# MODELACIÓN NUMÉRICA DE PROCESOS DE ESTERILIZACIÓN TÉRMICA DE ALIMENTOS USANDO VOLUMENES DE CONTROL: APROXIMACIÓN CILÍNDRICA

# NUMERICAL SIMULATION OF THERMAL STERILIZATION PROCESS OF FOODS USING CONTROL VOLUMES: CYLINDRICAL APROXIMATION

# HÉCTOR J. CIRO-VELÁSQUEZ

Dept. de Ingeniería Agrícola y de Alimentos, Universidad Nacional de Colombia-Sede Medellín, hjciro@unal.edu.co

# CARLOS GONZÁLEZ

Ingeniero Mecánico, Universidad Nacional de Colombia-Sede Medellín, cjgonzalm@hotmail.com

# EDUARD GARCÍA

Ingeniero Agrícola, M.Sc, Universidad Nacional de Colombia-Sede Medellín, ambiental@tdea.edu.co

Recibido para revisar febrero 25 de 2008, aceptado septiembre 24 de 2008, versión final septiembre 29 de 2008

**RESUMEN:** Un proceso de esterilización térmica de alimentos fue modelado usando la técnica de diferenciación finita aplicada a volúmenes de control. El modelo de simulación fue desarrollado en coordenadas cilíndricas con un ejemplo de aplicación tomando como referencia un producto cárnico (carne de res). Los resultados de la simulación mostraron que el algoritmo desarrollado es independiente de la red nodal seleccionada, permitiendo cuantificar las curvas de penetración de calor en el punto crítico del alimento, la letalidad y valor de esterilización del proceso.

PALABRAS CLAVE: Esterilización, destrucción térmica, transferencia de calor, diferencias finitas, simulación numérica.

**ABSTRACT:** Thermal sterilization of food was simulated using the technique of finite differentiation applied to volumes of control. The simulation model was developed in cylindrical coordinates with an application example in a meat product (beef). The results of the simulation showed that the developed algorithm is independent of the selected nodal network, allowing to quantify the heat penetration curves in the critical point of the food, the lethality and the sterilization value of the process.

**KEY-WORDS:** Sterilization, thermal destruction, heat transfer, finite differences, numeric simulation.

# 1. INTRODUCCIÓN

Uno de los principales problemas en ingeniería de alimentos es inactivar microorganismos en los productos no solamente para prevenir su contaminación potencial y su efecto en la salud pública si no también aumentar la vida útil del producto suministrándole al consumidor productos sanos y de alta calidad, minimizando pérdidas de nutrientes y propiedades sensoriales. La esterilización de alimentos es una operación básica a nivel industrial en la cual el alimento ya sea sólido o líquido es calentado a una temperatura superior a 100°C y durante suficiente tiempo con el objetivo de eliminar la actividad microbiana y enzimática, asegurando la estabilidad del producto [1-3]. En productos envasados a nivel de ingeniería la esterilización puede considerarse como un proceso térmico en el cual interviene un medio calefactor y un medio a calentar. En este proceso intervienen los diferentes mecanismos de transferencia de calor que sumados a la heterogeneidad del producto (alimento) hacen que dicho proceso sea complejo cuando se pretende predecir su comportamiento [4].

A pesar del avance de la tecnología tanto en el diseño, desarrollo, optimización y adaptación de tecnologías en el área de las operaciones unitarias en alimentos, en nuestro país existe un atraso significativo en dichas áreas, que para el caso de la esterilización de productos sólidos tratados con vapor de agua puede conllevar a un uso irracional de energía tendiendo a disminuir la eficiencia térmica del sistema, la cual en la mayoría de los casos ocurre por la excesiva duración del tiempo del tratamiento. Un incremento en el tiempo de tratamiento térmico puede asegurar una destrucción de la carga microbiana, sin embargo, también puede implicar una deterioración de la calidad física, organoléptica, química y sensorial del producto, además de incurrir en altos costos de operación y mantenimiento de la tecnología usada.

#### Cinética de la Inactivación microbiana.

El estudio de la inactivación microbiana consiste en determinar las diferentes características de termo-resistencia de un microorganismo como lo es el factor de reducción decimal y el valor Z [5-9].

El factor de reducción decimal "D" es el tiempo necesario que se debe de mantener una suspensión de esporas a una temperatura constante T, con el cual se logra destruir el 90% de los microorganismos presentes en la suspensión y el valor "Z" define la termo resistencia característica de cada especie de microorganismos en un medio de composición definida: cuando se eleva la temperatura en "Z" grados, el tiempo requerido para conseguir la misma destrucción térmica es 10 veces menor [10].

## Letalidad del proceso o destrucción biológica.

La letalidad  $(L_T)$  es la relación entre dos tratamientos térmicos de 1 minuto, uno realizado a la temperatura de referencia  $(T^*)$  y otro a cualquier temperatura (T). Para un microorganismo cuyo

parámetro de termo resistencia vale Z (°C). Su valor está dado por:

$$L_T = \frac{D^*}{D} = 10^{\frac{T - T^*}{z}}$$
(1)

# Valor de esterilización del proceso $(F_T)$ .

Si el proceso de letalidad se extiende durante un periodo de tiempo t a temperatura constante, la expresión [1], se convierte en:

$$F_T = L_T \cdot t = t \cdot 10^{\frac{T - T^*}{z}}$$
(2)

La expresión (2) implica que el calentamiento y el enfriamiento es instantáneo, esto en la práctica no es posible, ya que durante el proceso se presentará una variación de la temperatura con respecto al tiempo, para lo cual se obtienen diferentes valores de letalidad. De esta forma, la expresión (2) puede expresarse como:

$$F_T = \sum L_{Ti} \cdot \Delta t_i \tag{3}$$

Para procesos con una variación continua de temperatura la expresión [3] se convierte en:

$$F = \int_{0}^{t} 10^{\frac{T-T^{*}}{z}} dt$$
 (4)

De acordó con la referencia [8] para definir la termo-resistencia se toma el microorganismo con mayor resistencia térmica a la destrucción. Para el caso de esterilización el microorganismo elegido es el Clostridium botulinum, cuyo parámetro "Z" tiene un valor de 10°C.

## Importancia industrial

La importancia de este tratamiento térmico a nivel industrial es garantizar la eliminación de la actividad microbiana y enzimática asegurando la estabilidad del producto, con lo que se consigue:

- Aumento en la conservación del producto en el mercado, lo que reduciría las pérdidas en la industria.
- Garantizar al consumidor un artículo de alta calidad respaldado en un valor de esterilización de 12 minutos con lo que se garantiza un 99,99 % de destrucción de microorganismos iniciales.
- Parámetro de comparación frente a otros productos presentes en el mercado de las mismas características.
- Maximizar la cantidad de nutrientes, buen color y aroma del producto.

# 2. DESARROLLO NUMÉRICO

El proceso de esterilización térmica se consideró aplicado a un sólido isotrópico y homogéneo envasado en forma cilíndrica y calentado con vapor de agua. Dentro del sólido el proceso de transferencia de calor predominante es la conducción con dependencia radial y axial. Las condiciones de frontera asumidas fueron: convección en las paredes del envase y campo de distribución de temperatura dependiente del tiempo. La resistencia a la conducción para el empaque fue considerada para este estudio despreciable debido a la alta conductividad del material de envasado (metal).

La distribución de temperatura en coordenadas cilíndricas puede ser escrita como.

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(Kr\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial \phi}\left(K\frac{\partial T}{\partial \phi}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(K\frac{\partial T}{\partial z}\right) + \stackrel{\bullet}{q} = \rho C_P \frac{\partial T}{\partial t}$$
(5)

Donde:

r = Coordenada radial (m) z = Coordenada axial (m)  $\phi = \text{Coordenada angular (rad)}$  K = Conductividad térmica del material (W/mK)  $\rho = \text{Densidad del material (kg/m<sup>3</sup>)}$  Cp = Calor especifico del material (J/kgK) q = Energía generada por unidad de volumen (W/m<sup>3</sup>) T = Temperatura (K) t = tiempo (s)

Para el proceso de esterilización, la expresión (5), fue resuelta considerando lo siguiente:

- La temperatura inicial es uniforme y constante a través de todo el cuerpo del sólido.
- La transferencia de calor en dirección angular no existe.
- La resistencia del recipiente es despreciable, la temperatura exterior del alimento es la misma del envase, es decir el vapor interactúa directamente sobre el alimento.
- Existe simetría con respecto al eje "x", "r" y "\oplus", el proceso puede ser estudiado para un octavo del cilindro, compuesto por cuartos de anillos como se muestra en la Figura 1, donde las fronteras interiores son adiabáticas.
- No hay generación de calor dentro del recipiente.
- No existe intercambio de calor por radiación.
- No existe transferencia de masa ni procesos de cambios de fase.





Para volúmenes de control, el balance de energía térmico es dado por:

$$\stackrel{\bullet}{E}_{Entra} - \stackrel{\bullet}{E}_{Sale} + \stackrel{\bullet}{E}_{g} = \frac{dE_{Alm}}{dt} = \stackrel{\bullet}{E}_{Alm} = \frac{dU}{dt} = \frac{d(mC_{P}T)}{dt} = V\rho C_{P} \frac{dT}{dt}$$
(6)

Donde:

 $E_{Entra}$  = Energía térmica y mecánica que entra a través de la superficie de control.

 $E_{Sale}$  = Energía térmica y mecánica que sale a través de la superficie de control (W)

 $E_g$  = Energía generada dentro del volumen de control (W)

 $\tilde{E}_{Alm}$  = Energía almacenada dentro del volumen de control (W)

U= Energía interna en el volumen de control (J) V= Volumen de control (m<sup>3</sup>)

*m*= masa del material del volumen de control (Kg)

La energía térmica que entra y sale del volumen de control se debe únicamente a los procesos de transferencia de calor por conducción y convección. El cambio de energía almacenada esta dado por el cambio de temperatura del alimento con respecto al tiempo.

#### Discretización numérica.

Para determinar la distribución de temperatura en el tiempo en coordenadas radiales, es necesario resolver simultáneamente la ecuación de difusión de calor (5) y la ecuación de balance de energía (6), junto con las condiciones impuestas en la frontera (8).

La ecuación de difusión de calor, es una ecuación diferencial parcial de naturaleza parabólica [12]. Para simular el fenómeno de transporte definido en el proceso de esterilización térmica, se utilizó el método de aproximación de soluciones de volúmenes de control a través de diferencias finitas con solución implícita en el tiempo [11, 13-14]

El uso de las diferencias finitas es útil en la determinación de variables en puntos discretos [15], y para ello se deben seguir los siguientes pasos:

- 1. Subdividir el medio de interés en un número de pequeñas divisiones.
- 2. Asignar a cada región un punto de referencia en su centro (punto nodal ó nodo)

El arreglo de puntos se conoce como red nodal o malla. La Figura 2 muestra las mallas utilizadas para la solución del problema en estudio, así como cada uno de los nodos o condiciones de frontera necesarias para la solución del problema en coordenadas cilíndricas.

Para cada nodo y según la coordenada, la transferencia de calor por conducción fue definida por la ley de Fourier:

$$q_{Cond} = KA \frac{\Delta T}{\Delta L} \tag{7}$$

Donde:

K = Conductividad térmica del material (W/mK)

- A =Área de transferencia de calor perpendicular al flujo de calor (m<sup>2</sup>)
- $\Delta T$  = Diferencia de temperatura entre el nodo m,n y el nodo adyacente (K)
- $\Delta L$  = Distancia entre el nodo m,n y el nodo adyacente paralelo al flujo de calor (m)

En los nodos superficiales o nodos ubicados en la pared del envase, la transferencia de calor fue definida por la ley de calentamiento de Newton:

$$q_{Conv} = hA(T_{\infty} - T_s) \tag{8}$$

Donde:

- h = Coeficiente superficial convectivo delvapor de agua (W/m<sup>2</sup>K)
- A =Área superficial de transferencia (m<sup>2</sup>)

 $T_{\infty}$  = Temperatura del fluido (K)

 $T_s$  = Temperatura de la superficie (K)



Figura 2. Volúmenes de control Figure 2. Control volume

Donde:

- n = número de nodos en la dirección radial.
- m = número de nodos en la dirección axial
- N = número del nodo en la dirección radial; su valor oscila entre 2 y n-1
- M = número del nodo en la dirección axial; su valor oscila entre 2 y m-1
- R = Dimensión radial del recipiente (m)
- Z = Dimensión axial del recipiente (m)
- $\Delta r$  = Dimensión del diferencial radial, cuyo valor esta dado por:

$$\Delta r = \frac{R}{n-1} \tag{9}$$

 $\Delta z$  = Dimensión del diferencial axial, cuyo valor esta dado por:

$$\Delta z = \frac{Z}{m-1} \tag{10}$$

La solución matemática de las ecuaciones de difusión de calor (5), balance de energía (6) y condiciones impuestas por la frontera (7) y (8) en forma discretizada es dada en la referencia referencia [16]. La solución constituye un conjunto de ecuaciones lineales que puede ser expresado matricialmente de la forma:

$$\begin{bmatrix} A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T^{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T^i \end{bmatrix}$$
(11)

Donde la matriz A esta formada por elementos que dependen de la geometría del recipiente, propiedades del alimento, número de nodos en la dirección radial y axial, y coeficiente de transferencia de calor por convección del fluido calefactor. El vector  $T^i$ , además de las factores anteriores, depende de la temperatura inicial del alimento, que por simplicidad, se asumió uniforme en todo el volumen del alimento. La ecuación [11] fue resuelta usando MATHLAB<sup>®</sup> como herramienta computacional.

#### Condiciones de entrada para la simulación

Para el proceso de modelación de curvas de esterilización, se seleccionó como producto alimenticio la carne de res con las siguientes características.

- Composición de agua = 60,8%
- Composición de Proteínas = 18,7%
- Composición de grasa = 19,6%
- Composición de carbohidratos = 0%
- Composición de cenizas = 0,9%

Con estos valores de composición porcentual se determinaron las propiedades térmicas promedias del producto [17]: Cp= 3,26 kJ/kgK (calor especifico), K=0,44 W/mK (conductividad térmica) y  $\alpha$ =0,122x10<sup>-6</sup> m<sup>2</sup>/s (difusividad térmica).

De la referencia [18] se seleccionaron tres tamaños típicos de recipientes cilíndricos de metal (Tabla 1) para el envasado del alimento con las siguientes geometrías:

Tabla 1. Dimensiones geométricas de envasadoTabla 1. Package geometrical size

Envase	Geometría			
cilíndrico	Altura H (m)	Radio R (m)		
1	0,073	0,027		
2	0,0873	0,07145		
3	0,22	0,0786		

Para los demás parámetros de entrada se tiene los siguientes valores supuestos:

- Temperatura del fluido calefactor (vapor) = 125 °C
- Temperatura del fluido enfriador (agua) = 25°C
- Temperatura inicial del alimento =  $25^{\circ}$ C
- Temperatura esterilización = 121°C
- Coeficiente de convección del vapor =  $600 \text{ W/m}^2\text{K}$
- Coeficiente de convección del agua = 200 W/m<sup>2</sup>K
- Intervalo de tiempo = 120s

# 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

#### Independencia nodal

En la Tabla 2 se muestran los valores encontrados de temperatura en el punto crítico del alimento (nodo 1) para diferentes combinaciones de red nodal. El punto crítico del alimento representa el lugar donde ocurre la mayor resistencia térmica a la destrucción de microorganismos y la más baja probabilidad de aumentar su temperatura [2,7,19] Los resultados indican que para una dimensión geométrica del envase, el valor encontrado de la temperatura es independiente de la red nodal impuesta, presentando diferencias que no superan el 8%.

 Tabla 2. Análisis de independencia nodal para el punto crítico

 Tabla 2. Na servicio de la contractiva de la c

Table 2. Numerical stability in the critical point							
Altura (m)	Radio (m)	nodos radial	nodos axial	Temperatura Modelo de Simulación	Temperatura Modelo Teórico		
0,073		15	15	125	(0)		
	0,027	25	27	125			
		30	30	125			
		35	40	125	125		
		40	30	125			
		45	45	125			
		50	50	125			
0,0873	0,07145	15	15	119			
		25	27	118			
		30	30	118			
		35	40	117	118		
		40	30	118			
		45	45	117			
		50	50	117			
0,2222		15	15	84			
	0,0786	25	27	86			
		30	30	85			
		35	40	84	82		
		40	30	84			
		45	45	84			
		50	50	83			

Los valores de la temperatura encontrados por el proceso de simulación numérica fueron comparados con la teoría de efectos multidimensionales en su aproximación analítica [20]. Para este caso tratando el envase como un cilindro finito el cual está formado por la intersección de un cilindro y superficie plana infinita, se tiene la siguiente expresión:

$$\frac{T(r, x, t) - T_{\infty}}{T_{i} - T_{\infty}} \bigg|_{Finito} = \frac{T(x, t) - T_{\infty}}{T_{i} - T_{\infty}} \bigg|_{plana}^{Superfice} \bullet \frac{T(r, t) - T_{\infty}}{T_{i} - T_{\infty}} \bigg|_{\text{clindro}}$$
(12)

Donde:

x = Posición axial (m)

r = posición radial (m)

t = Tiempo (min)

 $T_{\infty}$  = Temperatura del fluido (°C)

 $T_i$  = Temperatura inicial del punto de interés (°C)

T = Temperatura en el tiempo t (°C)

Los parámetros adimensionales de temperatura para las geometrías infinitas están definidas y aproximadas como:

$$\frac{T_o - T_{\infty}}{T_i - T_{\infty}} = C_1 \exp\left(-\xi_1^2 F_o\right)$$
Donde: (13)

 $C_1$  y  $\xi_1$ : Constantes que dependen del número de Biot y de la geometría  $F_0 = N$ úmero de Fourier.

Los resultados de la Tabla 2 muestran que el modelo numérico con respecto al modelo teórico, presenta una excelente predicción de la temperatura con una diferencia menor a 2°C.

#### Curvas de penetración de calor

Para un nodo ubicado en el centro del cilindro el cual representa la condición más critica del sistema, la Figura 3 muestra el comportamiento en el tiempo de la temperatura, en cada uno de los recipientes estudiados. Se observa que el recipiente de mayor tamaño requiere mayor tiempo para alcanzar la temperatura que garantiza la esterilización del producto. A su vez entre mayor sea la geometría mayor es el tiempo para su enfriamiento. El producto no alcanzó el equilibrio térmico con el medio calefactor en la zona de calentamiento, indicando que entre mayor sea la geometría mayor inercia térmica existe debido al incremento de masa de producto contenida en el recipiente. En la referencia [15] es encontrada una respuesta térmica similar a la hallada en la Figura 3.



Figura 3. Curvas de penetración de calor para diferentes envases metálicos: A (Recipiente 1), B (recipiente 2), C (recipiente 3)
Figure 3. The heat penetration curves in function of package size: A (container 1), B (container 2), C (container 3)

## Curvas de Letalidad

La Figura 4 muestra el comportamiento de la destrucción biológica (ecuación 1) según el tiempo del proceso, en cada uno de los recipientes estudiados. Las curvas fueron simuladas para una red nodal de 30 nodos axiales y 30 nodos radiales. Se observa que el recipiente de mayor tamaño necesita más tiempo para alcanzar el máximo valor de letalidad. La letalidad alcanza su valor máximo en el mismo instante de tiempo donde el producto alcanza su máxima temperatura (Figura 4).



Figura 4. Destrucción biológica o letalidad para diferentes envases metálicos: A (recipiente 1), B (recipiente 2), C (recipiente 3)
Figure 4. The biological destruction function to different packages: A (container 1), B (container 2), C (container 3)

En la Tabla 3 se muestran los valores del tiempo y valor de esterilización del proceso (ecuación 4). Los resultados indican que la geometría tiene un efecto significativo en el tiempo de operación y en el valor "F" del proceso. La contribución de la zona de enfriamiento es notaria y no despreciable cuando la dimensión geométrica del envase aumenta. El valor de esterilización esta dentro del rango de valores mínimos sugeridos a nivel industrial para carnes frescas, sin embargo para carnes curadas que contienen sales y nitritos de sodio como inhibidores, el valor de "F" hallado en este estudio es 12 veces al valor mínimo sugerido por la referencia [7].

# Tabla 3. Tiempo del proceso de esterilización térmica

 Table 3. Times of thermal sterilization processing

Envase	Tiempo del proceso "t" (min)		Valor de Esterilización del proceso "F" (min)	
	Calentamiento /Enfriamiento	Tota	Calentamiento /Enfriamiento	Total
		1		
1	62/4	66	12,78/3,5x10 <sup>-5</sup>	12,78
2	185/190	375	12,52/4,2x10 <sup>-2</sup>	12,56
3	356/386	742	11,90/3,5	15,4

Comportamiento de la temperatura con el coeficiente de convección.

En la Figura 5 se observa el perfil o distribución de temperatura en el punto critico del alimento para diferentes valores del coeficiente promedio de convección supeficial asumiendo que durante el proceso de esterilización permanece constante. Los resultados mostraron que cuando se usa vapor de agua con coeficientes de convección superiores a 500 W/m<sup>2</sup>K, no existe un incremento notable en el valor de la temperatura. Esto se debe a la baja resistencia por convección asociada a altos valores del coeficiente supericial. Para el caso del aire como fluido calefactor (50-100  $W/m^2K$ ), los resultados indican menores temperaturas y mayores tiempos de respuesta del alimento, lo que implicaría altos costos de procesamiento. En la referencia [21] se encuentran los valores del coeficiente de convección con los cuales fue realizado este trabajo de simulación numérica. Este parámetro térmico podría ser determinado mediante técnicas iterativas de ensayo-error comparando los valores de temperatura simulados encontrados con el modelo teórico y los datos experimentales.



- Figura 5. Temperatura simulada del punto crítico según el coeficiente de convección
- Figure 5. Simulated temperature in the critical point in function of heat convective coefficient

# 4. CONCLUSIONES

Las leves físicas de transferencia de calor fueron usadas para describir el proceso de esterilización termica de alimentos sólidos. Los resultados teóricos mostraron que el modelo desarrollado es completamente estable convergente y numericamente. Algunas consideraciones tales como geometria ideal simplificada, cambios de volumen nulos durante el proceso, propiedades fisico-termicas del alimento y coeficiente superficial convectivo constantes fueron considerados. Sin embargo, más investigación deber ser realizada para justificar la aceptabilidad de estas consideraciones y del modelo. Así, antes de que el modelo sea definido como una herramienta quantitativa del proceso, un amplio y detallado estudio de las propiedades termo-fisicas del producto-envase debe ser realizado para su validación experimental.

# 5. **RECOMENDACIONES**

Aunque el modelo numérico mostró una alta estabilidad numérica, es necesario validarlo a nivel experimental, implementar condiciones de frontera no homogéneas, características anisotrópicas del producto y posibles mecanismos de cambio de fase y transferencia de masa dentro del producto.

#### REFERENCIAS

[1] VALENTAS KENNETH J., ROTSTEIN, ENRIQUE AND SINGH, R. PAUL, Handbook of Food Engineering Practice, New York: CRC Press, 1997.

[2] RICHARDSON, PHILLIP, Thermal Technologies in Food Processing, New York: CRC Press, 2001.

[3] HELDMAN, D.R AND LUND, DARYL .B., Handbook of Food Engineering, New York: CRC Press, 2006.

[4] LEWIS, MICHAEL J., HEPPELL NEIL J. AND BARBOSA-CÁNOVAS, GUSTAVO V., Continuous Thermal Processing of Foods: Pasteurization and UHT Sterilization, New York: Springer, 2000.

[5] PHAM, Q.T., Calculation Of thermal Process Lethality for Conduction Heated Canned Foods, J. Food Sci., 52, 967-974, 1987.

[6] STOFOROS, NIKOLAOS G., Thermal process design, Food Control, 6(2), 81-94, 1995.

[7] HOLDSWORTH, S.D., Thermal processing of packaged foods. New York: Blackie Academic& Professional, 1997.

[8] CASP VANACLOCHA, A. Y ABRIL REQUENA J., Procesos de conservación de alimentos, Madrid: Ediciones mundi-prensa, 1999. [9] IBARZ, A., AND BARBOSA, G.V, Unit Operations in Food Engineering, New York: CRC Press, 2003.

[10] MAFART, P., Ingeniería Industrial de alimentaria (Volumen I), Zaragoza (España): Editorial Acribia S.A., 1994.

[11] ÖZISIK, NECATI M., Boundary Value Problems of Heat Conduction, New York: Dover Phoenix Editions, 2002.

[12] GERALD, CURTIS. F., AND WHEATLEY, PATRICK.O., Applied Numerical Analysis, United States of America: Addison Wesley, 2003.

[13] ÖZISIK, NECATI M., Heat Conduction, New York: Jhon Wiley & Sons, 1993.

[14] ÖZISIK, NECATI M., Finite Difference Methods in Heat Transfer, New York: CRC Press, 1994.

[15] MOHAMED, IBRAHIM O., Computer simulation of food sterilization using alternating direction implicit finite difference method, Journal of food Engineering, 60, 301-306, 2003.

[16] GONZÁLEZ MEDINA, CARLOS JULIO y RIVERA AGUDELO, JORGE ALEJANDRO, Numérica de procesos de esterilización térmica de alimentos en envases cilíndricos usando diferenciación finita. Tesis. Ingeniería Mecánica, Universidad Nacional de Colombia, 2005. [17] NESVADBA, PAUL, Thermal properties of unfrozen foods, En: Engineering properties of foods (Eds. M.A.Rao, Syead.S.H. Rizvi y Ashim K. Datta. CRC, Press, 149-168, 2005.

[18] SARMIENTO AVILA, L.G., Envases y empaques para la conservación de alimentos; ANDY, Comité de Envases y Empaques; 1999.

[19] LAROUSE, JEAN AND BROWN, BRUCE E., Food canning technology, New York: Wiley-VCH, Inc., 1997.

[20] INCROPERA, F.P., DE WITT, D.P., THEODORE L. AND ADRIENNE, BERGMAN LAVINE, S., Introduction to Heat Transfer, New York: Wiley&Sons, 2006.

[21] KANNAN, A. AND GOURISANKAR SANDAKA, AP.CH., Heat transfer analysis of canned food sterilization in a still retort. Journal of Food Engineering, 88, 213–228, 2008.