LA ASIMETRÍA EN LOS ESQUEMAS DE REPRODUCCIÓN DE MARX

Salvador Ferrer Ramírez[1]

Los esquemas de Marx son una base importante para el estudio de la reproducción del capital. El modelo que se construye es una economía con dos sectores, el primero de medios de producción y el segundo de bienes de consumo. Una hipótesis importante en los ejemplos numéricos de Marx, es que el primer sector toma la iniciativa con respecto a las decisiones de inversión y consumo (hipótesis de asimetría). De otra parte, un resultado central de los esquemas es que en el segundo período se alcanza el equilibrio de la reproducción, esto es, la igualdad de las tasas de acumulación.

En este trabajo se analiza el papel de la hipótesis de asimetría; se asume una propensión uniforme al ahorro de los capitalistas y se estudian las consecuencias sobre el resultado encontrado por Marx. En este caso, la propensión al ahorro se vuelve endógena. Ulteriormente, se analiza la relación dinámica entre la composición orgánica del capital y la proporción entre las ramas. Se concluye que la reproducción ampliada sólo es posible cuando la composición orgánica es uniforme; en cualquier otro caso, el sistema tien-

[1]Estudiante de Doctorado en la Universidad Autónoma Metropolitana (México). Se desempeña como profesor-investigador titular B, en la Universidad Autónoma Metropolitana (unidad Xochimilco. México D.F.). E-mail: sferrer@correo.xoc.uam.mx. Dirección de correspondencia: Calzada del hueso No. 1100, col. Villa Quietud, código postal: 04960 (México D.F., México).
Este artículo fue recibido el 24 de junio de 2009 y su publicación aprobada el 24 de marzo de 2009.

de a una contracción o a una situación económicamente imposible, ya que implica una propensión al ahorro mayor que uno.

Con este análisis se muestran los esquemas de Marx como un instrumento actual que ayuda en el análisis de la reproducción del sistema. Por una parte, se destaca el peso que tienen los sectores en la reproducción; por otra, se plantea que aún con una propensión al ahorro uniforme, el estado "natural" del sistema capitalista es la crisis y la reproducción equilibrada es la excepción.

DISCUSIÓN SOBRE LA HIPÓTESIS ASIMETRÍA

Como es conocido Marx, sólo pudo ver publicado el tomo I de *El Capital*, los tomos II y III fueron divulgados por Engels a partir de los trabajos inconclusos que dejó Marx. El tomo II fue publicado en 1885 y en un inicio no generó mayor interés. Pocos años después se desarrolló un amplio debate acerca del significado de los esquemas de producción[2]. En particular, algunos autores han planteado que en los esquemas hay una tendencia hacia el crecimiento equilibrado, para otros esto no corresponde al planteamiento de Marx. Al respecto el planteamiento de Marx es:

> El hecho de que la producción mercantil sea la forma general de la producción capitalista implica ya el papel que el dinero desempeña en la misma no sólo como medio de circulación, sino como capital dinerario, y genera ciertas condiciones de intercambio normal peculiares a ese modo de producción, ciertas condiciones, por ende, del desenvolvimiento normal de la reproducción –sea en escala simple, sea en escala ampliada–, las cuales se trastuecan en otras tantas condiciones del desenvolvimiento anormal, posibilidades de crisis, ya que el equilibrio mismo –dada la configuración espontánea de esa producción– es algo anormal (Marx, 1983, 604).

En este sentido se puede decir que los esquemas de producción muestran que el equilibrio, para no hablar del crecimiento equilibrado, es la excepción y no la regla en el capitalismo; que las desproporciones son más frecuentes y que el crecimiento, al ser esencialmente desigual, produce inevitablemente crisis.

[2]Sweezy (1984) hace un seguimiento de ese debate, en particular, lo que se llamó la controversia sobre el derrumbe. Esta autor no llega a resultados concluyentes y lo que señala es que deben considerarse nuevos elementos como el monopolio y el Estado, insertados en la economía mundial, para tener una comprensión de la acumulación capitalista.

Otra de las críticas que se han elaborado, se concentra en los ejemplos numéricos que utiliza Marx en los esquemas. Sobre el primer ejemplo, se ha señalado que las decisiones de los capitalistas del sector II están completamente determinadas por el comportamiento de los capitalistas del sector I; esto se conoce como la asimetría entre los sectores de la producción. La observación sobre este comportamiento entre los sectores la hace inicialmente Rosa Luxemburgo (1967, 87 y 91), posteriormente, Morishima (1977, 135) hace el mismo señalamiento y plantea que el hecho de que los capitalistas del sector I destinen una fracción constante de su plusvalía a la acumulación y los capitalistas del sector II se adapten a ésta decisión, es lo que garantiza que el sistema alcance el equilibrio de la reproducción en el segundo período.

Por su parte, Benetti (2005), en su trabajo hace una demostración más simple que la elaborada por Morishima sobre el alcance del equilibrio de la reproducción durante el segundo período. Benetti afirma que lo anterior no se debe a la función de inversión de los capitalistas del sector I como plantea Morishima, sino al hecho de que la proporción de la producción de los sectores se encuentra en cierto rango, el cual establece condiciones que garantizan que el excedente de medios de producción sea absorbido por el sector que produce medios de consumo y al mismo tiempo sea suficiente para satisfacer la demanda del sector II.

Es importante mencionar que en los debates que se han desarrollado sobre los esquemas de Marx, no se ha tomado en cuenta el significado de la hipótesis de asimetría, la cual juega un papel relevante en la explicación de la dinámica del sistema. Lo que está señalando Marx, con esta hipótesis es que las decisiones de acumulación de capital son las que definen la dinámica del sistema y el consumo se adapta a dichas elecciones. En otras palabras, lo que guía las decisiones de inversión de los capitalistas es la acumulación y el consumo tiene un papel residual.

Por otra parte, el resultado de alcanzar el equilibrio de la reproducción –igualdad de las tasas de acumulación– en el segundo período no depende del ejemplo particular de Marx. Morishima hace una demostración de este hecho y señala que esto se debe a la forma particular de la función de inversión de los capitalistas del sector I. Benetti plantea, que alcanzar el equilibrio en el segundo período no se debe a la función de los capitalistas del sector I, como plantea Morishima o a la falta de cambio técnico como señala R. Luxemburgo, considerándolas razones insuficientes. Para este autor, la explicación radica en que la proporción de la producción de los sectores se encuentre en un rango en el cual se garantice, por una parte, la demanda de medios del sector II, y por otra, que se absorba el excedente del sector I. En este contexto, la proporción de la producción de los sectores juega un papel importante para entender las condiciones bajo las cuales el sistema se puede reproducir. De aquí la necesidad de profundizar en su estudio.

LOS ESQUEMAS DE MARX

Marx analiza la reproducción ampliada en el tomo II de El Capital mediante ejemplos numéricos. En el primero de ellos, la composición orgánica de los dos sectores es diferente y se alcanza el equilibrio de la reproducción para el segundo período. En el segundo ejemplo se supone una composición orgánica uniforme y el equilibrio se logra desde el primer período. A continuación se enumeran las hipótesis de los esquemas de Marx y se analizan los ejemplos.

Hipótesis

Los supuestos de los esquemas de reproducción de Marx pueden sintetizarse de la siguiente manera:

1. El valor del producto de un país capitalista consta de tres partes: capital constante (c), capital variable (v) y plusvalía (m).
2. Toda la economía se agrupa en dos sectores: el primero produce medios de producción y el segundo, medios de consumo.
3. La composición orgánica del capital y la tasa de plusvalía permanecen constantes a través del tiempo.
4. Los intercambios entre los sectores se hacen en términos de valor trabajo y éste no cambia durante el proceso.
5. La tasa de plusvalía es uniforme.
6. Sólo hay capital circulante.
7. La composición orgánica del capital del primer sector es mayor que la del segundo (primer ejemplo). En el segundo, la composición orgánica es uniforme.
8. No hay transferencia de capitales entre los sectores.
9. Sólo hay capitalistas y trabajadores.
10. El modelo es cerrado.
11. Toda la producción del sector I se acumula.

12. Los capitalistas del sector I deciden invertir una proporción fija de su plusvalía en medios de producción; los capitalistas del sector II se adaptan a esta decisión.

Los ejemplos de Marx

Primer ejemplo:

$$\text{sector I } 4.000c + 1.000v + 1.000m = 6.000$$
$$\text{sector II } 1.500c + 750v + 750m = 3.000$$

Donde c es capital constante, v es capital variable y m es plusvalía.

Se puede observar una composición orgánica del capital ($\theta_i = \frac{c_i}{v_i}; i = 1, 2$), de 4 en el primer sector y de 2 en el segundo. Entonces, la tasa de ganancia de cada sector se definiría como $r_i = \frac{m_i}{c_i + v_i}$ para $i = 1, 2$, lo cual da lugar a $r_1 = 0, 2$ y $r_2 = 0, 3333$.

Las tasas de acumulación (g_i) están definidas de la siguiente forma: $g_i = s_i r_i$. Donde s_i es la propensión al ahorro de los capitalistas.

Los capitalistas del sector I deciden consumir la mitad de su plusvalía y la otra mitad la acumulan. Así, como la tasa de acumulación del sector I es conocida, la del sector II estará determinada.

Si $s_1 = 0, 5$, $g_1 = (0, 5)(0, 2) = 0, 1$; y dado que toda la producción del sector I se acumula, se tiene la siguiente expresión:

$$6.000 = (1 + 0, 1)4.000 + (1 + g_2)(1.500)$$

De allí se obtiene $g_2 = 0, 0667$ y como $r_2 = 0, 3$, entonces $s_2 = 0, 2001$.

Los capitalistas del sector I deciden acumular 500 unidades. Como la composición orgánica no cambia, 400 las destinan a capital constante y 100 a capital variable. De tal forma que de las 6.000 unidades del producto del sector I, 4.400 se utilizan, en el mismo sector y 1.600 se intercambian con el sector II para obtener bienes de consumo para los trabajadores y para los capitalistas. Conociendo la propensión al ahorro de los capitalistas del sector I, la tasa de acumulación para el sector II está determinada y es igual a 0,0667 ($g_2 = 0, 0667$) por lo tanto, su propensión al ahorro es $s_2 = 0, 20$.

Entonces, de las 750 unidades de su plusvalía, se acumulan 150 unidades y como la composición orgánica no cambia, 100 unidades son para capital constante y 50 para variable. De esta forma, de las 3.000 unidades del producto del sector II, se intercambian 1.600 por medios de producción del sector I, se invierten 800 en capital variable, y se destinan 600 al consumo capitalista. Así, en el período siguiente, se tendrá:

$$\text{Sector I } 4.400c + 1.100v + 1.100m = 6.600$$
$$\text{Sector II } 1.600c + 800v + 800m = 3.200$$

A partir de esta nueva cuenta, los capitalistas del sector I deciden acumular la mitad de su plusvalía, por lo que $g_1 = 0,1$. Como toda la producción del sector I se acumula, entonces:

$$6.600 = (1 + 0,1)4.400 + (1 + (g_2)1.600$$

Y se obtiene que $g_2 = 0,0999$. Es decir, la decisión de inversión del sector I determina la decisión de inversión del sector II y en el segundo período se alcanza el equilibrio de la reproducción.

Segundo ejemplo:

$$\text{Sector I } 5.000c + 1.000v + 1.000m = 7.000$$
$$\text{Sector II } 1.430c + 285v + 285m = 2.000$$
$$s_1 = 0,5; \qquad \theta_1 = 0,5; \qquad \theta_2 = \frac{1.430}{285} = \frac{286}{57} = 5,0175$$

En este ejemplo, la idea de Marx es estudiar el caso de una composición orgánica uniforme entre los sectores; sin embargo, al hacer los cálculos no se obtiene exactamente. Por esta razón, se plantea una pequeña modificación en el sector II para tener una composición orgánica uniforme.

$$\text{Sector I } 5.000c + 1.000v + 1.000m = 7.000$$
$$\text{Sector II } 1.461,70c + 292,34v + 292,34m = 2.046,38$$

En este caso la composición orgánica es uniforme: $\theta_1 = \theta_2 = 5$, en consecuencia, las tasas de ganancia también lo son : $r_1 = r_2 = 0,1666$. Igual que en el ejemplo inicial, los capitalistas del sector I deciden acumular la mitad de su plusvalía; esto es, $g_1 = 0,0833$. Como toda la producción del sector I se acumula:

$$7.000 = (1 + 0,0833)(5.000) + (1 + g_2)(1.461,7)$$

De aquí se obtiene que $g_2 = 0,0833$, por tanto, se ha alcanzado el equilibrio de la reproducción en el primer período y a partir de este momento se tendrá un crecimiento equilibrado.

ALCANCE DEL RESULTADO DE MARX

El equilibrio de la reproducción en el segundo período no depende de los ejemplos numéricos de Marx; es un resultado general que sólo se deriva de la asimetría y de que la proporción entre las ramas sea la adecuada. Benetti (2005) hace una demostración de este hecho, utilizando la matriz de insumo producto.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

Donde a_{ij} es la cantidad de la mercancía i que necesita para producir una unidad de la mercancía j.

En primer lugar, Benetti asume que la matriz asociada al sistema cumple las condiciones Hawkins-Simon, lo cual equivale a que la matriz sea productiva. En términos de determinantes, esto significa que los menores de la matriz (I-A) son todos positivos, es decir:

$$(1 - a_{11}) > 0 \text{ y } (1 - a_{11})((1 - a_{22}) - a_{12}a_{21} > 0 \tag{1}$$

En segundo lugar, con base en las hipótesis (4) y (7) de Marx señala que:

$$\text{Si } \frac{c_1}{v_1} > \frac{c_1}{v_1} \Rightarrow r_1 < r_2 \tag{2}$$

Es decir, si la composición orgánica del sector I es mayor que la del II, su tasa de ganancia será menor. En caso contrario, (si $r_1 > r_2$) y dependiendo de cuál sea la propensión al ahorro de los capitalistas del sector I (s_1), se podría tener una g_2 superior a r_2 y, por tanto, no podría ser financiada por los capitalistas del sector II.

A continuación se desarrolla la demostración que realiza Benetti, sobre el equilibrio de la reproducción en el segundo período.

La producción en el primer período es:

$$\begin{aligned} c_1^0 + v_1^0 + p_1^0 = q_1^0 \\ c_2^0 + v_2^0 + p_2^0 = q_2^0 \end{aligned} \tag{3}$$

Por hipótesis, toda la producción del sector I se acumula, esto es:

$$q_1^0 = (1 + g_1^0)c_1^0 + (1 + g_2^0)c_2^0 \tag{4}$$

La producción del sector I en el período siguiente (q_1^+), sería:

$$q_1^+ = (1 + g_1^0)q_1^0 \tag{5}$$

La condición de que toda la producción del sector I se acumula es:

$$q_1^+ = (1 + g_1^+)c_1^+ + (1 + g_2^+)c_2^+ \tag{6}$$

Donde:

$$c_1^+ = (1 + g_1^0)c_1^0 \text{ y} c_2^+ = (1 + g_2^0)c_2^0 \tag{7}$$

Como los capitalistas del sector I mantienen su tasa de acumulación, se tiene que:

$$g_1^+ = g_1^0 \tag{8}$$

De lo cual resulta:

$$(1 + g_1^0)q_1^0 = q_1^+ = (1 + g_1^0)(1 + g_1^0)c_1^0 + (1 + g_2^+)(1 + g_2^0)c_2^0 \tag{9}$$

Despejando $(1 + g_2^+)$

$$(1 + g_2^+) = (1 + g_1^0)\frac{(q_1^0 - (1 + g_1^0)c_1^0)}{(1 + g_2^0)c_2^0} \tag{10}$$

Obteniendo de (4):

$$g_2^+ = g_1^+ = g_1^0 \tag{11}$$

En otras palabras, en el segundo período se alcanza el equilibrio de la reproducción.

Importancia de las proporciones

Con respecto al planteamiento que hace Benetti sobre la relación entre las proporciones y la crisis, es posible observar tres casos que dependen de la proporción entre la producción de los sectores.

En el primero de ellos, siempre se verifica el resultado de Marx, para cualquiera que sea g_2, $0 < g_2 \leq r_2$.

Sea

$$q = \frac{q_1}{q_2} \tag{12}$$

Donde q_1 y q_2 son las producciones de cada uno de los sectores, respectivamente.

Para que la reproducción simple sea posible, la demanda mínima de medios de producción del sector II, debe ser menor que el excedente máximo del sector I. Esto es:

$$a_{12} \leq (1 - a_{11})q \tag{13}$$

Por otra parte, la tasa máxima de acumulación del sector II sería igual a r_2. Si ésta permite absorber el excedente máximo de medios de producción que no utiliza el sector I, se tendrá:

$$(1 - a_{11})q \leq (1 + r_2)a_{12} \tag{14}$$

En otras palabras, si r_2 cumple la condición anterior, el sector II se adaptará y se alcanzará el equilibrio de la reproducción en el segundo período. Resumiendo las dos condiciones anteriores:

$$\frac{a_{12}}{(1 - a_{11}} \leq q \leq \frac{(1 + r_2)a_{12}}{(1 - a_{11})} \tag{15}$$

En este intervalo el sector II puede adaptarse y se verifica el resultado de Marx.

Un segundo caso ocurre cuando el excedente mínimo de medios de producción del sector I nunca podrá ser absorbido por el sector II, aun considerando su crecimiento máximo:

$$q\left[1 - (1 + r_1)a_{11}\right] > a_{12}(1 + r_2) \Longleftrightarrow q > \frac{a_{12}(1 + r_2)}{1 - (1 + r_1)a_{11}} \tag{16}$$

En consecuencia, existirá una crisis de sobreproducción sea cual sea la propensión al ahorro de los capitalistas del sector I.

Un tercer caso aplica cuando q varía en los siguientes rangos.

$$\frac{(1 + r_2)a_{12}}{(1 - a_{11})} < q < \frac{(1 + r_2)a_{12}}{1 - (1 + r_1)a_{11}} \tag{17}$$

Como $g_1 = s_1 r_1$, si la propensión al ahorro de los capitalistas del sector I es alta, los capitalistas del sector II tendrán una tasa de acumulación baja y las posibilidades de financiarla serán mayores. Si s_1 es baja, esto podría implicar una tasa de acumulación g_2 alta que no pueda financiarse, porque $g_2 > r_2$. En este contexto el resultado de Marx dependerá del valor que pueda tomar s_1.

Con estos resultados, además de la asimetría, se demuestra que un aspecto fundamental en la reproducción del capital es la proporción q cuyos rangos de variación pueden ser compatibles con los resultados de Marx.

PROPUESTA DE ELIMINACIÓN DE LA ASIMETRÍA

Como se mencionó en el punto anterior, la asimetría y las proporciones garantizan el resultado de Marx. A diferencia de Morishima que elimina la asimetría y supone libre movimiento de capitales, en este trabajo se estudiará el sistema eliminando la asimetría, manteniendo las demás hipótesis de Marx y suponiendo una propensión al ahorro uniforme de los capitalistas, $s = s_1 = s_2$. Con esta hipótesis, los valores que puede tomar la propensión al ahorro quedarán en función de las proporciones entre las ramas de la producción.

Por las hipótesis de Marx, las tasas de ganancia, r_1 y r_2, así como $q = \frac{q_1}{q_2}$, son exógenas. A continuación se verá la relación que hay entre q y s.

Las ecuaciones que se emplearán son las siguientes:

$$q = q(1 + g_1)a_{11} + (1 + g_2)a_{12} \tag{18}$$

$$g_1 = sr_1 \tag{19}$$

$$g_2 = sr_2 \tag{20}$$

Sustituyendo (19) y (20) en (18) se obtiene:

$$q = qa_{11} + qsr_1a_{11} + a_{12} + sr_2a_{12} \tag{21}$$

Despejando:

$$s(qr_1a_{11} + r_2a_{12}) = q(1 - a_{11}) - a_{12} \tag{22}$$

Se llega a la siguiente expresión:

$$s(q) = \frac{q(1 - a_{11}) - a_{12}}{qr_1a_{11} + r_2a_{12}} \tag{23}$$

Se puede observar que la propensión al ahorro dependerá de q.

Ahora la pregunta es ¿para qué valores de q existe un sistema con significado económico? Esto puede formalizarse planteando de otra manera: ¿para qué valores de q es posible garantizar que $0 \leq s \leq 1$? Esto debe analizarse por casos:

$$s \geq 0 \Longleftrightarrow q(1 - a_{11}) \geq a_{12} \tag{24}$$

En (24) la propensión al ahorro será positiva siempre y cuando se garantice la condición de la reproducción simple.

Dado que el consumo no puede ser negativo se tiene que:

$$\begin{aligned} s \leq 1 &\iff \frac{q(1-a_{11})-a_{12}}{qr_1a_{11}+r_2a_{12}} \leq 1 \\ &\iff q(1-(1+r_1)a_{11}) \leq (1+r_2)a_{12} \end{aligned} \quad (25)$$

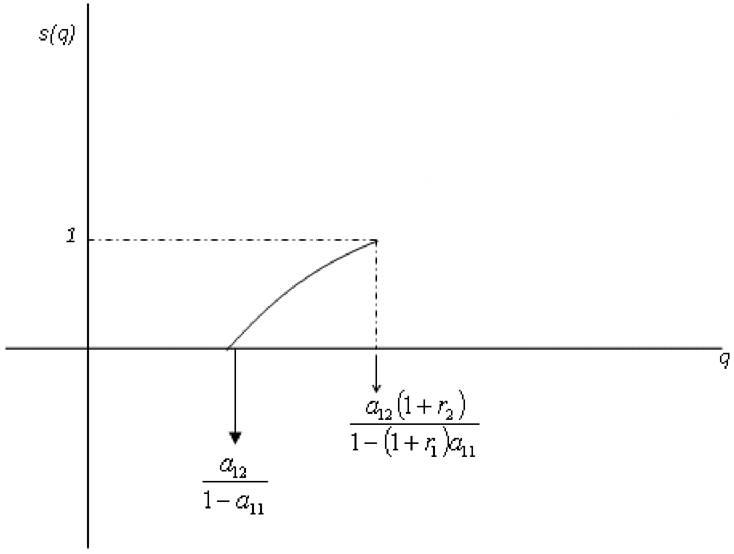
Si se unen (24) y (25) se obtiene:

$$0 \leq s \leq 1 \iff \frac{a_{12}}{(1-a_{11})} \leq q \leq \frac{(1+r_2)a_{12}}{1-(1+r_1)a_{11}} \quad (26)$$

La parte izquierda de la desigualdad es menor que la parte derecha, porque r_1 y r_2 son positivas.

En la Gráfica 1 en el eje horizontal se encuentra q y en el vertical $s(q)$, habiendo señalado los límites, es decir, la propensión al ahorro es no negativa y menor o igual a uno.

GRÁFICA 1.
LOS LÍMITES DE LA PROPENSIÓN AL AHORRO



Fuente: elaboración propia.

Resumiendo, los dos sectores se expanden si la proporción de la producción se encuentra en los límites señalados en (26). No obstante, si se supone una propensión al ahorro uniforme ($\overline{s}$) y la hipótesis de Marx según la cual $r_1 < r_2$, entonces $g_1 < g_2$. Se pude concluir entonces que sí habrá inversión y producción positivas en ambos sectores, pero no habrá equilibrio de la reproducción. Por tanto, esta forma de eliminar la asimetría entre los sectores no conduce al resultado de alcanzar el equilibrio de la reproducción en el segundo período.

Abandonando los límites de la desigualdad que establece las condiciones para que la propensión al ahorro sea no negativa, es decir:

$$q < \frac{a_{12}}{1 - a_{11}} \tag{27}$$

Se obtiene:

$$q(1 - a_{11}) < a_{12} \tag{28}$$

En consecuencia, no se cumple la condición de la reproducción simple, lo cual conduce a una contracción en el sector II.

Si $q = 0$ de la ecuación (23), se obtiene $s = -\frac{1}{r_2}$ y como $g_2 = sr_2$, entonces $g_2 = -1$.

Por el contrario, si se toma:

$$q > \frac{(1 + r_2)a_{12}}{1 - (1 + r_1)a_{11}} \tag{29}$$

De la Gráfica 1 se puede observar que $s(q) > 1$ y ésto no tiene sentido económico.

Un ejemplo numérico

Los resultados anteriores serán ilustrados con los datos del ejemplo numérico de Marx.

$$\text{sector I } 4.000c + 1.000v + 1.000pv = 6.000$$
$$\text{sector II } 1.500c + 750v + 750pv = 3.000$$

La matriz que se obtiene es:

$$A = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

Las restricciones de q para que la propensión al ahorro se encuentre entre 0 y 1, son las siguientes:

$$0 \leq s \leq 1 \Longleftrightarrow 1,4705 \leq q \leq 3,125 \tag{30}$$

Saliéndose de los límites anteriores por el lado izquierdo, por ejemplo, tomando $q = 1$, se obtendrá $s = -0,6028$, y dado que $g_i = sr_i$, este resultado indicaría una contracción de la producción en ambos sectores. Ahora, si $q = 4$ y por consiguiente $s = 1,2094$ se estaría en presencia de una situación que no tiene significado económico.

DINÁMICA

Conociendo que la producción de los sectores de mañana (q^{t+1}) está determinada por la producción (q^t) y por la tasa de acumulación de hoy (g^t), tenemos la siguiente expresión para cada uno de los sectores.

$$q_1^{t+1} = (1 + g_1^t)q_1^t \qquad \text{y} \qquad q_2^{t+1} = (1 + g_2^t)q_2^t \tag{31}$$

La proporción de la producción entre los sectores para el día de hoy es:

$$q^t = \frac{q_1^t}{q_2^t} \tag{32}$$

De (30) y (31) se llegaría a que

$$q_1^{t+1} = \frac{1 + g_1^t}{1 + g_2^t} q^t \tag{33}$$

Ya que $g_i = sr_i$ para $i = 1, 2$.

Por otra parte, la composición orgánica de cada sector sería $\theta_i = \frac{c_i}{v_i}$ y la tasa de explotación para $i = 1, 2$, $\epsilon_i = \frac{m_i}{v_i}$.

Adicionalmente, la tasa de ganancia está definida como $r_i = \frac{m_i}{c_i + v_i} = \frac{\epsilon_i}{\theta_i + 1}$.

Es importante señalar que en las hipótesis de Marx que se mantuvieron, la composición orgánica de los capitalistas no cambia entre períodos y la tasa de explotación es constante; entonces, la tasa de ganancia sólo depende de la composición orgánica y como ésta no varía, las tasas de ganancia se mantienen a través del tiempo, es decir, $r_i^t = r_i$ para $t = 0, 1, 2, \ldots$

Ahora se estudiará una relación dinámica entre la composición orgánica del capital y la proporción entre las ramas.

- Si $\theta_1 > \theta_2$ entonces $r_1 < r_2$, y si $s > 0$ $g_1^t < g_2^t$ para $t = 0, 1, 2, 3, \ldots$ Por tanto, $\frac{1+g_1^t}{1+g_2^t} < 1$ y dado que $q^{t+1} = \frac{1+g_1^t}{1+g_2^t} q^t$, es posible afirmar que $q^{t+1} < q^t$ para $t = 0, 1, 2, \ldots$
  Esto permite concluir que, conforme el tiempo transcurra, (q^t) disminuirá y en algún momento la dinámica anterior conducirá a la propensión al ahorro de los capitalistas fuera del intervalo donde es positiva. Conforme pase el tiempo habrá contracciones cada vez mayores y el sistema no podrá reproducirse.

- Si $\theta_1 < \theta_2$ siguiendo el razonamiento anterior, se tiene que $g_1^t > g_2^t \implies q^{t+1} > q^t$. En este caso, conforme el tiempo transcurre, la proporción de la producción (q^t) aumentará y en algún momento la propensión al ahorro será mayor que uno y esto conducirá a una situación que no tiene significado económico.

- Si $\theta_1 = \theta_2$, $r_1 = r_2$, y por tanto, $g_1^t = g_2^t$. En este caso, $q^{t+1} = q^t$ para $t = 0, 1, 2, 3, \ldots$ En consecuencia, el equilibrio de la reproducción se alcanzará desde el primer período. Esto coincide con el segundo ejemplo de Marx, donde hay composición orgánica uniforme y también desde el primer período se logra el equilibrio de la reproducción. En este caso, se puede concluir que el equilibrio en el primer período es independiente de la asimetría.

CONCLUSIÓN

El hecho de alcanzar el equilibrio de la reproducción en el segundo período no sólo depende de las funciones de inversión, como señala Morishima (1977); también interviene la proporción de la producción entre los sectores. En su artículo, Benetti (2005) señala la importancia que tiene la proporción entre los sectores de la producción para el estudio de la crisis.

En este artículo se planteó una manera de eliminar la asimetría, suponiendo que la propensión al ahorro es uniforme. Con la hipótesis de que toda la producción del sector I se acumula, la propensión al ahorro queda en función de la proporción entre las ramas de la producción. Con este hecho, se encontraron rangos para que se cumpla la condición de reproducción simple y la propensión al ahorro tenga sentido económico $(0 \leq s(q) \leq 1)$.

Al analizar la relación dinámica entre la proporción de la producción y la composición orgánica, se comprobó que el único caso en que se alcanza el equilibrio de la reproducción, incluso desde el primer período, es cuando se cuenta con una composición orgánica uniforme. Cualquier otro caso, inevitablemente, conduce a contracciones cada vez mayores del sistema o a situaciones con propensión al ahorro mayor que uno, lo cual no tiene significado económico.

Con el resultado obtenido en este trabajo se evidencia que aún eliminado, la asimetría entre los sectores, el crecimiento equilibrado es una situación excepcional y se podría afirmar que las crisis se presentan como consecuencia natural del modo de producción capitalista.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Benetti, C. (2005). *Las proporciones en los esquemas de reproducción de Marx*. Manuscrito no publicado.

Luxemburgo, R. (1967). *La acumulación del capital*. México: Grijalbo.

Marx, K. (1983). *El Capital (tomo II, volúmenes 4 y 5) (7ª. Ed.)*. México: Siglo Veintiuno Editores.

Morishima, M. (1977). *La teoría económica de Marx*. Madrid: Tecnos.

Sweezy, P. (1984). *Teoría del desarrollo capitalista*. México: Fondo de Cultura Económica.