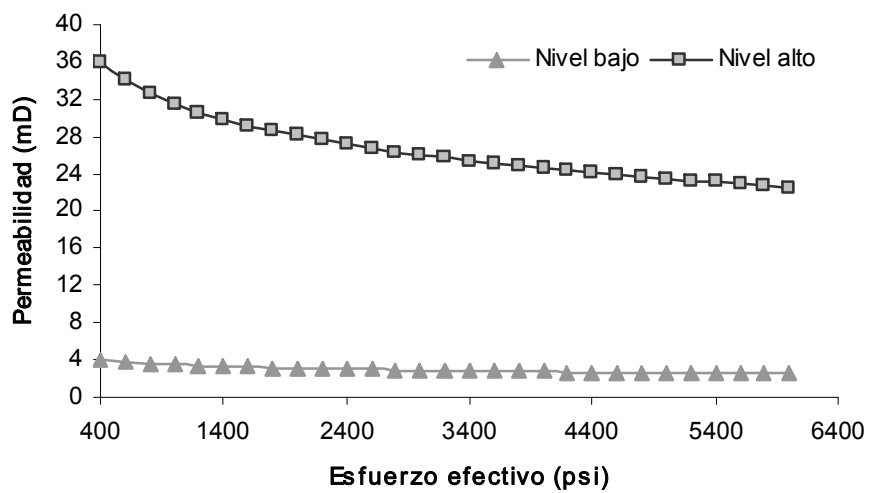


Figura 1. Curvas de permeabilidad en el nivel bajo y alto

Se establecieron dos factores respuesta: El primer factor es el índice de efectividad de fractura, definido como el área bajo la gráfica que relaciona el número de bloques fracturados con el tiempo, el segundo factor es el número final de bloques fracturados. Los factores respuesta seleccionados tiene una gran relación, porque al aumentar el número final de nodo fracturados se espera que el índice de efectividad de fractura aumente, pero los dos tienen significado físico e importancia diferente (Véase la Figura 2).

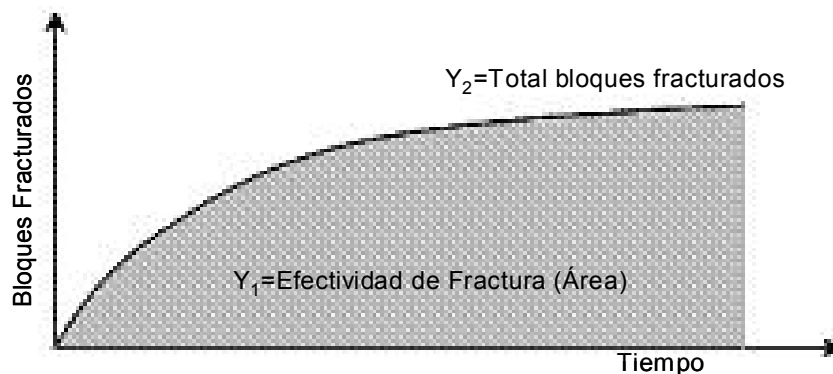


Figura 2. Representación de los factores respuesta

En la Tabla 2 se presenta los parámetros base empleados en el conjunto de corridas, con 120 minutos simulados en cada corrida; el sistema completo, yacimiento y alrededores, contiene 878,460 bloques, con 124,820 bloques pertenecientes al dominio interno. En el centro del yacimiento se ubica un pozo vertical y la inyección de fluido se realiza en 8 pies completados.

Tabla 2. Parámetros base del conjunto de corridas

Variable	Valor
$\Delta X, \Delta Y$ y ΔZ en el dominio interno	2 ft
Ancho, largo y alto en el dominio interno	158, 158 y 42 ft
Ancho, largo y alto dominio interno y externo	3086, 3086 y 202 ft
Compresibilidad de la roca - C_s	2.00×10^{-7} Psi^{-1}
Porosidad inicial de la roca	0.2350
Angulo de fricción interna	40°
Cohesión	2500 psi
Resistencia a la tensión	1000 psi
Presión inicial del yacimiento	6000 psi
Esfuerzo total inicial en Z – Nivel bajo en Anisotropía	10000 psi
Esfuerzo total inicial en Z – Nivel alto en Anisotropía	8500 psi
Caudal de inyección	5 bbl/min
Compresibilidad del fluido de yacimiento	2.00×10^{-4}
Viscosidad del fluido de yacimiento	0.0522 cp
Compresibilidad del fluido de fractura	1.00×10^{-4}
Viscosidad del fluido de fractura	30.0 cp

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y DISCUSIÓN

El análisis de resultados utiliza el método simplificado de análisis factorial. El primer paso, es evaluar el efecto de cada una de las variables o factores investigados de manera independiente, estableciendo el orden de importancia de los factores respecto a cada uno de los factores respuesta; en el segundo, se procede a la evaluación del efecto de las interacciones para cada factor respuesta y finalmente analizar los resultados.

4.1. Importancia de los Factores Investigados Individualmente

En la Tabla 3 se presenta la matriz del diseño factorial con los factores respuesta: El índice de efectividad de fractura y el número final de bloques fracturados. La identificación del orden de importancia de cada factor investigado, se realiza al calcular el efecto promedio que genera cada factor al cambiar de nivel de estudio con cada variable de respuesta.

Se observa que el factor de mayor importancia en el rango de valores utilizado es la permeabilidad, se identifica fácilmente, que en un nivel alto de permeabilidad no se crea fractura, lo que resalta la importancia de este parámetro en el diseño de un fracturamiento hidráulico, de hecho, se conoce que al aumentar la permeabilidad en una formación se requiere aumentar el caudal de inyección para tratar de garantizar la generación de la fractura. En la Tabla 4 se presenta el efecto promedio de cada factor investigado en el índice de efectividad de fractura y en el número final de bloques fracturados.

Tabla 3. Matriz no codificada del diseño factorial con los factores respuesta

Corrida	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	Y ₁	Y ₂
1	0.10	1.00x10 ⁻⁶	$\sigma_x/\sigma_z = 0.85, \sigma_y/\sigma_z = 0.70$	Nivel bajo	551,839	10,420
2	0.25	1.00x10 ⁻⁶	$\sigma_x/\sigma_z = 0.85, \sigma_y/\sigma_z = 0.70$	Nivel bajo	557,898	9,699
3	0.10	3.00x10 ⁻⁶	$\sigma_x/\sigma_z = 0.85, \sigma_y/\sigma_z = 0.70$	Nivel bajo	1,131,413	18,740
4	0.25	3.00x10 ⁻⁶	$\sigma_x/\sigma_z = 0.85, \sigma_y/\sigma_z = 0.70$	Nivel bajo	171,390	4,051
5	0.10	1.00x10 ⁻⁶	$\sigma_x/\sigma_z = 1.00, \sigma_y/\sigma_z = 1.00$	Nivel bajo	750,636	12,600
6	0.25	1.00x10 ⁻⁶	$\sigma_x/\sigma_z = 1.00, \sigma_y/\sigma_z = 1.00$	Nivel bajo	224,884	4,398
7	0.10	3.00x10 ⁻⁶	$\sigma_x/\sigma_z = 1.00, \sigma_y/\sigma_z = 1.00$	Nivel bajo	576,369	11,462
8	0.25	3.00x10 ⁻⁶	$\sigma_x/\sigma_z = 1.00, \sigma_y/\sigma_z = 1.00$	Nivel bajo	38,657	802
9	0.10	1.00x10 ⁻⁶	$\sigma_x/\sigma_z = 0.85, \sigma_y/\sigma_z = 0.70$	Nivel alto	221	11
10	0.25	1.00x10 ⁻⁶	$\sigma_x/\sigma_z = 0.85, \sigma_y/\sigma_z = 0.70$	Nivel alto	0	0
11	0.10	3.00x10 ⁻⁶	$\sigma_x/\sigma_z = 0.85, \sigma_y/\sigma_z = 0.70$	Nivel alto	0	1
12	0.25	3.00x10 ⁻⁶	$\sigma_x/\sigma_z = 0.85, \sigma_y/\sigma_z = 0.70$	Nivel alto	0	0
13	0.10	1.00x10 ⁻⁶	$\sigma_x/\sigma_z = 1.00, \sigma_y/\sigma_z = 1.00$	Nivel alto	0	0
14	0.25	1.00x10 ⁻⁶	$\sigma_x/\sigma_z = 1.00, \sigma_y/\sigma_z = 1.00$	Nivel alto	0	0
15	0.10	3.00x10 ⁻⁶	$\sigma_x/\sigma_z = 1.00, \sigma_y/\sigma_z = 1.00$	Nivel alto	0	0
16	0.25	3.00x10 ⁻⁶	$\sigma_x/\sigma_z = 1.00, \sigma_y/\sigma_z = 1.00$	Nivel alto	0	0

Tabla 4. Efecto promedio de cada factor investigado en los factores respuesta

Factor Investigado	Índice de Efectividad de Fractura – Y ₁	Total de Bloques Fracturados – Y ₂
X ₄ Permeabilidad de la matriz – K _x , K _y , K _z	500,358.13	9,020.00
X ₁ Razón de Poison - ν	252,206.13	4,285.50
X ₃ Anisotropía - $\sigma_x/\sigma_z, \sigma_y/\sigma_z$	102,776.88	1,707.50
X ₂ Compresibilidad total - C _{bc}	20,956.13	259

4.2. Efecto de Permeabilidad

La permeabilidad de la matriz de la roca es una de las propiedades petrofísicas más importantes en el desarrollo de un yacimiento de hidrocarburos e influye en las operaciones de campo, por ello, es uno de los parámetros de diseño para un tratamiento de fracturamiento hidráulico. En el conjunto de corridas ejecutadas, se muestra la importancia de la permeabilidad y, a un nivel alto de permeabilidad no se alcanza a fracturar, con excepción de la corrida 09, en la que se fracturan por cizalladura unos pocos bloques en la cercanía a los bloques inyectoros. La permeabilidad a un nivel alto con los parámetros base establecidos, no crea un escenario propicio para una fractura por tensión.

4.3. Importancia de las Interacciones

En el análisis de la interacción de los factores investigados no se tendrá en cuenta la permeabilidad para evitar su influencia en el estudio de las interacciones de los demás factores, por ello, se reduce el análisis a las primeras ocho corridas. En la Figura 3, se presenta el número de nodos fracturados con el tiempo.

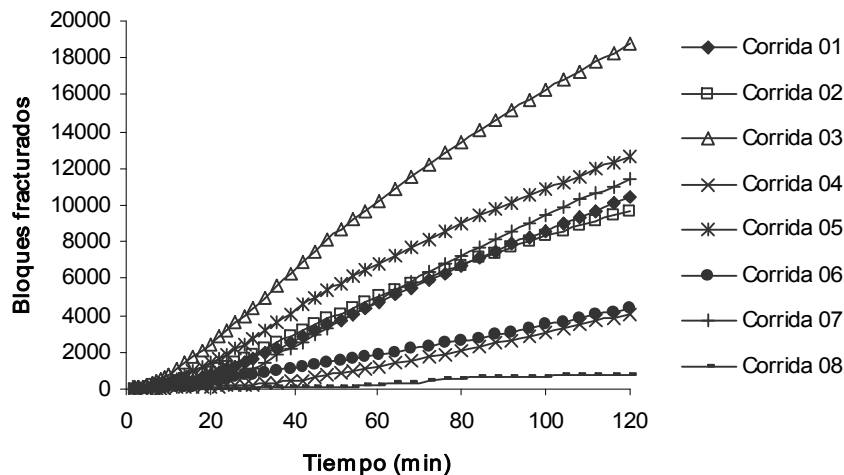
En la Tabla 5, se presenta por orden de importancia, el efecto promedio individual e interacciones bifactorial y trifactorial de los factores investigados sobre los factores respuesta. Al analizar el efecto promedio de los factores e interacciones con cada una de las variables respuesta en el rango de datos utilizado, se observa que coinciden en afirmar que la Razón de Poison (ν) es el efecto de mayor importancia, seguido de la interacción entre Razón de Poison (ν) y la Compresibilidad Total (C_{bc})

Tabla 5. Estimación de la importancia sobre el índice de efectividad de fractura

Factor o Interacción Investigada	Efectividad de Fractura – Y_1	Total de Bloques Fracturados – Y_2
Razón de Poison - ν	252,178.50	4,284.00
Razón de Poison - Compresibilidad total	122,255.25	2,053.25
Razón de Poison - Compresibilidad total - Anisotropía	119,265.25	<u>1,438.75</u>
Anisotropía - $\sigma_x/\sigma_z, \sigma_y/\sigma_z$	102,749.25	<u>1,706.00</u>
Compresibilidad total - Anisotropía	69,195.00	925.75
Compresibilidad Total - C_{bc}	20,928.50	<u>257.75</u>
Razón de Poison - Anisotropía	13,687.50	<u>431.50</u>

4.4. Efecto de Anisotropía

La anisotropía se muestra como un factor con un efecto medio en comparación con los factores investigados, pero no es un efecto sin importancia. En la Figura 3, se exhiben las corridas 03 y 07 en las mismas condiciones, excepto la anisotropía, y en dichas condiciones el índice de efectividad de fractura se reduce aproximadamente a la mitad al eliminar cualquier diferencia en los esfuerzos. En general se puede decir que la anisotropía facilita el fracturamiento hidráulico, con el aumento de las fracturas por cizalla.

**Figura 3.** Gráfica de nodos fracturados vs tiempo.

4.5. Efecto de las Variables Geomecánicas

Las variables geomecánicas no son parámetros de diseño en un fracturamiento hidráulico, lo que implica que no es posible cambiar el valor de las propiedades geomecánicas en un yacimiento, pero es importante tener en cuenta el impacto en el tratamiento de estimulación. La Razón de Poison (ν) y la Compresibilidad Total (C_{bc}) son las variables con un mayor y menor efecto respectivamente en el rango de datos del análisis, pero la interacción entre estos dos parámetros representa un efecto considerable, dicha conclusión se basa en la estimación del efecto promedio (véase la Tabla 5).

El mecanismo de fractura buscado en un fracturamiento hidráulico es la fractura por tensión, en la Figura 4, se muestra un ejemplo del cambio en los mecanismos de fractura con el cambio en la Razón de Poison (ν). En la corrida 05 el 83% de los bloques se fracturaron solo por cizalla, mientras que en la corrida 06 fue el 42%. No es posible una generalización de la tendencia por la complejidad de las relaciones y de la variedad de factores que pueden influir.

El simulador numérico desarrollado no puede determinar la estructura interna de las fracturas, pero sí delimitar la zona fracturada. En la Figura 5, se ilustra el cambio en la geometría de fractura con el cambio en la Razón de Poison (ν) para las corridas 05 y 06.

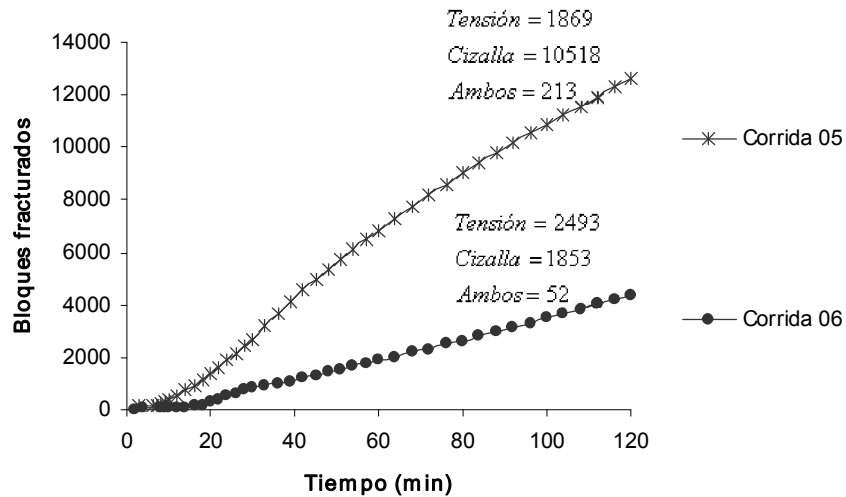


Figura 4. Mecanismos de fractura con el cambio en la Razón de Poisson

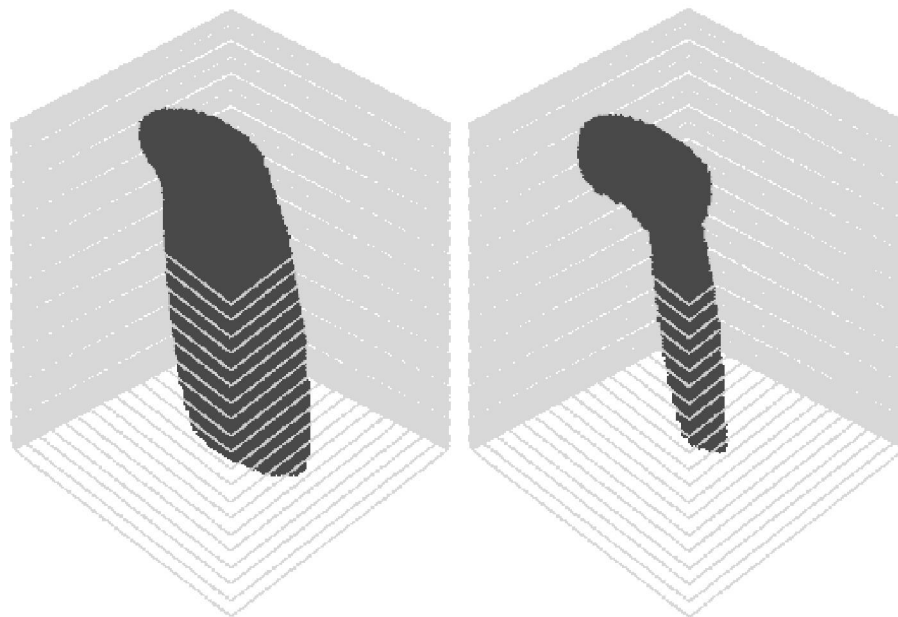


Figura 5. Geometría de fractura corridas 05 y 06 con el cambio en la Razón de Poisson

En una campaña de fracturamiento hidráulico se acumula conocimiento empírico a medida que se fractura un mayor número de pozos, por ello, se espera que el último pozo de la campaña de fracturamiento hidráulico, resulte ser el mejor tratamiento de estimulación. Analizar el impacto de las propiedades geomecánicas puede ayudar a ahorrar sumas importantes de dinero a una empresa, al permitir conocer de antemano el comportamiento de la presión, de los esfuerzos, de los desplazamientos y los mecanismos de fractura. La utilización del simulador numérico desarrollado para el análisis del impacto de las variables geomecánicas posibilitaría un mayor número de fracturamientos exitosos, representando un ahorro significativo, dado que la tecnología de fracturamiento hidráulico es de alto costo.

En una roca homogénea o sólido isotrópico se espera que el conocimiento de dos variables geomecánicas o constantes elásticas determine el valor de las demás constantes elásticas, en este estudio se consideraron la Razón de Poisson (ν) y la Compresibilidad Total (C_{bc}). La relación entre las constantes elásticas no son relaciones lineales, lo que implica, que no se puede estimar el orden de importancia de las demás constantes elásticas sobre cada una de las variables de

respuesta en el diseño factorial, pero se ilustra el impacto de las variables geomecánicas o constantes elásticas sobre el fracturamiento hidráulico.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a COLCIENCIAS por su apoyo en esta investigación. Igualmente expresan sus agradecimientos a todas aquellas personas que de alguna forma participaron en el proyecto, en especial, a José Gildardo Osorio Gallego, Ph.D., Guillermo Arturo Alzate Espinosa, M.Sc., Hans Rusman Vásquez Urrea, I.P., Raúl Mauricio Cañas Trejos, I.P., Jhon Henry Alzate Buitrago, I.P. y al Grupo de Investigación en Geomecánica Aplicada - GIGA.

BIBLIOGRAFIA

- Avasthi, J. M. et al., 1991. In - Situ Stress Evaluation in the McElroy Field, West Texas, SPEPE, Sept., 301-9.
- Brechtel, C. E., Abou-Sayed, A. S., y Jones, A. H., 1978. Fracture Containment Analysis Conducted on the Benson Pay Zone in Columbia Well 20538-T, Proc. U. S. DOE Morgantown Energy Technology Center Second Eastern Gas Shales Symposium, Morgantown, WV, Oct. 16-18.
- Charlez, P. A. et al., 1998. Understanding the Present Day In - Situ State of Stress in the Cusiana Field, Colombia, paper SPE 47208, presented at Eurock'98 Congress, Norway, July 8-10.
- Chen, H. Y. y Teufel, L. W., 2001. Reservoir Stress Changes Induced by Production/Injection, Paper SPE 71087-MS, SPE Rocky Mountain Petroleum Technology Conference, Keystone, Colorado, May 21-23.
- Chen, H. Y., Teufel, L. W. y Lee, R., 1995. Coupled Fluid/Flow and Geomechanics in Reservoir Study – I. Theory and Governing Equations, paper SPE 30752, presented at the 1995 Annual Technical Conference and Exhibition, Dallas, Oct. 22-25.
- Daneshy, A.A., 1978. Hydraulic Fracture Propagation in Layered Formations, SPEJ, Feb., 33-41.
- Hansen, K. S. y Purcell, W. R., 1989. Earth Stress Measurements in the South Belridge Oil Field, Kern County, California, SPEPE, Dec., 541-49.
- Last, N. C. y Mclean, M. R., 1995. Assessing the Impact of Trajectory on Wells Drilled in a Overthrust Region. Paper SPE 30465, presented at the 1995 SPE Annual Congress, Dallas, Texas, October 22-25.
- Osorio, J.G., Chen, H.Y. y Teufel, L.W., 1999. Numerical Simulation of the Impact of Flow-Induced Geomechanical Response on the Productivity of Stress-Sensitive Reservoir. Paper SPE 51929, presented at the 1999 SPE Reservoir Simulation Symposium held in Houston, Texas, 14-17 February.
- Saxena, U. y Pavelic, V., 1971. Factorial Designs as an Effective Tool in Mining and Petroleum Engineering, Society of Petroleum Engineers Journal, Paper SPE: 3333.
- Simonson, E. R., Abou - Sayed, A. S., y Clifton, R. J., 1978. Containment of Massive Hydraulic Fractures, SPEJ, Feb., 27-32.
- Teufel, L. W. y Farrell, H. E., 1990. Distribution of In Situ Stress and Natural Fractures in the Ekofisk Field, North Sea, Proc. Third North Sea Chalk Symposium, Copenhagen, June 11-12.
- Warpinski, N. R. et al., 1982. In - Situ Stress: The Predominant Influence of Hydraulic Fracture Containment, JPT, March, 653-64.
- Warpinski, N.R. y Teufel, L.W., 1987. Influence of Geological Discontinuities on Hydraulic Fracture Propagation, JPT, Feb., 209-20.
- Warpinski, N. R. y Teufel, L. W., 1991. In - Situ Stress Measurements at Rainier Mesa, Nevada Test Site - Influence of Topography and Lithology on the Stress State in Tuff, Int. Rock Mechs Mining Sci & Geomech. Abstr., 28, pp. 143-61.
- Wright, C. A. et al., 1995. Hydraulic Fracture Orientation and Production/Injection Induced Reservoir Stress Changes in Diatomite Waterfloods. Paper SPE 29625, presented at the 1995 SPE East Regional Meeting, Bakersfield, California, March 8-10.