
ESTIMACIÓN DE COEFICIENTES DE ORSHANSKY A PARTIR DE UN SISTEMA COMPLETO DE ECUACIONES DE DEMANDA: UNA NUEVA METODOLOGÍA PARA LA ELABORACIÓN DE UMBRALES DE POBREZA

Jorge Enrique Muñoz Ayala¹

LÍNEAS DE POBREZA ¿CUÁLES Y CÓMO VALORARLAS?

Actualmente se encuentra abierta la discusión sobre cómo medir cuántas personas pobres hay en Colombia. Se sabe que no existe una medida que recoja integralmente todos los conceptos sobre pobreza, y que a su vez, sea capaz

¹Magíster en Ciencias Económicas, actualmente se desempeña como economista de la oficina de Asesores del Gobierno en Asuntos Cafeteros y como docente de econometría de varias universidades. E-mail: Jorge.Munoz@cafedecolombia.com, jemuñoz@urosario.edu.co. Dirección de correspondencia: Calle 14 No 6-25. Universidad del Rosario, Facultad de Economía (Bogotá, Colombia).

Este artículo es producto de la Tesis de Maestría en Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Colombia. El autor agradece a su director de tesis, el profesor Manuel Muñoz; los valiosos comentarios de Juan Carlos Ramírez, Fernando Medina, Jorge Iván González (jurado de la Tesis), Juan Jaime Wiesner y de los dos jurados anónimos asignados por la revista. Esta investigación también se llevó a cabo para Colombia gracias a la financiación de la oficina de la CEPAL.

El código elaborado en STATA que se utilizó para las estimaciones y el método bietápico de la forma reducida alternativa, pueden solicitarse al autor.

Este artículo fue recibido el 31 de enero de 2007 y su publicación aprobada el 15 de diciembre de 2008.

de discriminar la población total de un país en dos grupos bien definidos: pobres y no-pobres. En este sentido tampoco es posible responder de manera precisa ¿por qué una persona es pobre? o ¿por qué corre el riesgo de llegar a serlo?

La forma convencional de medir el nivel de pobreza de un país, utiliza el nivel de ingresos de las familias y los compara frente a un umbral, comúnmente llamado valor de línea de pobreza. Este umbral se define como el valor de la canasta mínima de bienes y servicios que una familia debería adquirir para suplir sus necesidades más básicas de supervivencia y bienestar. Si el ingreso familiar (per cápita) está por debajo de este umbral, entonces se dice que la familia es pobre. De forma similar, los hogares que tienen ingresos menores al valor de una canasta básica de alimentos (valor de línea de indigencia) se encuentran en situación de pobreza extrema, puesto que sus ingresos no alcanzan para adquirir los alimentos que contienen las cantidades mínimas de nutrientes necesarias para tener un buen funcionamiento del organismo humano, y para evitar problemas de salud y enfermedades crónicas que se derivan de la desnutrición.

Existen varias formas de construir ese umbral de pobreza. Por ejemplo, la metodología del Banco Mundial clasifica los hogares entre pobres y no pobres utilizando una medida estandarizada para todos los países: un hogar es pobre si su ingreso per cápita diario es menor a 2 dólares de paridad de poder de adquisitivo (power parity purchasing, PPP)². Por otro lado, los cálculos de la CEPAL determinan el valor de la línea de pobreza para cada país de la región, con base en el valor de una canasta **normativa** de alimentos –cuya composición cubre los requerimientos mínimos calóricos para que una persona goce de buena salud y no enferme–³, la disponibilidad efectiva de los alimentos y los precios relativos de los mismos; luego, el valor de esa canasta se multiplica por un coeficiente (que tradicionalmente se

²Reddy y Pogge (2002) critican al Banco Mundial. Aducen que se han hecho estimaciones erróneas del nivel de pobreza para los países en todos los años y sobreestimado la tasa de disminución de la pobreza cuando se utiliza la metodología de dólares PPP. Argumentan que cuando se utilizan factores más realistas de la conversión de la paridad de poder adquisitivo, relacionados más de cerca con los costos de vida de los pobres, se habrían obtenido líneas de pobreza nacionales (en la mayoría de los países) superiores a las líneas internacionales de pobreza en dólares PPP.

³La estimación de los requerimientos nutricionales de la población de América Latina, se ajusta comúnmente a las recomendaciones vigentes de la FAO-OMS-UNU en necesidades de energía y proteínas, y además se tiene en cuenta la estructura sociodemográfica según área urbana y rural a partir de la información censal de los países. La metodología de la CEPAL tiene la ventaja de que cuando se hace la valoración utilizando una canasta **normativa**,

conoce con el nombre de inverso de coeficiente de Engel o de Orshansky) que permite estimar el total de recursos requeridos por los hogares para satisfacer el conjunto de necesidades básicas alimentarias y no-alimentarias⁴.

Otra metodología (Kakwani 2001), determina una canasta de costo mínimo que cumple con los requerimientos mínimos calóricos asociados con un nivel mínimo de utilidad (mínimo estándar de vida)⁵. Seguidamente, se ordenan los hogares con respecto al gasto en alimentos y se estima el coeficiente de Engel con los hogares cuyo gasto está alrededor del valor de la canasta de alimentos⁶. Puesto que este coeficiente puede variar entre las regiones de un país (debido a la disponibilidad de alimentos y a los precios de mercado), se construye un deflactor espacial para el coeficiente de Engel⁷.

Esta metodología garantiza fundamentalmente la consistencia de la línea de pobreza, en el sentido que, si dos personas tienen exactamente el mismo estándar de vida, pero viven en diferentes regiones, ambos deberían ser pobres o ambos deberían ser no-pobres.

Otros autores proponen utilizar curvas de Engel en alimentos y partir de éstas, estimar el componente no-alimentario de la línea de pobreza. Por ejemplo, Ravallion y Bidani (1994) estimaron líneas de pobreza para Indonesia basándose en una curva de Engel tradicional, en la cual incluían además un vector de variables dummy que capturaba las diferencias en los precios relativos a nivel espacial (según zona: rural/urbana) y las diferencias relativas en los servicios públicos. Asimismo, incorporaron un vector

implícitamente hace énfasis también en los requerimientos mínimos para que las personas gocen de una buena salud y eviten enfermarse por causa de desajustes nutricionales. Esto se traduce en que no sólo los requerimientos calóricos son importantes en sí, sino también la calidad y diversidad de los alimentos que aparecen en el vector de bienes que cumple con dichos requisitos.

⁴La metodología de la CEPAL adopta un coeficiente fijo para todos los hogares: 2 para las áreas urbanas y 1,75 para la zona rural.

⁵La técnica de Kakwani, supone que el costo calórico real, el cual está asociado con los requerimientos nutricionales, es una función monótonamente creciente del nivel de utilidad que gozan los hogares. En este sentido, como se trata de encontrar un nivel mínimo de utilidad, la canasta de alimentos se valora utilizando los gastos de la población del primer quintil de ingresos (o de gastos).

⁶Kakwani selecciona los hogares cuyo gasto en alimentos está entre el 90 % y el 110 % del valor de la canasta de alimentos.

⁷El valor de línea de pobreza está dada por: $lp = 100 * \frac{l_i}{R}$, donde l_i es el valor de la canasta de alimentos, R es el coeficiente de Engel que se construye como: $R = \frac{h * SPI^a}{[h * SPI^a + (1-h) * SPI^{na}]}$, donde h , es el coeficiente de Engel tradicional (participación del gasto en alimentos en el gasto total), SPI son índices de precios espaciales, tanto para alimentos (superíndice a) como para no-alimentos (superíndice na).

de variables sociodemográficas que mejoraba el ajuste del modelo⁸. De esta forma estimaron coeficientes de Engel por región y los utilizaron para estimar las líneas de pobreza.

LAS ECUACIONES DE DEMANDA

Otra forma de obtener una estimación del valor de línea de pobreza es mediante la utilización de algunas herramientas de la micro-econometría. Se trata de entender a partir de un sistema completo de **ecuaciones de demanda** los patrones de gasto de los hogares y a partir de allí, descomponer dicho patrón para obtener una aproximación de los gastos mínimos (o de subsistencia) en **dos canastas**: una **alimentaria** y otra **no-alimentaria**.

Los **sistemas de ecuaciones de demanda** se han estimado recurrentemente para analizar el comportamiento de los hogares en cuanto a sus decisiones de consumo en bienes y servicios. Una experiencia abundante con este tipo de modelos resultó en un entendimiento de las limitaciones que tenían las diferentes formas funcionales que se utilizaban tradicionalmente a comienzos del siglo pasado (funciones Cobb-Douglas y CES), y en la necesidad de especificar formas funcionales para cortes transversales que cumplieran con los supuestos que provenían de la teoría microeconómica del consumo (tales como homogeneidad de grado cero en precios e ingresos, simetría en la matriz de Slutsky, sumabilidad, concavidad en la función de gasto, etcétera). Los primeros trabajos que abordaron esta línea de investigación fueron Stone (1954), MacFadden (1964), Theil (1965), Barten (1964), Deaton (1974, 1987), Christensen *et al.* (1975), Howe (1975, 1977), Pollack and Wales (1969, 1978, 1980), Deaton and Mellbauer (1980a, 1980b), Lau (1986), entre otros.

En Colombia existen varios antecedentes también, entre los cuales se encuentran los trabajos de Howe (1974), Ramírez (1989), Muñoz (1988, 1990)

⁸La forma funcional de la curva de Engel es:

$$h_j = \alpha + \beta[\ln(y_i) - \ln(l_i)] + \sum_{j=1}^l \phi_j D_{ji} + x' \pi + \varepsilon_i,$$

donde h_j es la proporción del gasto en alimentos en el gasto total del j -ésimo hogar, y_j es el ingreso per cápita del hogar y π es un vector de parámetros que acompaña al vector x , el cual incluye algunas características adicionales del hogar (por ejemplo, variables demográficas). En la especificación también se introduce un vector de variables dummy D_j para capturar los efectos regionales.

y, más recientemente, Muñoz *et al.* (1998), y Rivas (2000)⁹. En la tesis doctoral de Howe se discuten varios aspectos referentes a la utilización de sistemas de ecuaciones de demanda y se presentan resultados empíricos del sistema lineal de gasto. En los trabajos de Muñoz también se hace referencia a la utilización de sistemas de ecuaciones de demanda para el análisis del consumo de los hogares. Estos documentos sirvieron como base para la estimación de líneas de pobreza en Colombia. En el documento de Ramírez se encuentra una revisión del estado del arte de la utilización de sistemas de ecuaciones de demanda hasta finales de la década del ochenta; por último, las otras investigaciones presentaron resultados empíricos de sistemas de ecuaciones de demanda utilizando el microdato que provenía de las encuestas de ingresos y gastos (1984-85, 1994-95).

La literatura sobre la utilización de **sistemas de ecuaciones de demanda** siempre ha ido en progreso, por lo que se ha propuesto gran variedad de formas funcionales con el fin de mejorar el entendimiento del consumo de los hogares. Por ejemplo, algunos **sistemas de ecuaciones de demanda**, como el sistema lineal de gastos (LES: *linear expenditure system*), supone que el gasto en cada bien se puede descomponer aditivamente en dos: una parte que representa al gasto de *subsistencia* y otra que mide el gasto por encima de ese nivel.

En este sentido, el sistema LES se puede utilizar para construir umbrales de pobreza a partir de la estimación de los consumos de subsistencia para un determinado grupo de hogares, bien sea en rubros agregados (o desagregados) de bienes y servicios. En suma, la valoración de estos consumos ofrece una estimación de la canasta básica de bienes y servicios mínima con la que un hogar puede satisfacer sus necesidades esenciales. El valor de esta canasta se conoce comúnmente como valor de línea de pobreza. Otra ventaja que tiene el sistema LES y que en parte ha hecho que su uso se haya popularizado rápidamente, es que esta forma funcional produce resultados que se pueden interpretar fácilmente a la luz de la teoría microeconómica, puesto que este sistema se deriva de una función explícita de utilidad, la de Stone-Geary (Stone 1954).

Otros sistemas de demanda también se han utilizado con el propósito de entender el consumo de los hogares, entre ellos se destacan: *i*) el sistema de

⁹Con excepción de Howe (1974), todos estimaron este tipo de sistemas con base en la información proveniente de las encuestas de ingresos y gastos (EIG) elaboradas por el DANE entre 1984-1985 y entre 1994-1995. La tesis doctoral de Howe (1974), utiliza información proveniente de una encuesta de presupuestos familiares realizada en Colombia por el CEDE entre 1967 y 1968.

Working (1943) y Lesser (1963), el cual provee un buen ajuste al consumo de los hogares en algunos bienes, particularmente el de alimentos, *ii*) el sistema cuadrático de gastos, con el cual se busca tener un mejor ajuste a la curvatura de las Curvas de Engel en algunos bienes, *iii*) el modelo de Rotterdam y *iv*) las formas funcionales flexibles cuyo sistema más conocido es el sistema cuasi-ideal de ecuaciones de demanda (SCIED), el cual parte de un modelo como el de Working y Lesser.

Mientras que los sistemas *i*), *ii*) y *iv*) permiten aproximarse a consumos de subsistencia de cada bien (o grupo de bienes), el modelo de Rotterdam no. En este documento se propone una metodología que facilita estimar líneas de pobreza a partir de la utilización de sistemas de ecuaciones de demanda; para ello se utiliza el sistema lineal de gasto con el fin de ilustrar el mecanismo propuesto. No obstante, se debe aclarar que dicho método puede extenderse a otros sistemas de ecuaciones de demanda en los cuales sea posible estimar por separado los consumos de subsistencia para una población determinada.

SISTEMA LES

El sistema LES se estima a partir de los datos de cantidades (x_i) y precios (p_i) de n bienes y del ingreso o del gasto total de los hogares. El LES se escribe como:

$$p_{ih}x_{ih} = p_{hk}\gamma_k + \beta_i \left[e_h - \sum_{k=1}^n p_{kh}\gamma_k \right]; \quad i, k = 1, \dots, n; h = 1, \dots, N \quad (1)$$

donde $x_{ih} - \gamma_i > 0$, $0 < \beta_i < 1$, $\sum_{k=1}^n \beta_i = 1$.

$p_{ih}x_{ih}$, se interpreta como el gasto que hace el h -ésimo hogar en un bien x_i al precio p_i . Este gasto se puede descomponer aditivamente en dos partes: *(i)* la primera parte es el gasto en una mínima cantidad γ_k a los precios p_k , que se conoce también como gasto mínimo o **gasto de subsistencia** requerido en el k -ésimo bien; *(ii)* la segunda parte es la fracción β_i del **ingreso supernumerario**, que se define como el monto del ingreso que está por encima del ingreso de subsistencia o gasto necesario para adquirir todas las cantidades γ_k ; finalmente, e_h es el gasto total del hogar. Como $\beta_i > 0$, entonces no se podrán obtener estimaciones para bienes inferiores y en el sistema todos los bienes se comportan como complementarios brutos. Este modelo cumple con las propiedades de agotamiento del gasto,

homogeneidad de grado cero en precios e ingreso y simetría de la matriz de sustitución¹⁰.

Como el gasto $p_{kh}\gamma_k$ es el gasto mínimo o de subsistencia que hacen los hogares en el k -ésimo bien (o grupo de bienes), entonces la suma de todos los k -ésimos bienes se convierte en una aproximación al valor de línea de pobreza. No obstante, en (1) existe un problema de simultaneidad, por lo que no es conveniente hacer estimaciones utilizando el método de MCO, puesto que la estimación de los parámetros β_i requiere de la estimación simultánea de los parámetros γ_k en el mismo sistema. Igualmente, existe un problema potencial de identificación porque el sistema se resuelve para n bienes y se necesitaría estimar n elasticidades ingreso, n elasticidades precio propio y $n(n-1)/2$ elasticidades precio cruzadas, lo que en suma, requiere estimar más parámetros de los que permite el sistema lineal de gastos en su forma reducida, que es $2n$.

El problema de la simultaneidad se puede resolver llevando la forma estructural dada en (1) a una forma reducida; mientras que el problema de la identificación de los parámetros estructurales se puede solucionar por dos caminos a partir de la estimación de la forma reducida: (i) con base en el conocimiento previo de algún gasto mínimo de subsistencia dentro del mismo sistema (comúnmente el gasto mínimo en el rubro de alimentos)¹¹, o (ii) transformando el sistema LES en el sistema lineal de gastos extendido (ELES: *extended linear expenditure system*), el cual permite identificar todos los parámetros si se supone que el gasto de subsistencia en ahorro es cero¹². Esto se puede suponer si se espera que una persona busque en primer lugar suplir sus necesidades mínimas de subsistencia y que por último se preocupe por generar excedentes de su ingreso (ahorro), o lo que es lo mismo, que una persona esta en capacidad de generar ahorro solamente después de cubrir sus necesidades mínimas de subsistencia.

Las estimaciones para ambos sistemas utilizan los parámetros de forma reducida para obtener los de la forma estructural. La forma reducida del

¹⁰Para mayor detalle véase por ejemplo: Howe (1975, 1977), Christensen *et al.* (1975) y Kockleman (1998).

¹¹Se puede suponer que el consumo mínimo en alimentos proviene de una canasta básica de alimentos CBA, la cual generalmente se basa en los requerimientos mínimos nutricionales de la población y que a su vez puede expresarse en términos per cápita.

¹²Esto equivale a estimar todas las ecuaciones del LES para $n+1$ bienes, reemplazando como variable explicativa en todas las ecuaciones el gasto total en n bienes, por el gasto de los hogares en $n+1$ bienes. El bien adicional corresponde, como se dijo, al ahorro de los hogares.

sistema LES, en su representación estocástica, tiene la siguiente forma:

$$e_{ih} = \alpha_i + \beta_i e_h + \varepsilon_{ih}; \quad i = 1, \dots, n; \quad h = 1, \dots, N \quad (2)$$

donde $\alpha_i = \gamma_i - \beta_i \sum_{h=1}^n \gamma_i$; $\sum_{i=1}^n \alpha_i = 0$; $\sum_{i=1}^n \beta_i = 1$; y, e_{ih} corresponde al gasto del h -ésimo hogar en el i -ésimo bien, y e_h corresponde al gasto total del hogar. Con el fin de obtener estimaciones diferenciadas por espacio geográfico (localidad), se utiliza la siguiente representación que cumple con las mismas propiedades expresadas en (2):

$$e_{ih} = \beta_i e_h + \sum_{j=1}^l w_{ji} D_{jih} + \varepsilon_{ih}; \quad i = 1, \dots, n; \quad h = 1, \dots, N, \quad (3)$$

$l = \#$ de zonas geográficas

donde $\sum_{i=j}^n \sum_{j=1}^l w_{ij} = \sum_{j=1}^n \alpha_i = 0$.

Además, se supone que los ε_h provienen de una distribución normal n -variada; con matriz de varianzas y covarianzas que cumple todos los supuestos clásicos.

SISTEMA LES EXTENDIDO

Con el fin de tener en cuenta algunas características del hogar y mejorar el ajuste de las regresiones, se utilizó adicionalmente otra forma funcional que se denominará en el documento forma *extendida*. En símbolos:

$$e_{ih} = \beta_i e_h + \sum_{j=1}^l w_{ji} D_{jih} + \sum_{J=1}^k \eta_{iJ} z_{iJh} + \mu_{ih} \quad (4)$$

Donde η_{iJ} representa el parámetro que acompaña la J -ésima variable de vector de características adicionales z del hogar. Este vector se compone de los años de educación y género del jefe de hogar, de la tipología familiar¹³, una aproximación al ciclo de vida del hogar utilizando el número de hijos menores (entre 7 y 12 años) que tienen presencia en el hogar. También se

¹³Se toma la tipología familiar clásica: nuclear biparental, nuclear monoparental, extensa sin hijos, extensa con hijos, extensa monoparental, extensa sin núcleo, compuesta nuclear, compuesta extensa, compuesta sin núcleo, hogar unipersonal y no familiar.

incluyen en el vector z , otras características relacionadas con la condición de pobreza de los hogares y una combinación lineal entre el gasto total, el gasto en alimentos y el ingreso que consideran los hogares debería ser el ingreso mínimo mensual que requiere el hogar para satisfacer adecuadamente sus necesidades¹⁴.

LAS ETAPAS Y EL ESTIMADOR EN DOS ETAPAS DE HECKMAN

Un aspecto importante que debe tenerse en cuenta a la hora de estimar este tipo de modelos está asociado con la presencia de un potencial sesgo muestral, el cual inevitablemente desembocará en problemas de orden econométrico.

Teóricamente se puede afirmar que la decisión de consumir determinado bien o servicio proviene de un proceso en dos etapas: (i) la fase de la decisión de comprar o no, conocida como etapa de participación, y (ii) la etapa de la elección, en la que se decide cuánto gastar en cada bien. Comúnmente la encuestas solamente reportan la información sobre el gasto ejecutado por cada hogar y no es posible observar todo el proceso de participación y elección. Esto significa que la muestra seleccionada no fue completamente aleatoria (dado que solamente incluye a las personas que ya habían tomado la decisión de participar en el mercado), por tanto, las estimaciones que se obtengan a partir de ella serán sesgadas e inconsistentes.

El problema de sesgo de selección muestral se puede advertir directamente por la elevada proporción de observaciones *missing* en la variable dependiente (gasto por cada bien). Existen dos causas que pueden explicar las observaciones *missing*: (i) infrecuencia de compra, dada por el corto período de la encuesta, (ii) preferencias de los consumidores: las personas no compran el bien a los precios y niveles de ingresos dados (soluciones de esquina).

Si se asume que el no-consumo (consumo cero) se debe a la infrecuencia de compra (período corto de la encuesta), entonces lo más conveniente es utilizar el modelo en dos etapas que propone Heckman (1979). Por el contrario, si se asume que el no-consumo proviene de soluciones de esquina, es decir que son un resultado de la maximización de la utilidad, entonces el estimador de Tobit sería el modelo más apropiado. En ambos casos, hacer

¹⁴Esta combinación lineal corresponde al primer factor retenido en la estimación por el método de componentes principales.

un diagnóstico alrededor de las razones que producen este tipo de problemas muestrales es precipitado y no sería concluyente con la información disponible. No obstante, dado que el operativo de la encuesta se hace en un período muy corto de tiempo y que la información recolectada está dirigida para grupos de bienes, parece conveniente atribuir el no-consumo a un problema de selección muestral.

Siguiendo el modelo en dos etapas de Heckman, este problema se corrige planteando ecuaciones separadas de participación y gasto para cada bien. En la primera etapa, una regresión *probit* se utiliza para estimar la probabilidad de que un hogar decida consumir determinado bien (decida participar en el consumo), esta regresión entonces se utiliza para estimar el inverso de la razón de Mills (otras veces conocida como lambda de Heckman) para cada hogar, el cual será utilizado como un instrumento en la segunda regresión. En la segunda etapa, se estima el modelo original (ecuaciones de gasto) incluyendo el lambda de Heckman como una variable omitida del modelo original, corrigiendo así el sesgo de selección. Con el fin de ilustrar este procedimiento se supondrá un hogar que compara la oferta de bienes a los precios de mercado (para el período de referencia de la encuesta), con su gasto potencial o de reserva $(p_i q_i)^*$, de modo que la oferta será aceptada si $p_i q_i < (p_i q_i)^*$ y el i -ésimo bien es normal. Por tanto, el gasto esperado de un hogar por el bien i será:

$$E[p_i q_i | p_i q_i < (p_i q_i)^*] = \alpha_i + \beta_i \bar{e}_h + E[\varepsilon_i | p_i q_i < (p_i q_i)^*] \quad (5)$$

Como sólo se observa el gasto de los hogares que decidieron comprar a los precios dados en el momento en que se preguntó en la encuesta y dado que $E[\varepsilon_i | p_i q_i < (p_i q_i)^*]$ probablemente es diferente de cero, los parámetros α_i y β_i serán sesgados e inconsistentes.

Heckman (1979), propuso un estimador bietápico que proporciona estimaciones consistentes del modelo de interés, para ello se consideran dos ecuaciones para cada uno de los bienes, la primera se conoce como ecuación de selección (o de participación) definida como:

$$z_{ih}^* = h_{ih}^T \gamma_i + u_{ih} \quad (6)$$

donde z_i^* es una variable latente, γ_i es un vector de $n \times k \times 1$ parámetros, h_i^T es un vector fila de dimensión $1 \times n \times k$ que incluye las variables exógenas que determinan la participación de un hogar en el mercado del bien i , finalmente u_i es una perturbación aleatoria con distribución normal, media cero y varianza 1. Como la variable latente es no-observable ya que

no se conoce el gasto de reserva de los hogares, entonces se supondrá una variable dicótoma observable que sigue la siguiente regla:

$$z_{ih} \begin{cases} 1 & z_{ih}^* > 0 \\ 0 & z_{ih}^* \leq 0 \end{cases}$$

La segunda ecuación corresponde al modelo original de interés (estándar o extendido), $e_{ih} = \alpha_i + \beta_i e_h + \varepsilon_{ih}$. Suponiendo que ε y u tienen una distribución normal bivalente para cada uno de los i bienes:

$$\begin{bmatrix} u_{ih} \\ \varepsilon_{ih} \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & \rho_i \\ \rho_i & \sigma_{\varepsilon i}^2 \end{bmatrix}$$

Entonces, el método en dos etapas propuesto por Heckman consiste en estimar primero la ecuación de selección utilizando un *probit*, luego se utilizan estos resultados para estimar el valor λ por hogar, que corrige el sesgo de selección en la estimación por MCO de la siguiente regresión:

$$\begin{aligned} e_{ih}^* &= E[e_{ih}^* | z_{ih} > 0] + v_{ih} \\ &= E[e_{ih}^* | u_{ih} > -h'_{ih} \gamma_i] + v_{ih} \\ &= E[\alpha_i^* + \beta_i^* e_h^* + \varepsilon_{ih}^* | u_{ih} > -h'_{ih} \gamma_i] + v_{ih} \\ &= \alpha_i^* + \beta_i^* e_h^* + E[\varepsilon_{ih}^* | u_{ih} > -h'_{ih} \gamma_i] + v_{ih} \\ &= \alpha_i^* + \beta_i^* e_h^* + (\rho_i \sigma_{\varepsilon i}) \lambda_{ih} + v_{ih} \\ e_{ih}^* &= \alpha_i^* + \beta_i^* e_h^* + \beta_{\lambda i} \lambda_{ih} + v_{ih} \end{aligned}$$

donde $\lambda_{ih} = \frac{\phi(h'_{ih} \gamma_i)}{\Phi(h'_{ih} \gamma_i)}$ es la inversa del ratio de Mills (o lambda de Heckman) y entra en el modelo de interés como una variable omitida. $\phi(\cdot)$ es la función de densidad normal estándar evaluada en el argumento $h'_{ih} \gamma_i$, $\Phi(\cdot)$ es la función de distribución acumulativa para una variable aleatoria normal estándar evaluada en el mismo argumento y v_{ih} es una perturbación aleatoria que tiene media y varianza condicional dadas por:

$$E[v_{ih} | z_{ih} > 0] = 0, \quad var[v_{ih} | z_{ih} > 0] = \sigma_{\varepsilon i}^2 (1 - \rho_i^2 \delta_{ih})$$

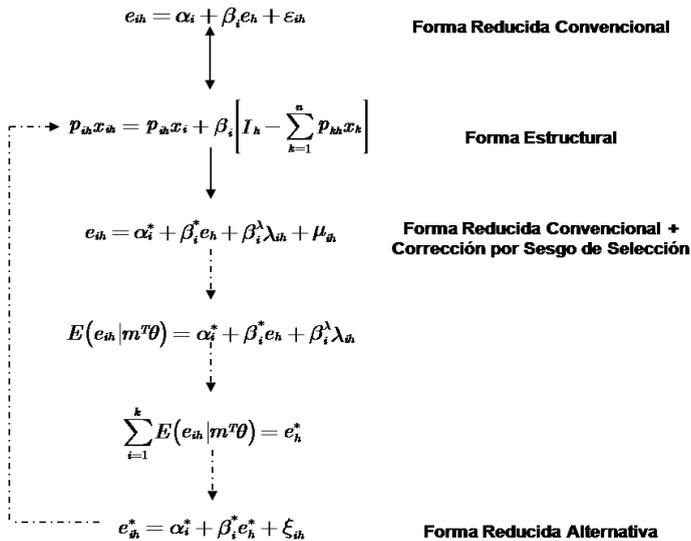
Como se observa, la varianza del modelo corregido es heterocedástica, pero puede obtenerse una estimación consistente de la matriz de varianzas y covarianzas del estimador bietápico utilizando un estimador tipo HCE (Huber 1967, Eicker 1967) o de tipo White (1980).

Al hacer este tipo de estimaciones existe un potencial *trade-off*, puesto que se estiman por separado las probabilidades de que un hogar participe en el

mercado de cada bien, en consecuencia se calculan tantas razones de Mills como bienes (o grupos de bienes) hay en el sistema. De esta manera, las ecuaciones de forma reducida se descompensan y pierden la propiedad de representar el sistema de ecuaciones original en su forma estructural. Lo anterior significa que a partir de la forma reducida corregida por sesgo de selección no es posible volver a la forma estructural, dado que las propiedades teóricas del sistema lineal de gasto ya no se cumplen, por tanto, no es posible estimar los parámetros estructurales.

Para solucionar este inconveniente, se propone seguir un mecanismo en dos etapas: (i) estimar la forma reducida para cada bien corrigiendo el sesgo de selección en los parámetros, y (ii) utilizar los pronósticos para volver a calcular el sistema de ecuaciones sin datos *missing*, pero compensado de tal forma que se llegue a una forma *reducida alternativa*, de la cual sea posible regresar a la forma estructural. La Gráfica 1 resume dicho mecanismo.

GRÁFICA 1
MECANISMO PARA RESCATAR LA FORMA ESTRUCTURAL A PARTIR DE UNA FORMA REDUCIDA ALTERNATIVA SIN SESGOS DE SELECCIÓN



Fuente: elaboración propia.

Finalmente, antes de presentar los resultados es importante aclarar que los umbrales de pobreza calculados en este documento no apuntan a la estimación de umbrales de pobreza relativos, puesto que se buscan los consumos

mínimos de subsistencia para un hogar representativo en cada una de las localidades.

Esta metodología pretende mostrar la manera cómo se pueden obtener diferentes umbrales de pobreza a partir de la estimación de un sistema de ecuaciones de demanda y cómo las diferencias entre los umbrales se explican por las divergencias en el consumo de los hogares, en sus características socio-demográficas y en su ubicación espacial. Esta aclaración es necesaria hacerla, dado que existen grandes diferencias, desde el punto de vista conceptual, entre umbrales de pobreza relativos y absolutos¹⁵.

RESULTADOS

En esta sección se presenta una aproximación a los gastos de subsistencia de los hogares bogotanos estimados a partir de un sistema completo de ecuaciones de demanda. Para ello, se utilizó la información que proviene del módulo de gastos de la Encuesta de Calidad de Vida de 2003¹⁶ (ECV03). Existen dos razones para utilizar dicha información: (i) aproximarse a la estructura de consumo más reciente de los hogares, y (ii) tener información estadísticamente representativa para la ciudad de Bogotá y cada una de sus 19 localidades.

¹⁵Los procedimientos habituales de determinación del umbral de pobreza relativa utilizan algún estadístico (media, mediana, percentiles) de la distribución de los ingresos o gastos de los hogares. Comúnmente se suelen fijar de manera arbitraria estas líneas a partir de dichas distribuciones. Aunque algunos países miembros de la Unión Europea realizan estudios con líneas de pobreza absoluta, la mayoría han optado, de acuerdo con la definición de pobreza del Consejo Europeo de 1984, por utilizar líneas relativas. Las líneas más utilizadas son las que toma como umbral de pobreza una determinada fracción del ingreso o gasto medio equivalentes (25 %, 40 %, ó 50 % de la media o la mediana).

Estas líneas son adecuadas para identificar las características de las personas situadas en la zona inferior de la distribución del gasto o del ingreso. En realidad están más relacionadas con problemas de distribución que de carencias, en este sentido se podrían considerar como medidas alternativas de desigualdad. En contraste, un caso especial ocurre en Colombia, puesto que tiene uno de los más elevados índices de desigualdad de toda América Latina e incluso del mundo; además un cuarto de su población no tiene el ingreso necesario para adquirir una canasta básica de alimentos y a más de la mitad no le alcanza su ingreso para comprar una no-alimentaria. Por estas razones, no se justifica medir la pobreza a partir de medidas relativas y en ese caso las medidas absolutas resultan más adecuadas para obtener los niveles de pobreza en el país.

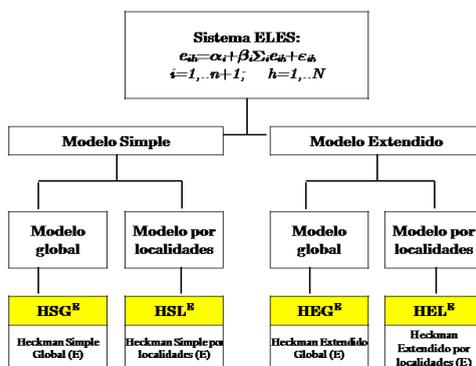
¹⁶En el módulo de gastos de la ECV03, los hogares responden de manera agregada por grupos de bienes, igualmente se les pregunta en otras secciones de la encuesta sobre los gastos en educación y en salud, esto permitió facilitar la agregación de los gastos de los hogares.

Se aclara al lector que los resultados que aquí se presentan deben ser tomados con relativa cautela, puesto que la ECV03 en si misma no está diseñada para extraer patrones detallados del consumo de los hogares. No obstante, como el principal objetivo de este documento es presentar una metodología alternativa para la estimación de líneas de pobreza, esta información es suficiente para ilustrar el método propuesto, el cual además se puede replicar perfectamente con la información que proviene de las Encuestas de Ingresos y Gastos (EIG), encuestas que sí están diseñadas para analizar en detalle (bien a bien) los patrones de consumo de los hogares¹⁷.

Con base en esta información, esta sección muestra específicamente los resultados de la estimación de los valores de línea de pobreza e indigencia y el correspondiente cálculo del coeficiente de Orshansky¹⁸ para Bogotá (y sus localidades) utilizando las ecuaciones 2, 3 y 4 corregidas por sesgos de selección. Aunque la versión inicial del documento incluía los resultados de ambos sistemas (LES y ELES), en este artículo se muestran solamente los resultados del ELES¹⁹. La Gráfica 2 resume la manera como se presentan los resultados del artículo.

GRAFICA 2

FAMILIAS DE MODELOS A ESTIMAR



Fuente: elaboración propia.

¹⁷Al momento de llevar a cabo esta investigación, la EIG más reciente era la de 1994-1995.

¹⁸El coeficiente de Orshansky, que es el inverso del coeficiente de Engel, resulta de dividir el gasto total entre el gasto en alimentos.

¹⁹La razón fundamental es que algunos resultados del LES fueron inconsistentes, dado que se obtuvieron umbrales de pobreza inferiores al valor de la línea de indigencia calculado por el DANE. Esto se explicó básicamente porque la identificación de los parámetros estructurales se hizo con una misma canasta de subsistencia en alimentos para todas las localidades (línea de indigencia para Bogotá), cuando en realidad la estructura de consumo en alimentos difiere considerablemente entre ellas.

En los anexos se presentan los parámetros de forma reducida estimados por el método bietápico (Gráfica 1), los cuales cumplen las condiciones necesarias para identificar los parámetros de forma estructural. En el sistema ELES, una de las condiciones de identificación está dada por la entrada del parámetro que acompaña el ahorro, el cual se supone igual a cero.

En el Cuadro 1 se presentan los resultados de la forma estructural del sistema ELES simple, los cuales se refieren específicamente a los consumos mínimos de subsistencia per cápita en cada uno de los grupos de bienes considerados. Como se observa, utilizando este sistema se puede estimar además un nivel mínimo de subsistencia en alimentos, que para Bogotá se ubicó alrededor de 90.770 pesos.

CUADRO 1

RESULTADOS DEL SISTEMA ELES SIMPLE EN DOS ETAPAS. PARÁMETROS DE FORMA ESTRUCTURAL. GASTOS DE SUBSISTENCIA PARA BOGOTÁ Y SUS LOCALIDADES

ELES	Parámetros	Alimentos	Educación	Vestido	Transporte	Vivienda	Salud	Personales	Ahorro	L.P.	C.O.
HSGE	Bogotá (γ_i)	\$ 90.770	\$ 42.299	\$ 21.350	\$ 31.010	\$ 17.083	\$ 37.816	\$ 47.170	\$ 0	\$ 287.499	3,17
HSL ^B	Usme (γ_i)	\$ 52.505	\$ 13.618	\$ 15.485	\$ 23.203	\$ 7.702	\$ 20.497	\$ 14.314	\$ 0	\$ 147.325	2,81
	San Cristobal (γ_i)	\$ 66.349	\$ 22.194	\$ 15.504	\$ 27.203	\$ 7.917	\$ 27.722	\$ 13.133	\$ 0	\$ 180.021	2,71
	Tunjuelito (γ_i)	\$ 76.306	\$ 24.801	\$ 16.037	\$ 27.171	\$ 9.326	\$ 22.558	\$ 18.622	\$ 0	\$ 194.821	2,55
	Bosa (γ_i)	\$ 79.309	\$ 26.177	\$ 19.486	\$ 25.670	\$ 8.119	\$ 22.906	\$ 18.491	\$ 0	\$ 200.159	2,52
	Ciudad Bolívar (γ_i)	\$ 77.673	\$ 20.007	\$ 15.918	\$ 28.558	\$ 8.855	\$ 18.096	\$ 31.495	\$ 0	\$ 200.603	2,58
	Rafael Uribe (γ_i)	\$ 77.479	\$ 24.688	\$ 15.406	\$ 27.577	\$ 9.253	\$ 21.078	\$ 27.017	\$ 0	\$ 202.499	2,61
	Antonio Nariño (γ_i)	\$ 82.457	\$ 33.311	\$ 18.970	\$ 27.966	\$ 11.512	\$ 30.414	\$ 32.585	\$ 0	\$ 237.214	2,88
	Kennedy (γ_i)	\$ 91.330	\$ 32.471	\$ 19.257	\$ 28.973	\$ 12.097	\$ 25.690	\$ 42.421	\$ 0	\$ 252.239	2,76
	Fontibón (γ_i)	\$ 92.866	\$ 46.821	\$ 21.473	\$ 30.595	\$ 13.800	\$ 35.808	\$ 14.355	\$ 0	\$ 255.717	2,75
	Engativa (γ_i)	\$ 93.046	\$ 41.483	\$ 20.526	\$ 32.929	\$ 13.706	\$ 31.598	\$ 23.492	\$ 0	\$ 256.780	2,76
	Puente Aranda (γ_i)	\$ 85.394	\$ 49.104	\$ 22.916	\$ 29.727	\$ 11.552	\$ 32.343	\$ 30.192	\$ 0	\$ 261.229	3,06
	Barrios Unidos (γ_i)	\$ 90.561	\$ 63.955	\$ 20.531	\$ 35.076	\$ 19.201	\$ 48.024	\$ 19.679	\$ 0	\$ 297.028	3,28
	Mártires (γ_i)	\$ 99.684	\$ 46.201	\$ 20.233	\$ 30.844	\$ 12.823	\$ 36.855	\$ 67.083	\$ 0	\$ 313.722	3,15
	Candelaria (γ_i)	\$ 91.420	\$ 53.573	\$ 24.695	\$ 34.435	\$ 14.469	\$ 35.070	\$ 85.277	\$ 0	\$ 338.938	3,71
	Suba (γ_i)	\$ 98.687	\$ 65.493	\$ 23.356	\$ 34.579	\$ 26.644	\$ 50.394	\$ 95.951	\$ 0	\$ 395.105	4,00
	Santafé (γ_i)	\$ 86.957	\$ 50.993	\$ 21.718	\$ 40.453	\$ 15.089	\$ 45.656	\$ 139.027	\$ 0	\$ 399.894	4,60
	Teusaquillo (γ_i)	\$ 121.041	\$ 77.715	\$ 30.396	\$ 39.799	\$ 28.834	\$ 64.595	\$ 80.774	\$ 0	\$ 443.155	3,66
	Usaquén (γ_i)	\$ 116.414	\$ 78.197	\$ 26.802	\$ 34.585	\$ 41.790	\$ 68.833	\$ 86.179	\$ 0	\$ 452.797	3,89
	Chapinero (γ_i)	\$ 181.862	\$ 97.155	\$ 45.877	\$ 48.770	\$ 63.487	\$ 147.042	\$ 109.171	\$ 0	\$ 693.364	3,81
	Bogotá Media	\$ 92.702	\$ 45.682	\$ 21.820	\$ 32.006	\$ 17.693	\$ 41.325	\$ 49.961	\$ 0	\$ 301.190	3,25
	Media(P)	\$ 90.467	\$ 41.823	\$ 20.746	\$ 31.016	\$ 16.136	\$ 36.750	\$ 38.649	\$ 0	\$ 275.588	3,05

Media(P): Media de los parámetros estructurales ponderada por el tamaño de población de cada localidad

L.P.: Línea de Pobreza. C.O.: Coeficiente de Orshansky

Fuente: elaboración propia con base en ECV03.

Este resultado se puede considerar como una estimación de la línea de indigencia para Bogotá y se destaca por su consistencia respecto a otros que se obtienen tradicionalmente con métodos mucho más rigurosos²⁰. Por

²⁰Si se compara dicho valor con el de la canasta de requerimientos mínimos nutricionales calculada por el DANE (84.563 pesos), se observa que queda levemente por encima (\$6.207 pesos), lo cual proporciona la tranquilidad de que esta estimación, alternativa a la utilizada por el DANE, resulta en cierto modo consistente.

ejemplo, la manera estándar de hacer el cálculo parte de valorar los requerimientos mínimos nutricionales para una población, los cuales se agregan en una canasta básica de alimentos (CBA). El paso siguiente es buscar esta CBA de acuerdo con los hábitos de consumo de una población de referencia²¹. Posteriormente, los ítems que componen dicha CBA, deben valorarse a los precios de mercado de cada dominio de estudio utilizando alguno de los siguientes métodos: (i) el de costo mínimo de las calorías (Food Energy Intake), (ii) el del costo de las necesidades básicas de una **canasta normativa**²², o (iii) el costo de una **canasta real** que se observa a partir de los hábitos de consumo de una población de referencia (precios implícitos en las encuestas de ingresos y gastos).

Retomando los resultados del Cuadro 1, éstos también se pueden analizar por localidad. Por ejemplo, se observa que Chapinero, Teusaquillo y Usaquén presentan el mayor consumo de subsistencia en alimentos (\$181.862, \$121.041 y \$116.414 respectivamente), mientras que la localidad de Usme presenta el más bajo (\$52.505), seguido muy cerca por San Cristóbal, Tunjuelito, Bosa, Ciudad Bolívar y Rafael Uribe. El valor de línea de indigencia calculado por el DANE (Departamento Administrativo Nacional de Estadística de Colombia), es similar al observado en las localidades de Antonio Nariño (\$82.457) y Puente Aranda (\$85.394)²³ es la nota al pie: "Si la línea del DANE fue calculada...".

De otra parte, se puede concluir de forma anticipada que las localidades de Usme, San Cristóbal, Tunjuelito, Bosa, Ciudad Bolívar y Rafael Uribe se encuentran entre las más pobres de la ciudad. Por ejemplo, solo en estas localidades el gasto de subsistencia en alimentos estuvo por debajo del valor de la línea de indigencia calculado por el DANE. Lo anterior puede indicar que la ingesta de la población en estas localidades es de bajo costo y probablemente de baja calidad, característica común de los hogares más pobres en una población.

Por otra parte, y como era de esperarse, los valores del umbral de pobreza en Chapinero, Usaquén y Teusaquillo están por encima del promedio de

²¹ Esta información se obtiene generalmente a partir de las encuestas de ingresos y gastos.

²² Si se hace la valoración utilizando una canasta normativa, se tiene además la ventaja de que la canasta indique los requerimientos mínimos para que las personas gocen de una buena salud.

²³ Si la línea del DANE fue calculada con el primer cuartil de ingresos como población de referencia, entonces se puede decir, en cuanto los hábitos de consumo de alimentos, que las dos localidades en mención se comportan de manera similar a la población de referencia de Bogotá. En este sentido surge una pregunta: ¿el patrón de consumo en alimentos de los hogares en las localidades de Antonio Nariño y Puente Aranda refleja adecuadamente los valores mínimos de subsistencia de toda la población bogotana?

la ciudad. Esto se debe a que en estas localidades se concentra la población con mayor ingreso per cápita de Bogotá, por lo tanto su estructura de consumo difiere notablemente del promedio²⁴.

El Cuadro 2 y la Gráfica 3, muestran la magnitud y el orden de importancia de cada uno de los rubros de gasto dentro de la canasta de subsistencia para Bogotá. Aparece en primer lugar la canasta de subsistencia alimentaria que representa 33 % del total de la canasta²⁵, los gastos personales aparecen con una alta variabilidad entre las localidades, y representan 14 % de la canasta, mientras educación y salud lo hacen en 28 %, y transporte, vestido y vivienda participan en 11 %, 8 % y 6 %, respectivamente. Esto último se encuentra en la misma línea de los resultados obtenidos por Muñoz (2005) con el modelo LES.

CUADRO 2

SISTEMA ELES SIMPLE EN DOS ETAPAS: PARÁMETROS DE FORMA ESTRUCTURAL. COEF. DE ORSHANSKY, LÍNEAS DE POBREZA Y GASTOS DE SUBSISTENCIA PARA BOGOTÁ

Rubro	HSG ^E	HSL ^E		Intervalo \pm SE		DANE_05	
	γ_i	μ	μ^P	Inferior	Superior		
Alimentos	\$ 90.770	\$ 92.702	\$ 90.467	\$ 90.262	\$ 90.671	\$ 84.563	
Educación	\$ 42.299	\$ 45.682	\$ 41.823	\$ 36.579	\$ 47.067		
Vestido	\$ 21.350	\$ 21.820	\$ 20.746	\$ 19.120	\$ 22.373		
Transporte	\$ 31.010	\$ 32.006	\$ 31.016	\$ 29.614	\$ 32.418		
Vivienda	\$ 17.083	\$ 17.693	\$ 16.136	\$ 12.905	\$ 19.367		
Salud	\$ 37.816	\$ 41.325	\$ 36.750	\$ 30.016	\$ 43.484		
Personales	\$ 47.170	\$ 49.961	\$ 38.649	\$ 29.854	\$ 47.445		
Ahorro	\$ 0	\$ 0	\$ 0	\$ 0	\$ 0		
L.P.	\$ 287.499	\$ 301.190	\$ 275.588	\$ 248.351	\$ 302.825		\$ 207.546
C. O.	3,17	3,25	3,05	2,75	3,34		2,45

μ : media ponderada; μ^P : media ponderada por el tamaño de población de cada localidad

HSG^E: modelo Heckman Simple Global; HSL^E: modelo Heckman Simple por Localidades

L.P.: Línea de Pobreza

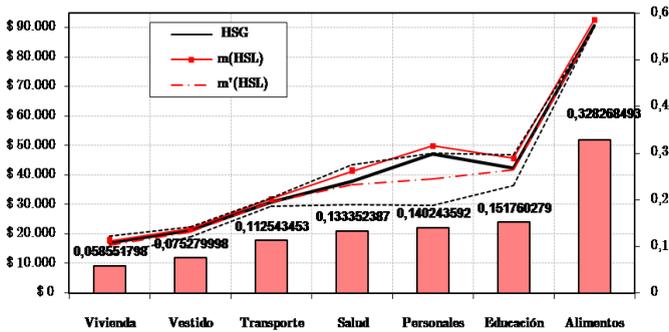
C.O.: Coeficiente de Orshansky

Fuente: elaboración propia con base en ECV03.

²⁴Estas tres localidades en su orden tienen el mayor ingreso per cápita: \$2.693.668, \$2.490.492 y \$1.465.326 respectivamente, mientras el de la ciudad es \$799.529 (Se consideraron los ingresos después de imputación por no-informantes (total y parcial) y por renta de la vivienda, y ajustado a cuentas nacionales).

²⁵De acuerdo con Ravallion (1999), una jerarquía posible de las necesidades básicas empezaría con las necesidades alimentarias para la supervivencia, seguiría con las necesidades básicas no-alimentarias y terminaría con las necesidades básicas alimentarias para la actividad económica y social.

GRÁFICA 3
SISTEMA ELES SIMPLE: GASTOS DE SUBSISTENCIA ± SE



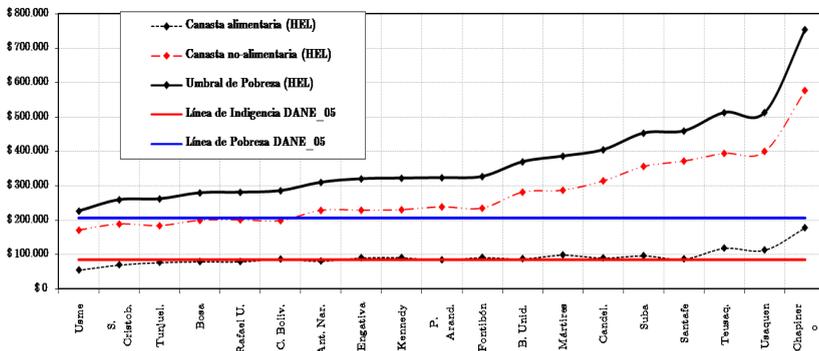
m: media; m': media ponderada

HSG^E: modelo Heckman Simple Global; HSL^E: modelo Heckman Simple por Localidades

Fuente: elaboración propia con base en ECV03.

Como se observa en la Gráfica 4, los niveles de consumo de subsistencia alimentarios tienden a parecerse a la línea de indigencia calculada por el DANE, aunque en los extremos de la gráfica se presentan notables diferencias. En el extremo izquierdo aparecen las localidades más vulnerables, ya que sus consumos de subsistencia alimentarios están por debajo del umbral alimentario de la ciudad; mientras que en el extremo derecho aparecen las localidades menos vulnerables, dado que demandan una canasta alimentaria quizás más costosa y más variada en nutrientes y proteínas que la del umbral de subsistencia de la ciudad.

GRÁFICA 4
UMBRALES DE POBREZA E INDIGENCIA PARA BOGOTÁ Y SUS LOCALIDADES



HEL^E: modelo Heckman Extendido por Localidades

Fuente: elaboración propia con base en ECV03.

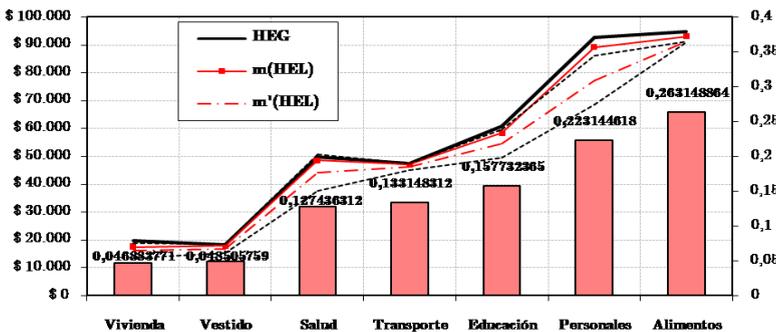
En línea con lo anterior, si se observa de izquierda a derecha en la misma gráfica, la canasta no-alimentaria se hace más costosa (primera línea punteada), lo cual confirma que las localidades en el extremo izquierdo son las más vulnerables a la pobreza. Un hogar promedio en estas zonas (Usme, San Cristóbal, Tunjuelito, Bosa, Ciudad Bolívar) sobrevive con una canasta de bienes y servicios mucho más barata y menos variada. Esto se explica básicamente porque los hogares más pobres, los cuales enfrentan una mayor restricción presupuestal, tienen que elegir un vector de bienes y servicios de menor precio que se ajuste a dicha restricción.

En contraste, las localidades del extremo derecho (Chapinero, Usaquén y Teusaquillo) requieren una canasta no-alimentaria más costosa; en la medida en que los hogares se alejan de la pobreza y sus ingresos se incrementan, empiezan a demandar una canasta de bienes y servicios más variada, que a su vez, dependiendo de los lugares de compra, puede llegar a ser más costosa. Lo anterior también se evidencia cuando se observa la tendencia creciente de los gastos personales a media que los umbrales de subsistencia se incrementan (ver Cuadro 1).

Por otra parte, también se destaca que el valor de las canastas alimentaria y no-alimentaria de las localidades de Ciudad Bolívar, Rafael Uribe y Antonio Nariño, tiende a parecerse a las líneas de pobreza que calculó el DANE para Bogotá (ver Gráfica 6).

GRÁFICA 5

SISTEMA ELES EXTENDIDO: GASTOS DE SUBSISTENCIA ± SE



m: media; m': media ponderada

HEGE: modelo Heckman Extendido Global; HELE: modelo Heckman Extendido por Localidades

Fuente: elaboración propia con base en ECV03.

Por último, en el Cuadro 3 se presentan los resultados obtenidos a partir del sistema ELES extendido. Cuando se utiliza el modelo sin descomponer el intercepto, se observa que en promedio una persona en Bogotá requiere 94.585 pesos para suplir sus necesidades de subsistencia alimentaria, valor

que es superior en 10.021 pesos al de la canasta de indigencia calculada para Bogotá (84.563 pesos). En cuanto a la estimación del coeficiente de Orshansky, se obtiene un coeficiente muy elevado frente a los estimados con modelos anteriores, dado que la canasta no-alimentaria promedio sería 205 % más costosa que la canasta alimentaria. Este incremento se explica principalmente por el aumento de los gastos de subsistencia personales, de transporte y, en menor medida, de los gastos en educación y salud.

CUADRO 3

RESULTADOS DEL SISTEMA ELES EXTENDIDO EN DOS ETAPAS. PARÁMETROS DE FORMA ESTRUCTURAL. GASTOS DE SUBSISTENCIA PARA BOGOTÁ Y SUS LOCALIDADES

ELES	Parámetros	Alimentos	Educación	Vestido	Transporte	Vivienda	Salud	Personales	Ahorro	L.P.	C. O.
HEGE	Bogotá (γ_i)	\$ 94.585	\$ 60.774	\$ 18.342	\$ 47.317	\$ 19.555	\$ 49.822	\$ 92.710	\$ 0	\$ 383.105	4,05
HELE	Úsme (γ_i)	\$ 55.358	\$ 27.731	\$ 12.331	\$ 40.081	\$ 10.182	\$ 28.641	\$ 51.998	\$ 0	\$ 226.321	4,09
	San Cristobal (γ_i)	\$ 70.486	\$ 36.378	\$ 11.822	\$ 43.599	\$ 9.422	\$ 36.072	\$ 51.501	\$ 0	\$ 259.280	3,68
	Tunjuelito (γ_i)	\$ 77.776	\$ 36.138	\$ 12.239	\$ 42.089	\$ 10.672	\$ 29.871	\$ 53.049	\$ 0	\$ 261.836	3,37
	Bosa (γ_i)	\$ 79.872	\$ 39.020	\$ 15.392	\$ 41.470	\$ 9.298	\$ 30.549	\$ 63.819	\$ 0	\$ 279.420	3,50
	Rafael Uribe (γ_i)	\$ 79.875	\$ 39.666	\$ 12.284	\$ 43.952	\$ 10.469	\$ 29.039	\$ 65.727	\$ 0	\$ 281.012	3,52
	Ciudad Bolívar (γ_i)	\$ 87.064	\$ 35.056	\$ 12.443	\$ 44.662	\$ 11.500	\$ 26.606	\$ 68.402	\$ 0	\$ 285.734	3,28
	Antonio Nariño (γ_i)	\$ 81.584	\$ 45.101	\$ 14.597	\$ 43.153	\$ 11.975	\$ 37.877	\$ 75.789	\$ 0	\$ 310.078	3,80
	Engativá (γ_i)	\$ 91.262	\$ 51.688	\$ 16.215	\$ 47.050	\$ 14.341	\$ 38.665	\$ 61.103	\$ 0	\$ 320.323	3,51
	Kennedy (γ_i)	\$ 91.712	\$ 46.481	\$ 15.666	\$ 44.280	\$ 13.413	\$ 33.639	\$ 76.937	\$ 0	\$ 322.129	3,51
	Puente Aranda (γ_i)	\$ 84.953	\$ 61.073	\$ 18.504	\$ 44.732	\$ 12.317	\$ 39.788	\$ 62.250	\$ 0	\$ 323.617	3,81
	Fontibón (γ_i)	\$ 92.157	\$ 60.318	\$ 17.675	\$ 45.618	\$ 13.031	\$ 42.833	\$ 55.409	\$ 0	\$ 327.041	3,55
	Barrios Unidos (γ_i)	\$ 88.419	\$ 75.696	\$ 16.202	\$ 49.236	\$ 18.245	\$ 54.840	\$ 67.238	\$ 0	\$ 369.876	4,18
	Mártires (γ_i)	\$ 99.317	\$ 59.321	\$ 15.944	\$ 46.063	\$ 11.878	\$ 44.188	\$ 109.652	\$ 0	\$ 386.364	3,89
	Candelaria (γ_i)	\$ 90.732	\$ 64.700	\$ 20.666	\$ 49.024	\$ 14.022	\$ 42.110	\$ 123.720	\$ 0	\$ 404.974	4,46
	Suba (γ_i)	\$ 97.290	\$ 77.732	\$ 19.458	\$ 48.815	\$ 25.636	\$ 56.845	\$ 127.606	\$ 0	\$ 453.382	4,66
	Santafé (γ_i)	\$ 87.897	\$ 62.248	\$ 17.391	\$ 54.665	\$ 16.036	\$ 52.732	\$ 168.670	\$ 0	\$ 459.639	5,23
	Teusquillo (γ_i)	\$ 119.271	\$ 88.603	\$ 26.410	\$ 53.872	\$ 25.210	\$ 70.962	\$ 128.883	\$ 0	\$ 513.211	4,30
	Usaquén (γ_i)	\$ 113.853	\$ 90.933	\$ 22.242	\$ 48.838	\$ 37.350	\$ 74.922	\$ 125.471	\$ 0	\$ 513.608	4,51
	Chapinero (γ_i)	\$ 178.655	\$ 109.603	\$ 41.349	\$ 61.562	\$ 55.267	\$ 151.901	\$ 156.631	\$ 0	\$ 754.969	4,23
	Bogotá Media	\$ 93.028	\$ 58.289	\$ 17.833	\$ 46.987	\$ 17.382	\$ 48.531	\$ 89.150	\$ 0	\$ 371.201	3,99
	Media(P)	\$ 91.089	\$ 54.599	\$ 16.790	\$ 46.089	\$ 16.229	\$ 44.112	\$ 77.241	\$ 0	\$ 346.149	3,80

Media(P): Media de los parámetros estructurales ponderada por el tamaño de población de cada localidad

L.P.: Línea de Pobreza

C.O.: Coeficiente de Orshansky

Fuente: elaboración propia con base en ECV03.

El resultado por localidades es similar al agregado, valores de subsistencia en alimentos similares a los que se obtienen con el modelo simple (HSLE) y que se agrupan alrededor de una media de 93.028 pesos. La canasta no-alimentaria por localidades del modelo HEL^E es 33 % más costosa que la obtenida con el modelo HSL^E ; este incremento se explica principalmente por el aumento en los gastos personales, de transporte y de educación²⁶. Esto hace que el coeficiente de Orshansky y el umbral de pobreza, sea 23 % más alto que las estimaciones realizadas con el modelo simple.

²⁶Cuando se consideran los resultados por localidades, se debe advertir que tanto en el modelo simple (HSL^E) como en el modelo extendido (HEL^E), todos los resultados fueron consistentes con la teoría. Para todas las localidades el umbral de pobreza (gastos

La importancia relativa de la canasta alimentaria disminuye en relación con la de gastos personales en el modelo ELES extendido (Gráfica 5 y Cuadro 4). Con respecto al modelo simple, la pérdida de importancia de la canasta alimentaria (7 puntos porcentuales), es compensada por la ganancia en la canasta de gastos personales (8 puntos porcentuales), en los otros rubros las participaciones se mantienen relativamente constantes. Suponer que los gastos personales dentro de una canasta de subsistencia casi igualan los gastos de una canasta alimentaria y a su vez supera los gastos de la canasta de servicios como educación y salud, resulta dudoso.

Lo que parece es que dicha canasta refleja los gastos de subsistencia (que en realidad se puede interpretar como un nivel de consumo mínimo) en hogares de ingresos altos con consumo elevado, tanto en la variedad de bienes y servicios que la componen, como en su costo -el cual se puede llegar a explicar esencialmente por los lugares de compra. Resultados similares obtuvo Muñoz (2005) con el modelo LES extendido, lo que permite concluir que el vector que compone la parte extendida de los modelos explica mejor la varianza de los gastos personales en hogares de consumo elevado²⁷, y por ende mejora el pronóstico del patrón de gasto en estos hogares.

CUADRO 4

SISTEMA ELES EXTENDIDO EN DOS ETAPAS: PARÁMETROS DE FORMA ESTRUCTURAL. COEFICIENTES DE ORSHANSKY, LÍNEAS DE POBREZA Y GASTOS DE SUBSISTENCIA PARA BOGOTÁ

Rubro	HSG ^E	HSL ^E		Intervalo \pm SE		DANE_05	
	γ_i	μ	μ^P	Inferior	Superior		
Alimentos	\$ 90.770	\$ 92.702	\$ 90.467	\$ 90.262	\$ 90.671	\$ 84.563	
Educación	\$ 42.299	\$ 45.682	\$ 41.823	\$ 36.579	\$ 47.067		
Vestido	\$ 21.350	\$ 21.820	\$ 20.746	\$ 19.120	\$ 22.373		
Transporte	\$ 31.010	\$ 32.006	\$ 31.016	\$ 29.614	\$ 32.418		
Vivienda	\$ 17.083	\$ 17.693	\$ 16.136	\$ 12.90	\$ 19.367		
Salud	\$ 37.816	\$ 41.325	\$ 36.750	\$ 30.016	\$ 43.484		
Personales	\$ 47.170	\$ 49.961	\$ 38.649	\$ 29.854	\$ 47.445		
Ahorro	\$ 0	\$ 0	\$ 0	\$ 0	\$ 0		
L.P.	\$ 287.499	\$ 301.190	\$ 275.588	\$ 248.351	\$ 302.825		\$ 207.546
C. O.	3,17	3,25	3,05	2,75	3,34		2,45

μ : media ponderada; μ^P : media ponderada por el tamaño de población de cada localidad

HSG^E: modelo Heckman Simple Global; HSL^E: modelo Heckman Simple por Localidades

L.P.: Línea de Pobreza; C.O.: Coeficiente de Orshansky

Fuente: elaboración propia con base en ECV03.

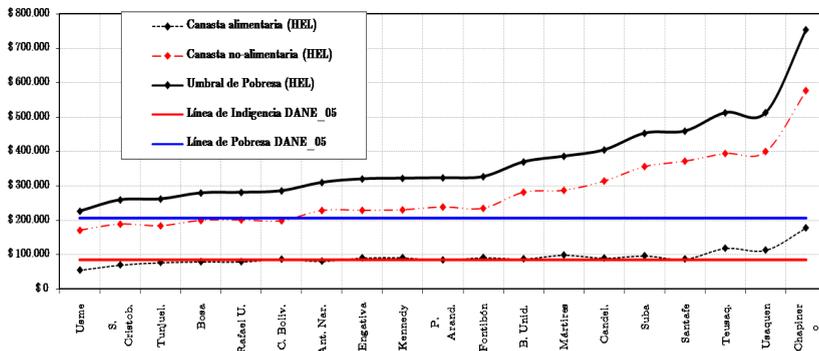
Como se observa en la Gráfica 6, los umbrales de indigencia por localidades se agrupan con muy poca varianza alrededor de 93.028 pesos por mes;

de subsistencia alimentarios y no-alimentarios) estuvo siempre por encima del umbral de subsistencia en alimentos. Esto se explica básicamente porque en el modelo ELES se debe identificar también el umbral alimentario para cada localidad, lo que a diferencia del modelo LES, no impone una mayor restricción sobre los demás parámetros. En el modelo ELES sólo se supone que el gasto de subsistencia en ahorro es cero.

²⁷ Esto se evidencia también en el incremento sistemático de los coeficientes de determinación en las ecuaciones de gastos personales, en relación con los coeficientes del resto de ecuaciones.

en tanto que la brecha entre los umbrales de pobreza e indigencia se incrementa a medida que aumentan los gastos de subsistencia personales. Se puede ver que la brecha no-alimentaria en las líneas del DANE es siempre inferior a la brecha que se obtiene en el modelo extendido. Por lo tanto, en todas las localidades el coeficiente de Orshansky y por consiguiente el valor de umbral de pobreza, es siempre superior al del DANE, lo cual se explica también por el acrecentamiento de los gastos personales.

GRÁFICA 6
UMBRALES DE POBREZA E INDIGENCIA PARA BOGOTÁ Y SUS LOCALIDADES



HEL^E: modelo Heckman Extendido por Localidades

Fuente: elaboración propia con base en ECV03.

Entre los modelos considerados en el sistema ELES, el coeficiente de Orshansky va desde 3,05 con el modelo HSL^E hasta 4,05 con el modelo HEG^E. Lo anterior explica el incremento generalizado de los umbrales de pobreza, que van desde 275.588 pesos hasta un valor similar al salario mínimo legal de 2003 más el subsidio de transporte (\$332.000 + \$37.500) 383.105 pesos (Cuadro 5).

Una vez se corrigen las estimaciones por sesgos de selección, de acuerdo con la Gráfica 1, la forma estructural del modelo se identificaba a partir de los pronósticos de su forma reducida. Puede ocurrir que al examinar las ecuaciones en un modelo multiecuacional, algunas de ellas se ajusten bien a los datos y otras no. Por lo anterior, se requiere efectuar un juicio respecto al “ajuste” estadístico del modelo en su conjunto y para ello se evaluaron los pronósticos de cada uno de los modelos considerados²⁸.

²⁸Es posible encontrar un modelo con ecuaciones que tengan un ajuste estadístico muy bueno (un elevado R^2 , errores estándar pequeños, etcétera); sin embargo, cuando se

CUADRO 5

COEFICIENTE DE ORSHANSKY Y UMBRAL DE LÍNEA DE POBREZA: SISTEMA ELES CORREGIDO POR S.S.

Modelo	Orshansky	Línea de Pobreza
HSG ^E	3,17	\$287.499
HSL ^{E*}	3,05	\$275.588
HEG ^E	4,05	\$383.105
HEL ^{E*}	3,80	\$346.149
Media	3,52	\$323.085
DANE_05	2,45	\$207.546

*Media de las estimaciones estructurales por localidad

S.S: Sesgos de Selección

HSG^E : Heckman Simple Global

HSL^E : Heckman Simple por Localidades

HEG^E : Heckman Extendido Global

HEL^E : Heckman Extendido por Localidades

Fuente: elaboración propia con base en ECV03.

Después de un análisis gráfico, se utilizaron los criterios del error cuadrático medio y del coeficiente de Theil, asimismo, se descompuso dicho coeficiente para comparar el origen del error de pronóstico entre los modelos. Como se observa en el Cuadro 6, de acuerdo con los criterios REMC, REMCP y el coeficiente de Theil, se prefiere la capacidad predictiva del modelo HSL^E.

CUADRO 6

EVALUACIÓN DE PRONÓSTICOS: SISTEMA ELES CORREGIDO POR SESGOS DE SELECCIÓN

Criterio	Modelo			
	HSG ^E	HSL ^E	HEG ^E	HEL ^E
REMC ¹	262.785	261.163	263.145	265.944
REMCP ²	122 %	121 %	161 %	189 %
EMA ³	64.357	65.831	69.352	75.381
EMAP ⁴	49 %	50 %	54 %	60 %
Theil	0,1374	0,1367	0,1375	0,1386
Bias	4 %	4 %	5 %	6 %
Var	46 %	45 %	45 %	45 %
Covar	51 %	51 %	50 %	49 %

HSGE: Heckman Simple Global; HSLE: Heckman Simple por loc.;

HEGE: Heckman Extendido Global; HELE: Heckman Extendido por loc.

1: Raíz del error cuadrático medio; 2: Raíz del error cuadrático medio porcentual; 3:Error medio absoluto; 4: Error medio absoluto porcentual.

Fuente: elaboración propia con base en ECV03.

simula el modelo en su conjunto, el ajuste global puede ser deficiente. Esto puede suceder puesto que el comportamiento del modelo como un sistema puede tener muy poca relación con la forma en que las ecuaciones individuales se ajustan a los datos. Por esta razón, es importante utilizar algún criterio para evaluar el modelo multiecuacional, dado que las consideraciones estadísticas por si solas son insuficientes, Pindyck y Rubinfeld (1998, Capítulo 12).

En este sentido, si se utiliza este modelo para estimar la línea de pobreza para Bogotá, dicho umbral estaría alrededor de 275.588 pesos, que es superior a la estimación del DANE (207.546 pesos). Cabe recordar que en el modelo también se identificaron umbrales de indigencia para todas las localidades y para la ciudad en su conjunto (93.028 pesos), valor que estaría por encima de la línea de indigencia estimada por el DANE para Bogotá (84.563 pesos)²⁹.

Finalmente, aunque no es el objetivo de este documento, se presenta en el Cuadro 7 el efecto sobre la incidencia de la pobreza en Bogotá al considerar el umbral de pobreza estimado con el modelo HSL^E, en comparación con el que utiliza la Misión de Pobreza (MERPD)³⁰.

CUADRO 7
NÚMERO DE HOGARES POBRES PARA BOGOTÁ Y SUS LOCALIDADES

	MERPD	HSLE	Δ pobres	Δ %pobres	Total	MERPD	HSLE
Teusaquillo	3.824	9.402	5.578	146 %	54.857	7 %	17 %
Chapinero	3.172	10.877	7.705	243 %	52.972	6 %	21 %
Puente Aranda	15.265	18.070	2.805	18 %	79.617	19 %	23 %
Barrios Unidos	8.942	12.779	3.837	43 %	56.191	16 %	23 %
Engativá	43.546	51.995	8.449	19 %	226.639	19 %	23 %
Usaquén	14.078	35.476	21.398	152 %	137.095	10 %	26 %
Antonio Nariño	6.921	7.779	858	12 %	29.131	24 %	27 %
Fontibón	19.502	22.304	2.802	14 %	79.451	25 %	28 %
Kennedy	68.498	77.534	9.036	13 %	238.199	29 %	33 %
Tunjuelito	22.487	21.175	-1.312	-6 %	62.077	36 %	34 %
Suba	49.620	88.283	38.663	78 %	239.781	21 %	37 %
Rafael Uribe	43.611	42.308	-1.303	-3 %	112.298	39 %	38 %
Mártires	9.136	12.205	3.069	34 %	28.196	32 %	43 %
Bosa	67.591	63.468	-4.123	-6 %	141.958	48 %	45 %
Candelaria	3.149	4.329	1.180	37 %	9.252	34 %	47 %
Ciudad Bolívar	85.565	83.105	-2.460	-3 %	155.086	55 %	54 %
Santafé	14.903	22.766	7.863	53 %	41.256	36 %	55 %
San Cristobal	67.738	69.266	1.528	2 %	126.433	54 %	55 %
Úsme	38.790	40.732	1.942	5 %	64.268	60 %	63 %
Bogotá	586.338	693.853	107.515	18 %	1.934.757	30 %	36 %

HSL^E: Heckman Simple por Localidades en el sistema ELES

Fuente: elaboración propia con base en ECV03.

²⁹El valor de línea de indigencia proviene de la canasta estimada por Muñoz y Rivas (2005), la cual se construyó con la información que proviene de la encuesta de ingresos y gastos de 1994-1995 del DANE para una población de referencia del 25 %. Esta línea se actualiza utilizando las variaciones del IPC de alimentos para ingresos bajos y su valor para el primer trimestre de 2003 fue 84.563 pesos.

³⁰Solamente cuando el umbral de subsistencia alimentaria era inferior a la línea de indigencia calculada para Bogotá por Muñoz y Rivas (2005), se reemplazó por el valor de dicha línea. Esto se explica porque la línea de indigencia, como se explicó en un comienzo, es el valor de una canasta básica de alimentos que contiene los requerimientos mínimos nutricionales necesarios para el buen funcionamiento del organismo humano.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

La dificultad para establecer una medida que, con un buen grado de precisión, permita discriminar a la población de un país entre pobres y no-pobres, incita a construir nuevas alternativas o a mejorar las ya existentes. Disponer de aproximaciones aceptables sobre el nivel de pobreza de un país redundará en que las políticas gubernamentales se hagan con un mayor grado de efectividad.

Existen muchas formas de estimar el umbral (línea de pobreza) que discrimina la población entre pobres y no-pobres. La estimación de sistemas completos de demanda se presenta como una forma sencilla para calcular dicho umbral basándose en el patrón de consumo de los hogares y en la teoría microeconómica del consumidor. En este artículo se exploraron los resultados obtenidos a partir del modelo ELES corregido por sesgo de selección, utilizando el proceso en dos etapas de Heckman. Dentro de este marco de trabajo se estimaron formas simples y extendidas.

Específicamente, se destaca la utilidad que tiene el modelo ELES para estimar el umbral de pobreza no-alimentario. Comúnmente, después de calcular la línea de indigencia, la línea de pobreza resulta de multiplicar la primera por el coeficiente de Orshansky. Con la metodología aquí propuesta, se obtuvo dicho coeficiente a partir de la estimación de los consumos de subsistencia no-alimentarios. Esta metodología se presenta como una forma alternativa a la tradicional; y además, tiene la ventaja de estar amparada en un marco conceptual más amplio y compacto a la luz de la teoría microeconómica.

De acuerdo con los resultados, la mejor aproximación al umbral de pobreza provenía de la estructura más parsimoniosa, concretamente los resultados del modelo ELES simple por localidades. El coeficiente de Orshansky estimado con este modelo estaría alrededor de 3,05, el cual es superior al estimado por el DANE (2,45), después de revisar la metodología con el 25 % de población de referencia. Es posible que la diferencia se explique fundamentalmente por la utilización de la población de referencia que utilizó el DANE, dado que ésta pertenece al cuartil más pobre³¹. Es de esperar

³¹En las discusiones que se hicieron en el país, en el marco de numerosas conferencias con expertos nacionales e internacionales (y en las que participaron Manuel Muñoz, Guillermo Rivas el equipo técnico del MERPD y del DANE con Nanak Kakwani del IPC, y Fernando Medina de la CEPAL), uno de las principales temas de controversia fue la manera de escoger la población de referencia para el cálculo de los umbrales de pobreza. Aunque existen numerosos métodos, todavía no existe consenso, ya que no ha sido fácil llegar a un método robusto y que se utilice en la mayoría de los países.

que la participación del gasto en alimentos dentro del gasto total en los hogares más pobres sea mucho mayor, y por consiguiente, utilizar dicha población para estimar el coeficiente de Engel, subestimaría automáticamente el coeficiente de Orshansky.

Este resultado controvierte el umbral de pobreza que actualmente utiliza el MERPD, dado que puede estar subestimado, y por tanto, el resultado del número de hogares pobres en Bogotá también. La subestimación alcanzaría a ser aproximadamente de 107.515 hogares. De acuerdo con el MERPD estos hogares no serían pobres por ingresos, mientras que con la metodología que aquí se propone sí lo serían. En términos de la incidencia de la pobreza en la ciudad, dicha diferencia se traduce en 6 puntos porcentuales.

De otro lado, es importante señalar que la estimación de la línea de indigencia a partir del modelo ELES, es más débil comparada con la metodología tradicional. Esta última incorpora un mayor nivel de detalle para la construcción de la canasta alimentaria y esto hace que sea muy difícil que sea superada por cualquier otra en sus resultados³².

No obstante, con el modelo ELES se obtuvieron muy buenos resultados en cuanto a la estimación de la línea de indigencia, al ser consistente para todas las localidades de Bogotá y ubicarse muy cerca del valor de la canasta de requerimientos mínimos nutricionales elaborada por Muñoz y Rivas -en promedio se obtuvo una canasta levemente más costosa (\$8.465 pesos).

Finalmente, para discusiones futuras, se propone continuar estimando la línea de indigencia como lo hace tradicionalmente el DANE (con la única observación de revisar nuevamente la población de referencia que se utiliza para su cálculo) y como paso seguido, calcular la línea de pobreza a partir del Coeficiente de Orshansky con el modelo ELES corregido por sesgo de selección. Asimismo, con el fin de disponer de una estructura de consumo de los hogares actualizada, lo ideal sería llevar a cabo dichas estimaciones utilizando la encuesta más reciente de ingresos y gastos (EIG) que se encuentre disponible.

³²La metodología que utilizan Muñoz y Rivas hace uso de una norma calórica que se contrasta después con los hábitos de consumo de una población de referencia. Para ello debe buscarse alimento por alimento y escoger sólo aquellos que cumplan dos condiciones: (i) la norma calórica y (ii) hacer parte de la canasta alimentaria que habitualmente consume la población de referencia. Finalmente, la canasta resultante se valora a precios implícitos. Todo este procedimiento para la construcción de la línea de indigencia es prácticamente artesanal y es muy difícil que otro método supere o sustituya sus resultados.

Se propone utilizar la información de la EIG, dado que los resultados del método propuesto en este artículo pueden estar potencialmente influenciados por el error de estimación que hacen los hogares cuando se les pregunta por gastos agregados. Asimismo, se debe advertir que el método es sensible a la manera como se agrupan los bienes analizados, puesto que el modelo ELES funciona para bienes complementarios (problema que con la ECV03 se obvió, dado que los bienes ya venían agregados). Por tal motivo, de utilizarse el modelo aquí propuesto con la información bien a bien a partir de una EIG, se minimizaría considerablemente el error de estimación que cometen los hogares sobre los gastos agregados; no obstante, antes de estimar dicho modelo debe existir un criterio de agrupación de bienes que cumpla con la restricción de complementariedad.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Christensen, L.R., Jorgenson, D.W. y Lawrence, J.L. (1975). Transcendental Logarithmic Utility Functions. *The American Economic Review*, 65(3), 367-383.
- Deaton, A. (1974). A Reconsideration of the Empirical Implications of Additive Preferences. *The Economic Journal*, 84, 338-348.
- Deaton, A. (1987). Estimation of Own- and Cross-Price Elasticities from Household Survey Data. *Journal of Econometrics*, 36, 7-30.
- Deaton, A. y Muellbauer, J. (1980a). An Almost Ideal Demand System. *The American Economic Review*, 70(3), 312-326.
- Deaton, A. y Muellbauer, J. (1980b). *Economics and Consumer Behavior*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Eicker, F. (1967). Limit theorems for regressions with unequal and dependent errors. En L. LeCam y J. Neyman (eds.), *Proceedings of the Fifth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability* (59-82). Berkeley: University of California Press.
- Heckman, J. (1979). Sample Selection Bias as a Specification Error. *Econometrica*, 47(1), 153-161.
- Howe, H. J. (1974). *Estimation of the Linear and Quadratic Expenditure System: A Cross Section Cost for Colombia*, Tesis doctoral no publicada, Universidad de Pensilvania.
- Howe, H. J. (1975). Development of the Extended Linear Expenditure System from simple saving assumptions. *European Economic Review*, 6(3), 305-310.
- Howe, H. J. (1977). Cross-Section Application of Linear Expenditure Systems: Responses to Sociodemographic Effects. *American Journal of Agricultural Economics*, 59(1), 141-148.
- Huber, P. J. (1967). The Behavior of Maximum Likelihood Estimates under Nonsstandard Conditions. En L. LeCam y J. Neyman (eds.), *Proceedings of the Fifth*

- Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability* (221-223). Berkeley: University of California Press.
- Kakwani, N. (2001). *On Specifying Poverty Lines*. Trabajo presentado en el Asian and Pacific Forum on Poverty: Reforming Policies and Institutions for Poverty Reduction, Asian Development Bank, February 5-9, Manila.
- Kockelman, K. M. (1998). *A Utility-Theory-Consistent System-of-Demand-Equations Approach to Household Travel Choice*. Tesis doctoral no publicada, Universidad de California en Berkeley.
- Leser, C. E. V. (1963). Forms of Engel Functions. *Econometrica*, 31, 694-703.
- MacFadden, D. (1964). *Existence Conditions for Theil-Type Preferences*. Manuscrito no publicado.
- Muñoz, M. (1988). *La pobreza en 13 ciudades colombianas* (Boletín de estadística del DANE, 429). Bogotá, DANE.
- Muñoz, M. (1990). La pobreza medida a través de ingresos y gastos: un replanteamiento. (Boletín de estadística del DANE, 450). Bogotá, DANE.
- Muñoz M. y Rivas, G. (2005). *Los valores de las líneas de Indigencia encontrados con la EIG1994-95, utilizando la metodología de 1988* (Documento Técnico DANE). Bogotá: DANE.
- Muñoz, M., Ramírez, M. y Rivas, G. (1998). El consumo de los hogares en 23 capitales de departamentos colombianos, *Boletín de estadística del DANE*, 540: 10-25.
- Pindyck, R.S. y Rubinfeld, D.L. (1998). *Econometric Models and Economic Forecast*. 4ª edición. New York: McGraw-Hill.
- Pollack, R.A. y Wales, T. J. (1969). Estimation of the linear expenditure system. *Econometrica*, 37, 611-28.
- Pollack, R.A. y Wales, T. J. (1978). Estimation of Complete Demand Systems from Household Budget Data: The Linear and Quadratic Expenditure Systems. *The American Economic Review*, 68(3), 348-359.
- Pollack, R.A. y Wales T. J. (1980). Comparison of the Quadratic Expenditure System and Translog Demand Systems with Alternative Specifications of Demographic Effects. *Econometrica*, 48(3), 595-612.
- Ramírez, M. (1989). Estimación y Utilización de Sistemas Completos de Ecuaciones de Demanda. *Desarrollo y Sociedad*, 24: 13-49.
- Ravallion, M. (1999). *Las líneas de Pobreza en la Teoría y en la Práctica*, presentación realizada en el cuarto taller regional: La medición de la pobreza: El Método de las Líneas de Pobreza, Instituto Nacional de Estadísticas y Censos (INDEC), Comisión Económica para América Latina y el Caribe (CEPAL), Buenos Aires (Argentina), 16 al 19 de noviembre.
- Ravallion, M. y Bidani, B. (1994). How Robust is a Poverty Profile?. *The World Bank Economic Review*, 8: 75-102.
- Reddy, S. y Pogge, T. (2003). *How Not to Count the Poor*. New York: UNDP. Disponible

<http://www.undp.org/povertycentre/publications/poverty/HowNOTtocountthepoor-SANJAYREDDY.pdf>

Rivas, G. (2000). Patrones de demanda de los hogares en las cuatro principales ciudades de Colombia: Bogotá, Cali, Medellín y Barranquilla. Tesis de maestría no publicada, Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Colombia.

Stone, J.R. (1954). Linear Expenditure Systems and Demand Analysis: An Application to the Pattern of British Demand. *Economics Journal*, 64, 511-527.

STATA (2008). *Statistical Software*. College Station, TX: Stata Press.

Theil, H. (1965). The Information Approach to Demand Analysis. *Econometrica*, 33, 67-87.

Working, H. (1943). Statistical Laws of Family Expenditures. *Journal of the American Statistical Association*, 38, 43-56.

White, H. (1980). A Heteroskedasticity-Consistent Covariance Matrix Estimator and Direct Test for Heteroskedasticity. *Econometrica*, 48, 817-838.

ANEXO 1

Resultados de la forma reducida alternativa (forma funcional simple)
MODELO HEG^E: Parámetros de forma reducida

Rubro	ELES sin correccion*			ELES con correccion*		
	alpha	beta	GAMMA	alpha	beta	GAMMA
Alimentos	69.430	0,10	93.837	75.119	0,05	90.770
Educación	20.142	0,02	25.333	19.458	0,08	42.299
Vestido	2.965	0,03	10.351	17.530	0,01	21.350
transporte	21.000	0,01	24.244	24.903	0,02	31.010
Vivienda	-794	0,05	10.629	6.323	0,04	17.083
Salud	11.033	0,06	27.023	20.281	0,06	37.816
Personales	-45.441	0,41	56.584	-77.784	0,43	47.170
Ahorro	-78.334	0,32	0	-85.831	0,30	0
Condición	0,0	1,0		0,0	1,0	
Umbral de Pobreza			248.000			287.499
Coef. Orshansky			2,64			3,17

*Corrección por sesgos de selección

Cálculos propios con base en ECV03

Fuente: elaboración propia.

MODELO HSL^E: Parámetros de forma reducida

Localidad	alpha								Condición
	Alimentos	Educación	Vestido	Transporte	Vivienda	Salud	Personales	Ahorro	
Usaquén	94.476	46.979	21.454	25.398	26.539	44.387	-116.663	-142.570	0
Chapinero	148.269	49.351	37.688	34.703	40.133	109.609	-201.438	-218.315	0
Santafé	67.583	23.423	16.995	32.340	1.619	24.067	-40.115	-125.912	0
S. Cristobal	57.627	9.783	13.378	23.550	1.853	18.003	-67.512	-56.682	0
Úsme	45.367	3.461	13.745	20.215	2.740	12.543	-51.683	-46.387	0
Tunjuelito	66.867	11.369	13.736	23.219	2.764	12.040	-68.653	-61.342	0
Bosa	69.611	12.378	17.122	21.610	1.377	12.100	-71.175	-63.023	0
Kennedy	79.109	15.081	16.277	23.856	3.601	12.072	-70.576	-79.421	0
Fontibón	80.476	29.191	18.453	25.407	5.187	22.002	-100.200	-80.516	0
Engativá	80.605	23.780	17.493	27.720	5.057	17.735	-91.539	-80.851	0
Suba	79.545	38.253	18.689	26.563	13.336	29.063	-81.046	-124.404	0
B. Unidos	76.170	43.477	17.023	29.050	9.197	31.988	-113.382	-93.523	0
Teusaquillo	99.570	47.162	25.162	30.809	13.907	40.671	-117.748	-139.534	0
Mártires	84.484	24.571	16.528	24.479	2.256	19.918	-73.457	-98.780	0
A. Nariño	70.964	16.957	16.168	23.153	3.522	17.608	-73.681	-74.690	0
P. Aranda	72.737	31.094	19.831	24.427	2.754	18.240	-86.831	-82.251	0
Candelaria	74.998	30.206	20.691	27.558	3.052	16.772	-66.558	-106.719	0
R. Uribe	67.668	10.727	13.015	23.469	2.432	10.146	-63.697	-63.759	0
C. Bolívar	67.954	6.176	13.549	24.489	2.098	7.266	-58.370	-63.163	0
beta	0,048	0,069	0,012	0,020	0,034	0,054	0,448	0,315	1

Cálculos propios con base en ECV03

Fuente: elaboración propia.

ANEXO 2

Resultados de la forma reducida alternativa (forma funcional extendida)

MODELO HEG^E: Parámetros de forma reducida

Coef.	Alimentos	Educación	Vestido	Transporte	Vivienda	Salud	Personales	Ahorro	Condición
alpha	75.002	31.524	13.487	39.657	5.890	26.881	-76.386	-116.054	0
beta	0,05	0,08	0,01	0,02	0,04	0,06	0,44	0,30	1
η_1	8.238	2.659	10.450	-10.069	2.427	-5.382	-29.876	21.554	0
η_2	13.400	4.998	-311	-3.487	2.733	-8.806	-20.525	11.997	0
η_3	-19.543	-15.146	-1.819	-10.158	-1.225	-9.663	11.661	45.894	0
η_4	-8.315	-15.745	47	-17.801	-4.848	-11.021	6.317	51.366	0
η_5	8.170	19.080	9.802	-3.472	2.343	-3.396	-32.179	-348	0
η_6	11.726	-8.369	5.900	-9.871	41.859	13.429	-58.054	3.381	0
η_7	-5.050	-18.411	1.225	-13.122	7.845	-8.885	-11.978	48.376	0
η_8	609	20.770	-1.029	-15.729	30.756	15.118	-60.439	9.944	0
η_9	-40.637	-15.435	-2.238	-11.776	-4.811	8.040	19.038	47.818	0
η_{10}	7.885	-5.230	2.261	-13.378	-2.823	-4.316	-1.490	17.090	0
η_{11}	-12.747	-11.056	-162	-7.078	-1.353	-1.886	16.383	17.900	0

Cálculos propios con base en ECV03

Fuente: elaboración propia.

MODELO HEL^E: Parámetros de forma reducida

Localidad	alpha								Condición
	Alimentos	Educación	Vestido	Transporte	Vivienda	Salud	Personales	Ahorro	
Usaquén	90.227	57.016	16.417	38.951	20.458	47.506	-108.285	-162.290	0
Chapinero	143.927	59.748	32.787	47.029	30.436	111.602	-186.974	-238.556	0
Santafé	66.754	31.895	12.178	45.817	918	28.197	-40.523	-145.237	0
S. Cristobal	58.559	19.256	8.882	38.608	895	22.232	-66.504	-81.928	0
Úsme	44.948	12.786	9.764	35.724	2.738	16.560	-51.007	-71.513	0
Tunjuelito	65.732	18.848	9.270	37.049	2.061	15.895	-66.118	-82.735	0
Bosa	67.019	20.568	12.223	36.091	108	15.634	-63.352	-88.291	0
Kennedy	76.895	25.209	12.013	38.079	2.819	16.444	-69.672	-101.787	0
Fontibón	77.113	38.721	13.966	39.323	2.275	25.376	-93.435	-103.339	0
Engativá	76.527	30.535	12.582	40.884	3.806	21.567	-84.684	-101.216	0
Suba	76.434	47.792	14.317	40.087	10.724	32.645	-78.739	-143.260	0
B. Unidos	71.405	51.270	12.007	42.116	6.080	35.097	-101.102	-116.874	0
Teusaquillo	95.663	54.712	20.590	43.993	8.330	43.567	-104.692	-162.165	0
Mártires	81.545	33.807	11.562	38.626	-830	23.564	-66.191	-122.084	0
A. Nariño	67.321	24.625	11.081	37.184	1.777	21.326	-65.335	-97.979	0
P. Aranda	70.067	39.703	14.834	38.503	1.673	22.514	-85.037	-102.257	0
Candelaria	72.103	37.957	16.073	41.228	703	20.494	-60.594	-127.964	0
R. Uribe	66.948	21.109	9.097	38.543	1.227	14.039	-62.169	-88.794	0
C. Bolívar	68.566	16.557	9.266	39.270	2.287	11.654	-59.088	-88.513	0
beta	0,046	0,066	0,011	0,019	0,033	0,053	0,455	0,316	1
η_1	10.731	6.152	11.132	-9.618	3.706	-2.581	-30.438	10.916	0
η_2	14.002	9.112	141	-3.576	3.735	-7.115	-18.750	2.452	0
η_3	-18.014	-13.471	-1.255	-9.896	-163	-7.081	8.962	40.919	0
η_4	-6.093	-12.757	1.018	-17.324	-3.245	-6.975	4.760	40.615	0
η_5	5.691	18.313	9.152	-3.873	2.132	-5.080	-27.756	1.420	0
η_6	2.503	-14.791	3.374	-10.820	37.065	1.671	-42.170	23.167	0
η_7	-5.463	-18.703	1.092	-12.989	7.642	-10.386	-11.061	49.867	0
η_8	-6.427	11.869	-4.026	-16.521	28.234	5.658	-46.449	27.661	0
η_9	-36.788	-12.173	-1.436	-11.723	-3.905	8.362	24.670	32.993	0
η_{10}	10.068	-2.828	2.848	-12.833	-1.695	-1.403	-2.910	8.753	0
η_{11}	-10.604	-9.557	478	-6.548	-288	-854	15.109	12.263	0

Cálculos propios con base en ECV03

Fuente: elaboración propia.