

UNA APROXIMACIÓN A LA MODELACIÓN DEL ESFUERZO DE CEDENCIA EN SUSPENSIONES MINERALES

AN APPROACH TO THE MODELING YIELD STRESS IN MINERAL SUSPENSIONS

M. OSWALDO BUSTAMANTE RÚA

CIMEX- Facultad de Minas, Universidad Nacional de Colombia – Sede Medellín. mobustam@unalmed.edu.co

GABRIEL AGUILERA G

Ingeniero de Minas y Metalurgia. , Universidad Nacional de Colombia – Sede Medellín.

Recibido para revisar 28 de Junio de 2004, aceptado 4 de Agosto de 2004, versión final 27 de Enero de 2005

RESUMEN: Se presentan los resultados de un estudio experimental en reología de suspensiones, donde se encuentra como principal conclusión que la magnitud del Esfuerzo de Cedencia τ_o depende fuertemente de la velocidad de aplicación del esfuerzo de cizalladura, ligado con la memoria de la suspensión analizada a través del tiempo de relajación t_R .

Además de la velocidad de aplicación del esfuerzo de cizalladura, el Esfuerzo de Cedencia τ_o para todas las suspensiones minerales depende del empaquetamiento del sistema particulado que forma parte de la suspensión, expresado a través de la fracción volumétrica de sólidos ϕ y de la granulometría del sistema particulado que forma parte de la suspensión.

Se pudo concluir que la magnitud del Esfuerzo de Cedencia τ_o no es una propiedad invariante de la suspensión, ya que existen muchos valores para ella dependiendo de la dinámica de la deformación, e inclusive; existe un caso particular en toda deformación en la cual el Esfuerzo de Cedencia puede ser cero.

PALABRAS CLAVE: Reología, Suspensiones, Esfuerzo de Cedencia

ABSTRACT: This paper reports an experimental research in suspension rheology in which it was found that the yield stress τ_o is controlled by the shear stress rate in the deformation process, conjunctioned with the relaxation time t_R coming from the suspension memory.

Other parameter that affects the Yield Stress τ_o is the particle packing tested by means of the volumetric solid fraction and the particles size distribution in the suspension.

The main conclusion is: Yield Stress is not an invariant property of the suspension; on the contrary, there exist several Yield Stress values depending on the dynamic deformation. There is even a particular case where the Yield Stress value may be zero.

KEY WORDS: Rheology, suspension, yields stress.

1. INTRODUCCIÓN

El Esfuerzo de Cedencia τ_0 es una variable reológica importante en el caso de suspensiones sometidas a tasas de cizalladura relativamente bajas o cercanas a cero (Figura 1).

Clásicamente se ha considerado que este parámetro posee un valor invariante para cada suspensión (Friedrickson, 1964, Frankel & Acrivos, 1967, Wildemuth & Williams, 1985, Dabak & Yucel, 1987, Frith *et al.*, 1987, Tangsathitkuchai & Austin, 1990, Logos & Nguyen, 1996, Jhonson, *et. al.*, 2000). Sin embargo, Barnes *et al.*, 1989 y Barnes, 1999; introducen una discusión respecto a la existencia del Esfuerzo de Cedencia, donde se cuestiona fuertemente este parámetro reológico, mientras que Bustamante (2002) concluye que el Esfuerzo de Cedencia está relacionado tanto a la sensibilidad y precisión del viscosímetro o reómetro empleado en los experimentos llevados a cabo a muy bajas tasas de cizalladura, como de la dinámica de la deformación, por lo que a este parámetro no se le puede asignar un valor único.

Por otro lado, cuando se observa detalladamente la curva de flujo a medida que la tasa de cizalladura tiende a cero (Figuras 1 y 2), se puede apreciar que existe una región en la cual la pendiente se puede considerar fija cuando la tasa de cizalladura se tiende a cero, por lo que la viscosidad aparente en esta región tiende a un valor fijo que denotaremos como μ_0 y el cual se denomina viscosidad Newtoniana para tasa de cizalladura tendiendo a cero.

De acuerdo con las características que presentan los fluidos cizalle-adelgazantes (ó pseudoplásticos), como es el caso de muchas suspensiones minerales, se puede observar que la viscosidad aparente definida como:

$$\mu_a = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} \quad (1)$$

es muy grande cuando la tasa de cizalladura $\dot{\gamma}$ tienda a cero, lo que se puede expresar como:

$$\mu_a \Big|_{\dot{\gamma} \rightarrow 0} = \mu_0 \rightarrow \infty$$

Ahora bien, cuando los valores de μ_0 son extremadamente grandes, la pendiente se puede confundir con el eje del esfuerzo de cizalladura τ (Figura 1) al inicio de la curva de flujo, lo cual suele reportarse como un Esfuerzo de Cedencia τ_0 , aunque éste necesariamente no existe (Figura 2).

Por otro lado, algunos autores como Tangsathitkuchai & Austin, 1990 modelan el Esfuerzo de Cedencia τ_0 , proyectando la parte plástica de la curva de flujo sobre el eje del esfuerzo (Figura 3), lo cual obliga al uso de una ecuación constitutiva tipo Bingham o tipo Casson. El anexo 1 muestra varios modelos del Esfuerzo de Cedencia empleando la estrategia anterior.

El resultado de las consideraciones anteriores es que existen diferentes valores de Esfuerzo de Cedencia τ_0 , para una misma suspensión, lo que implica que habrá tantos valores del Esfuerzo de Cedencia, como escenarios mecánicos de medición involucrados (Figura 6), definidos éstos como el conjunto de fuerzas de contacto, la velocidad de aplicación y las condiciones bajo las cuales se deforma la suspensión.

2. TIEMPO DE RELAJACIÓN Y LA MEMORIA EN SUSPENSIONES MINERALES

Cuando una suspensión es deformada permanentemente a una determinada tasa de cizalladura y se detiene súbitamente la deformación, retirando la carga instantáneamente, se puede medir un campo de esfuerzos de cizalladura que se va atenuando con el tiempo (Figura 4), a medida que la suspensión retorna al equilibrio.

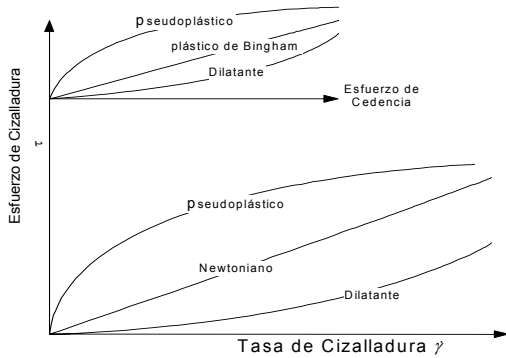


Figura 1. Curvas de flujo típicas para diferentes tipos fluidos

Figure 1. Typical curves of flow for different fluid types

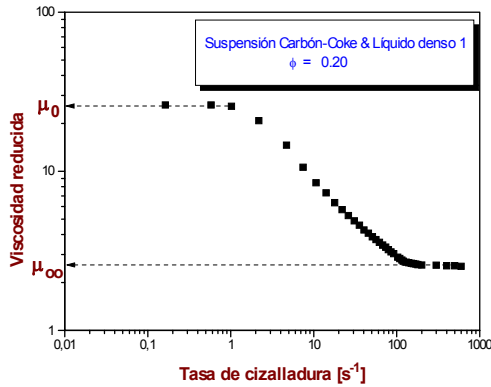


Figura 2. Variación de la viscosidad aparente con la tasa de cizalladura. μ_0 es la viscosidad Newtoniana a baja tasa de cizalladura y μ_∞ es la viscosidad Newtoniana a alta tasa de cizalladura.

Figure 2. Variation of apparent viscosity with the shear rate. μ_0 is Newtonian viscosity to low shear rate and? μ_∞ it is Newtonian viscosity to high shear rate.

Este campo de esfuerzos, es un campo de esfuerzos residuales que puede ser caracterizado por un tiempo de relajación t_R , para materiales viscoelásticos con comportamiento combinado tipo líquido y tipo sólido, como es el caso de algunas suspensiones minerales.

En el caso de las suspensiones, con un tiempo de relajación apreciable t_R , se dice que ésta posee una memoria devanescente (Trusdell & Noll,

1965), lo cual justifica la no-linealidad en la respuesta constitutiva de la suspensión en el estudio del comportamiento no-Newtoniano de dispersiones minerales

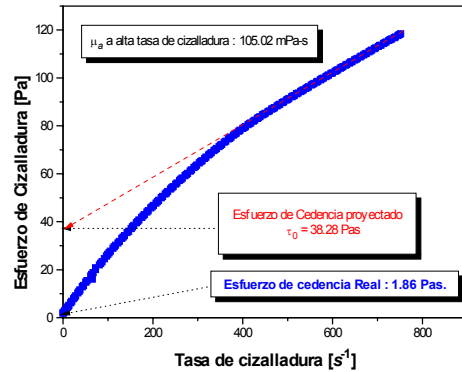


Figura 3. Representación de los esfuerzos de cedencia, proyectado y real en una suspensión de carbón-coke ($\phi = 0.30$).

Figure 3 Representation of yield stress, projected and real in a coal-coke suspension ($\phi= 0,30$).

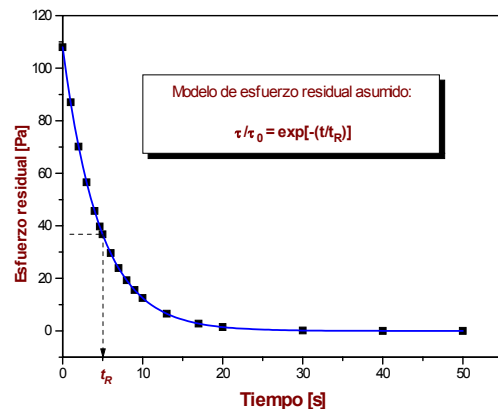


Figura 4. Curva de esfuerzos residuales en una suspensión al detener súbitamente la deformación. Determinación del tiempo de relajación.

Figure 4. Curve of residual stress in a suspension when stopping suddenly the deformation. Determination of the relaxation time.

Por lo tanto, a mayor tiempo de relajación t_R , mayor será el intervalo de tiempo requerido para la suspensión alcanzar el equilibrio de un estado deformado al reposo (Figura 4).

Por otro lado, Barnes *et al.*, 1989, al referirse a la definición del número de Deborah De propuesto por Reiner, como la relación:

$$De = \frac{t_{cm}}{t_{cd}} \quad (2)$$

introduce un concepto de relaciones temporales entre un tiempo característico del material t_{cm} y un tiempo característico de la deformación t_{cd} . Nótese como el primer término por definición será una propiedad intensiva del material, mientras que el segundo término depende de la velocidad de aplicación de las fuerzas de contacto sobre la superficie material.

Para el caso de suspensiones, una buena aproximación consiste en asumir que el tiempo de relajación t_R representa al tiempo característico del material t_{cm} (Hinch & Leal, 1975), mientras que el tiempo característico de la deformación se puede definir como aquel intervalo de tiempo en el cual la suspensión está sometido al esfuerzo, y por lo tanto, la ecuación 2 se puede escribir como:

$$De = \frac{t_R}{t_{cd}} \quad (3)$$

El número de Deborah De es el principal número adimensional en reología y a partir de él se puede identificar comportamientos reológicos tipo líquido o tipo sólido para un material determinado.

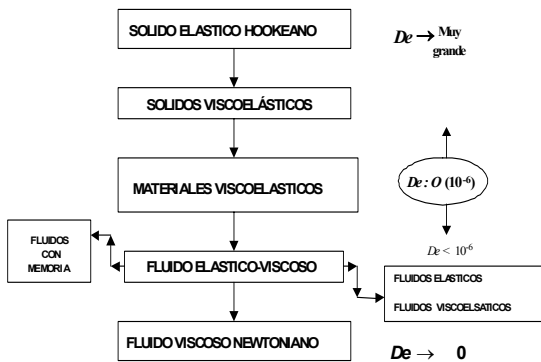


Figura 5. Clasificación de los materiales de acuerdo al número de Deborah De

Figure 5. Classification of the materials according to the number of Deborah De

En el caso de que, $t_R \lll t_{cd}$, el número de Deborah De tiende a cero ($De \rightarrow 0$), y el comportamiento reológico desarrollado por la suspensión es del tipo líquido, cuyo caso más extremo será un líquido Newtoniano. Inversamente, si $t_R \ggg t_{cd}$, el número de Deborah, De es muy grande ($De \rightarrow \infty$) y la suspensión desarrolla un comportamiento tipo sólido, cuyo caso asintótico corresponderá a un sólido Hookeano. Como puede observarse, estos dos comportamientos asintóticos definen los límites ideales constitutivos para un material (Figura 5).

Lo anterior implica que un material no puede definirse invariamente como tipo sólido o tipo líquido, pues la respuesta constitutiva del material va a depender fuertemente del escenario mecánico de deformación (Bustamante 2002), permitiendo decir que existen tantas respuestas constitutivas del material como diferentes escenarios mecánicos de deformación (Figura 6) se impongan.

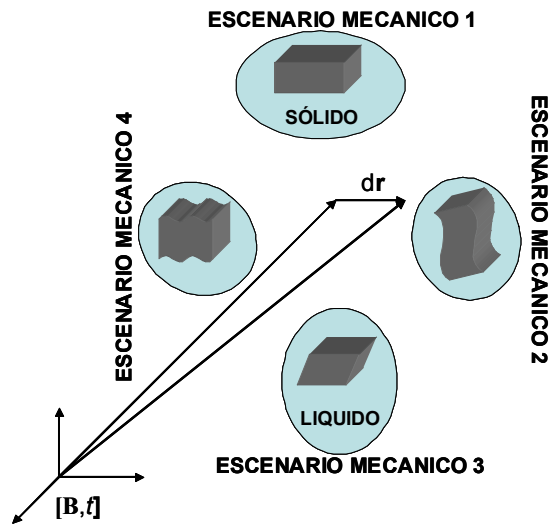


Figura 6. Ilustración de diferentes escenarios mecánicos, medidos con la misma base \mathbf{B} de vectores unitarios y el tiempo t

Figure 6. Illustration of different mechanical stages, measured with same base \mathbf{B} of unitary vectors and the time t

Por último, para escenarios mecánicos que generen valores intermedios del número de Deborah De entre las dos soluciones asintóticas anteriores, las respuestas constitutivas se han aproximado clásicamente a comportamientos viscoelásticos, como se detalla en la figura 5, y por ende, desde un punto de vista reológico, el comportamiento tipo líquido o sólido de un material no es una propiedad invariante, ya que este comportamiento depende las relaciones temporales especificadas en el número de Deborah De , las cuales involucran la memoria del material, ligado a los escenarios mecánicos de deformación.

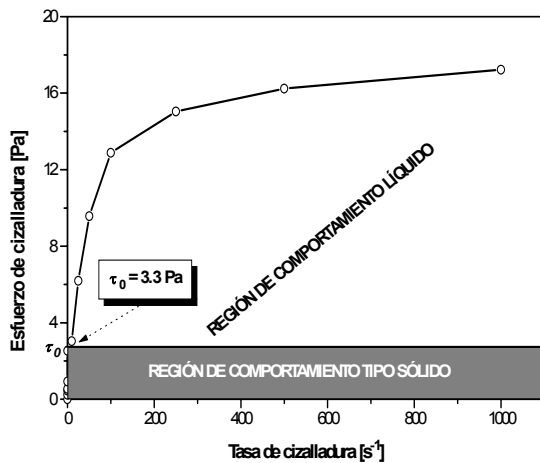


Figura 7. Regiones de dominio de comportamiento tipo sólido y tipo líquido de una suspensión

Figure 7. Regions of behavior dominion solid type and liquid type of a suspension

De acuerdo a lo anterior, se puede plantear que existe un compromiso en el comportamiento mecánico entre los comportamientos sólido y líquido, de acuerdo al escenario mecánico de deformación, por lo cual la curva de flujo (Figura 7) se pueda dividir en dos regiones, una de comportamiento predominantemente sólido y otra de comportamiento predominantemente líquido. La región entre esfuerzo de cizalladura igual a cero y el esfuerzo de fluencia τ_0 , es donde predomina el comportamiento tipo sólido, lo que

equivale a decir que la suspensión sólo se está deformando por la aplicación del esfuerzo de cizalladura, mientras que si el esfuerzo aplicado es mayor que τ_0 , la suspensión se deforma permanentemente, ósea que fluye.

Se puede plantear entonces, que el esfuerzo de fluencia τ_0 es una medida del comportamiento mecánico tipo sólido de una suspensión, al aplicársele un esfuerzo de cizalladura (Bustamante, 2002), bajo un escenario mecánico determinado.

3. TRABAJO EXPERIMENTAL

Se empleó un reómetro Haake RV-100 el cual es del tipo copa/cilindro con un sistema de medición Searle. A éste se le combinó con un sistema de medida CV 100 acoplado con un sensor de torque M5 y cuatro juegos de copa/cilindro MV1P, MVIIP, SVI y SVII. La temperatura permaneció constante (11.5 ± 0.5 grados centígrados).

Se emplearon dos minerales: cuarzo cristalino de alta pureza (G.E. 2.58) y carbón coke (G.E. 1.44). La distribución de tamaños se realizó en un un analizador de partículas Sympatec Helos, cuyas muestras fueron suspendidas en agua destilada en una celda *Sucell* y dispersadas con ultrasonido durante 10 segundos. La distribución de tamaños se ajustó a una función empírica tipo función Rosin-Rammler (Tabla 1):

$$F(x) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{x}{K_{RR}} \right)^m \right] \quad (4)$$

Donde $F(x)$ es la fracción acumulada de mineral más fino que el tamaño x , mientras que K_{RR} y m son los módulos de tamaño y de distribución, respectivamente, del sistema particulado que forma parte de la suspensión.

Para la preparación de las suspensiones se emplearon tres tipos de fluidos Newtonianos apolares con las mismas densidades de los minerales y cuyas viscosidades fueron 25.65 y 2.06 mPa.s, para cuarzo y carbón, respectivamente, siguiendo el método de Tangsatitkulchai y & Austin (1990).

4. RESULTADOS EXPERIMENTALES

A continuación se presentan los resultados experimentales:

4.1 VELOCIDAD DE APLICACIÓN DEL ESFUERZO DE CIZALLADURA

Las suspensiones presentaron un comportamiento reológico fuertemente dependiente de la velocidad de aplicación de los esfuerzos de cizalladura (Figuras 8, 9 y 10). Además de lo anterior, a medida que aumenta la velocidad de aplicación de los esfuerzos de cizalladura se presenta un incremento de los valores de viscosidad aparente de la suspensión (Figura 8), unido a un cambio en la pseudoplasticidad en el comportamiento reológico de la suspensión, lo que implica de esta manera, un aumento en la disipación de energía mecánica de la suspensión al ser deformada.

Tabla 1. Distribuciones granulométricas de minerales (ver ecuación 4)

Table 1. Grain sized mineral distributions (see equation 4)

Mineral	Módulo K_{RR} (micras)	Módulo m
Cuarzo cristalino	4.64	1.105
	27.9	1.106
	368.6	1.107
Carbón-coke	158.7	0.89

Por otro lado, las figuras 8 y 9, permiten ver la variación de la velocidad de aplicación de la carga sobre la región donde la suspensión abandona el comportamiento tipo sólido y pasa al comportamiento mecánico tipo líquido, afectando directamente el esfuerzo de cedencia τ_0 .

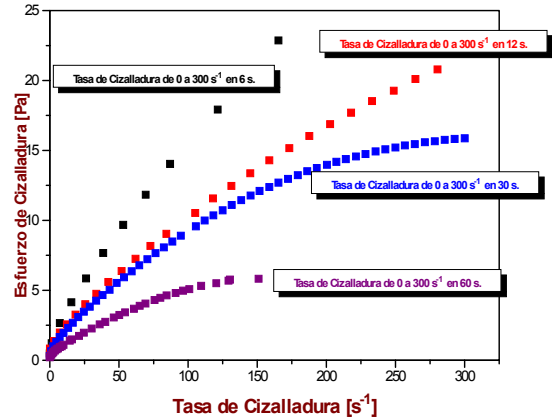


Figura 8. Curvas de flujo variando velocidad de aplicación de la carga, para una suspensión de carbón Coke con fracción volumétrica de ϕ de 0.40 y t_R de 4.45 s.

Figure 8. Curves of flow varying speed of application of the load, for suspension Coke coal with volumetric fraction of ϕ de 0.40 y t_R de 4.45 s.

Evaluando los valores del Esfuerzo de Cedencia τ_0 (Figuras 10 y 11), se puede inferir que un aumento en la velocidad de aplicación del esfuerzo de cizalladura, desarrolla en la suspensión un incremento de este parámetro reológico, cuando todas las demás condiciones experimentales se mantienen fijas.

Lo anterior permite proponer que el comportamiento reológico de la curva de flujo a baja tasa de cizalladura, en lo que respecta a la viscosidad aparente Newtoniana μ_0 y la generación de un Esfuerzo de Cedencia τ_0 , tiene un fuerte control de la velocidad de aplicación de la carga, o equivalentemente del tiempo característico de la deformación.

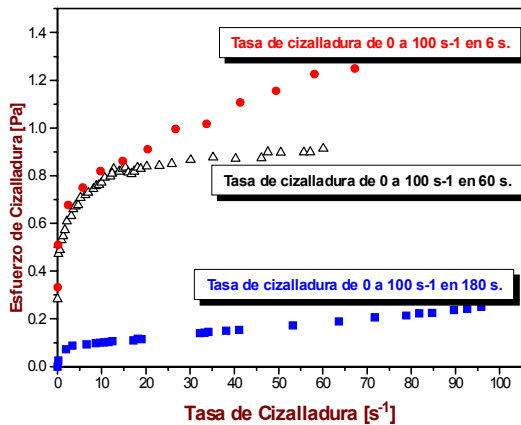


Figura 9. Curvas de flujo, variando la velocidad de aplicación del esfuerzo en suspensión de Carbón-Coke. $\phi = 0.10$ y $t_R = 1.56$ s.

Figure 9. Curves of flow, varying the speed of application of the stress in suspension of Coal-Coke. $\phi = 0.10$ y $t_R = 1.56$ s.

Como puede notarse, a medida que se disminuye el tiempo característico de la deformación t_{cd} , conservando fijo los niveles de tasa de cizalladura máxima alcanzada (Figuras 8 y 9), la suspensión pronuncia su comportamiento pseudoplástico, mientras que para tiempos característicos de la deformación muy largos (similar procesos lentos o de muy baja velocidad de aplicación de fuerzas de contacto) la pseudoplasticidad tiende a disminuir y acercarse al comportamiento mecánico Newtoniano (Figura 10), lo que termomecánicamente se ajustaría a un comportamiento viscoso-lineal elástico (ó reversible).

Por lo tanto, una velocidad de aplicación del esfuerzo de cizalladura muy alta, hace parecer que la suspensión tuviese realmente un importante Esfuerzo de Cedencia τ_0 , pero al disminuir la velocidad de aplicación de los esfuerzos de cizalladura, el Esfuerzo de Cedencia se va atenuando, hasta llegar a ser cero cuando el tiempo de aplicación de las fuerzas de contacto es de varios ordenes de magnitud más grande que el tiempo de relajación t_R (Bustamante, 2002), y el material (en este caso la suspensión), se aproxima a una respuesta constitutiva lineal-elástica (reversible).

Evaluando una relación entre el tiempo característico de la deformación t_{cd} y el tiempo de relajación t_R , se puede deducir que si $t_{cd} \ll t_R$, el escenario mecánico genera que la suspensión desarrolle un esfuerzo de cedencia τ_0 muy grande, incrementando la región de comportamiento tipo sólido (Figura 7), mientras que si el tiempo característico de la deformación es relativamente grande comparado con el tiempo de relajación t_R las suspensiones no desarrollan Esfuerzo de Cedencia apreciable e incrementa la región de comportamiento tipo fluido (Figura 7) en la curva de flujo.

4.2 VARIACIÓN DE LOS TIEMPOS DE RELAJACIÓN T_R Y ESFUERZO DE CEDENCIA T_0

Clásicamente, los reólogos han relacionado la aparición del Esfuerzo de Cedencia τ_0 al incremento de la fracción volumétrica de sólidos ϕ en la suspensión (ver anexo 1), lo que de alguna manera presumía que una suspensión de baja fracción volumétrica de sólidos ϕ no presentaría este efecto. Sin embargo, las figuras 10 y 11, muestran que ésto no es así de simple. Un análisis de la figura 12 muestra el comportamiento del tiempo de relajación t_R con la distribución granulométrica del sistema particulado que forma parte de la suspensión y con fracción volumétrica de sólidos ϕ para el caso de suspensiones de cuarzo y carbón-coke, respectivamente.

Se puede observar que existe una relación entre la fracción volumétrica de sólidos ϕ y el tiempo de relajación t_R , o lo que es lo mismo, un incremento en la memoria de la suspensión a medida que se incrementa la fracción volumétrica de sólidos.

Relacionando lo anterior, se puede establecer que un aumento de la memoria de la suspensión por incremento de ϕ , crece la posibilidad de aparecer el Esfuerzo de Cedencia τ_0 a medida que se incrementa la velocidad de aplicación del esfuerzo de cizalladura.

Respecto a la variación del tiempo de relajación t_R , con el factor de tamaño K_{RR} de la distribución granulométrica del sistema particulado que forma parte de la suspensión el (manteniendo

fijo el parámetro de distribución m), la Figura 12 muestra que la distribución de tamaños de mineral más gruesa ($K_{RR} = 266.08$ micras), alcanza más rápidamente un mínimo de tiempo de relajación t_R respecto a las demás, que siguen también un orden similar, cuando varía la fracción volumétrica de sólidos ϕ .

Sin embargo, como se aprecia también en la Figura 12, el efecto de la granulometría sobre el tiempo de relajación t_R es bastante complejo, puesto que las curvas se cruzan, y en este caso particular alrededor de la fracción volumétrica de 0.10.

Considerando lo anterior, se puede proponer que a medida que se incrementa el tamaño de partículas que forman parte de la suspensión, disminuye el valor del esfuerzo de cedencia desarrollado en la deformación de la suspensión a expensas de una disminución de la memoria de la suspensión.

Debe recordarse que en distribución de tamaños, K_{RR} representa un índice de cuán fina o gruesa es la distribución.

4.3 APROXIMACIÓN DEL ESFUERZO DE CEDENCIA PARA UNA SUSPENSIÓN

Con base en lo anterior, se pudo formular una aproximación que determinara la magnitud del Esfuerzo de Cedencia τ_0 , considerando un efecto inercial ligado a una contribución del número de Deborah De .

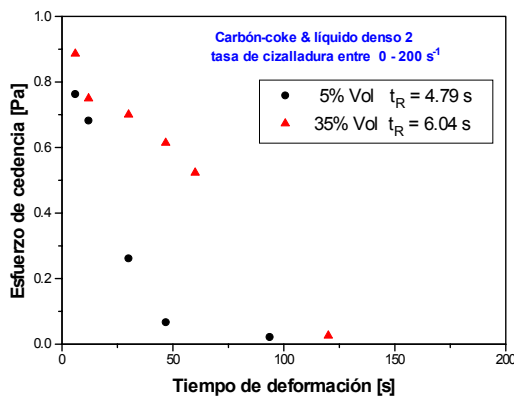


Figura.10. Variación del Esfuerzo de Cedencia para suspensiones de carbón-coke. t_R es el tiempo de relajación.

Figure 10. Variation of yield stress for coal-coke suspensions. t_R is the relaxation time.

Para efectos de la aproximación, se empleó una combinación del número de Froude Fr y un número de Deborah De definidos como (Bustamante 2000):

$$Fr = \frac{\dot{\gamma}^2 K_{RR}}{g} \quad (5)$$

$$De = \frac{\mu_f}{\rho_s K_{RR}^2 \dot{\gamma}}$$

Donde g es la aceleración de la gravedad, K_{RR} es el parámetro de tamaño de la distribución de Rosin-Rammler (ver ec. 4), ρ_s la densidad de la suspensión y μ_f es la viscosidad del fluido que forma parte de la suspensión.

Si en lugar de usar la tasa de cizalladura en las ecuaciones 2, se emplea el tiempo característico de la deformación, se puede determinar una relación funcional para el Esfuerzo de Cedencia, modificando los números de Fr y De .

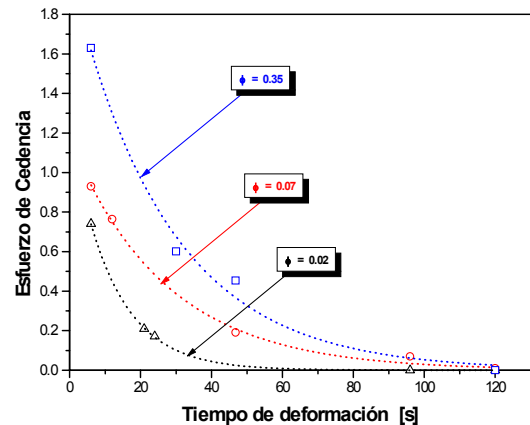


Figura 11. Variación del Esfuerzo de Cedencia para tres suspensiones de Cuarzo, variando fracción volumétrica de sólidos ϕ .

Figure 11. Variation of yield stress for three Quartz suspensions, varying volumetric fraction of solids. ϕ .

Redefiniendo los números de Froude (Fr^*) y de Deborah (De^*) modificados (Bustamante 2000), como:

$$Fr^* = \frac{K_{RR}}{g t_d^2} \tag{6}$$

$$De^* = \frac{\mu_f t_d}{\rho_s K_{RR}^2}$$

se puede obtener una relación funcional de la forma:

$$\tau_0 \propto [\ln(Fr^* De^*)]^3 \cdot \left\{ \exp \left[\frac{p_1 \phi^{1-2/3m}}{1-p_1 \phi^{1-2/3m}} \right] - 1 \right\} \tag{7}$$

Donde m es el parámetro de distribución de la distribución de tamaños de la ecuación Rosin-Rammler (ver ec. 4) y el parámetro p_1 se definió en Bustamante y Barrientos (2000) como aquel que da razón del empaquetamiento del sistema particulado que forma parte de la suspensión, el cual para el caso de las suspensiones investigadas fue de 0.8 aproximadamente.

Las Figuras de la 13 a la 16 muestran la relación funcional entre el Esfuerzo de Cedencia τ_0 con el primer término de la derecha de la ecuación 7.

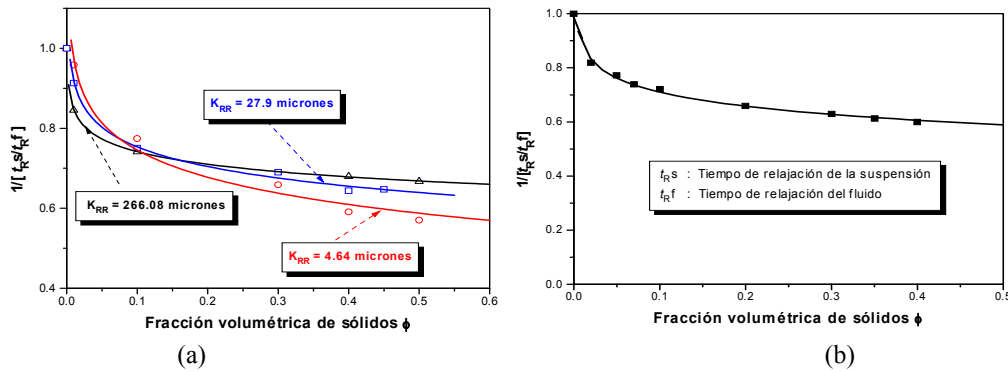


Figura 12. Variación del tiempo de relajación t_R . (a) Efecto de la granulometría de cuarzo cristalino y (b) Efecto de la fracción volumétrica ϕ . (t_{Rf} y t_{Rs} son los tiempos de relajación de fluido y suspensión, respectivamente)

Figure 12. Variation of the relaxation time t_R . (a) Effect of the granulometric distribution of crystalline quartz and (b) Effect of the volumetric fraction ϕ . (t_{Rf} and t_{Rs} are the relaxation times of flowed and suspension, respectively)

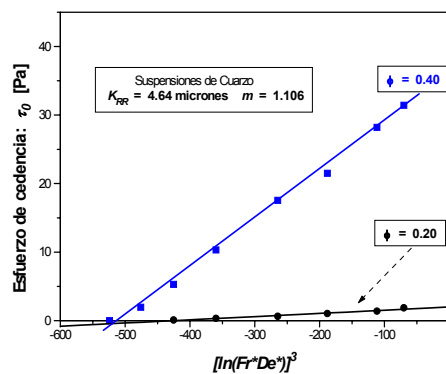


Figura 13. Variación del Esfuerzo de Cedencia τ_0 para suspensiones de cuarzo con el término a la derecha de la ecuación. 7 que involucra los números de Froude y Deborah, definidos en la ecuación 6.

Figure 13. Variation of yield stress τ_0 for quartz suspensions with the term to the right of the equation 7 that involves the numbers of Froude and Deborah, defined in equation 6.

- En las figuras 13 y 14 se detalla la variación del orden de magnitud del valor del Esfuerzo de Cedencia τ_0 a medida que se opera con suspensiones concentradas y diluidas, respectivamente.

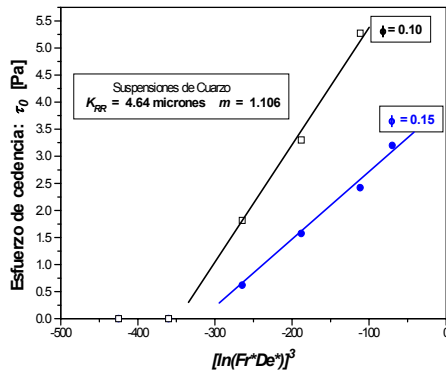


Figura 14. Variación del Esfuerzo de Cedencia τ_0 para suspensiones de cuarzo con el término a la derecha de la ecuación 7 que involucra a los números de Froude y de Deborah definidos en la ecuación 6.

Figure 14. Variation of yields stress τ_0 for quartz suspensions with the term to the right of the equation 7 that it involves to the numbers of defined Froude and Deborah in equation 6.

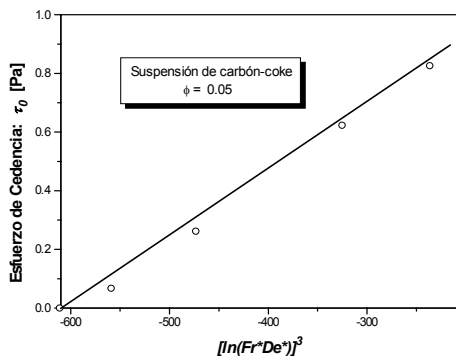


Figura 15. Variación del Esfuerzo de Cedencia τ_0 para una suspensión de carbón-coke diluida ($\phi = 0.05$) con el término a la derecha de la ecuación 7 que involucra a los números de Froude y de Deborah definidos en la ecuación 6.

Figure 15. Variation of the Effort of Cedencia τ_0 for a coal-coke suspension diluted ($\phi = 0,05$) with the term to the right of the equation 7 that it involves to the numbers of defined Froude and Deborah in equation 6.

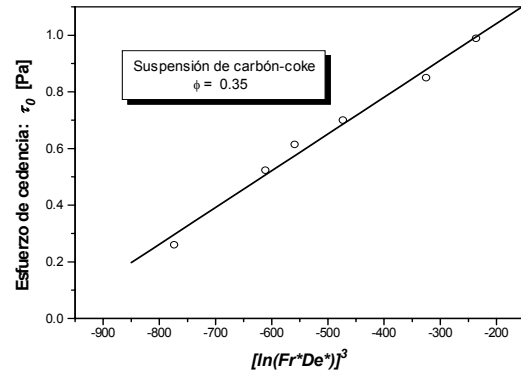


Figura 16. Variación del Esfuerzo de Cedencia τ_0 para una suspensión de carbón-coke concentrada ($\phi = 0.35$), con el término a la derecha de la ecuación 7 que involucra a los números de Froude y de Deborah definidos en la ecuación 6.

Figure 16. Variation of yield stress τ_0 for a concentrated coal-coke suspension ($\phi = 0.35$), with the term to the right of the equation 7 that it involves to the numbers of defined Froude and Deborah in equation 6

5. CONCLUSIONES

- De acuerdo con los resultados obtenidos, se puede concluir que el Esfuerzo de Cedencia τ_0 varía con:
 - La velocidad de aplicación del esfuerzo de cizalladura
 - La fracción volumétrica de sólidos en la suspensión ϕ
 - La granulometría del sistema particulado
- El Esfuerzo de Cedencia τ_0 no aparece exclusivamente en la deformación de suspensiones concentradas, se pudo comprobar en esta investigación, que aún en suspensiones diluidas, aparece Esfuerzo de cedencia, a medida que se incrementa la velocidad de aplicación del esfuerzo de cizalladura (Figuras 10 y 11).
- Se pueden obtener escenarios de deformación para suspensiones, inclusive muy concentradas, para los cuales el esfuerzo de cedencia es cero. Ello ocurre cuando el tiempo característico de la

deformación t_{cd} es relativamente mucho más grande que el tiempo de relajación t_R (Figura 11) y el proceso se aproxima a una respuesta constitutiva lineal-elástica (reversible).

- Un escenario mecánico con muy baja velocidad de aplicación de las fuerzas de contacto favorece un comportamiento mecánico tipo líquido, se disminuye fuertemente la disipación de energía mecánica y se puede asociar a un proceso termodinámico reversible-lento, mientras que velocidades de aplicación de esfuerzos de cizalladura muy altas, se acerca a un impacto, se incrementa la disipación de energía mecánica para fluir y se puede asociar a un proceso termomecánico rápido.
- A partir de los resultados anteriores, se puede deducir que el Esfuerzo de Cedencia no es invariante en las suspensiones, sino que depende de los escenarios mecánicos de deformación los que se someta el material.
- Una aproximación al Esfuerzo de Cedencia se presenta en la ecuación 7, donde se involucran términos tiempo-dependientes, de empaquetamiento y de inercia, fundamentalmente.

AGRADECIMIENTOS

El autor agradece a la Universidad Nacional de Colombia – COLOMBIA, a la Oficina de Cooperación Iberoamericana OCI, y a la Oficina de Investigación de la Universidad de Concepción – CHILE, por la financiación conjunta de esta investigación

REFERENCIAS

- [1] R. B. BIRD, G. C. DAI, y B. YARUSO. The Rheology and flow of viscoelastic materials. Reviews in Chemical Engineering, 1963.
- [2] G. FREDRICKSON, Principles and Applications of Rheology. Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J., USA1964.
- [3] N. A. FRANKEL & A. ACRIVOS (1967). On the viscosity of a concentrated suspension of solid spheres, *Chem. Eng. Sci.* 22: 847 - 853
- [4] B. BIRD, G.C. DAI & B. J. YARURO (1983). The Rheology and flow of viscoplastic material, Reviews of the Chem. Eng. Vol 1 (1). University of Wisconsin, USA.
- [5] R. WILDEMUTH & M. C. WILLIAMS (1985). A new interpretation of viscosity and yield stress in dense slurries: coal and other irregular particles, *Rheologica Acta*, 24: 75-91.
- [6] T. DABAK & O. YUCEL (1987). Modelling of concentration and particle size distribution effects on the rheology of highly concentrated suspensions. *Powder Technology*: 52: 193-206.
- [7] H. BARNES, J. HUTTON & K. WALTERS. An introduction to rheology. Elsevier, Amsterdam, 1989
- [8] W. J. FRITH, J. MEWIS & T.A. STRIVENS (1987). Rheology of concentrated suspensions: Experimental investigations. *Powder Technology*, 51: 27-34.
- [9] C. TANGSATHITKULCHAI & L. AUSTIN (1990). Rheology of Concentrates Slurries of Particles Natural Size Distribution Produced by Grinding. *Powder Technology*, 56, 293-299.
- [10] LOGOS & Q. D. NGUYEN (1996). Effect of particle size on the flow properties of a south Australian cola-water slurry, *Powder Technology*, 88:55-58
- [11] S. JHONSON, G. FRANKS, P. SCALES, D. BOGER & T. HEALY (2000). Surface chemistry-rheology relationships in concentrated mineral suspensions. *Int. J. Min. Process*, 58 (2000 267 - 304).
- [12] H. BARNES, The Yield Stress – a review or $\pi\alpha\upsilon\tau\alpha$ $\rho\epsilon\iota$ – everything flows?J. Non-Newtonian Fluid Mech.,81 (1999), 133-178.

[13] M. O. BUSTAMANTE & A. BARRIENTOS (2001) Mineral suspension viscosity a high shear rate. VI southern Hemisphere meeting on Mineral Technology. Rio de Janeiro, 2000.

[14] M. O. BUSTAMANTE (2002). Modelación del tensor de esfuerzo en una suspensión mineral. Tesis Doctoral, U. de Concepción-Chile.

ANEXO 1. Modelos del Esfuerzo de Cedencia τ_0 (tomado de Bird y Dai, 1983 y mejorada por Bustamante, 2002)

ANNEXE 1. Models of yield stress τ_0 (taken from Bird and Dai, 1983 and improved by Bustamante, 2002)

Autor (Fecha)	Tipo de Ecuación Constitutiva	Modelo del Esfuerzo de Cedencia	Explicación de parámetros
Medvedev (1973)	Bingham	$\tau_o = [0.195\phi - 0.102] \frac{\sigma}{x}$	σ : Tensión interfacial x : Tamaño de partícula
Walski (1980)	Bingham	$\tau_o = \tau^* Y^b$ ó $\tau_o = \tau^{**} [Y - Y_1]$	τ^* , τ^{**} , Y_1 y b son constantes Y : Es la profundidad del estanque detrás del vertedero.
Weymann (1965)	Bingham	$\tau_o = WNF_C(N, T)$	W : Es una constante F_c : Es la fuerza cohesiva entre flóculos N : Densidad de número de partículas
Weymann, Chuang & Ross (1973)	Bingham	$\tau_o = F_c(N) \frac{N^{2/3}}{2.88}$	Idem modelo anterior
Dobrychenko, Povkh Eidel'man (1975)	Bingham	$\tau_o = P_1(P_2\phi)^3$	P_1 y P_2 son constantes
Van Kao, Nielsen & Hill (1975)	Bingham	$\tau_o = 2.51\sigma V^{0.324} \frac{\phi^2}{\pi r^2}$	V : Volumen del líquido que une los flóculos
Darby & Rogers (1980)	Bingham	$\tau_o = D_1 \exp[18.3\phi + R1\phi_{30}]$	D_1 , R_1 : Son constantes ϕ : Fracción volumétrica de finos ($x < 30$ micras)
Thomas (1963)	Bingham	$\tau_o = D_2 \frac{\phi^3}{x^2} \exp\left[0.7 \frac{S}{S_0} - 1\right]$	D_2 es constante S/S_0 es la razón de áreas superficiales entre partículas de forma tipo placa con partículas de forma esférica
Firth & Hunter (1976)	Bingham	$\tau_o = \phi^2 C_{PF} \mu_f \frac{r_e^2}{\pi r^2}$	r_e : Es el radio de curvatura de partícula $C_{FP} = \phi_f / \phi$ ϕ_f : Es la fracción volumétrica de flóculos μ_f : Viscosidad de líquido

Van de Ven & Hunter (1977)	Bingham	$\tau_0 = F_S \mu_s \gamma \dot{\gamma} \phi^2 \frac{h_F}{r^3} [D_3 f_o C_{FP} \phi + D_4]$	D_3 y D_4 : Son constantes h_F : Es la distancia de enlace de las partículas al interior del flóculo f_o : Es la frecuencia de captura ortocinética F_S : Es el factor de seguridad
Hunter & Frayne (1979)	Bingham	$\tau_0 = D_5 \gamma \dot{\gamma} \mu_s \phi^2 C_{FP} \left(\frac{h_F}{x^3} \right)$	D_5 : Parámetro teórico
Kataoka, Kitano & Nishijima (1978)	Casson	$\tau_0 = D_6 \exp[D_7 \phi]$	D_6 y D_7 son constantes
Smith & Bruce (1979)	Casson	$\tau_0 = D_8 [\phi - D_9]^3$	D_8 y D_9 son constantes
Merril, Margetts, Cokelet & Gilliland (1965)	Casson	$\tau_0 = \left[\left(\frac{z^* l_1^*}{z^* l_2^* - 1} \right) \left(\frac{1}{1 - H_C} \right)^{(z^* l_2^* - 1)/2} - 1 \right]^{1/2}$	l_1^* y l_2^* : Son parámetros de longitud z^* : Parámetro de orientación H_C : Hematocrítico
Onogi, Mikami & Matsumoto (1977)	Casson modificada	$\tau_0 = C_{O1} \phi_P \exp[C_{O2} \phi_P]$	C_{O1} y C_{O2} son constantes ϕ_P : Fracción en peso de sólidos
Tangsathitkulchai & Austin (1988)	Bingham	$\tau_0 = \left[\frac{(6500)(1.609)^{1/m}}{x_{80}} \right]^{4.48 \phi}$	m : Parámetro de distribución de la distribución de tamaños tipo Rosin-Rammler. x_{80} : Tamaño en el que pasa el 80% de la distribución