

ECUACIÓN DE BALANCE DE MATERIA PARA SISTEMAS DE DOBLE POROSIDAD CON CAPA DE GAS INICIAL

Eider Niz*¹, Eduardo A. Idrobo*², Gherson Peñuela³, Anibal Ordóñez² y Zuly H. Calderón¹

¹Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Santander, Colombia

²Ecopetrol S.A. - Instituto Colombiano del Petróleo, A.A. 4185 Bucaramanga, Santander, Colombia

³BP de Colombia

e-mail: eiderniz@ucalgary.ca e-mail: aidrobo@ecopetrol.com.co

(Recibido Junio 7 de 2004; Aceptado Agosto 20 de 2004)

La complejidad física asociada a los yacimientos naturalmente fracturados exige el uso de formulaciones más robustas de la Ecuación de Balance de Materia (EBM) para determinar el volumen de hidrocarburos inicial *in-place* y predecir el comportamiento del yacimiento.

En este artículo, se presenta una versión mejorada de la EBM de doble porosidad para yacimientos naturalmente fracturados, publicada por el Peñuela *et al.* (2001). La mejora consiste en tomar en cuenta la existencia de una fase de gas inicial en el yacimiento. Considerando que un yacimiento fracturado puede modelarse usando propiedades diferentes para cada medio poroso o con valores promedio para el sistema total, se proponen dos técnicas de solución basadas en cada una de estas suposiciones.

Arreglos matemáticos convenientes de la ecuación permiten la estimación no sólo de los volúmenes de petróleo y gas originales, sino de la capacidad de almacenamiento relativa de los medios porosos (matriz y fracturas) y de la compresibilidad para los sistemas fracturado y total. La nueva ecuación puede ser aplicada a un rango más amplio de yacimientos, debido a su carácter más general. La consistencia de la expresión propuesta ha sido probada con un conjunto de modelos sintéticos de diversa capacidad de almacenamiento en el medio fracturado.

Palabras claves: balance de materia, yacimientos naturalmente fracturados, capa de gas, cálculo de reservas, doble porosidad.

* A quien debe ser enviada la correspondencia

The physical complexity associated to naturally fractured reservoirs calls for the use of more robust formulations of the Material-Balance Equation (MBE) for determining the initial hydrocarbon in place and predicting reservoir performance.

In this paper, we present an improved version of the dual-porosity MBE for naturally fractured reservoirs, published by Peñuela *et al.* (2001), including the existence of an initial gas phase in the reservoir. Considering that a fractured reservoir may be modeled either using different properties for each porous medium or with average values for the total system, two solution techniques based on each of these assumptions are proposed.

Convenient arrangements of the equation allow us to estimate not only the original oil and gas volumes but also the relative storage capacity of the porous media (fractures and matrix) and the compressibility for the fractured and total systems. The new equation can be applied to a broader range of reservoirs due to its more general character. The consistency of the expression proposed has been tested with a set of synthetic models exhibiting different storage capacity in the fractures.

Keywords: *material-balance, naturally fractured reservoirs, gas phase, volumetric, dual-porosity.*

NOMENCLATURA

a	Coefficiente de regresión lineal
B_g	Factor volumétrico de formación de la fase gas (bbl/STB)
B_o	Factor volumétrico de formación de la fase petróleo (bbl/STB)
B_t	Factor volumétrico total (petróleo y gas en solución) (bbl/STB)
c	Compresibilidad (psi^{-1})
c_f	Compresibilidad de fractura (psi^{-1})
c_m	Compresibilidad de la matriz (psi^{-1})
G	Volumen de gas original en el yacimiento
G_p	Volumen de gas producido acumulado (SCF)
m	Relación volumétrica entre la capa de gas y la de petróleo al tiempo inicial
N_1	Volumen de petróleo original en la matriz (STB)
N_2	Volumen de petróleo original en las fracturas (STB)
N_p	Volumen de petróleo producido acumulado (STB)
P	Presión (psia)
R_p	Relación gas producido acumulado – petróleo producido acumulado (SCF/STB)
R_s	Relación gas en solución – petróleo (SCF/STB)
S_w	Saturación de agua
S_{wf}	Saturación de agua en la fractura
S_{wm}	Saturación de agua en la matriz
t	Tiempo
V	Volumen a condiciones de yacimiento (bbl)
V_g	Volumen de gas a condiciones de yacimiento (bbl)
V_{gf}	Volumen de gas en las fracturas (bbl)
$V_{gf \rightarrow s}$	Volumen de gas que fluye de las fracturas a superficie (bbl)
V_{gg}	Volumen de gas en la capa de gas (bbl)
$V_{gg \rightarrow f}$	Volumen de gas que fluye de la capa de gas a las fracturas (bbl)
V_{gm}	Volumen de gas en la matriz (bbl)
$V_{gm \rightarrow f}$	Volumen de gas que fluye de la matriz a las fracturas (bbl)
V_o	Volumen de petróleo a condiciones de yacimiento (bbl)
V_{of}	Volumen de petróleo en las fracturas (bbl)
$V_{of \rightarrow s}$	Volumen de petróleo que fluye de las fracturas a superficie (bbl)
V_{om}	Volumen de petróleo en la matriz (bbl)
$V_{om \rightarrow f}$	Volumen de petróleo que fluye de la matriz a las fracturas (bbl)
x	Variable independiente en la regresión
y	Variable dependiente en la regresión
γ	Relación de almacenamiento en las fracturas al almacenamiento total
Δ	Incremento
ΔV_{pf}	Cambio de volumen poroso en las fracturas (bbl)
ΔV_{pm}	Cambio de volumen poroso en la matriz (bbl)
ΔV_{wf}	Cambio de volumen de agua connata en las fracturas (bbl)
ΔV_{wg}	Cambio de volumen de agua connata en la capa de gas (bbl)
ΔV_{wm}	Cambio de volumen de agua connata en la matriz (bbl)

SUBÍNDICES

<i>e</i>	efectivo
<i>f</i>	fracturas
<i>g</i>	gas
<i>i</i>	inicial
<i>m</i>	matriz
<i>o</i>	petróleo
<i>p</i>	poroso
<i>p</i>	producido
<i>t</i>	total

INTRODUCCIÓN

Pletcher (2002) resalta la importancia del balance de materiales y señala que “(... no ha sido reemplazada por la simulación de yacimientos, sino que es una técnica complementaria, que provee una perspectiva valiosa del comportamiento del yacimiento que puede resultar invisible a la simulación”. Además indica que “el balance de materiales debería ser efectuado antes de un estudio de simulación para ayudar a disminuir los rangos de los múltiples parámetros que pueden ser ajustados durante la misma, así como la magnitud de los ajustes que deben ser considerados razonables ...”).

Recientemente Peñuela *et al.* (2001) desarrollaron una Ecuación de Balance de Materia (EBM) basada en un enfoque de doble porosidad, específicamente diferenciando los medios matriz y fractura con sus respectivos valores de compresibilidad. El análisis fue desarrollado para un sistema inicialmente subsaturado, que contiene un fluido tipo *black-oil*. La expresión original no incluye términos de intrusión de agua ni inyección de fluidos. Con esta expresión es posible determinar el petróleo original en cada medio poroso, hallando así la capacidad relativa de almacenamiento en las fracturas, variable crítica para el recobro en yacimientos fracturados.

Una gran cantidad de trabajos ha sido desarrollada en torno a la EBM en su forma de un solo medio poroso, desde que fue propuesta por Schilteus (1936). Algunas de las modificaciones incluyen: una metodología gráfica para la solución de las incógnitas (Havlena and Odeh, 1963), tratamiento variable a la compresibilidad

para yacimientos poco consolidados o sobre-presurizados (Yale, 1993), un modelamiento más apropiado de fluidos de tipo aceite volátil y gas condensando, al incluir el término de solubilidad del petróleo en el gas (Walsh, 1994), utilización de regresión lineal para hallar las incógnitas, determinar intervalos de confianza y analizar el grado de aplicabilidad de un modelo de EBM a un caso real (Fair, 1994), entre otros desarrollos. Niz (2003) analiza las posibilidades de desarrollo de la EBM de doble porosidad y concluye que la inclusión del término de gas inicial del yacimiento es el cambio que permite una mayor generalidad de la expresión, pero añadiría una incógnita, lo cual puede influir en el rango de incertidumbre de la solución. En este trabajo también se presenta una serie de suposiciones que determinan un sistema idealizado de doble porosidad con capa de gas inicial, a partir del cual se puede plantear un balance que conlleve a una EBM aplicable a Yacimientos Naturalmente Fracturados (YNF) en estado inicialmente saturado.

En el presente artículo, se plantea el balance de materiales y se deduce la EBM para sistemas de doble porosidad con capa de gas inicial, se hacen los arreglos matemáticos convenientes para dar solución a las incógnitas involucradas, resultando de esto métodos de solución basados en gráficos y en regresión lineal y no lineal. Se hace una aplicación con dos yacimientos sintéticos de diferente capacidad de almacenamiento en las fracturas, empleando para ello la simulación de yacimientos y se analizan los resultados de la validación, teniendo en cuenta los rangos de incertidumbre de las soluciones. Se concluye que la expresión desarrollada puede aplicarse para hallar el petróleo y gas original en los medios matriz y fracturas, así como la compresibilidad total de la formación o del medio fracturado, en yacimientos que posean capacidad de almacenamiento apreciable en ambos medios porosos.

La EBM de doble porosidad (Peñuela *et al.*, 2001)

El aporte más significativo que se dio con esta expresión radica en el hecho de considerar, por primera vez en una EBM, la separación de los continuos matriz y fractura, reflejada en la diferenciación de las compresibilidades. Con esta ecuación es posible calcular el petróleo inicial existente en cada medio poroso, como incógnitas independientes, en un sistema inicialmente subsaturado.

En la Figura 1 se observa el modelo simplificado de yacimiento en el cual se apoya el planteamiento del balance que conlleva a la EBM. La matriz y las fracturas se consideran como depósitos independientes conectados. La matriz aporta fluido al sistema de fracturas y estas conducen el fluido que será producido.

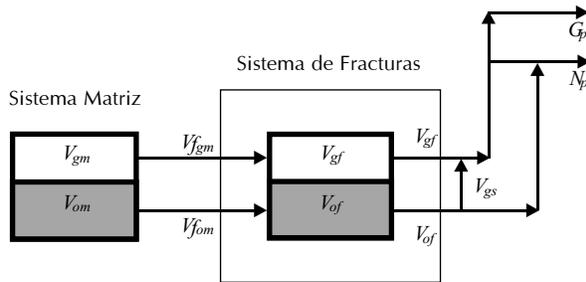


Figura 1. Sistema a un tiempo final, considerando dos depósitos interconectados (Peñuela et al., 2001)

Expresando convenientemente los volúmenes contenidos en los depósitos y transferidos desde el inicio de la producción, en función de variables como el volumen de petróleo inicial en el yacimiento, los factores volumétricos, la relación de solubilidad y los volúmenes de petróleo y gas producidos, se llega a la expresión:

$$N_p [B_o + (R_p - R_s) B_g] =$$

$$N_1 \left[B_o - B_{oi} + (R_{si} - R_s) B_g + \left(\frac{c_w S_{wmi} + c_m}{1 - S_{wmi}} \right) \Delta p B_{oi} \right] +$$

$$N_2 \left[B_o - B_{oi} + (R_{si} - R_s) B_g + \left(\frac{c_w S_{wfi} + c_f}{1 - S_{wfi}} \right) \Delta p B_{oi} \right] \quad (1)$$

Los autores propusieron un método de solución basado en un gráfico diagnóstico que resulta en una línea recta, de cuya pendiente y ordenada se obtiene el volumen de petróleo original en las fracturas y en la matriz, respectivamente. Niz (2003) describió la Ecuación 1 de la siguiente forma:

$$F = N_1 [(B_t - B_{ti}) + c_{em} \Delta p B_{oi}] + N_2 [(B_t - B_{ti}) + c_{ef} \Delta p B_{oi}] \quad (2)$$

Donde:

$$F = \frac{N_p}{B_{oi}} [B_o + (R_p - R_s) B_g] \quad (3)$$

$$B_t = B_o + (R_{si} - R_s) B_g \quad (4)$$

$$c_{em} = \frac{(c_w S_{wmi} + c_m)}{(1 - S_{wmi})} \quad (5)$$

$$c_{ef} = \frac{(c_w S_{wfi} + c_f)}{(1 - S_{wfi})} \quad (6)$$

Y propuso que la EBM en la forma de la Ecuación 2 podría resolverse para N_1 y N_2 utilizando regresión lineal, ya que tiene la forma

$$y = a_1 x_1 + a_2 x_2 \quad (7)$$

con

$$y = F$$

$$a_1 = N_1$$

$$x_1 = (B_t - B_{ti}) + c_{em} \Delta p B_{oi}$$

$$a_2 = N_2$$

$$x_2 = (B_t - B_{ti}) + c_{ef} \Delta p B_{oi}$$

El método gráfico tiene la desventaja de que se presenta distorsión numérica para los primeros datos, puesto que la transformación de las variables implica dividir toda la expresión entre el coeficiente x_2 , el cual tiende a cero a presiones cercanas a la inicial, generando una exageración de la variable dependiente. Lo anterior contribuye a que se desarrolle una región de comportamiento no lineal temprano en el gráfico propuesto, que sumado los efectos derivados de la discordancia entre los fenómenos reales y las suposiciones inherentes al modelo matemático, dificultan la selección de la mejor recta. Por su parte, la solución utilizando regresión lineal permite hacer un análisis estadístico de la solución, al hallar los intervalos de confianza y analizar la viabilidad de aplicar el modelo matemático, observando el comportamiento de los gráficos de residuos (Fair, 1994).

Modelo de doble porosidad con capa de gas inicial (Niz, 2003)

La Figura 2 esquematiza un yacimiento de doble porosidad con capa de gas inicial, cuyo componente fluido consta de dos fases: petróleo y gas, a la vez que

el componente estático (roca naturalmente fracturada) se separa en dos medios porosos: matriz y fracturas.

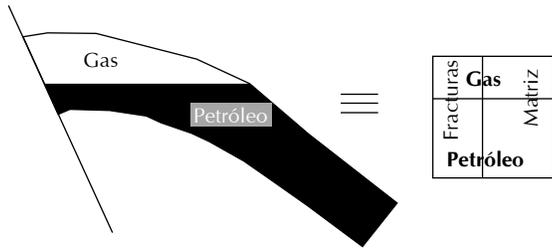


Figura 2. Distribución del almacenamiento de fluidos en un sistema de doble porosidad con capa de gas inicial (Niz, 2003)

Sea γ la capacidad de almacenamiento en las fracturas, relativa al almacenamiento total, la cual se puede definir como:

$$\gamma = \frac{N_2}{N_1 + N_2} \quad (8)$$

Sea m el volumen de la capa de gas, relativo al volumen de la zona de petróleo:

$$m = \frac{GB_{gi}}{NB_{oi}} \quad (9)$$

Estas dos variables son incógnitas a resolver mediante el balance de materiales aplicable a YNF con capa de gas inicial, además del petróleo original total.

Planteando un balance para el modelo mostrado en la Figura 1 sobre el sistema volumen poroso de fracturas, entre el instante inicial y un momento final, luego de haberse producido una cantidad dada de fluidos, resulta:

Volumen total inicial (t = 0) en el sistema de fracturas	=	Volumen total a tiempo t, considerando la caída de presión	+	Volumen total proveniente del sistema matriz	(10)
--	---	--	---	--	------

– Volumen total que ha sido del sistema de fracturas a producción	+	Reducción del volumen poroso por compresión
---	---	---

El volumen total se refiere a la suma de los volúmenes de petróleo y gas, que ocupan el espacio poroso. La reducción del volumen poroso se debe a dos componentes: expansión del agua connata y compresión de la roca. Teniendo en cuenta esto, la expresión 10 se puede escribir, con base en las variables ilustradas en la Figura 1, como:

$$V_{ofi} + V_{gfi} = V_{of2} + V_{gf2} + V_{om \rightarrow f} + V_{gm \rightarrow f} - V_{of \rightarrow s} - V_{gf \rightarrow s} + \Delta V_{wf} + \Delta V_{pf} \quad (11)$$

Los términos de petróleo y gas que han salido de la matriz hacia la fractura pueden hallarse planteando un balance en el sistema de volumen poroso de matriz, de la Figura 1, así:

Volumen total inicial (t = 0) en el sistema matriz	=	Volumen total a tiempo t, considerando la caída de	–
--	---	--	---

(12)

Volumen total que ha salido del sistema de matriz al de fracturas	+	Reducción del volumen poroso por compresión
---	---	---

Mas específicamente:

$$V_{omi} + V_{gmi} = V_{om2} + V_{gm2} - V_{om \rightarrow f} - V_{gm \rightarrow f} + \Delta V_{wm} + \Delta V_{pm} \quad (13)$$

De donde es posible despejar el término de transferencia matriz–fracturas:

$$V_{om \rightarrow f} + V_{gm \rightarrow f} = V_{om2} + V_{gm2} - V_{omi} - V_{gmi} + \Delta V_{wm} + \Delta V_{pm} \quad (14)$$

Las Ecuaciones 11 y 14 son la base propuesta por Niz para deducir una EBM de doble porosidad aplicable a yacimientos en estado inicialmente saturado.

EBM para sistemas de doble porosidad con capa de gas inicial

Los términos del lado derecho de la Ecuación 14 pueden expresarse en función de variables como el

volumen de petróleo inicial, la compresibilidad, los factores volumétricos y la relación de solubilidad. El volumen que ocuparía el petróleo al tiempo final en la matriz, después de sufrir una caída de presión, es:

$$V_{om2} = N_1 B_o \quad (15)$$

Y el volumen que ocuparía el gas en el sistema matriz, al tiempo final es:

$$V_{gm2} = N_1 B_g \left[m \frac{B_{oi}}{B_{gi}} + (R_{si} - R_s) \right] \quad (16)$$

teniendo en cuenta que el volumen de gas a un tiempo final está dado por la suma de los volúmenes de gas inicialmente libre, expandido y de gas inicialmente en solución, liberado. Los volúmenes ocupados por el petróleo y el gas, inicialmente en el sistema matriz son, respectivamente:

$$V_{omi} = N_1 B_{oi} \quad (17)$$

$$V_{gmi} = N_1 B_{oi} m \quad (18)$$

La expansión del agua connata y el volumen de matriz, que hacen disminuir el espacio disponible para almacenar hidrocarburos, vienen dadas por las siguientes expresiones:

$$\Delta V_{wm} = V_b \phi_{mi} S_{wmi} c_w \Delta p \quad (19)$$

$$\Delta V_{pm} = V_b \phi_{mi} c_m \Delta p \quad (20)$$

Dado que el petróleo original en la matriz se puede escribir como

$$N_1 = \frac{V_b \phi_{mi} (1 - S_{wmi})}{B_{oi} (1 + m)} \quad (21)$$

Las Ecuaciones 19 y 20 se pueden expresar en términos de N_1 , resultando:

$$\Delta V_{pm} = \frac{N_1 B_{oi} c_m \Delta p (1 + m)}{(1 - S_{wmi})} \quad (22)$$

$$\Delta V_{wm} = \frac{N_1 B_{oi} c_w S_{wmi} \Delta p (1 + m)}{(1 - S_{wmi})} \quad (23)$$

Reemplazando las expresiones 15 a 18 y 22 a 23 en la Ecuación 14, y considerando la definición de factor volumétrico total de la Ecuación 4, se obtiene que el volumen de transferencia de matriz a fractura es:

$$V_{om \rightarrow f} + V_{gm \rightarrow f} = N_1 \left\{ (B_t - B_{ti}) + B_{oi} \left[m \left(\frac{B_g}{B_{gi}} - 1 \right) + \frac{(c_w S_{wmi} + c_m) \Delta p (1 + m)}{(1 - S_{wmi})} \right] \right\} \quad (24)$$

Este resultado puede insertarse en la Ecuación 11. A continuación se expresan los términos restantes de la Ecuación 11. Los volúmenes de petróleo y gas que originalmente se hallaban en el sistema volumen poroso de fracturas son, de forma análoga a las Ecuaciones 17 y 18:

$$V_{ofi} = N_2 B_{oi} \quad (25)$$

$$V_{gfi} = N_2 B_{oi} m \quad (26)$$

Mientras que los volúmenes finales en el sistema de fracturas, luego de una caída de presión, de forma similar a las Ecuaciones 15 y 16 son:

$$V_{of2} = N_2 B_o \quad (27)$$

$$V_{gf2} = N_2 B_g \left[m \frac{B_{oi}}{B_{gi}} + (R_{si} - R_s) \right] \quad (28)$$

Los términos de expansión del agua connata y del volumen de roca, que disminuyen el espacio poroso en la red de fracturas, después de un análisis similar al expuesto para el balance en el sistema de matriz, son:

$$\Delta V_{wf} = \frac{N_2 B_{oi} c_w S_{wfi} \Delta p (1 + m)}{(1 - S_{wfi})} \quad (29)$$

$$\Delta V_{pf} = \frac{N_2 B_{oi} c_f \Delta p (1 + m)}{(1 - S_{wfi})} \quad (30)$$

A su vez, los términos de transferencia de fluido de las fracturas a superficie se pueden expresar considerando que se conoce el volumen a condiciones de superficie de petróleo (N_p) y gas ($N_p R_p$) que se ha producido, luego:

$$V_{of \rightarrow s} = N_p B_o \quad (31)$$

$$V_{gf \rightarrow s} = N_p (R_p - R_s) B_g \quad (32)$$

Reemplazando ahora las expresiones 24 a 32 en la Ecuación 11, se obtiene la EBM para yacimientos de doble porosidad con capa de gas inicial, que arreglada convenientemente queda de la forma:

$$N_p [B_o + (R_p - R_s) B_g] = N_1 \left\{ \begin{array}{l} (B_t - B_{ti}) + \\ B_{oi} \left[m \left(\frac{B_g}{B_{gi}} - 1 \right) + (1+m) \right. \\ \left. \frac{(c_w S_{wmi} + c_m)}{(1 - S_{wmi})} \Delta p \right] \end{array} \right\} + N_2 \left\{ \begin{array}{l} (B_t - B_{ti}) + \\ B_{oi} \left[m \left(\frac{B_g}{B_{gi}} - 1 \right) + (1+m) \right. \\ \left. \frac{(c_w S_{wfi} + c_f)}{(1 - S_{wfi})} \Delta p \right] \end{array} \right\} \quad (33)$$

Si se reemplaza $m = 0$ en la Ecuación 33, resulta la EBM de Peñuela *et al.*, lo cual confirma la consistencia de la EBM aquí derivada.

Métodos de solución

De las variables involucradas en la Ecuación 33, se requiere conocer la producción acumulada de petróleo y gas, el comportamiento de la presión del yacimiento para calcular las propiedades PVT y las compresibilidades y saturaciones de agua, para así determinar el petróleo original en los sistemas matriz y fracturas, así como la proporción del volumen de la capa de gas al volumen de petróleo. Este es un problema no lineal, puesto que no es posible expresar la ecuación con coeficientes lineales con las incógnitas involucradas. Considerando

que la compresibilidad del medio fracturado no es fácil de determinar experimentalmente, es posible que se incluya como una incógnita adicional.

En casos reales, una o más de las variables escogidas como posibles incógnitas de la Ecuación 33, pueden ser conocidas, de tal forma que el método de solución a aplicar depende de cuáles variables son conocidas y cuáles se tratarán como incógnitas. A continuación se presentan algunos casos y el método de solución recomendado para cada uno de ellos.

Conocido el tamaño de la capa de gas, desconocido el volumen de petróleo original en cada uno de los medios porosos, dividiendo toda la Ecuación 33 entre el factor volumétrico del petróleo a la presión inicial, y utilizando las definiciones dadas en las Ecuaciones 3, 5 y 6, la EBM queda así:

$$F = N_1 \left\{ \left(\frac{B_t}{B_{ti}} - 1 \right) + m \left(\frac{B_g}{B_{gi}} - 1 \right) + (1+m) c_{em} \Delta p \right\} + N_2 \left\{ \left(\frac{B_t}{B_{ti}} - 1 \right) + m \left(\frac{B_g}{B_{gi}} - 1 \right) + (1+m) c_{ef} \Delta p \right\} \quad (34)$$

Dado que m es conocido, se tiene una expresión lineal de la forma:

$$y = a_1 x_1 + a_2 x_2 \quad (35)$$

Con

$$x_1 = \left(\frac{B_t}{B_{ti}} - 1 \right) + m \left(\frac{B_g}{B_{gi}} - 1 \right) + (1+m) c_{em} \Delta p$$

$$x_2 = \left(\frac{B_t}{B_{ti}} - 1 \right) + m \left(\frac{B_g}{B_{gi}} - 1 \right) + (1+m) c_{ef} \Delta p$$

Que puede solucionarse por regresión lineal para N_1 y N_2 . Una alternativa a esta técnica de solución es realizar un gráfico como el que se propuso para la EBM en estado inicial subsaturado. Al tomar la Ecuación 35 y hacer el cociente con la variable x_2 queda:

$$\frac{y}{x_2} = a_1 \frac{x_1}{x_2} + a_2 \quad (36)$$

Por lo tanto, al hacer un gráfico cartesiano con y/x_2 como variable dependiente de x_1/x_2 debe resultar una línea recta cuya pendiente es el volumen de petróleo original en la matriz y cuya ordenada es el petróleo original en las fracturas.

Conocida la capacidad de almacenamiento relativa en cada medio poroso, desconocido el volumen de petróleo inicial, el tamaño de la capa de gas original y la compresibilidad. Para dar solución a este problema de tres incógnitas, se utiliza la suposición de que una compresibilidad promedio puede representar a los dos medios fracturados. Esta suposición será aplicable en casos en los que la diferencia en compresibilidades sea pequeña o uno de los dos medios porosos predomine en capacidad de almacenamiento sobre el otro. La compresibilidad efectiva del medio poroso total (matriz + fracturas) se define así:

$$c_{em-f} = \frac{N_1 c_{em} + N_2 c_{ef}}{N_1 + N_2} \quad (37)$$

Utilizando la definición de γ dada en la Ecuación 8, se puede escribir

$$c_{em-f} = (1 - \gamma) c_{em} + \gamma c_{ef} \quad (38)$$

Tomando la EBM en su forma de la Ecuación 34 y rescribiéndola con base en la Ecuación 38, considerando que $N = N_1 + N_2$ resulta:

$$F = N_1 \left(\frac{B_t}{B_{ti}} - 1 \right) + mN \left(\frac{B_g}{B_{gi}} - 1 \right) + N(1+m) c_{em-f} \Delta p \quad (39)$$

Así, es posible aplicar un método de regresión lineal, puesto que la Ecuación 39 tiene la forma:

$$y = a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 \quad (40)$$

Con

$$a_1 = N \quad x_1 = \left(\frac{B_t}{B_{ti}} - 1 \right)$$

$$a_2 = mN$$

$$x_2 = \left(\frac{B_g}{B_{gi}} - 1 \right)$$

$$a_3 = N(1+m) c_{em-f}$$

$$x_3 = \Delta p$$

Conocidos y, x_1, x_2 y x_3 , se hallan los coeficientes a_1, a_2, a_3 , a partir de los cuales se calculan las incógnitas así:

$$N = a_1 \quad (41)$$

$$m = \frac{a_2}{a_1} \quad (42)$$

$$c_{em-f} = \frac{a_3}{N(1+m)} \quad (43)$$

Solución por regresión no lineal. La Ecuación 34 puede escribirse de forma que aparezcan todas las incógnitas posibles, así:

$$F = N(1 - \gamma) \left\{ \left(\frac{B_t}{B_{ti}} - 1 \right) + m \left(\frac{B_g}{B_{gi}} - 1 \right) + (1+m) c_{em} \Delta p \right\} + N\gamma \left\{ \left(\frac{B_t}{B_{ti}} - 1 \right) + m \left(\frac{B_g}{B_{gi}} - 1 \right) + (1+m) c_{ef} \Delta p \right\} \quad (44)$$

Se puede solucionar la Ecuación 44 utilizando regresión no lineal entre cualquier combinación de las variables N, γ, m y c_{ef} .

Metodología de comprobación de la EBM

Utilizando un simulador de yacimientos comercial con opción de doble porosidad, se construyeron dos yacimientos hipotéticos con las características descritas

para el sistema utilizado en la deducción de la ecuación de balance de materiales. Estos prototipos son puestos en producción y se registran los datos requeridos por la EBM, la cual es empleada para calcular las incógnitas asociadas a cada uno de los yacimientos. Los valores así obtenidos se comparan con los del simulador, ya sea introducidos por el usuario (caso de la compresibilidad) o calculados (caso de los volúmenes iniciales de petróleo y gas y de la capacidad de almacenamiento relativa de los medios porosos), dando una idea de la concordancia de las dos herramientas. Los yacimientos hipotéticos utilizados se diferencian en la capacidad de almacenamiento en el sistema de fracturas.

Yacimiento 1. Capacidad de almacenamiento apreciable en ambos medios porosos. De acuerdo con Aguilera (1995), este yacimiento es de tipo B, puesto que tanto la matriz como las fracturas aportan significativamente al fluido original total. El yacimiento 1 es lo más cercano al modelo de tanque descrito en la deducción de la EBM, es una caja cuadrada horizontal, de 3150 ft de lado y 40 ft de espesor; el tope de la formación se encuentra a 6940 ft de profundidad. El pozo se encuentra perforado en la celda central, en la zona de petróleo. La Figura 3 presenta la vista general del yacimiento 1 con su pozo. La permeabilidad horizontal es isotrópica, por tanto $k_x = k_y$. La permeabilidad vertical se fijó en el 6% de la permeabilidad horizontal. El valor de σ (coeficiente de flujo interporoso de Kazemi, 1976) para el modelo 1 es de 12,0 ft²; lo cual indica un espaciado de fracturas equivalente a 1 ft para bloques de forma cúbica. Los componentes fluidos del sistema son: petróleo de tanque, gas de superficie (libre y disuelto) y agua; las fases fluidas son tres: petróleo, gas y agua. Las gravedades de los fluidos son: petróleo 30°API, agua 1,05 y gas 0,8 (relativo al aire). La presión de

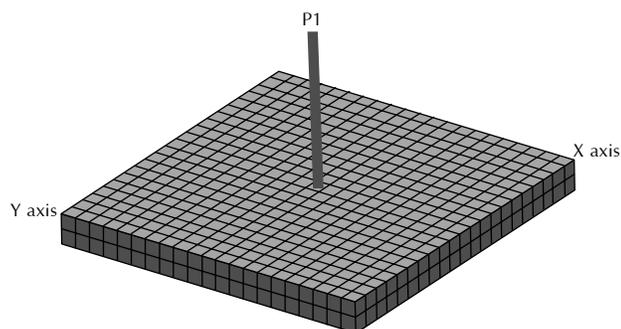


Figura 3. Enmallado de simulación del yacimiento 1

burbuja del petróleo es de 3300 psia. La presión inicial del yacimiento al datum (contacto gas-petróleo) es de 3300 psia (presión de saturación).

El yacimiento 1 se pone en producción a través de un único pozo centrado, por tres años. El primer año produce a una tasa constante de 300 BOPD, el segundo año a 250 BOPD y el tercer año a 200 BOPD.

Yacimiento 2. Mayor capacidad de almacenamiento en la matriz. Corresponde a un yacimiento tipo A. El yacimiento 2 se asemeja a un flanco de anticlinal, como se aprecia en la Figura 4. La estructura presenta un buzamiento uniforme en dirección y (profundizándose) y está arqueada en dirección x , siendo más profunda hacia los lados que en el centro. El espesor del yacimiento es uniforme, de 90 ft. El punto más alto del tope de la estructura se encuentra a una profundidad de 6880 ft. Para el modelo 2 se fijó en un valor de 3,0 ft². De acuerdo con Kazemi (1976), esto equivale a bloques de matriz cúbicos de 2 ft de lado. Haciendo un cálculo con base en la porosidad, el ancho de fractura para esta geometría resulta ser de 0,00136 ft (0,415 mm). Las propiedades de la roca de los yacimientos 1 y 2 se observan en la Tabla 1. La permeabilidad direccional y las propiedades de los fluidos son iguales a lo especificado para el yacimiento 1. La presión de burbuja del petróleo es de 3300 psia. Las propiedades del agua de formación son: factor volumétrico de formación 1,01 rb/STB , compresibilidad $5,0 \times 10^{-6} \text{ psi}^{-1}$, viscosidad 0,6 cP . La Figura 5 presenta las propiedades PVT para el petróleo y el gas, comunes a los dos yacimientos. A cada presión, las propiedades fueron calculadas mediante las siguientes correlaciones:

$$B_g (rb / SCF) = 2,8905P^{-1,0003}$$

$$B_o (rb / STB) = 1,0192e^{0,000061304P}$$

$$R_s (SCF / STB) = 0,13297e^{0,00040686P}$$

El yacimiento 2 se pone en producción durante tres años, a través de tres pozos ubicados en la periferia de la estructura. La tasa de producción de cada pozo es de 2000 BOPD. El primer pozo produce desde $t = 0$ hasta el final; el segundo pozo comienza producción un año después del primero y el tercer pozo, un año después del segundo. Los pozos se controlan por una mínima presión de fondo de pozo de 2000 psia; este control empieza a imponerse automáticamente a mediados del tercer año.

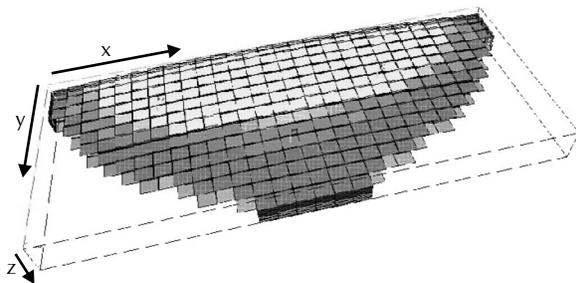


Figura 4. Enmallado de simulación del yacimiento 2

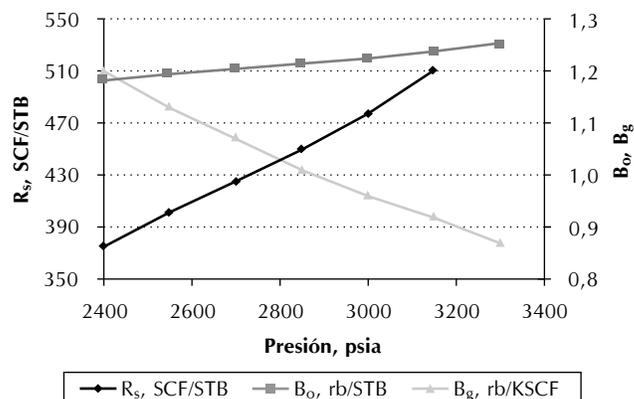


Figura 5. Propiedades PVT de petróleo y gas utilizadas en la simulación de los dos yacimientos

Tabla 1. Propiedades de la roca usada en la simulación. La permeabilidad de las fracturas se presenta entre paréntesis como permeabilidad efectiva, mientras que la cantidad a la izquierda representa la absoluta de fractura

	Yacimiento 1		Yacimiento 2	
	Matriz	Fracturas	Matriz	Fracturas
ϕ (%)	6	3	10	2
k (mD)	1	100000 (k_f : 3000)	10	10000 (k_f : 200)
c (psi ⁻¹)	8×10^{-6}	8×10^{-5}	1×10^{-5}	8×10^{-5}

Obtenida la respuesta de producción del simulador, se aplicaron los siguientes métodos de solución:

- Método 0. EBM convencional de Havlena y Odeh (1963).
- Método 1. Regresión lineal de dos incógnitas (y) y por método gráfico, conociendo la proporción volumétrica de la capa de gas con respecto al petróleo, Ecuación 34.
- Método 2. Regresión lineal de tres incógnitas (N , m y c_{em-f}) conociendo la capacidad de almacenamiento relativa de los medios porosos, Ecuación 39.

Resultados

Yacimiento 1. Capacidad de almacenamiento apreciable en ambos medios porosos.

El petróleo original en el yacimiento 1, de acuerdo con los cálculos del simulador, es de 2 037 699

STB, representados en 1 325 581 STB en la matriz y 712 118 STB en las fracturas. A su vez, el gas original en el yacimiento es de 3 975 145 MSCF, de los cuales 2 934 039 MSCF se encuentran como gas libre y 1 041 106 MSCF como gas disuelto. El volumen de la capa de gas relativo al volumen de petróleo in-situ (relación m) es de 1000. Al final del periodo de producción, se ha recuperado el 13,4% del petróleo y el 24,3% del gas originales.

En la Figura 6 se aprecia el comportamiento de producción-presión generado por el simulador para el yacimiento 1. Estos datos sirven de entrada para la EBM. Una tabla de valores se presenta en el Anexo 1.

- Método 0 (Solución para N y m usando la EBM convencional). Con esta aplicación se prueba la capacidad de respuesta de la EBM convencional frente al problema de doble porosidad planteado. La Tabla 2 muestra los resultados obtenidos.

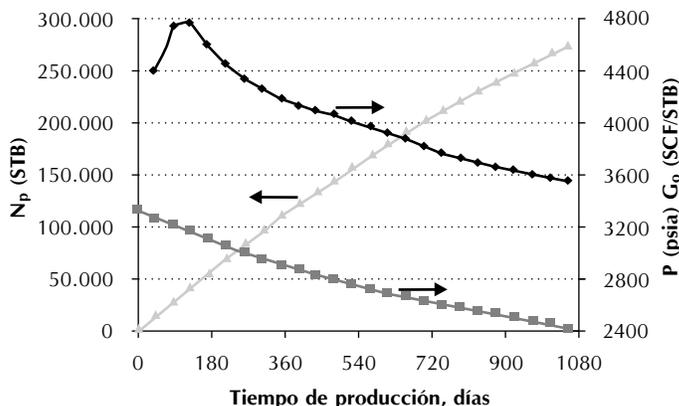


Figura 6. Resultados de presión y producción (petróleo y gas acumulado) de la simulación realizada al yacimiento 1

Tabla 2. Solución de la EBM convencional, yacimiento 1

	N (STB)	m
Calculado EBM convencional	-2 986 192	-1,244
Simulador	2 037 699	1,000

Los valores hallados por la EBM convencional son erróneos incluso desde el punto de vista físico, al calcular un valor menor que cero para el volumen de petróleo original.

- Método 1 (Solución para N_1 y N_2). El valor de las compresibilidades efectivas de matriz se calcula con base en los valores de la Tabla 1 y las Ecuaciones 5 y 6. Suponiendo conocido el valor de m ($m = 1000$), se aplica la regresión lineal a la Ecuación 34, obteniéndose los resultados mostrados en la Tabla 3. Información adicional puede consultarse en el Anexo 1.

Tabla 3. Solución de N_1 y N_2 con la EBM propuesta, yacimiento 1

	N_1 (STB)	N_2 (STB)
Calculado EBM	1 313 942	722 026
Simulador	1 325 581	712 118

La EBM propuesta resulta ser muy precisa en este caso. Con base en pruebas de hipótesis hechas partiendo de los intervalos de confianza obtenidos

de la regresión, se concluye que la dependencia entre las variables es efectivamente lineal y que la solución es aceptable. El intervalo de confianza de N_2 para un 90% de probabilidad es de 407 000 a 1 037 000 STB.

También se aplicó para este caso el método gráfico. En la Figura 7 se observa el gráfico característico, apreciándose una porción recta en los últimos puntos de la curva (más tardíos), por donde se traza una línea recta de pendiente 1 226 300 (N_1 , STB) y ordenada 788 490 (N_2 , STB). El resultado obtenido es comparable con la solución por regresión lineal.

La distorsión inicial de la línea recta es debida principalmente a dos factores: el primero es numérico, pues emplear un cociente como variable implica que el uso de valores cercanos a cero afecte el comportamiento de la función, especialmente

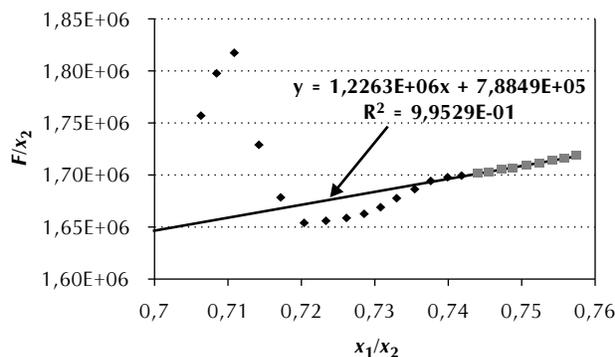


Figura 7. Método gráfico para hallar N_1 y N_2 en yacimiento 1

causando exageración de los valores de F , como se nota en los primeros puntos. El segundo efecto es debido a la concordancia con las suposiciones del modelo, ya que en el caso particular el pozo fue perforado en la zona de petróleo y no produce gas libre a tiempos tempranos, como lo supone el modelo tomado para la EBM.

Utilizando regresión no lineal por pares de incógnitas, conocidas las restantes, se obtienen resultados de exactitud similar a la reportada en la Tabla 3. Por ejemplo, conocidos N y m se hallaron las variables relacionadas en la Tabla 4.

Tabla 4. Solución de c_{em-f} y γ con la EBM propuesta mediante regresión no lineal, yacimiento 1

	c_{ef}	γ
Calculado EBM	$10,1 \times 10^{-5}$	0,3420
Simulador	$9,87 \times 10^{-5}$	0,3495

- Método 2 (Solución para N , m y c_{em-f}). Partiendo del valor para γ de N_1 y N_2 conocidos, se halló la compresibilidad efectiva del medio poroso total empleando la Ecuación 37. El resultado se registra en la Tabla 5.

Tabla 5. Solución de N , m y c_{em-f} con la EBM propuesta, yacimiento 1

	N (STB)	m	c_{em-f} (psi^{-1})
Calculado EBM	-1 378 177	-2,217	$6,18 \times 10^{-5}$
Simulador	2 037 699	1,000	$4,16 \times 10^{-5}$

La solución encontrada muestra similitud con la de la EBM convencional, probablemente dada la suposición de que un solo valor de compresibilidad puede representar el medio poroso total.

Yacimiento 2. Mayor capacidad de almacenamiento en la matriz.

El simulador calcula que el petróleo original en el yacimiento 2 es de 29 856 000 STB, de los cuales corresponden 24 864 547 STB a la matriz y 4 991 553 STB a las fracturas; 32 094 363 MSCF es el gas original

en el yacimiento, representado en 16 823 828 MSCF de gas libre y 15 270 535 MSCF de gas disuelto. El tamaño relativo de la capa de gas (m) es 0,3912. Al final de los tres años de producción se llega a recuperar alrededor del 13% del petróleo y el 28% del gas original.

La Figura 8 presenta el comportamiento de producción-presión generado por el simulador para el yacimiento 2. Los valores detallados se pueden consultar en el Anexo 1.

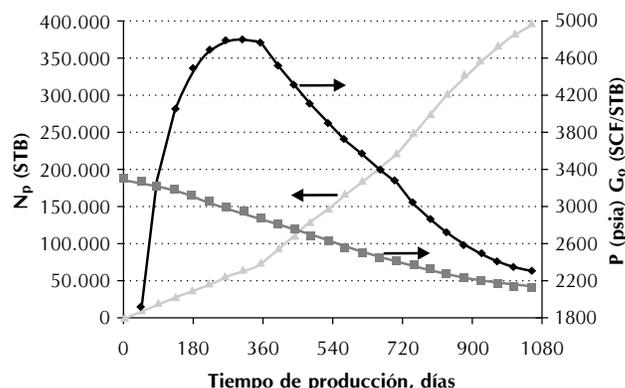


Figura 8. Resultados de presión y producción (petróleo y gas acumulado) de la simulación realizada al yacimiento 2

- Método 0 (Solución para N y m usando la EBM convencional). El resultado de se muestra en la Tabla 6.

Tabla 6. Solución de la EBM convencional, yacimiento 2

	N (STB)	m
Calculado EBM convencional	22 449 490	0,7258
Simulador	29 856 100	0,3912

Aplicando pruebas de hipótesis se confirma con un 95% de confiabilidad que la solución dada por la EBM convencional en este caso no corresponde al azar, es decir, la respuesta es inexacta. En comparación con la respuesta obtenida para el yacimiento 1, se nota que existe una posible relación entre la predominancia de uno de los dos medios porosos y la factibilidad de aplicar la EBM convencional.

- Método 1 (Solución para N_1 y N_2). La Tabla 7 muestra el resultado que se obtuvo al aplicar regresión lineal para petróleo en matriz y fracturas.

Tabla 7. Solución de N_1 y N_2 con la EBM propuesta, yacimiento 2

	N_1 (STB)	N_2 (STB)	N_1+N_2 (STB)
Calculado EBM	34 456 658	-1 491 199	32 965 459
Simulador	24 864 547	4 991 553	29 856 000

La solución arrojada por el método 1 no es satisfactoria para el yacimiento 2. Como alternativa, se utiliza el método gráfico. En la Figura 9 se aprecia el gráfico característico, exhibiendo una línea recta en los puntos finales. Los valores usados para graficar pueden tomarse de la información presentada en el Anexo 1.

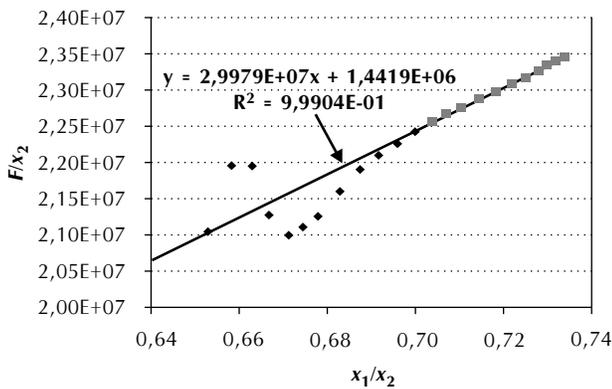


Figura 9. Método gráfico para hallar N_1 y N_2 en yacimiento 2

El resultado obtenido fue de 29 979 000 STB para N_1 y 1 441 900 para N_2 . Estos valores aún distan de ser satisfactorios, pero es importante analizar que la imprecisión puede aumentar a medida que uno de los dos medios porosos tenga más predominancia, hasta que la ecuación de doble porosidad se haga inaplicable. También se observa un comportamiento pre-lineal semejante al que resultó para el gráfico característico en el yacimiento 1.

- Método 2 (Solución para N , m y c_{em-f}). La solución por este método se presenta en la Tabla 8.

Tabla 8. Solución de N , m y c_{em-f} con la EBM propuesta, yacimiento 2

	N (STB)	m	c_{em-f} (psi^{-1})
Calculado EBM	31 972 736	0,4000	$1,13 \times 10^{-5}$
Simulador	29 856 000	0,3912	$2,84 \times 10^{-5}$

Estadísticamente se comprueban las siguientes hipótesis:

- 1) El modelo de dependencia es adecuado, 2) existe relación lineal entre y y cada una de las tres variables independientes 3) la diferencia entre los valores calculado y real es debida al azar con más del 90% de confiabilidad para el coeficiente a_1 (petróleo original total) y con más del 95% de confiabilidad para el coeficiente a_2 (producto Nm), pero la solución es inexacta respecto al coeficiente a_3 (producto $N(1+m)c_{em-f}$).

En términos generales se obtuvo una solución satisfactoria para las incógnitas planteadas, puesto que pese a la inexactitud en el coeficiente a_3 , es precisamente la variable c_{em-f} la que presenta mayor incertidumbre en su evaluación, siendo importante la determinación de su orden de magnitud, que coincide con el real. Esto muestra que el modelo 2 se adapta mejor a la suposición de un solo medio poroso equivalente, dada la menor capacidad de almacenamiento en el sistema de fracturas.

De acuerdo con los resultados presentados, parece existir una relación entre el predominio de uno de los dos medios porosos en el yacimiento y la precisión de la EBM convencional. Cuando los medios porosos matriz y fracturas posean capacidad de almacenamiento similar, la EBM convencional tenderá a volverse inaplicable y es donde mejor se desempeña la EBM de doble porosidad propuesta.

CONCLUSIONES

- Se desarrolló una nueva EBM aplicable a sistemas de doble porosidad con capa de gas inicial y se propusieron dos métodos de solución por regresión lineal, un método gráfico y se planteó la posibilidad de emplear regresión no lineal como una herramienta de solución válida y equivalente a los otros métodos hasta el momento usados.
- Se probó la validez de la EBM comparando los resultados obtenidos con los de un simulador numérico

de yacimientos; se realizó un análisis de la incertidumbre asociada a cada variable, reflejada en los intervalos de confianza resultantes de la aplicación de los métodos de solución a la EBM.

- La EBM en su forma de la *Ecuación 34*, mostró ser aplicable, con razonable precisión y exactitud –demostradas estadísticamente–, a sistemas que cumplan adecuadamente la propiedad de diferenciación de los medios porosos, como el yacimiento 1 –tipo B– presentado.
- La EBM en su forma de la *Ecuación 39* es apropiada –con base en los resultados de análisis estadístico efectuados– para solucionar las incógnitas involucradas en sistemas de doble porosidad que cumplan la propiedad de ser representados por una compresibilidad equivalente para el medio total, como el yacimiento 2 –tipo A–.
- Con la EBM propuesta, en su forma de la *Ecuación 34*, es posible encontrar la capacidad de almacenamiento en cada medio poroso mediante regresión lineal; además de la compresibilidad efectiva del sistema de fracturas y el tamaño relativo de la capa de gas, utilizando la técnica de regresión no lineal.
- A partir de la forma de la *Ecuación 39* de la EBM propuesta –suposición de un medio poroso de compresibilidad equivalente– es posible hallar por regresión lineal: el petróleo original en el yacimiento, el tamaño relativo de la capa de gas y la compresibilidad efectiva equivalente del sistema total.
- Se evidenció que la EBM convencional no es apropiada para representar sistemas de doble porosidad, y que esta deficiencia se incrementa al aumentar el grado de semejanza en la capacidad de almacenamiento entre los medios porosos.

AGRADECIMIENTOS

Los autores expresan su agradecimiento al Instituto Colombiano del Petróleo, a Ecopetrol S.A. y a la Universidad Industrial de Santander, por el apoyo brindado para el desarrollo de esta investigación.

BIBLIOGRAFÍA

- Aguilera, R., 1995. “*Naturally fractured reservoirs*”. 2th Ed., Penn Well Publishing Company. Tulsa, Oklahoma.
- Fair, W. B., 1994. “A statistical approach to material balance methods”. Paper SPE 28629, *SPE 69th Annual Technical Conference and Exhibition*, New Orleans, L.A., 11 pp.
- Havlena, D. and Odeh, A. S., 1963. “The material balance as an equation of a straight line”. *J. of Petrol. Technol.*, 896-900.
- Kazemi, H., 1976. “*Numerical simulation of water-oil flow in naturally fractured reservoirs*”. SPE 5719, SPEJ, 317-326.
- Niz, E., 2003. “La ecuación de balance de materiales de doble porosidad: análisis, proyección y planteamiento de un modelo para sistemas con capa de gas inicial”. *Revista Fuentes, El Reventón Energético*.
- Peñuela, G., Idrobo, E. A., Ordóñez, A., Medina, C. E. and Meza, N. E., 2001. “A new material balance equation for naturally fractured reservoirs using a dual-system approach”. Paper SPE 68831, *SPE Western Regional Meeting*, Bakersfield, Cal., 9 pp.
- Pletcher, J. L., 2002. “Improvements to reservoir material balance methods”. *J. SPE Reservoir Evaluation & Engineering*, Vol. 5, No. 1, 49-59.
- Schiltius, R. J., 1936. “*Active oil and reservoir energy*”, Trans., AIME 148, 33 pp.
- Walsh, M. P., Ansah, J. and Raghavan, R., 1994. “The new, generalized material balance as an equation of a straight line: part 1–applications to undersaturated, volumetric reservoirs”. Paper SPE 27684, *SPE Permian Basin Oil and Gas Recovery Conference*, Midland, Texas, 14 pp.
- Yale, D. P., 1993. “Application of variable formation compressibility for improved reservoir analysis”. Paper SPE 26647, *68th Annual Technical Conference and Exhibition of the SPE*, Houston, Texas, 16 pp.

ANEXOS

**Tabla de datos de resultados de la simulación y
coeficientes para el método gráfico**

Tabla A1. Datos para el yacimiento 1

Tiempo (días)	N_p (STB)	G_p (SCF)	R_p (SCF/STB)	P_{avg} (psia)	B_g (rb/SCF)	B_o (rb/STB)	R_s (SCF/STB)	F (STB)
0	0	0,00E+00		3.305,4	0,000870	1,2511	510,0	
45	13.500	5,91E+07	4.378,1	3.256,9	0,000872	1,2481	510,3	50.474
91	27.300	1,29E+08	4.722,4	3.202,7	0,000885	1,2444	500,3	110.226
135	40.500	1,92E+08	4.745,4	3.153,5	0,000900	1,2403	489,4	166.295
182	54.600	2,50E+08	4.574,2	3.095,9	0,000914	1,2366	479,7	220.662
227	68.100	3,02E+08	4.435,2	3.042,3	0,000931	1,2322	468,6	272.018
274	82.200	3,55E+08	4.319,5	2.989,1	0,000948	1,2282	458,5	325.773
319	95.700	4,06E+08	4.246,0	2.941,9	0,000965	1,2242	448,7	378.719
366	109.800	4,58E+08	4.172,4	2.894,1	0,000980	1,2206	440,1	433.919
411	121.050	4,97E+08	4.109,6	2.857,5	0,000996	1,2171	431,7	477.226
456	132.300	5,39E+08	4.074,4	2.820,7	0,001009	1,2143	425,3	523.292
500	143.300	5,79E+08	4.043,0	2.785,5	0,001022	1,2116	419,0	568.903
547	155.050	6,21E+08	4.006,6	2.748,9	0,001035	1,2090	413,0	617.484
592	166.300	6,60E+08	3.970,0	2.714,7	0,001049	1,2063	406,9	663.882
639	178.050	6,97E+08	3.917,1	2.680,6	0,001062	1,2038	401,3	710.052
684	189.300	7,30E+08	3.857,9	2.649,3	0,001076	1,2012	395,7	752.439
731	201.050	7,64E+08	3.799,3	2.617,2	0,001088	1,1989	390,7	796.698
776	210.050	7,88E+08	3.752,9	2.593,6	0,001102	1,1966	385,7	829.865
821	219.050	8,13E+08	3.711,5	2.569,9	0,001112	1,1948	382,0	863.750
865	227.850	8,37E+08	3.674,5	2.546,7	0,001122	1,1931	378,3	897.439
912	237.250	8,65E+08	3.644,9	2.520,9	0,001132	1,1914	374,8	935.798
957	246.250	8,91E+08	3.617,3	2.496,5	0,001144	1,1895	370,8	972.711
1004	255.650	9,17E+08	3.588,4	2.471,5	0,001155	1,1878	367,2	1.011.248
1049	264.650	9,42E+08	3.560,9	2.448,0	0,001167	1,1859	363,5	1.048.139
1095	273.850	9,67E+08	3.532,9	2.424,4	0,001178	1,1842	360,0	1.085.842

ECUACIÓN DE BALANCE DE MATERIA PARA SISTEMAS DE DOBLE POROSIDAD

B_f (rb/STB)	c_1 (B_f/B_{fi})-1	c_2 $m((B_g/B_{gi})-1)$	c_3 $(m+1)c_{em} * DP$	c_4 $(m+1)c_{ef} * DP$	x_1 $c_1+c_2+c_3$	x_2 $c_1+c_2+c_4$
1,2511						
1,2479	0,001529	0,017645	0,001131	0,009570	0,020305	0,028744
1,2530	0,006199	0,034870	0,002396	0,020269	0,043464	0,061337
1,2589	0,010529	0,051004	0,003543	0,029971	0,065076	0,091504
1,2643	0,015736	0,070588	0,004888	0,041356	0,091212	0,127680
1,2708	0,020703	0,089438	0,006138	0,051928	0,116279	0,162068
1,2770	0,025767	0,108817	0,007378	0,062421	0,141962	0,197005
1,2833	0,030388	0,126623	0,008480	0,071744	0,165492	0,228756
1,2891	0,035185	0,145220	0,009595	0,081173	0,190001	0,261578
1,2951	0,038953	0,159899	0,010449	0,088401	0,209301	0,287252
1,2998	0,042819	0,175025	0,011307	0,095660	0,229151	0,313503
1,3047	0,046607	0,189897	0,012130	0,102618	0,248633	0,339121
1,3094	0,050631	0,205753	0,012984	0,109846	0,269367	0,366230
1,3144	0,054466	0,220910	0,013780	0,116581	0,289156	0,391957
1,3192	0,058388	0,236457	0,014577	0,123318	0,309421	0,418162
1,3241	0,062073	0,251097	0,015308	0,129508	0,328479	0,442679
1,3288	0,065919	0,266412	0,016056	0,135831	0,348386	0,468161
1,3336	0,068815	0,277968	0,016608	0,140501	0,363391	0,487285
1,3372	0,071759	0,289727	0,017159	0,145168	0,378645	0,506653
1,3409	0,074694	0,301468	0,017700	0,149743	0,393862	0,525906
1,3445	0,078022	0,314800	0,018303	0,154840	0,411125	0,547662
1,3487	0,081229	0,327661	0,018872	0,159659	0,427762	0,568549
1,3527	0,084577	0,341101	0,019456	0,164596	0,445134	0,590274
1,3569	0,087782	0,353980	0,020004	0,169236	0,461766	0,610998
1,3609	0,091058	0,367156	0,020555	0,173892	0,478768	0,632105

Tabla A2. Datos para el yacimiento 2

Tiempo (días)	N_p (STB)	G_p (SCF)	R_p (SCF/STB)	P_{avg} (psia)	B_g (rb/SCF)	B_o (rb/STB)	R_s (SCF/STB)	F (STB)
0	0	0,00E+00		3.300,0	0,000870	1,2511	510,0	
45	90.000	1,73E+08	1.922,3	3.270,3	0,000882	1,2455	503,0	179.613
91	182.000	5,98E+08	3.283,6	3.223,8	0,000894	1,2419	493,6	543.686
135	270.000	1,09E+09	4.026,4	3.172,6	0,000909	1,2380	483,4	962.112
182	364.000	1,63E+09	4.483,7	3.111,6	0,000927	1,2334	471,6	1.440.583
227	454.000	2,13E+09	4.681,7	3.047,5	0,000946	1,2286	459,4	1.895.578
274	548.000	2,62E+09	4.772,1	2.984,6	0,000966	1,2238	447,8	2.366.050
319	638.000	3,06E+09	4.790,1	2.932,1	0,000983	1,2199	438,4	2.804.560
366	732.000	3,48E+09	4.753,8	2.881,7	0,001001	1,2161	429,5	3.243.272
411	912.000	4,11E+09	4.501,5	2.807,8	0,001027	1,2106	416,8	3.940.528
456	1.092.000	4,69E+09	4.291,5	2.738,3	0,001053	1,2055	405,1	4.624.319
500	1.268.000	5,19E+09	4.093,5	2.676,1	0,001078	1,2009	395,0	5.256.258
547	1.456.000	5,67E+09	3.892,2	2.615,7	0,001102	1,1965	385,4	5.891.671
592	1.636.000	6,08E+09	3.719,3	2.562,2	0,001125	1,1925	377,1	6.478.253
639	1.824.000	6,48E+09	3.554,5	2.509,7	0,001149	1,1887	369,2	7.068.971
684	2.004.000	6,83E+09	3.408,4	2.462,8	0,001171	1,1853	362,2	7.611.819
731	2.192.000	7,15E+09	3.264,0	2.417,7	0,001193	1,1820	355,6	8.148.910
776	2.462.000	7,50E+09	3.047,4	2.365,5	0,001219	1,1783	348,1	8.794.090
821	2.732.000	7,83E+09	2.867,1	2.316,1	0,001245	1,1747	341,2	9.432.821
865	2.993.767	8,13E+09	2.716,5	2.271,1	0,001270	1,1715	335,0	10.039.368
912	3.245.542	8,40E+09	2.588,4	2.230,3	0,001293	1,1685	329,5	10.608.315
957	3.452.936	8,61E+09	2.493,8	2.198,3	0,001312	1,1662	325,2	11.070.293
1004	3.641.279	8,80E+09	2.415,4	2.170,2	0,001329	1,1642	321,5	11.486.484
1049	3.796.304	8,94E+09	2.355,5	2.147,9	0,001343	1,1626	318,6	11.826.350
1095	3.937.120	9,07E+09	2.304,4	2.128,0	0,001355	1,1612	316,1	12.133.866

ECUACIÓN DE BALANCE DE MATERIA PARA SISTEMAS DE DOBLE POROSIDAD

B_f (rb/STB)	c_1 $(B_f/B_{fi})-1$	c_2 $m((B_g/B_{gi})-1)$	c_3 $(m+1)c_{em} * DP$	c_4 $(m+1)c_{ef} * DP$	x_1 $c_1+c_2+c_3$	x_2 $c_1+c_2+c_4$
1,2511						
1,2516	0,000392	0,005274	0,000589	0,004082	0,006255	0,009748
1,2566	0,004368	0,010993	0,001509	0,010465	0,016870	0,025827
1,2622	0,008835	0,017481	0,002522	0,017490	0,028838	0,043806
1,2690	0,014297	0,025494	0,003729	0,025864	0,043520	0,065655
1,2764	0,020216	0,034270	0,004999	0,034674	0,059485	0,089159
1,2839	0,026209	0,043242	0,006245	0,043314	0,075696	0,112765
1,2903	0,031366	0,051025	0,007285	0,050523	0,089675	0,132913
1,2967	0,036453	0,058752	0,008281	0,057435	0,103486	0,152640
1,3064	0,044203	0,070609	0,009745	0,067591	0,124557	0,182402
1,3159	0,051806	0,082324	0,011120	0,077126	0,145251	0,211257
1,3248	0,058913	0,093337	0,012352	0,085669	0,164602	0,237919
1,3338	0,066105	0,104534	0,013548	0,093966	0,184188	0,264606
1,3421	0,072735	0,114893	0,014608	0,101315	0,202236	0,288944
1,3505	0,079483	0,125468	0,015646	0,108514	0,220596	0,313464
1,3584	0,085750	0,135311	0,016574	0,114954	0,237635	0,336014
1,3662	0,091995	0,145138	0,017467	0,121149	0,254601	0,358282
1,3756	0,099505	0,156975	0,018501	0,128314	0,274980	0,384794
1,3849	0,106918	0,168673	0,019479	0,135099	0,295070	0,410690
1,3937	0,113949	0,179780	0,020371	0,141283	0,314099	0,435012
1,4019	0,120556	0,190223	0,021178	0,146883	0,331956	0,457661
1,4086	0,125916	0,198698	0,021812	0,151281	0,346426	0,475895
1,4147	0,130740	0,206326	0,022367	0,155134	0,359434	0,492200
1,4196	0,134678	0,212554	0,022810	0,158206	0,370042	0,505438
1,4241	0,138240	0,218187	0,023203	0,160932	0,379630	0,517358