

VALIDACIÓN DE SOLUCIONES OBTENIDAS PARA EL PROBLEMA DEL DESPACHO HIDROTÉRMICO DE MÍNIMO COSTO EMPLEANDO LA PROGRAMACIÓN LINEAL BINARIA MIXTA

VALIDATION OF SOLUTIONS OBTAINED FOR THE HYDROTHERMAL ECONOMIC DISPATCH PROBLEM USING MIXED BINARY LINEAR PROGRAMMING

NESTOR RAÚL ORTIZ PIMIENTO

Escuela de Estudios Industriales y Empresariales, Universidad Industrial de Santander, nortiz@uis.edu.co

FRANCISCO JAVIER DIAZ SERNA

Escuela de Sistemas, Facultad de Minas, Universidad Nacional de Colombia, javidiaz@unalmed.edu.co

Recibido para revisar Octubre 23 de 2007, aceptado Febrero 22 de 2008, versión final Febrero 27 de 2008

RESUMEN: Este artículo hace referencia al desarrollo de una metodología que permite evaluar la exactitud de la aproximación por tramos realizada sobre la restricción de generación de energía hidroeléctrica a fin de resolver el problema del despacho hidrotérmico de mínimo costo por medio de la programación lineal binaria mixta. Teniendo en cuenta que la validez de una solución será consecuencia directa del grado de exactitud que posea el valor estimado para la potencia hidráulica, la metodología propuesta emplea el error relativo promedio como criterio de decisión para valorar y evaluar la calidad de la solución obtenida. Para aplicar la metodología, se ha tomado, como caso de estudio, una empresa que debe satisfacer una demanda de energía en un horizonte de planeación a mediano plazo y que cuenta con dos centrales de generación térmica y una central hidroeléctrica.

PALABRAS CLAVE: Despacho hidrotérmico, programación lineal binaria mixta, error de medición, aproximación por tramos, efecto no lineal, generación hidroeléctrica.

ABSTRACT: This paper refers to a design of a methodology that is capable to evaluate the exactitude of piecewise approximation used in the restriction of hydroelectric generation in order to resolve the hydrothermal economic dispatch problem while using mixed binary linear programming. The exactitude of the estimate value of hydraulic power depends on how reliable the solution is. Therefore, this methodology uses as decision criteria the average relative error to evaluate the quality of the obtained solution. This methodology has been applied in a corporation that must supply an energy demand in a medium term planning horizon. In addition, the company must have possession of one hydroelectrical and two thermal generation centers.

KEY WORDS: hydrothermal dispatch, mixed binary linear programming, measurement error, piecewise approximation, nonlinear effect, hydroelectrical generation.

1. INTRODUCCIÓN

Las empresas dedicadas a la generación de energía eléctrica a través de centrales hidroeléctricas y centrales térmicas, han tenido

desde hace varias décadas un propósito fundamental: producir energía aprovechando eficientemente sus recursos de generación; este planteamiento le ha permitido a dichas empresas

desarrollar modelos matemáticos orientados a la Gestión óptima de su sistema de generación y a mejorar su competitividad en el mercado eléctrico.

La estrategia de operación de un sistema de generación hidrotérmico es un programa coordinado que determina la forma en que las centrales de generación (hidroeléctrica y térmica), contribuirán al abastecimiento de la demanda de energía eléctrica en un horizonte de planeación previamente definido.

Sin embargo, existen múltiples combinaciones posibles sobre la forma en que cada central de generación (hidroeléctrica y térmica) puede contribuir al abastecimiento de la demanda, y ello se refleja en un costo diferente para cada combinación particular.

Por lo tanto, el problema del despacho hidrotérmico de mínimo costo consiste en poder establecer el plan de operación capaz de identificar la distribución óptima entre la generación de origen hidroeléctrico y la generación de origen térmico, de tal forma que se satisfaga la demanda al mínimo costo operativo.

En cuanto a la generación hidroeléctrica, debe establecerse la forma en que se empleará el agua almacenada en el embalse; en otras palabras, es necesario establecer si es más rentable utilizar el agua del embalse para generar energía hoy o si es más conveniente acumularla para generar energía en un periodo posterior; todo este análisis depende de muchos factores involucrados como por ejemplo, la cantidad de agua que llegará a los embalses en cada uno de los periodos de tiempo del horizonte de planeación, el costo de operación y la demanda de energía eléctrica.

De acuerdo a lo anterior, existe una fuerte relación entre la decisión operativa para un periodo dado y sus consecuencias futuras. Esta relación indica que existe un acoplamiento temporal en el sistema hidroeléctrico que debe ser tenido en cuenta dentro del proceso de planeación.

Por otro lado, no es solamente el acoplamiento temporal el que dificulta la programación de un sistema hidrotérmico, también puede serlo el

acoplamiento espacial, el cual aparece cuando se analizan dos o más centrales hidroeléctricas localizadas una tras otra (en cascada) y en donde los volúmenes de los embalses dependerán del agua que se ha turbinado y que se ha vertido en las centrales ubicadas aguas arriba. Esta situación conlleva a que la generación de energía hidroeléctrica de una central, dependa de la generación de las demás.

A lo largo de los años, son muchos los modelos o métodos de solución propuestos para resolver el problema del despacho hidrotérmico. Éstos métodos parten casi siempre de técnicas básicas como la programación dinámica estocástica [1], la programación lineal binaria mixta [2], [3] y [4], la programación no lineal [5], [6], la técnica de relajación Langragiana [7], [8], la programación dinámica dual estocástica aplicando el algoritmo de cortes de Benders [9], las redes neuronales [10], el recocido simulado [11] y los algoritmos genéticos [12].

De todas éstas, la programación lineal binaria mixta es una técnica adecuada para modelar este problema, ya que permite incorporar variables binarias propias de un sistema hidrotérmico y considerar el efecto no lineal de la restricción de generación hidroeléctrica a través de un proceso de aproximación por tramos.

Hasta ahora, la decisión sobre la cantidad de tramos necesarios para obtener una solución válida ha sido considerada de manera subjetiva, dependiendo de un criterio personal; de tal forma, podrán obtenerse diversas políticas de despacho al fraccionar dicha curva con uno, dos, cinco o nueve tramos.

Debido a lo anterior, en este artículo se presenta una metodología que permite identificar el nivel de detalle requerido para realizar el proceso de aproximación por tramos sobre la restricción de generación de energía hidroeléctrica a fin de obtener una política de despacho hidrotérmico válida en un tiempo computacional razonable

El artículo inicia con una breve descripción del efecto no lineal en la restricción de generación hidroeléctrica y del proceso de aproximación por tramos empleado por el modelo de programación

lineal binaria mixta, luego se presenta un análisis sobre las limitaciones existentes al realizar dicho proceso de aproximación; enseguida se plantea una metodología que permite encontrar soluciones válidas y posteriormente se evalúa su desempeño considerando un caso de estudio que toma como referencia datos de una central hidroeléctrica colombiana; finalmente se presentan los aportes y conclusiones más destacadas.

2. EL EFECTO NO LINEAL EN LA RESTRICCIÓN DE GENERACIÓN HIDROELÉCTRICA

La energía hidroeléctrica generada en una planta hidráulica en un periodo de tiempo t (GH_t) resulta del producto entre 9,81, el salto hidráulico neto del embalse (\hat{h}_t), la eficiencia del sistema turbina-generator (η_t) y el volumen de agua turbinado (q_t) durante H horas:

$$GH_t = 9,81 * \hat{h}_t * \eta_t * q_t * H \quad (1)$$

Esta restricción también puede expresarse como:

$$GH_t = P_t * H \quad (2)$$

donde P_t es la potencia hidráulica, que puede escribirse como:

$$P_t = 9,81 * \hat{h}_t * \eta_t * q_t \quad (3)$$

En la mayoría de estudios, esta relación se ha considerado lineal; sin embargo, la potencia hidráulica presenta un comportamiento no lineal debido a que el salto hidráulico neto y la eficiencia pueden ser consideradas como funciones no lineales del caudal turbinado. El salto hidráulico neto esta dado por [13]:

$$\hat{h}_t = h_{s_t} - h_{c_t} - k * q_t^2 \quad (4)$$

Donde h_s representa el nivel del agua del embalse que alimenta la central hidroeléctrica al inicio del periodo t ; de la misma forma, h_c representa el nivel del agua en el canal de

descarga (h_c es función del volumen total de agua turbinada por la central hidroeléctrica), y $k * q^2$ se refiere a las pérdidas hidráulicas debidas al rozamiento del agua con las paredes de las estructuras por las que circula y a las turbulencias creadas.

Por su parte, la eficiencia del sistema turbina-generator depende del salto neto y del volumen de agua turbinada; su comportamiento está representado en las curvas de colina de cada unidad de generación, pero puede ser expresada por medio de una función polinómica [13].

Conejo et al [14], resuelven el problema de generación hidroeléctrica a partir de un proceso de aproximación por tramos en donde incorporan este efecto no lineal. Estos autores, parten del conocimiento de los factores de conversión de potencia de la central hidroeléctrica (FC), representado por el producto entre 9.81, el salto neto (\hat{h}) y la eficiencia (η):

$$FC = 9,81 * \hat{h} * \eta \quad (5)$$

De tal forma, con base en (3), la potencia hidráulica expresada en términos del factor de conversión de potencia se obtiene a partir de la siguiente fórmula:

$$P_t = FC * q_t \quad (6)$$

La aproximación por tramos propuesta por Conejo et al [14], se soporta en un grupo de restricciones que incluyen variables de tipo binario, las cuales dependiendo del valor que tome el volumen del embalse (V), permite seleccionar un factor de conversión de potencia estimado (FC) a partir del cual se calculará la potencia generada (P).

3. VALIDEZ DE LA SOLUCIÓN OBTENIDA MEDIANTE LA PROGRAMACIÓN LINEAL BINARIA MIXTA

A partir de la formulación propuesta por Conejo et al [14], se ha diseñado un programa lineal binario mixto (PLBM) para resolver el problema del despacho hidrotérmico de mínimo costo,

aplicable a una empresa generadora de energía que disponga de una central hidroeléctrica y varias centrales térmicas.

El programa lineal binario mixto permite encontrar una solución óptima global, considerando el efecto no lineal en la restricción de generación hidroeléctrica.

Sin embargo, aunque es evidente que existen muchas posibilidades para dividir en tramos la curva que relaciona el factor de conversión de potencia (FC) con el volumen del embalse (V), hasta el momento no se cuenta con un procedimiento estandarizado para dividirla adecuadamente.

La ausencia de dicho procedimiento conlleva a que los responsables del despacho de energía hidroeléctrica realicen la división en tramos de acuerdo a su propio criterio y experiencia. De tal forma, podría resultar más eficiente una buena división con dos tramos, que otra (mal diseñada) con ocho tramos.

Por otra parte, podría suponerse que a mayor cantidad de tramos se obtendría un mejor resultado debido a la aproximación que alcanza el modelo matemático. Sin embargo, lo deseable sería conocer el nivel de detalle requerido a fin de obtener una política de despacho hidrotérmico válida en un tiempo computacional razonable.

Dar solución a estos cuestionamientos conlleva al establecimiento de un indicador que permita conocer el grado de exactitud que poseen las estimaciones del proceso aproximación.

4. METODOLOGÍA PROPUESTA PARA VALIDAR SOLUCIONES OBTENIDAS MEDIANTE LA PROGRAMACIÓN LINEAL BINARIA MIXTA

Antes de explicar la metodología, se presenta el programa lineal binario mixto que se ha diseñado (PLBM) para resolver el problema:

Minimizar CT

$$CT = \sum_{j=1}^J \sum_{t=1}^T CT_{(j,t)} * GT_{(j,t)}$$

Sujeto a

$$V_t = V_{(t-1)} + A_t - 0,0036 * H * q_t - S_t$$

$$DEM = GH + \sum_{j=1}^J GT_{(j,t)}$$

$$GH_t = P_t * H$$

$$P_t \leq FC_n * q_t + P_{\max} * [(n-1) - \sum_{k=1}^{n-1} d_{(k,t)} + \sum_{k=n}^{N-1} d_{(k,t)}] \quad (7)$$

$$P_t \geq FC_n * q_t - P_{\max} * [(n-1) - \sum_{k=1}^{n-1} d_{(k,t)} + \sum_{k=n}^{N-1} d_{(k,t)}]$$

$$V_t \geq \sum_{i=1}^{N-2} VS_i * (d_{(i,t)} - d_{(i+1,t)}) + VS_{(N-1)} * d_{(N-1,t)}$$

$$V_t \leq V_{\max} * d_{(N-1,t)} + VS_1 * (1 - d_{(1,t)}) + \sum_{i=1}^{N-2} VS_{(i+1)} * (d_{(i,t)} - d_{(i+1,t)})$$

$$V_t \geq V_{\min}$$

$$d_{(k,t)} \geq d_{(k+1,t)}$$

$$S_t \leq V_{(t-1)} + A_t - 0,0036 * H * q_t - V_{\max} * B_t$$

$$K_t = V_{(t-1)} + A_t - 0,0036 * H * q_t - V_{\max}$$

$$K_t \geq M * (B_t - 1)$$

$$K_t \leq M * B_t$$

$$S_t \leq M * B_t$$

$$q_{\min} \leq q_t \leq q_{\max}$$

$$GT_{\min j} \leq GT_{(j,t)} \leq GT_{\max j}$$

A excepción de K_t , las demás variables son no negativas

Como puede observarse, el programa lineal binario mixto diseñado busca minimizar el costo de generación de energía térmica, teniendo en cuenta la restricción de balance hídrico, la restricción de balance de energía, un grupo de restricciones necesarias para calcular la generación de energía hidroeléctrica, un grupo de restricciones que provee valores válidos para el volumen de agua almacenada en el embalse, un grupo de restricciones que condiciona el vertimiento del embalse, la restricción que asegura valores permitidos para la descarga de agua y la restricción que asegura el cumplimiento de los márgenes permitidos para la generación térmica.

Los subíndices corresponden a:

- $j: 1, \dots, J$ Enumera las centrales térmicas
 $n: 1, \dots, N$ Enumera los tramos lineales en que se ha dividido la curva que relaciona el factor de conversión y el volumen
 $t: 1, \dots, T$ Enumera los periodos de tiempo dentro del horizonte de planeación

Los parámetros son:

- A_t : Aporte que llega al embalse de la central hidroeléctrica durante el periodo t , expresado en Hm^3
 $CT_{(j,t)}$ Costo de operación para la generación de electricidad en la central térmica j en el periodo t
 DEM_t Energía eléctrica demandada al sistema hidrotérmico para el periodo t , expresada en Kwh
 FC : Factor de conversión de potencia estimado, expresado en $\text{Mw}/\text{m}^3/\text{s}$. El subíndice asociado corresponde al tramo que está representando.
 H Duración de un periodo de tiempo, expresado en horas
 M : Hace referencia a un número suficientemente grande.

Las variables de decisión están representadas por:

- B_t : Variable binaria que regula el vertimiento de agua del embalse. Si $B_t = 1$, se vierte agua, en caso contrario no se vierte.
 d : Variable binaria guía para el cálculo de la potencia hidroeléctrica generada. El primer subíndice asociado representa simplemente la identificación de la variable y el segundo, el periodo de tiempo al cual hace referencia
 GH_t : Energía de origen hidroeléctrico generada durante el periodo t . Se expresa en Mwh
 $GT_{(j,t)}$: Energía de origen térmico producida por la central j durante el periodo t , expresada en Mwh
 K_t : Variable de control que representa la cantidad de agua que debe almacenarse o vertirse del embalse en el periodo t , expresada en Hm^3 . Si $K_t > 0$, representa la cantidad de agua a verter, pero si $K_t \leq$

- 0 , representa la cantidad de agua a almacenar
 P_t : Potencia generada por la central hidroeléctrica en el periodo t , expresada en Mw
 q_t : Cantidad de agua turbinada en la central hidroeléctrica durante el periodo t , expresada en m^3/s . En las restricciones 1, 10 y 11; 0,0036 es el factor que permite convertir m^3/s en Hm^3/hora .
 S_t : Cantidad de agua vertida en el embalse durante el periodo t , expresada en Hm^3
 V_t : Volumen del embalse que alimenta la central hidroeléctrica al final de periodo t , expresado en Hm^3
 VS : Volumen superior de cada tramo lineal expresado en Hm^3 . El subíndice asociado corresponde al tramo que está representando.

Si el programa lineal binario mixto incorpora un proceso de aproximación con N tramos, deberá incluir en cada periodo de tiempo $N-1$ variables binarias, $d_{(1,t)}$, $d_{(2,t)}$, \dots , $d_{(N-1,t)}$, que sirvan de guía para el cálculo de la potencia.

El contexto de aplicación de este programa lineal puede enmarcarse en cualquiera de las siguientes situaciones:

- Empresas que venden energía eléctrica de manera independiente a un mercado específico y por lo tanto deben asegurar la satisfacción de la demanda acordada.
- Empresas que venden electricidad en un mercado basado en bolsa, donde un operador central mediante un sistema de subasta asigna una demanda específica a cada una de ellas, de tal forma que las mismas empresas deciden la forma en que distribuyen la demanda entre sus centrales de generación (hidroeléctrica y térmicas).
- Empresas que aunque dependen de un operador central, tienen la posibilidad de suscribir contratos bilaterales para cubrir otros mercados.

De otra parte, es conveniente aclarar que este artículo se focaliza en el proceso de aproximación por tramos; por esta razón, se

consideró conveniente acotar las dimensiones del problema real, simplificando su formulación matemática y presentándolo como un modelo determinístico.

Lo anterior, no implica que el modelo sea inapropiado para incorporar factores como el costo de encendido y apagado de las unidades térmicas, el comportamiento no lineal de los costos de la operación de cada central térmica, la estimación del costo de operación para cada central hidroeléctrica, un sistema de pronóstico de aportes al embalse y/o un sistema de pronóstico de la demanda de energía eléctrica para cada periodo de tiempo.

Para resolver el programa lineal entero mixto (PLEM) propuesto, debe estimarse el Factor de Conversión de potencia (FC), el cual esta relacionado con el volumen del embalse (V).

El Factor de Conversión de potencia (FC) puede asumir diferentes valores dependiendo de la forma como se formen los tramos al dividir la curva que relaciona el factor de conversión de potencia (FC) con el volumen del embalse (V).

Para evitar este inconveniente y procurando dividir adecuadamente la curva, se propone fijar como eje de referencia para la división en tramos, el eje correspondiente al factor de conversión de potencia (FC); de esta manera, se puede estimar un FC intermedio para cada intervalo de volúmenes del embalse.

La figura 1 muestra un ejemplo que supone la división en dos tramos de la curva que relaciona el Factor de Conversión de Potencia (FC) con el Volumen del embalse (V) para la central hidroeléctrica del Guavio:

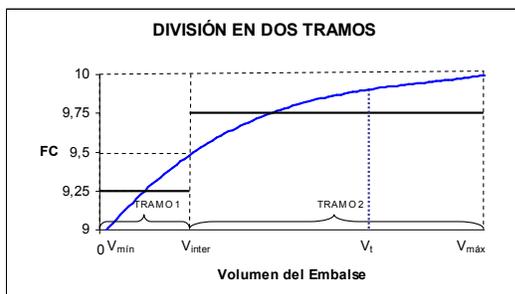


Figura 1. Ejemplo de aproximación con dos tramos

Fuente: Autores

Figure 1. Example of approximation with two segments

Source: Authors

De acuerdo a la figura anterior, puede observarse que el factor de conversión de potencia estimado como 9.25 corresponderá al primer intervalo de volúmenes y el factor estimado como 9.75 corresponderá al segundo intervalo de volúmenes. En general, para conocer el valor de cada volumen intermedio (V_{inter}), se requiere la fórmula matemática de la curva que relaciona el factor de conversión de potencia (FC), con el volumen del embalse (V).

Teniendo en cuenta las indicaciones descritas anteriormente para realizar la división en tramos, se obtienen los parámetros correspondientes a los Factores de Conversión de Potencia estimados (FC), los cuales son indispensables para resolver el programa lineal binario mixto (PLBM).

Una vez resuelto el programa lineal, los valores V_t (volumen del embalse) obtenidos para cada periodo de tiempo, se reemplazan en la fórmula matemática de la curva que relaciona factor de conversión de potencia (FC) con el volumen del embalse (V), y se calculan los factores de conversión de potencia reales.

La solución obtenida por el programa lineal binario mixto (volumen del embalse, energía generada, volumen vertido, etc.) debe ser analizada; por ello, se realiza un proceso validación, el cual puede verse como un ciclo repetitivo, en donde el primer ciclo representa la solución del problema al hacer la aproximación con un tramo, el segundo ciclo representa la solución del problema al hacer la aproximación con dos tramos y así sucesivamente.

El criterio que indica el momento en el cual se llega a una solución válida ha sido llamado criterio de exactitud y está basado en el cálculo del error relativo promedio.

En la figura 2, puede verse que ϵ representa la diferencia entre el valor estimado y el valor real del factor de conversión de potencia:

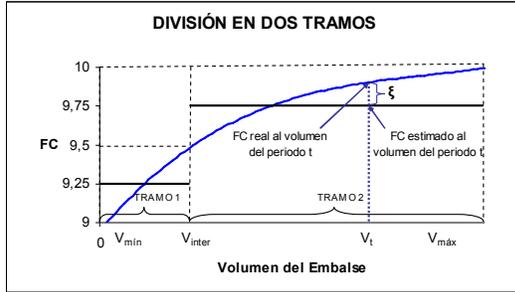


Figura 2. Análisis gráfico del error de estimación en el factor de conversión de potencia

Fuente: Autores

Figure 2. Graphic analysis of the error of estimate for the power conversion factor

Source: Authors

Por lo tanto, cada vez que se realice una aproximación por tramos en el programa lineal binario mixto (PLBM) se debe calcular el error absoluto para cada periodo de tiempo t:

$$\text{Error Absoluto} = |\varepsilon| = |\text{FC}_{\text{real}} - \text{FC}_{\text{estimado}}| \quad (8)$$

Este error absoluto, expresado como error relativo corresponde a:

$$\text{Error Relativo} = \frac{|\text{FC}_{\text{real}} - \text{FC}_{\text{estimado}}|}{\text{FC}_{\text{real}}} \quad (9)$$

En términos porcentuales sería:

$$\text{Error Relativo Porcentual} = 100 * \frac{|\text{FC}_{\text{real}} - \text{FC}_{\text{estimado}}|}{\text{FC}_{\text{real}}} \quad (10)$$

Una vez obtenidos los errores relativos porcentuales para cada periodo de tiempo t, éstos se promedian utilizando para ello, la media geométrica:

$$\text{Error Relativo Promedio} = \sqrt[T]{\prod_{t=1}^T \text{Error Relativo}_t} \quad (11)$$

Donde T es el número de periodos de tiempo.

El error relativo promedio puede interpretarse de la siguiente manera: entre más pequeño sea su valor, mejor es la solución obtenida por el

programa lineal binario mixto (7), esto se debe a que los factores de conversión estimados son más cercanos a los factores de conversión reales, con lo cual se obtienen valores más exactos de la potencia generada, y mejora la estimación del costo en la función objetivo.

Por otra parte, deberá tenerse en cuenta el tiempo de ejecución del software empleado para la solución del problema, ya que a medida que aumenta el número de tramos, el esfuerzo computacional también incrementa.

Según las consideraciones anteriores, para validar las soluciones del problema de despacho hidrotérmico de mínimo costo cuando se emplea la programación lineal binaria mixta (PLBM), se ha propuesto la metodología que se presenta a continuación:

Paso 1. Parámetros iniciales:

Establecer valores iniciales para los parámetros de control: tiempo máximo de ejecución deseado ($T_{\text{máx}}$) y error relativo máximo permitido (EP); este último haciendo referencia al porcentaje de error entre el FC real y el FC estimado.

Paso 2. Aproximación inicial del factor de Conversión de potencia, FC:

Realizar una aproximación del factor de conversión de potencia (FC_1) para cualquier volumen útil del embalse (desde $V_{\text{mín}}$ hasta $V_{\text{máx}}$).

Este valor será igual al valor intermedio entre el $FC_{\text{mín}}$ y el $FC_{\text{máx}}$:

$$FC_1 = \frac{FC_{\text{máx}} + FC_{\text{mín}}}{2} \quad (12)$$

Paso 3. Programa lineal binario mixto:

Plantear y resolver el correspondiente programa lineal entero mixto (PLBM) para obtener el valor de la función objetivo, costo total, CT, registrar el

tiempo de ejecución y calcular el error relativo promedio.

Paso 4. Criterio de parada:

Si los criterios se han satisfecho ($T_{\text{máx}}$ y EP), se habrá encontrado la solución; en caso contrario, incluir un tramo adicional y regresar al paso 3.

5. CASO DE ESTUDIO

El siguiente caso de estudio ilustra la metodología desarrollada para controlar el proceso de aproximación en la restricción de generación hidroeléctrica. Los datos presentados para la central hidroeléctrica, corresponden a la hidroeléctrica de Betania, y se soporta en estimaciones realizadas por profesionales expertos en mercados eléctricos del Sistema Interconectado Nacional Colombiano.

En este ejercicio se supone una empresa de generación que posee dos centrales térmicas y una hidroeléctrica, con las cuales espera satisfacer la demanda que le ha sido asignada por un despachador que administra el mercado.

En este contexto, la empresa generadora decidirá que cantidad de energía hidroeléctrica y que cantidad de energía térmica debe generar, para satisfacer la demanda asignada a fin de obtener su auto-despacho hidrotérmico de mínimo costo, de tal manera que pueda minimizar el costo de operación interna y controlar de manera eficiente el proceso de generación hidroeléctrica, evitando el uso inadecuado del agua almacenada en el embalse para prevenir problemas de desabastecimiento en el futuro.

Se ha considerado un esquema de planeación a mediano plazo con las siguientes características:

- El horizonte de planeación es a un año con periodos o etapas mensuales
- Para el cubrimiento de la demanda de energía eléctrica de la empresa, se hace necesario tanto la generación hidroeléctrica como la generación térmica.
- El costo de operación mensual para la generación de energía eléctrica se ha

estimado en un rango que varía entre \$20/Kwh y \$20.6/Kwh, para la central térmica 1, y entre \$19/Kwh y \$21/Kwh, para la central térmica 2.

- La generación de potencia en la central térmica 1 varía entre: $GT_{\text{mín}} = 3 \text{ Mw}$ y $GT_{\text{máx}} = 28 \text{ Mw}$
- La generación de potencia en la central térmica 2 varía entre: $GT_{\text{mín}} = 2 \text{ Mw}$ y $GT_{\text{máx}} = 14 \text{ Mw}$.
- Si las centrales de la empresa (hidroeléctrica y térmica) no poseen la capacidad para satisfacer la demanda en algún periodo de tiempo, se aplicará una penalización como un costo de \$800/Kwh.
- Los aportes al embalse corresponden a datos mensuales reales de enero (mes 1) a diciembre (mes 12) del año 2002.

A continuación se presentan los datos del mediano plazo utilizados para resolver cada programa lineal binario mixto (el programa fue escrito en GAMS y empleó como optimizador el solver CPLEX.):

Tabla 1. Datos de entrada al programa lineal binario mixto

Table 1. Mixed binary linear program input data

MES	APORTES (m3/s)	DEMANDA MENSUAL DE LA EMPRESA (Gwh)	COSTO CENTRAL TÉRMICA 1 (\$/Kwh)	COSTO CENTRAL TÉRMICA 2 (\$/Kwh)
ENERO	182	172,91	20,00	20,00
FEBRERO	146,8	173,66	20,00	19,00
MARZO	311,2	165,47	20,00	21,00
ABRIL	415,7	171,79	20,20	21,00
MAYO	520,7	180,12	20,20	21,00
JUNIO	750,2	175,94	20,20	19,00
JULIO	580,2	177,63	20,40	21,00
AGOSTO	579,2	175,36	20,40	20,00
SEPTIEMBRE	299,6	166,29	20,40	21,00
OCTUBRE	306,9	170,23	20,60	21,00
NOVIEMBRE	330,9	181,44	20,60	19,00
DICIEMBRE	288,7	171,86	20,60	19,00

Tabla 2. Datos técnicos de Betania
Table 2. Betania's technical data

	Mínimo	Máximo
Turbinamiento q (m ³ /s)	173,97	869,815
Factor de conversión FC (Mw/m ³ /s)	0,508	0,6208
Volumen V (Hm ³)	511,75	1362,38
Potencia P (Mw)	88,44	540,00288

Es preciso anotar que cuando el volumen del embalse supera 1271,5 Hm³, el FC se mantiene constante a su nivel máximo, es decir, igual a 0,6208 Mw/m³/s.

La fórmula que relaciona el factor de conversión de potencia con el volumen del embalse fue obtenida a partir del ajuste por regresión polinómica de los siguientes datos:

Tabla 3. Datos del factor de conversión de potencia
Table 3. Power conversion factor data

Volumen (Hm ³)	Factor de Conversión de Potencia (Mw/m ³ /s)
0,00	0,0000
511,86	0,5020
681,19	0,5403
1021,79	0,6017
1362,38	0,6208

La fórmula que posee un grado de ajuste de R²=98% corresponde a:

$$V = 9269,5 * FC^2 - 3707,7 * FC + 0,8569 \quad (13)$$

La metodología propuesta no depende del estado inicial o final del embalse, por ello, se ha supuesto un volumen inicial de 1251 Hm³ y un volumen final (mínimo) de 1251 Hm³.

Paso 1. Parámetros iniciales:

Se ha establecido como tiempo máximo de ejecución (T_{máx}) 400 segundos y como error relativo máximo permitido (EP) 2%.

Paso 2. Aproximación inicial del factor de Conversión de potencia, FC:

El factor de conversión de potencia con el cual se realizará la aproximación en la restricción de generación de potencia con un tramo lineal es igual a 0,5646 Mw/m³/s.

Paso 3. Programa lineal binario mixto:

Se ha planteado el programa lineal binario mixto (PLBM) y al resolverlo se ha obtenido un costo de operación igual a \$82.878'844.133, un tiempo de ejecución de 0,031 segundos y un error relativo promedio de 7,606 %.

Paso 4. Criterio de parada:

Como los criterios (T_{máx} y EP) no se han satisfecho, se incluye un tramo adicional y se regresa al paso 3.

La siguiente tabla presenta un resumen de datos que contiene los resultados: cantidad de tramos, costo mínimo de operación, tiempo de ejecución y error relativo promedio, obtenidos para cada aproximación adicional:

Tabla 4. Resultados del proceso de aproximación
Table 4. Piecewise approximation process results

CANTIDAD DE TRAMOS	COSTO MÍNIMO DE OPERACIÓN (pesos)	TIEMPO DE EJECUCIÓN (segundos)	ERROR RELATIVO PROMEDIO
2	57.607'024.267	0,062	4,145751045
3	49.239'614.246	0,125	2,636663375
4	46.420'945.046	0,515	1,629236614

En las figuras 3 y 4 puede observarse la reducción del error relativo promedio y el comportamiento del costo de operación, a medida que aumenta la cantidad de tramos.

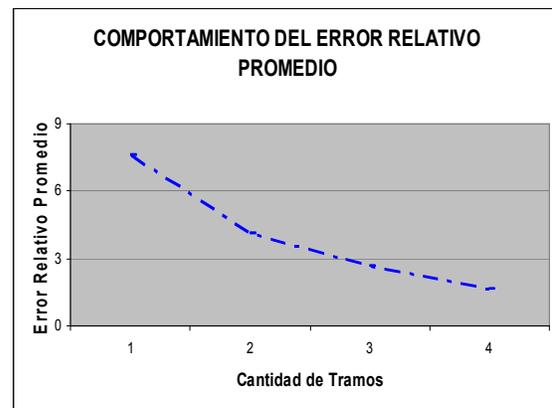


Figura 3. Comportamiento del error relativo promedio

Figure 3. Behavior of the average relative error

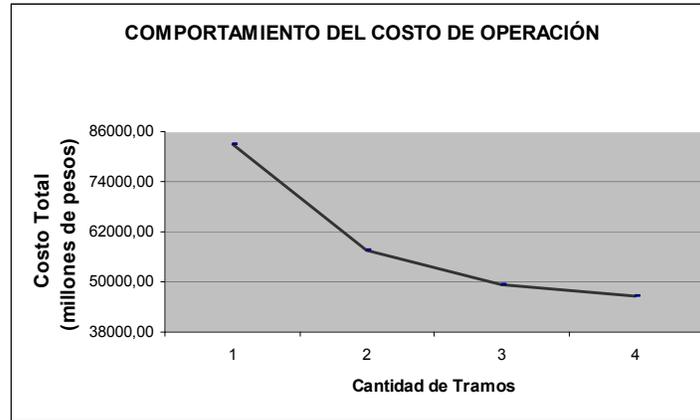


Figura 4. Comportamiento del costo de operación

Figure 4. Behavior of operating cost

Como el error relativo promedio es menor al error relativo máximo permitido ($EP = 2\%$), entonces puede decirse que la solución obtenida para este problema de despacho hidrotérmico con una aproximación de cuatro tramos en la

restricción de generación hidroeléctrica, es lo suficientemente exacta y se ejecuta en un tiempo computacional razonable.

La solución obtenida en cuanto a generación de energía se resume en la siguiente tabla:

Tabla 5. Generación óptima de energía

Table 5. Optimum energy generation

MES	CAUDAL TURBINADO (m ³ /s)	HIDROELÉCTRICA (Gwh)	TÉRMICA 1 (Gwh)	TÉRMICA 2 (Gwh)	RACIONAMIENTO (Gwh)	DEMANDA (Gwh)
ENERO	255,83	111,76	20,16	10,08	30,91	172,91
FEBRERO	328,30	143,42	20,16	10,08	0	173,66
MARZO	341,05	128,29	20,16	10,08	6,93	165,47
ABRIL	415,70	156,37	15,42	0	0	171,79
MAYO	478,83	180,12	0	0	0	180,12
JUNIO	467,73	175,94	0	0	0	175,94
JULIO	406,59	177,63	0	0	0	177,63
AGOSTO	401,41	175,36	0	0	0	175,36
SEPTIEMBRE	311,42	136,05	20,16	10,08	0	166,29
OCTUBRE	295,07	128,91	20,16	10,08	11,08	170,23
NOVIEMBRE	338,39	147,83	20,16	10,08	3,37	181,44
DICIEMBRE	324,17	141,62	20,16	10,08	0	171,86

Las siguientes figuras muestran el comportamiento a lo largo del periodo de planeación, del volumen del embalse y de la generación hidroeléctrica.

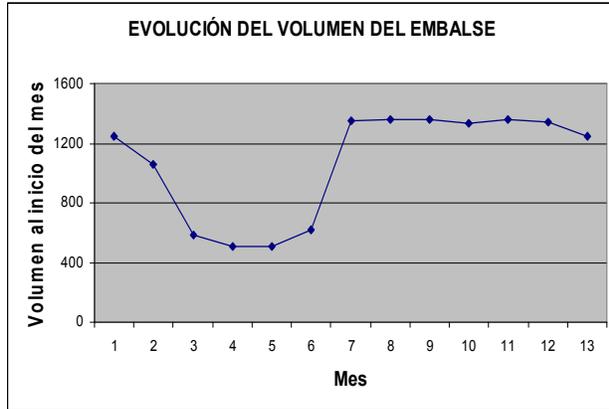


Figura 5. Comportamiento del volumen del embalse
Figure 5. Behaviour of reservoir content

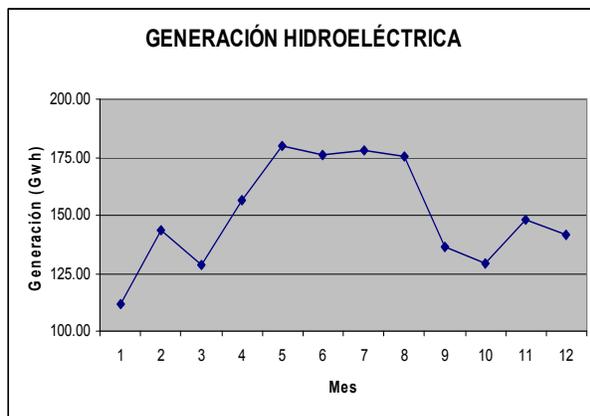


Figura 6. Generación hidroeléctrica
Figure 6. Hydroelectrical generation

Como se observa en las figuras anteriores, el volumen del embalse disminuye hasta mayo debido a que los caudales turbinados fueron mayores a los aportes recibidos.

A partir de junio, el volumen del embalse se recupera gracias al alto valor de los aportes y desde julio el caudal turbinado es prácticamente el aporte que llega, razón por la cual se mantiene constante el volumen del embalse.

La generación hidroeléctrica aumenta durante los primeros cinco meses debido al incremento de los caudales turbinados; de mayo a agosto, la

generación es superior a la de los últimos meses del año porque sus aportes fueron mayores.

A continuación se presenta un resumen de los costos de generación.

Tabla 6. Costo mensual del generación
Table 6. Generation monthly costs

Mes	COSTO EN CENTRAL TÉRMICA 1 (miles de pesos)	COSTO EN CENTRAL TÉRMICA 2 (miles de pesos)	COSTO DEL RACIONAMIENTO (miles de pesos)	COSTO MENSUAL (miles de pesos)
Enero	403.200	201.600	24.726.240	25.331.040
Febrero	403.200	191.520	0	594.720
Marzo	403.200	211.680	5.546.520	6.161.400
Abril	311.529	0	0	311.529
Mayo	0	0	0	0
Junio	0	0	0	0
Julio	0	0	0	0
Agosto	0	0	0	0
Septiembre	411.264	211.680	0	622.944
Octubre	415.296	211.680	8.864.256	9.491.232
Noviembre	415.296	191.520	2.694.448	3.301.264
Diciembre	415.296	191.520	0	606.816
TOTAL				46.420.945

6. CONCLUSIONES

El principal aporte de este artículo ha sido el desarrollo de una metodología por medio de la cual es posible encontrar una solución válida al problema del despacho hidrotérmico de mínimo costo, aplicando la técnica de programación lineal binaria mixta.

La metodología propuesta emplea el error relativo promedio para evaluar la validez de las soluciones obtenidas a medida que se realizan aproximaciones por tramos en la restricción de generación hidroeléctrica. La validación de la metodología fue realizada mediante un caso de estudio.

Finalmente, de acuerdo a los resultados obtenidos en este caso de aplicación, pudo observarse que al aumentar la cantidad de tramos disminuye el error relativo promedio y se incrementa la posibilidad de obtener soluciones validas. Sin embargo, de este modo, se incrementa el tiempo de ejecución del software, razón por la cual adquiere importancia la aplicación de la metodología propuesta.

REFERENCIAS

- [1] BARRERA, M.; BEDOYA, J. C., Programación dinámica estocástica aplicada al problema del despacho hidrotérmico, En: *Scientia et Técnica*, Año XI, No 28, p. 53-58, 2005.
- [2] GARCÍA-GONZÁLEZ, J.; PARRILLA, E., Improving the B&B search for large-scale hydrothermal weekly scheduling problems. In: *Electrical Power and Energy Systems*, Vol 28, No 5, June 2006, p. 339-348.
- [3] GARCIA-GONZALEZ, J.; CASTRO, G., Short-term Hydro Scheduling with cascaded and head-dependent reservoirs based on Mixed-Integer Linear Programming. In: *IEEE Porto Power Tech Conference*, 10-13 September 2001.
- [4] NILSSON, O.; SJELVGREN, D., Mixed Integer Programming Applied to short term planning of a hydrothermal system. In: *IEEE Transactions on Power Systems*. Vol 11, Issue 1, February 1996, p. 281-286.
- [5] SOARES S.; DA CRUZ G., Non-Uniform Composite Representation of Hydroelectric System for Long-Term Hydrothermal Scheduling. In: *IEEE Transaction on Power System*, Vol 11, No 2, May 1996, p. 702-707.
- [6] CATALAO J. P. S.; MARIANO S. J. P. S.; MENDES V. M. f., Parameterisation effect on the behaviour of a head-dependent hydro chain using a nonlinear model, In: *Electric Power System Research*, Vol 76, Issues 6-7, April 2006, p. 404-412.
- [7] NGUNDAM, J. M.; KENFACK, F.; TATIETSE, T.T., Optimal scheduling of large-scale hydrothermal power systems using the Lagrangian relaxation technique, In: *Electrical Power and Energy Systems*, Vol 22, Issue 4, May 2000, p. 237-245.
- [8] NI, E.; GUAN, X.; LI, R., Scheduling Hydrothermal Power System with Cascaded and Head-Dependent Reservoirs, In: *IEEE Transaction on Power System*, Vol 14, Issue 3, Aug. 1999, p. 1127-1132.
- [9] PEREIRA M. V. F.; PINTO, L. M. V. G., Stochastic optimization of a multireservoir hydroelectric system: A decomposition approach, In: *Water Resources Research*, Vol 21, Issue 6, 1985, p. 779-792.
- [10] NARESH, R.; SHARMA, J., Short term hydro scheduling using two phase neural network, In: *Electrical Power and Energy System*, Vol 24, Issue 7, October 2002, p. 583-590.
- [11] WONG, S. Y. W., Hybrid simulated annealing/genetic algorithm approach to short term hydrothermal scheduling with multiple thermal plants, In: *Electrical Power and Energy system*, Vol 23, Issue 7, October 2001, p. 565-575.
- [12] YUAN, X.; YUAN Y.; ZHANG, Y., A HYBRID chaotic genetic algorithm for short term hydro system scheduling. In: *Mathematics and Computers in Simulation*, Vol 59, Issue 4, June 2002, p. 319-327.
- [13] FINARDI E. C.; DA SILVA, E., Solving the Hydro Unit Commitment Problem via Dual Decomposition and Sequential Quadratic Programming. In: *IEEE Transaction on Power System*, Vol 21, Issue 2, May 2006, p. 835-844.
- [14] CONEJO, A.; ARROYO, J. M.; CONTRERAS, J.; APOLINAR F., Self-Scheduling of a Hydro Producer in a Pool-Based Electricity Market. In: *IEEE Transactions On Power Systems*, Vol. 17, No. 4, November 2002. p. 1265-1272.