

Análisis de la eficiencia educativa y sus factores explicativos considerando el efecto de la titularidad en Colombia con datos Pisa 2012¹

Analysis of educational efficiency and its explanatory factors considering the effect of ownership in Colombia with Pisa 2012 data

Justo de Jorge-Moreno², Javier Díaz Castro³,
Diana Victoria Rodríguez Vega⁴, José Miguel Segura Gutiérrez⁵

DOI: 10.13043/DYS.80.3

Resumen

El objetivo de este trabajo es analizar las diferencias de eficiencia y sus factores explicativos de los estudiantes, según su pertenencia a escuelas públicas y privadas utilizando datos PISA 2012 para Colombia. La metodología utilizada es no paramétrica order-m y el enfoque metafrontera. Así mismo, se aplicó un análisis de segunda etapa para determinar los factores explicativos de la eficiencia. Los principales resultados obtenidos son los siguientes: a) la existencia

-
- 1 Los resultados y opiniones de este trabajo son responsabilidad exclusiva de los autores y su contenido no compromete a la Escuela Superior de Administración Pública (ESAP).
 - 2 Profesor titular de la Universidad de Alcalá (Madrid-España). Correo electrónico: justo.dejorge@uah.es.
 - 3 Catedrático titular de la Escuela Superior de Administración Pública (ESAP). Correo electrónico: javi-diaz@esap.edu.co.
 - 4 Catedrático asistente de la Escuela Superior de Administración Pública (ESAP) correo electrónico: diana.rodriguez@esap.edu.co.
 - 5 Investigador de la Escuela Superior de Administración Pública (ESAP). Correo electrónico: josemielsegura@gmail.com.

Este artículo fue recibido el 28 de octubre del 2016, revisado el 12 de octubre del 2017 y finalmente aceptado 24 de octubre del 2017.

de diferencias de eficiencia entre escuelas públicas y privadas, b) la influencia de los efectos de los estudiantes y de la escuela como componentes de la ineficiencia; 3) la identificación de la influencia positiva sobre la eficiencia de la pertenencia de los alumnos a familias monoparentales o nucleares frente a otro tipo de tutela, la influencia de la formación de los padres, la pertenencia del alumno al grado que estudia, el mejor clima en el aula y la localización de la escuela en el caso de la titularidad pública. El tamaño de la escuela no resultó significativo.

Palabras clave del autor: eficiencia, order-m, metafrontera, titularidad, Latinoamérica, PISA.

Palabras clave Thesaurus: evaluación de la educación, enseñanza y formación, administración de la educación, gestión de la educación.

Clasificación JEL: C61, D20, I21, H52.

Abstract

The objective of this paper is to analyze the differences in efficiency and its explanatory factors of students according to their membership in public and private schools using PISA 2012 data for Colombia. The methodology used has been, non-parametric order-m and the meta-frontier approach. A second stage analysis was also used to determine the explanatory factors of efficiency. The main results obtained were as follows: i) the existence of efficiency differences between public and private schools; ii) the influence of the student and school effects as components of inefficiency; iii) the identification of positive influence on the efficiency of students' participation in single-parent or nuclear families in relation to another kind of guardianship, the influence of parent training, the student's belonging to the degree he studies, the best climate in the classroom and the location of the school in the case of public ownership. The size of the school has not been significant.

Author's key words: Efficiency, order-m, metafrontera, ownership, Latin America, PISA.

Thesaurus key words: Education evaluation, teaching and training, administration of education, management of education.

JEL Classification: C61, D20, I21, H52.

Introducción

La educación es considerada un factor relevante. Las argumentaciones de esta importancia pueden explicarse desde diferentes perspectivas. Por un lado, los años y calidad de la educación que recibe un individuo están asociados a una mayor remuneración, expectativas laborales y satisfacción del desempeño a lo largo de la vida laboral. Por otro lado, una mejor educación se relaciona con mayores dotaciones de capital humano de un país que supondrá mayores niveles de crecimiento económico y de una mayor predisposición para igualar las condiciones de los miembros de una sociedad (Hanushek, 1986).

Dado que parece incuestionable la importancia que el sistema educativo tiene para obtener mayores niveles de productividad del factor trabajo y un mayor crecimiento económico, parece lógico pensar que la investigación sobre cuáles son las variables que influyen en el rendimiento académico con el objetivo de alcanzar mayores niveles educativos de la población de un país es una meta prioritaria.

En los últimos años, las preocupaciones por la eficiencia del sector público se convierten cada vez más en un foco de interés para los responsables de formular y tomar decisiones sobre política económica (Dufrechou, 2016). Las continuas reformas en diferentes países en medidas de política pública sobre el sistema educativo y el papel que deben desempeñar las escuelas, como señalan Thieme *et al.* (2011), han llevado a considerar expresiones tales como "productividad educativa" o "rendición de cuentas" (Delannoy, 1998; Willis y Harris, 2000). La necesidad de contar con los recursos adecuados y gestionarlos de forma eficiente es crucial, sin embargo, como mencionan De Jorge-Moreno y Santín (2010), el problema surge cuando mayores cantidades de inversión en gasto público en educación no se significan *per se* mejores resultados escolares, como en otros países donde los recursos son más escasos y obtienen una población más formada.

El análisis de la asignación eficiente de los recursos y el rendimiento educativo ha tenido una importante proliferación de trabajos, especialmente, los centrados en las oleadas del Informe Programme for International Student Assessment (PISA)⁶. En este sentido, Cordero, Crespo y Pedraja (2011) muestran la utilidad de PISA como una herramienta de análisis de los factores determinantes del rendimiento educativo, prestando especial atención a las metodologías utilizadas.

El total de países participantes en el proyecto PISA ha ido creciendo, pues ha pasado de 32 en el 2000 a 65 en el 2012. En cada oleada se trata con mayor profundidad una de las competencias. Las tres primeras fueron comprensión lectora (lectura), matemáticas y resolución de problemas (matemáticas) y comprensión de textos científicos (ciencias); en el 2009 nuevamente lectura y en el 2012 matemáticas. En el cuadro 1 se muestran algunas características de los países latinoamericanos.

Cuadro 1. Participación de los países analizados en PISA y sus puntajes según el tema de cada oleada

País	Año de la oleada/Competencia				
	2000 Lectura	2003 Matemáticas	2006 Ciencias	2009 Lectura	2012 Matemáticas
Argentina	*	^	391	404	388
Brasil	396	356	390	405	391
Chile	*	^	438	455	423
Colombia	^	^	388	426	376
México	422	385	410	433	413
Panamá	^	^	^	381	^
Perú	*	^	^	374	368
Uruguay	^	422	428	425	409

* Participa en PISA 2000 pero los resultados no han sido presentados. ^ No participa.

Fuente: Todd, Roos y Anderson (2010) y elaboración propia.

La reacción de Latinoamérica frente al informe PISA se ha visto más como una evaluación de los anteriores cambios educativos que como una llamada

6 Otras bases de datos utilizadas son Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS), International Assessment of Literacy Survey (IALS), Progress in International Reading Literacy Study (PIRLS).

a la acción como se observa en algunos países europeos (Todd *et al.*, 2010). En general, existen diferencias en la medida de los resultados alcanzados entre los países latinoamericanos (Gallart, 2008). Siguiendo a Todd *et al.* (2010), los países pertenecientes al Cono Sur (Argentina, Uruguay y Chile) desarrollaron su sistema de educación basado en el modelo europeo y han alcanzado una notoria participación en todos los niveles. Otros países como Brasil y Perú se aproximan con mayor lentitud a esos mismos niveles de participación. Los pobres resultados alcanzados por los países latinoamericanos en PISA 2006 se deben a que algunas de las políticas claves de la educación y que son relevantes para PISA son actualmente infra estimadas (por ejemplo, aumentar la transparencia de lo que sucede en las aulas e incrementar la asistencia de los alumnos a las clases regulares para disminuir el absentismo) (Zoido, 2008). En el trabajo realizado por Santos (2007), en el que analiza Argentina con datos PISA 2000, este autor concluye que las políticas económicas deberían estar encaminadas a permitir que las familias puedan proporcionar los recursos necesarios a sus hijos, en función de las destrezas y el esfuerzo demostrados y limitar el tamaño del aula a un número de alumnos inferior a 32.

Autores como Cordero *et al.* (2011) mencionan que dado que los datos del rendimiento del informe PISA se hacen mediante una prueba que evalúa las competencias y destrezas aprendidas por los alumnos, en lugar de contenidos curriculares, este tipo de datos facilita en gran medida la comparación de los resultados obtenidos por los países participantes. Con carácter general, los trabajos que analizan el rendimiento educativo y sus factores determinantes utilizando PISA, como este artículo, se centran en los países pertenecientes a la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE). En este trabajo se prestará atención a Colombia, que junto con Perú forman parte de los países latinoamericanos que han obtenido los peores resultados en la última oleada del 2012.

A diferencia de otros trabajos que utilizan como unidad de análisis el país (Afonso y St. Aubyn, 2006), el distrito escolar (Banker *et al.*, 2004) o la escuela (Mancebon y Muñiz, 2008; Thieme *et al.*, 2011) se ha optado por elegir al alumno como unidad de decisión, en línea con los trabajos de Cordero *et al.* (2010b), Cordero *et al.* (2016), Crespo-Cebada, Pedraja-Chaparro y Santín (2014), De Jorge-Moreno y Santín (2010), Güzeller y Akin (2014), Thieme, Prior y Tortosa-Ausina (2013), entre otros. Como mencionan estos autores, la ventaja principal es que el trabajo a escala desagregada permite analizar la eficiencia del

alumno independientemente de la eficiencia escolar, el distrito o el sistema educativo de un país concreto (Waldo, 2007). Además, el análisis individualizado por alumno considera su escala socioeconómica y la de sus compañeros de escuela, dos *inputs* que no podrían ser incluidos simultáneamente con unidades educativas más agregadas (Santín, 2006).

Uno de los aspectos relevantes que vale la pena considerar en esta investigación es la influencia de la titularidad o gestión de la escuela pública o privada. El origen de este debate se centra en el trabajo de Coleman, Hoffer y Kilgore (1982); estos autores concluyen que las escuelas privadas son más eficientes que las públicas en la preparación académica de los estudiantes, puesto que estas diferencias están presentes después de controlar las diferencias existentes en los antecedentes personales y socioeconómicos de los estudiantes de ambos tipos de centros. Los trabajos posteriores obtienen resultados diferentes y algunos estudios confirman los resultados obtenidos por Coleman *et al.* (1982) —véase, por ejemplo, la revisión de Mancebon y Muñoz (2008)—. En otros, la superioridad de los centros privados queda eliminada, reducida o relacionada con determinados grupos de estudiantes (Figlio y Stone, 1997; Williams y Carpenter, 1991). Recientemente, Perelman y Santín (2011) no encontraron diferencias significativas entre las escuelas públicas y las concertadas. Finalmente, como mencionan Cordero *et al.* (2017), autores como Mancebon *et al.* (2012) y Crespo-Cebada *et al.* (2013) encontraron mejores niveles de desempeño en las escuelas públicas para el caso español.

En línea con el trabajo de Cordero *et al.* (2017), se utilizará la aproximación de fronteras parciales order- m (Cazals, Florens y Simar, 2002) para la evaluación de la eficiencia. Esta metodología, que será explicada más adelante, corrige los errores asociados a las técnicas tradicionales, como su carácter determinístico, la influencia de valores atípicos o la ausencia de problemas a causa de reducidos tamaños muestrales. Además, para tener en cuenta los dos tipos de gestión, se adoptará el enfoque metafrontera (Battese *et al.*, 2004; O'Donnell, Prasada Rao y Battese, 2008).

Con el fin de alcanzar los objetivos propuestos, este trabajo se organiza de la siguiente manera: en el primer apartado se presentan las características del sistema educativo colombiano; en el segundo, se estudia la medición de la eficiencia y sus factores explicativos; en el tercero, se presentan los datos y variables; en el cuarto, se muestran los resultados y, en el quinto, se encuentran las conclusiones.

I. Sistema educativo colombiano

La educación en Latinoamérica ha tenido importantes transformaciones desde el siglo XX hasta nuestros días, en especial, en lo referente a aquellos procesos que buscan la inclusión e igualdad en la educación como un derecho fundamental. Esta situación implica plantear, de acuerdo con Belth (1971) y Fernández (2013), que el estudio o el conocimiento del contexto resultan importantes, dado que los cambios operados en el área educativa⁷, por lo general, están acompañados de ajustes económicos y políticos.

Si bien es cierto, el servicio educativo "ha estado muy determinado por los niveles socioeconómicos y culturales de las familias de los alumnos" (García-Huidobro, 2009, p. 22), también es cierto que este sistema educativo segregacionista, que les ponía etiquetas a sus alumnos, dadas sus características sociopersonales, ha ido cambiando por un paradigma de carácter integrador. Lo que en palabras de García-Huidobro (2009), permitiría poder construir contextos en los que se encuentren escenarios de mixtura social, donde las escuelas no distribuyan a sus estudiantes según su nivel socioeconómico y cultural, donde la oferta sea pública, de calidad y abierta para todos. Así mismo, Colombia como gran parte de los países latinoamericanos, está llevando a cabo un proceso de descentralización, en busca de un mayor equilibrio regional y social.

Estos cambios en el caso colombiano, al igual que en otros países latinoamericanos, han empezado a gestionarse, dada la adopción de los lineamientos orientadores de la Unesco⁸, y su inclusión tanto en la Constitución Política de 1991, como en la Ley General de Educación (Ley 115 de 1994), en tanto que son directrices legales y normativas para la prestación del servicio educativo.

7 En palabras de Apple (1996): "las políticas y prácticas educativas fueron y son el resultado de luchas y compromisos con respecto a lo que se considerase como conocimiento, pedagogía, metas y criterios legítimos para determinar la *eficacia*. De modo más abstracto, podemos decir que la educación ha sido uno de los campos principales en los que se ha librado el conflicto entre los derechos de propiedad y los derechos de la persona". (19)

8 "Para superar la crisis económica e incorporarse al mundo moderno como protagonistas activos, los países de la región necesitan robustecer su integración regional y sus vínculos bilaterales, invertir prioritariamente en la formación de sus recursos humanos y fortalecer su cohesión social. Sin educación de calidad no habrá crecimiento, equidad ni democracia". (Unesco, 1991, p. 44)

Con respecto a la evaluación de la calidad de los procesos educativos, esta no solo involucra a los estudiantes, sino que también se dirige a las prácticas pedagógicas que ejecutan los docentes, su gestión administrativa, la calidad de los materiales y la dotación de infraestructura, en tanto factores del contexto que inciden en el proceso educativo, tal como se infiere de la lectura del artículo 80 de la Ley 115 de 1994.

No obstante, y deteniéndonos en el alumno, de manera tradicional la evaluación ha estado asociada a la repetición de contenidos y en detrimento de una evaluación frente a procesos de desarrollo del alumno, vinculados a lo biológico, comunicativo, cognoscitivo, valorativo y afectivo, como lo propone el Ministerio de Educación Nacional (1997) en su documento *La evaluación en el aula y más allá de ella*, cuestión que permite preguntar por el desempeño docente.

De acuerdo con la Fundación Compartir (2014), con respecto a las pruebas Saber aplicadas en el 2011, se demostró que "los docentes con mejor formación previa o una mejor proporción de docentes provisionales, cuentan con estudiantes con mayor logro educativo" (20).

Sin embargo, es a partir del informe del Centro de Justicia (García *et al.*, 2013), que se muestra cómo otros factores como las condiciones socioeconómicas de los estudiantes influyen en buenos resultados académicos en diferentes pruebas de medición, ya sean nacionales o internacionales. Según este informe, tanto para Bogotá como para el país:

[...] los estudiantes de colegios privados de clase alta (no todos los colegios privados son de clase alta) obtienen casi siempre mejores resultados en las pruebas del Icfes, mientras que los colegios oficiales, a donde van los estudiantes de clase media-baja y baja, obtienen puestos mediocres o malos (13).

Realidad, que hace expresa no solo la continuidad de la segregación social, sino la perpetuación de resultados bajos en aquellos lugares en donde la escuela no tiene un capital social y cultural ampliado y con visos globales. Según este mismo estudio, el sistema escolar colombiano refuerza los privilegios de las élites o clases altas. Por lo que la diferencia no está dada en la titularidad, sino entre estratos socioeconómicos. Diferencia que se visibiliza a partir del

cruce de los resultados obtenidos en los exámenes del Icfes referidos al ingreso familiar de los años 2002, 2008 y 2011. En el documento se afirma:

En el año 2002, un estudiante con un ingreso familiar de 1 smlv tuvo en promedio un puntaje de 44 puntos, mientras que en el mismo año el puntaje promedio de los estudiantes con un ingreso familiar mayor a 10 smlv fue de 52 puntos, 7 puntos más. Nueve años después, en 2011, la misma relación arroja una diferencia de 17 puntos.

Las diferencias se mantienen si se hace el cruce con el valor mensual de la matrícula escolar. Mientras que en 2002 la diferencia en el desempeño entre quienes asistían a colegios con matrículas gratuitas y quienes asistían a colegios con matrículas superiores a \$ 250.000 fue de 10 puntos (44 y 54 respectivamente), en 2011 esta diferencia se amplió a 13 puntos (45 y 58 puntos respectivamente). (García *et al.*, 2013, pp. 48-49)

II. Medición de la eficiencia y sus factores explicativos

Con el fin de relacionar los recursos educativos y el rendimiento escolar este trabajo opta por la función de producción planteada por Levin (1974), y Hanushek (1979) que puede expresarse de la siguiente forma:

$$A_{is} = f(S_{is}, C_{is}, S_{is}, I_{is}) \quad [1]$$

Donde i denota al alumno y s hace referencia a la escuela. A_{is} es el *output* del proceso educativo frecuentemente medido como el resultado en una prueba objetiva (*test scores*), S_{is} es las características socioeconómicas de los estudiantes, C_{is} las influencias de los compañeros o efecto *peer group*, S_{is} los *inputs* escolares e I_{is} denota la capacidad innata del alumno y otras características no observables tales como su esfuerzo. En la ecuación 1 se parte del hecho de que la ineficiencia puede ser consecuencia de las escuelas y de los alumnos. En este sentido, la influencia que el marco legislativo puede tener en los profesores y gestores de las escuelas podría influir en la organización de los recursos educativos. Estas limitaciones vendrían derivadas, por un lado, de políticas educativas que no alcancen el objetivo propuesto y tengan influencias negativas en aspectos tales como criterios de repetición de curso, ratio profesor-alumno

o incentivos poco adecuados en la labor docente. Por otro lado, la práctica pedagógica del profesor podría no ser la más efectiva, lo que desmotivaría a los alumnos y empobrecería el proceso de aprendizaje. Finalmente, la titularidad de la escuela y, por tanto, la mayor o menor autonomía en la toma de decisiones en términos de selección de personal, alumnos o fuentes de financiación podrían tener una influencia importante en la función educativa.

En lo referente al alumno, la ecuación 1 recoge adecuadamente las variables que afectan al rendimiento académico. Sin embargo, pueden existir otras variables que influyan sobre el rendimiento académico. El hecho de ser inmigrante, como consecuencia de la adecuada integración en el sistema escolar, la relación familiar del alumno que tiene que ver con el proceso afectivo y la motivación que el alumno mantiene en su proceso de aprendizaje.

A. Metodología

Como señala McEwan (2010), los trabajos que relacionan los resultados obtenidos en PISA con sus factores explicativos pueden asumir dos enfoques metodológicos distintos, según sean los aspectos considerados por los investigadores. Cuando el objetivo es únicamente considerar y cuantificar el efecto de esas variables, la opción más apropiada es utilizar una regresión; si el interés se relaciona en conocer si los alumnos están obteniendo el máximo provecho de los recursos que tienen a su disposición o incurren, por cualquier razón, en comportamientos ineficientes, lo más adecuado es calcular una frontera de producción formada por los mejores alumnos que sirva de referencia para los demás (Cordero *et al.*, 2011).

Silva-Portela y Thanassoulis (2001) fueron pioneros en los análisis a nivel de estudiantes. Estos autores se basan en el modelo de Charnes, Cooper y Rhodes. (1981), en el que se plantean diferentes estimaciones DEA. En particular, la idea es analizar la eficiencia productiva de escuelas que actúan bajo diferentes modelos de gestión, intentando diferenciar la eficiencia imputable a la gestión individual de cada escuela (*managerial efficiency*) de aquella inherente a diferencias estructurales existentes entre los modelos bajo los que cada escuela desempeña su actividad (*program efficiency*). Para llevar a cabo esta descomposición de forma resumida, es necesario estimar diversos DEA para cada tipo de escuela, corregir las ineficiencias en las variables y, después, volver a estimar un DEA global.

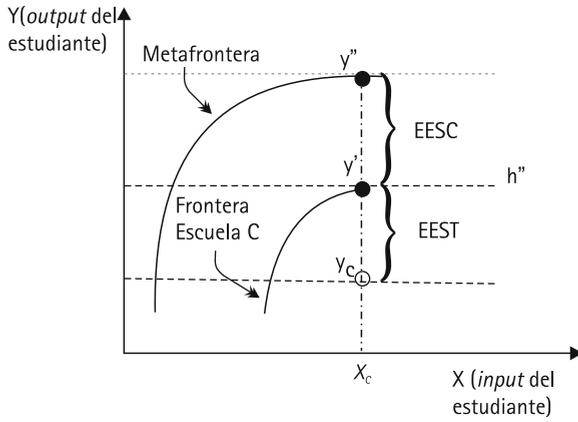
Siguiendo la línea de Thieme *et al.* (2013) y de Cordero *et al.* (2016), en este trabajo se utilizan las fronteras parciales de orden- m propuestas por Cazals *et al.* (2002), las cuales presentan ventajas sobre las metodologías de estimación de eficiencia tradicionales como el DEA o FDH. Por ejemplo, estas metodologías son sensibles a los valores extremos, ruido en los datos o los problemas de la dimensionalidad (Cazals *et al.*, 2002; Simar, 2003 y Wheelock y Wilson, 2007). En contraste, los estimadores de orden- m son robustos en los problemas mencionados.

En esta investigación se complementa el uso de fronteras parciales de orden- m con el concepto de metafronteras (Battese, Rao y O'Donnell, 2004; O'Donnell *et al.*, 2008). Esta investigación amplía el trabajo de Thieme *et al.* (2013) con la contribución de una segunda etapa para determinar los factores explicativos.

Además, se sigue la propuesta de Thanassoulis y Silva-Portela (2002). De acuerdo con Thieme *et al.* (2013), estos autores consideran dos fronteras. Una frontera local, específica de cada escuela orientada a la estimación del estudiante dentro de la frontera de la escuela a la que pertenece. Una frontera global utilizada para estimar la eficiencia del estudiante dentro de todas las escuelas. La distancia de la frontera local depende de la eficiencia del estudiante (*efecto-estudiante*, en adelante EEST), mientras que la distancia que separa la frontera local de la global sería la eficiencia de la escuela (*efecto-escuela*, o EESC). La figura 1 muestra el planteamiento de los dos efectos.

El estudiante c obtiene un nivel de *output* y_c a partir de su nivel de *input* x_c . Cuando se compara el rendimiento académico de este estudiante con la frontera local (escuela C donde está matriculado), es evidente que el estudiante c es ineficiente, dado que en esa misma escuela encontramos estudiantes más eficientes que están sobre la frontera y obtienen mejores resultados (y') con el mismo nivel de *input* x_c . De acuerdo con el efecto *estudiante* puede obtenerse que $EEST = y'/y_c$. El EEST es mayor que la unidad cuando el alumno es ineficiente e igual a 1 en otro caso. Valores inferiores a 1 serían estudiantes considerados como supereficientes. Los valores atípicos o *outliers* en las técnicas DEA condicionan la medida de eficiencia, por la influencia en la frontera de referencia que estos ejercen, mientras que en orden- m se mitiga este problema, permitiendo valores que sobrepasan la frontera (véase Lovell y Rouse, 2003), en nuestro caso, valores inferiores a 1.

Figura 1. Descomposición de la ineficiencia del estudiante (Silva Portela y Thanassoulis, 2001)



Fuente: adaptado de Thieme *et al.* 2013).

Cuando se hace la comparación sobre la frontera global (metafrontera o estudiante dentro de todas las escuelas) la eficiencia vendría determinada por $h'' = y''/y_c$. Dado que se tienen dos fronteras de referencia, es posible determinar la distancia entre ellas por medio de y''/y' , lo que se denomina el *gap* tecnológico.

En resumen, la propuesta de Thanassoulis y Silva-Portela (2002) es la siguiente: Eficiencia global (EG) = efecto estudiante (EEST) x efecto escuela (EESC)

Como se comentó, utilizaremos las fronteras parciales de orden- m . Se supone un vector de *inputs* y *outputs* $x_c = (x_{c1}, x_{c2}, \dots, x_{ci}, \dots, x_{cl})$ e $y_c = (y_{c1}, y_{c2}, \dots, y_{cj}, \dots, y_{cl})$ respectivamente. Caracterizando los elementos enteros del vector de actividad $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_c)$ y el coeficiente de eficiencia como λ , el planteamiento del programa lineal con orientación *output* sería el siguiente;

$$\begin{aligned} & \max \lambda_c (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_c) \\ & x_{c,i} - \sum_{s=1}^c \lambda_s x_{s,i} \geq 0, i = 1, \dots, l \end{aligned} \quad [2]$$

$$\sum_{s=1}^c \lambda_s y_{s,j} - \theta_c y_{c,j} \geq 0, i = 1, \dots, J$$

$$\sum_{s=1}^c \lambda_s = 1$$

$$\lambda_s \in (0,1), s = 1 \dots \dots, S$$

Para cada estudiante c dentro del programa 2 se identifica otro estudiante en la muestra con rendimiento superior (en concreto, estudiantes con $\lambda_s = 1$), y también estima el incremento de *output* requerido para alcanzar la frontera no convexa ($\lambda_c > 1$), donde $(1 - \lambda_c)$ es el incremento proporcional del nivel de *output* como ilustra la figura 1.

Considérese un valor positivo entero fijo m . Para un nivel de *input* ($x_{c,i}$) y *output* ($y_{c,j}$) la estimación define el valor esperado máximo de m variables aleatorias ($y_{1,j}, \dots, y_{m,j}$) que muestran una distribución condicional de matriz de *output* Y observando la condición $y_{m,j} > y_{c,j}$. El valor de m se ha fijado de acuerdo con Tauchmann (2012) $m = N^{2/3}$, siendo N el tamaño muestral de las escuelas.

Formalmente, el algoritmo orden- m propuesto es programado sobre cuatro pasos:

- 1) Para un nivel dado de $y_{c,j}$, elabora una muestra aleatoria de tamaño m .
- 2) Computa el programa 2 y estima $\bar{\alpha}_c$.
- 3) Repite el paso 1 y 2 B veces y obtiene β coeficientes de eficiencia $\bar{\alpha}_c^b$ ($b = 1, 2, \dots, B$). B se elige entre 200-2.000.
- 4) Se computa el valor medio de B muestras como

$$\alpha_c^m = \frac{\sum_{b=1}^{\beta} \bar{\alpha}_c^{-b}}{\beta}$$

Una vez obtenida la ineficiencia $\bar{\alpha}_c$ de cada alumno, en una segunda etapa se explica su valor a partir de un vector $z = (z_1, z_2, \dots, z_L)$ de determinadas variables individuales, escolares y del sistema educativo que sin estar directamente relacionadas con la producción educativa afectan al proceso de aprendizaje.

$$\bar{\alpha}_c = f(Z_i, \beta_i) + \varepsilon_i \tag{3}$$

Las críticas referidas a esta metodología se relacionan con el incumplimiento del supuesto de independencia de los errores entre la primera y segunda etapas. También, se relacionan con que las estimaciones de la segunda etapa no tienen en cuenta el componente radial de la ineficiencia. Como señalan De Jorge-Moreno y Santin (2010), el mayor tamaño muestral al trabajar con datos PISA, el nivel de desagregación de la unidad de análisis (alumno) y la posibilidad de poder realizar diferentes estimaciones por medio de los cinco valores plausibles, mitigan los problemas mencionados.

III. Datos y variables

A. Variables de la primera etapa

1. *Outputs* del modelo

La evaluación del proceso de aprendizaje de un alumno es una tarea compleja, y el criterio de *outputs* del sistema educativo no solo se refiere a los conocimientos adquiridos, sino también al aprendizaje de valores y conductas (Gray, 1981; Pedraja y Salinas, 1996; Thanassoulis y Dunstan, 1994). Sin embargo, como señalan Thieme *et al.* (2011), la mayoría de académicos, políticos y padres recurren al logro académico de los estudiantes, generalmente, medidos a través de un test estandarizado (Gray, Jesson y Jones, 1986). En el caso de los informes PISA, el rendimiento académico de los alumnos es medido mediante los valores plausibles, entendidos como una representación del rango de habilidades que tiene cada estudiante. Como mencionan De Jorge-Moreno y Santin (2010), los valores plausibles son aleatorios extraídos de la función de distribución de resultados estimada para cada alumno, a partir de las respuestas de cada prueba (Wu y Adams, 2002).

El cuadro 2 muestra el valor medio por titularidad para cada uno de los valores plausibles en cada una de las tres pruebas: matemáticas, comprensión lectora y ciencias. Así mismo, la figura 2 muestra la presencia de escuelas públicas y privadas en la muestra.

Cuadro 2. Estadística descriptiva de las variables de la primera etapa (*outputs*)

Escuelas privadas					
VARIABLES	Obs	Media	D. E.	Mín.	Máx.
Matemáticas	1.842	425,9	88,2	147,5	695,8
Lectura	1.842	451,9	88,4	117,1	685,0
Ciencias	1.842	442,9	86,3	138,0	715,0
Escuelas públicas					
VARIABLES	Obs	Media	D. E.	Mín.	Máx.
Matemáticas	7.092	376,1	68,27	138,1	627,2
Lectura	7.092	405,1	76,78	115,1	673,1
Ciencias	7.092	400,0	71,03	113,1	639,7

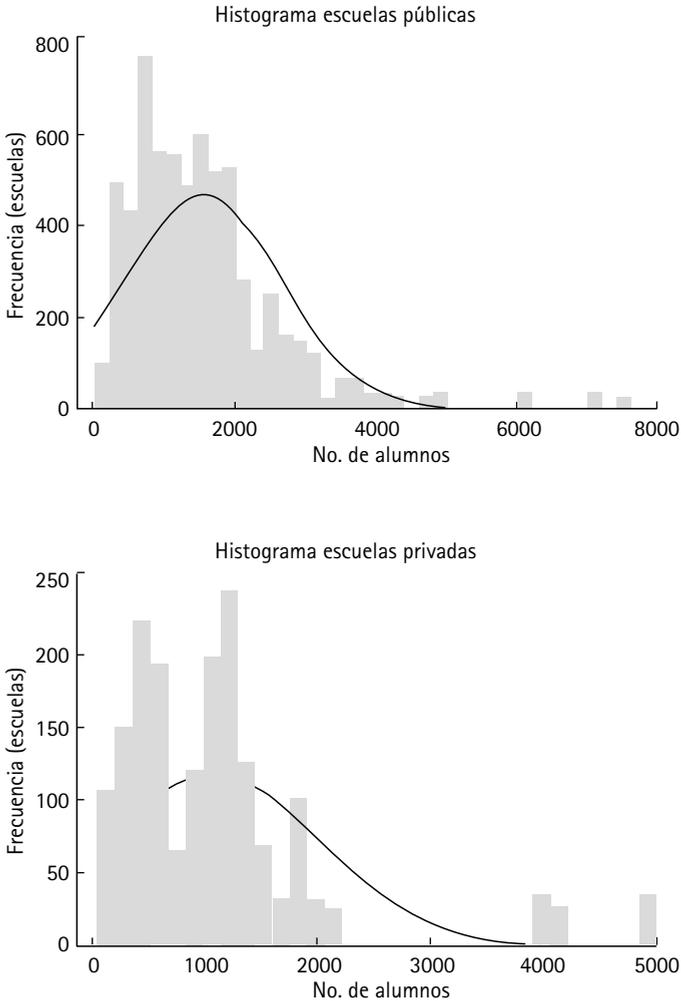
Fuente: elaboración propia

2. Inputs

A partir del marco teórico mencionado y propuesto en la ecuación 1 (véase sección de metodología) los *inputs* utilizados son los siguientes (véase cuadro 3):

- Estatus socioeconómico del alumno (ESCS): es una variable construida por PISA (*economic, social and cultural status*); se trata de un índice obtenido a partir de tres variables relacionadas con el contexto socioeconómico familiar. Las variables son el nivel educativo y el índice más alto de cualquiera de los padres, y los recursos educativos disponibles en el hogar. Lo que probablemente sugiere el carácter de *input* endógeno.
- Efecto compañeros (EFCO): es el nivel de conocimientos que un alumno asimila en función de las características de sus compañeros (Hanusek *et al.*, 2001; Sund, 2009).
- Calidad de los recursos educativos (SCMATEDU): es un índice desarrollado por los analistas de PISA como consecuencia de las entrevistas realizadas a los directores de las escuelas, relativas a siete preguntas sobre la disponibilidad de los recursos de la escuela (ordenadores, libros, *software* educativo, etc.).

Figura 2. Distribución de escuelas públicas y privadas



Fuente: elaboración propia

- Calidad de las infraestructuras físicas de la escuela (SCMATBUI): es también un índice derivado a partir de las respuestas del director de la escuela a preguntas relacionadas con el estado del edificio y las instalaciones, calefacción, aire acondicionado, iluminación y aulas en su centro.

Cuadro 3. Estadística descriptiva de las variables de la primera etapa (*inputs*)

Escuelas privadas					
VARIABLES	Obs	Media	D. E.	Mín.	Máx.
Efecto compañero (EFCO)	1.842	5,599	0,827	3,542	7,069
Nivel socioeconómico (ESCS)	1.842	5,989	1,099	2,228	8,318
Calidad de los recursos educativos (SCMATEDU)	1.842	5,124	1,089	2,302	6,568
Calidad de las infraestructuras físicas de las escuelas (SCMATBUI)	1.842	4,374	0,866	1,000	5,061
Escuelas públicas					
VARIABLES	Obs	Media	D. E.	Mín.	Máx.
Efecto compañero (EFCO)	7.092	4,706	0,559	2,416	6,070
Nivel socioeconómico (ESCS)	7.092	4,706	1,063	1,008	7,788
Calidad de los recursos educativos (SCMATEDU)	7.092	3,151	1,027	1,001	6,569
Calidad de las infraestructuras físicas de las escuelas (SCMATBUI)	7092	2,903	1,085	1,001	5,061

Fuente: elaboración propia

3. Variables de la segunda etapa (factores explicativos de la eficiencia)

Las siguientes variables se han considerado como influyentes de la eficiencia educativa de acuerdo con la literatura.

- Estructura familiar (ESTRUCFA): se ha considerado la siguiente clasificación.
 - a) Monoparental: cuando el alumno vive con solo uno de los siguientes: padre, madre, padrastro, madrastra.
 - b) Nuclear: cuando el alumno vive con su madre o padre biológicos.
 - c) Mixta: cuando el alumno vive con su madre o padre biológico y su pareja (distinta de su padre-madre biológico) o con un padrastro y una madrastra.
- Curso académico (GRADO): en función de la política educativa seguida en relación con la repetición de curso, un alumno de 15 años puede estar retrasado o adelantado según la edad que tiene (codificación -3, -2, -1, 0,1).

- Género: se pretende analizar si los alumnos son más, igual o menos eficientes que las alumnas.
- Nivel educativo de los padres (PARED): el nivel educativo más elevado de los padres, medido en años.
- Tamaño de la escuela (TAM): número de alumnos matriculados en las escuelas.
- Lugar de localización de la escuela (LOCALIZACIÓN): se trata de una variable que define la región donde está localizada la escuela, según el número de habitantes. Tiene cinco posiciones desde áreas rurales (menos de 3.000 habitantes) hasta gran ciudad (más de 1.000.000 de habitantes). También, se considera de forma alternativa la localización rural y urbana.
- Disciplina en el aula (DISCLIM): este índice se construyó a partir de las respuestas que cada alumno declaró sobre la frecuencia con la que ocurrían en clase los siguientes hechos: 1) los alumnos no escuchan lo que el profesor dice, 2) hay ruido y desorden, el profesor tiene que esperar mucho tiempo hasta que los alumnos se están quietos, 3) los alumnos no pueden trabajar bien, 4) se tarda mucho desde que empieza la clase hasta que los alumnos comienzan a trabajar. Valores positivos de la variable indican la percepción de un clima de trabajo mejor. De esta manera, se pretende contrastar en qué medida el entorno que proporciona el resto de compañeros y el control del profesor de su aula ayuda, perjudica o es indiferente en el rendimiento del alumno.

IV. Resultados

A. Resultados de la primera etapa

Los cuadros 4 y 5 muestran los resultados de la eficiencia de los modelos estimados, que han sido expuestos en la sección de la metodología. En el cuadro 4 se encuentran los valores de la eficiencia considerando la frontera global como única estimación, bajo el supuesto de que las escuelas públicas y privadas se encuentran dentro de la misma frontera de producción. En la primera fila y segunda columna se aprecia el valor de la eficiencia/ineficiencia media de la

frontera global, maximizando los *outputs* que corresponden a 8.934 alumnos y 352 escuelas, con un valor de 1,1636. Este valor es inferior a la ineficiencia de las escuelas públicas en la segunda fila y segunda columna de 1,1736, pero superior al valor de las escuelas privadas en la tercera fila, en el cuadro 4, con un valor de 1,1250. Por tanto, considerando que ambas escuelas públicas y privadas se encuentran en la misma frontera, las escuelas públicas muestran mayores niveles de ineficiencia con respecto a las privadas.

Cuadro 4. Valores de la eficiencia estimados de la frontera global

	Media	Mediana	Mín.	Máx.	SD	N.º Observaciones
F. global (352 escuelas)	1,1636	1,1302	0,7444	2,7633	0,1956	8.934
F. pública (263 escuelas)	1,1736	1,1371	0,7651	2,6259	0,1943	7.092
F. privada (89 escuelas)	1,1250	1,0988	0,7455	2,7633	0,1961	1.842

Fuente: elaboración propia

Cuadro 5. Valores de la eficiencia considerando los efectos alumno-escuela.

	Escuela pública	
	Efecto alumno	Efecto escuela
Media	1,1722	1,0011
Mediana	1,1371	1,0003
Mín.	0,7599	0,9596
Máx.	2,6401	1,1103
S. D.	0,1939	0,0098
	Escuela privada	
	Efecto alumno	Efecto escuela
Media	1,1380	0,9880
Mediana	1,0988	0,9806
Mín.	0,7727	0,8171
Máx.	2,7999	1,5157
S. D.	0,1863	0,0531

Fuente: elaboración propia

En el cuadro 5 se recogen los valores correspondientes a considerar los efectos escuela y alumno, teniendo en cuenta la titularidad y aplicando el análisis metafrontera expuesto en el apartado de metodología. En este caso, se trata de estimar diferentes fronteras, una global, según titularidad y calcular el *gap* tecnológico. Los resultados indican que, para ambos tipos de escuela, el

efecto alumno alcanza mayores niveles de ineficiencia que el efecto escuela. Este resultado está en consonancia con Thieme *et al.* (2013), en referencia a las escuelas chilenas. En el caso de la escuela pública, el efecto alumno es de 1,1722 primera fila y segunda columna del cuadro 5 frente al 1,0011 perteneciente al efecto escuela, primera fila, tercera columna. Para la escuela privada, el efecto alumno es del 1,1380 primera fila, segunda columna, en la parte inferior del cuadro 5, frente al 0,9880 en la primera fila y tercera columna.

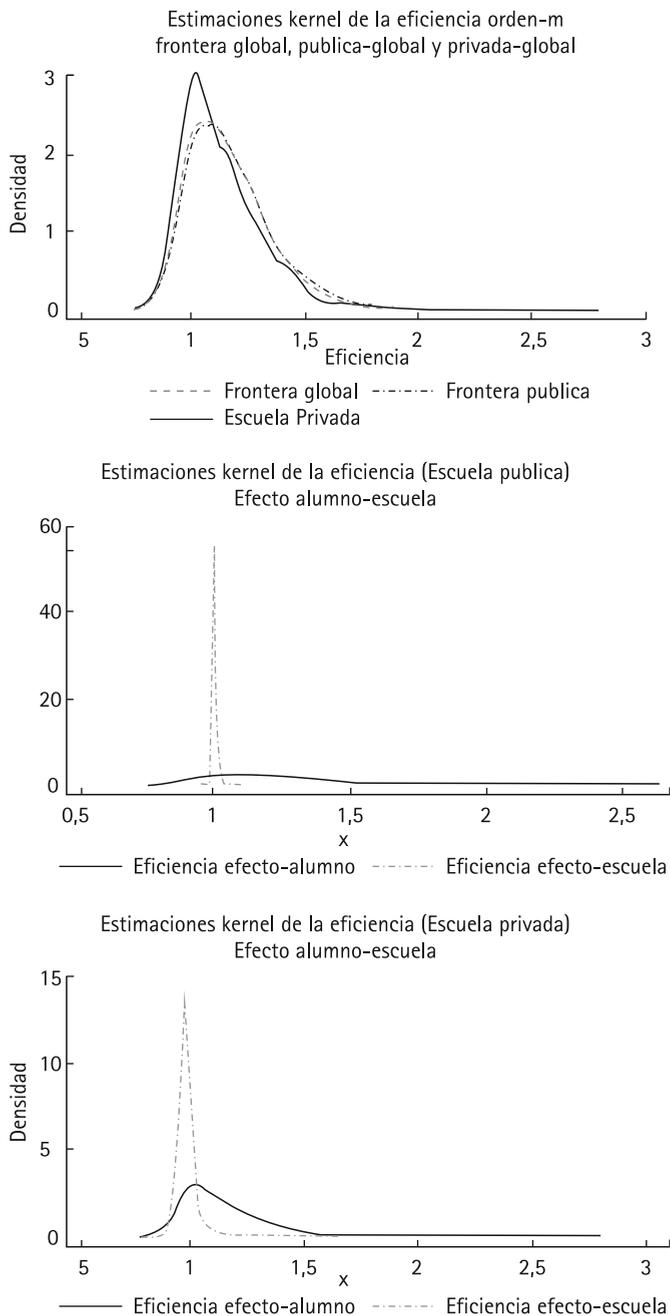
Para tener en cuenta de manera más explícita los resultados descriptivos mostrados en los cuadros 4 y 5, y considerando diferentes momentos de la distribución, en la figura 3 se muestran las distribuciones Kernel de la eficiencia. En la parte superior de esta figura se muestran las distribuciones de la eficiencia global y su descomposición en eficiencia pública y privada (misma frontera). Mientras que en la parte inferior se muestran las distribuciones de la eficiencia efecto alumno y escuela según su titularidad. El efecto alumno en el caso de la titularidad pública (la línea continua es prácticamente absorbida por el efecto escuela). Este hecho es más moderado en el caso de la escuela privada.

B. Factores explicativos de la eficiencia

Una vez realizado el análisis de la eficiencia, se procede en la segunda etapa a explicar los índices de eficiencia obtenidos por cada alumno, a través de factores explicativos de la eficiencia. Los resultados se muestran en el cuadro 6.

Después de promediar los resultados de las regresiones por mínimos cuadrados ordinarios, dado que el índice de eficiencia con *order-m* no es una variable truncada como en el DEA, se pueden extraer conclusiones muy interesantes. En primer lugar, en relación con los factores directamente relacionados con el alumno, los que viven en familias monoparentales son más eficientes (el signo negativo/positivo indica mayor/menor nivel de eficiencia) que los alumnos que viven en cualquier situación (abuelos, bajo tutela, etc.), con excepción de familias nucleares. En este caso no existen diferencias estadísticamente significativas. Este resultado debería ser considerado a la hora de alcanzar las mismas oportunidades en el sistema educativo. La formación de los padres medida en años presenta forma de U invertida en relación con la eficiencia, en dos de los tres modelos, frontera global y escuela privada. Puesto que el máximo se sitúa en 12 años y la mediana de las observaciones en 14 años, la trayectoria decreciente a partir del máximo se relaciona con mayores niveles

Figura 3. Distribuciones Kernel



Fuente: elaboración propia

de formación de los padres y mayores niveles de eficiencia. Con respecto al género del alumno, el género masculino es más eficiente que el femenino en los modelos 1 y 2, sin registrarse diferencias estadísticamente significativas en el caso de las escuelas privadas. Los efectos del entorno de la escuela y el aula podrían justificar un ambiente quizá más hostil para el género femenino que influye en su rendimiento.

En segundo lugar, a medida que un alumno está ubicado en un curso más avanzado es más eficiente en línea con los resultados de De Jorge-Moreno y Santín (2010), lo cual plantea dudas en relación o no con la política de repetición de curso y de los factores que lo explican. La dotación de recursos para evitar la repetición podría ser un factor a considerar para hacer más eficiente el sistema educativo colombiano.

En tercer lugar, la variable relativa al tamaño de la clase no ha resultado ser influyente en ninguno de los tres modelos. Este resultado se enmarca dentro de la literatura que analiza este fenómeno. Los resultados alcanzados por diversos autores no arrojan una evidencia empírica clara. En cuarto lugar, destaca el efecto positivo de la variable relacionada con la disciplina de grupo (clima en el aula). El hecho de que no existan procesos con efectos perversos en el aula, que dificulten el aprendizaje, parece influir para alcanzar mayores niveles de eficiencia. En quinto lugar, existen diferencias significativas en función de dónde esté localizada la escuela. En el caso de los modelos 1 y 2, en general, mayor tamaño población se relaciona con mayor eficiencia, con respecto a la variable omitida (aldea). Sin embargo, en el caso de la escuela privada estas diferencias no existen.

V. Conclusiones

El objetivo de este trabajo es analizar las diferencias de eficiencia y sus factores explicativos de los estudiantes, según su pertenencia a escuelas públicas y privadas utilizando datos PISA 2012 para Colombia. El estudio contribuye a rellenar el hueco de los escasos trabajos en el panorama investigador en países latinoamericanos, en general, y en Colombia, en particular.

En línea con el reciente trabajo de Thieme *et al.* (2013) y Cordero *et al.* (2017), en esta investigación se utilizan técnicas no paramétricas, dadas sus ventajas

Cuadro 6. Factores explicativos de la eficiencia

	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3
	Global	Públicas	Privadas
	C. est./D. E.	C. est./D. E.	C. est./D. E.
Estructura_familiar2	0,000118 (0,00533)	-0,00265 (0,00615)	0,00936 (0,0102)
Estructura_familiar3	0,0445*** (0,0108)	0,0352** (0,0117)	0,0792** (0,0257)
Formación de los padres (años)	0,0168*** (0,00378)	0,00830* (0,00408)	0,0472*** (0,00905)
Formación padres2 (años)	-7,32E-04*** -1,84E-04	-2,50E-04 -2,01E-04	-0,00217*** -4,24E-04
Grado_2	-0,0902*** (0,0226)	-0,0695** (0,0228)	-0,359** (0,109)
Grado_3	-0,135*** (0,0214)	-0,121*** (0,0213)	-0,354** (0,109)
Grado_4	-0,213*** (0,0209)	-0,200*** (0,0206)	-0,422*** (0,108)
Grado_5	-0,278*** (0,0211)	-0,266*** (0,0209)	-0,487*** (0,108)
Género (hombre=1)	-0,0287*** (0,00480)	-0,0289*** (0,00550)	-0,0166 (0,00926)
Tamaño escuela	-2,39E-06 -2,18E-06	-2,13E-06 -2,41E-06	-7,68E-06 -5,95E-06
Clima aula	-0,0173*** (0,00291)	-0,0148*** (0,00331)	-0,0181** (0,00567)
Pequeño pueblo	-0,0530*** (0,0146)	-0,0540*** (0,0150)	-0,0215 (0,0482)
Pueblo	-0,0102 (0,0152)	-0,0174 (0,0156)	0,111* (0,0503)
Ciudad	-0,0449*** (0,0126)	-0,0454*** (0,0130)	-0,0114 (0,0367)
Capital	-0,0333** (0,0126)	-0,0402** (0,0131)	0,00990 (0,0354)
Titularidad	0,0396*** (0,00611)		
Constante	1,257*** (0,0292)	1,315*** (0,0295)	1,304*** (0,120)
N.º de observaciones	4.050	3.114	936
R ²	0,213	0,203	0,196
R ² ajustado	0,209	0,199	0,183

* p < 0,05, ** p < 0,01, *** p < 0,001

Fuente: elaboración propia.

de no imponer formas funcionales o explotar al máximo la información disponible. Además, la utilización de la metodología *order-m*, permite aliviar los problemas inherentes a las propuestas metodológicas tradicionales como el DEA, en el que la presencia de datos atípicos o su carácter determinístico pueden ser factores que introducen sesgos en los resultados.

La metodología de análisis basada en la metafrontera para comparar las diferencias de eficiencia en función de la titularidad y la consideración de los efectos escuela y alumno ha permitido dar un paso adicional dentro de la literatura a los planteamientos de Silva-Portela y Thanassoulis (2001) y (Thanassoulis y Silva-Portela (2002).

Los principales resultados alcanzados revelan las diferencias de eficiencia entre escuelas públicas y privadas, tanto bajo la consideración de una única frontera de producción, como con la utilización de metafrontera y, por tanto, la consideración de diferentes fronteras. Así mismo, los resultados de considerar la influencia de los efectos estudiante y escuela como componentes de la ineficiencia, indican que estos últimos tienen menores niveles ineficiencia que los primeros, para ambos tipos de escuela. En particular, los efectos alumno y escuela en la titularidad pública son del 1,1722 y 1,0011 respectivamente, mientras que en el caso de la titularidad privada son del 1,1380 y 0,9880.

En relación con los factores determinantes de la eficiencia, la pertenencia de los alumnos a familias monoparentales o nucleares implica mayores niveles de eficiencia que cualquier otro tipo de tutela. Este resultado podría ser útil a la hora de enfocarse en políticas de igualdad de oportunidades. También sería motivo de reflexión la relación entre eficiencia y grado al que pertenece el alumno desde el punto de vista de la dotación de recursos para evitar la repetición. La mayor formación de los padres se relaciona con niveles superiores de eficiencia, en forma cuadrática, en el caso de la frontera global y de las escuelas privadas.

La mayor disciplina en el aula implica que el proceso de aprendizaje se desarrolló en un ambiente sin conflictos, lo que favorece la eficiencia. El tamaño del aula no resultó ser significativo. Finalmente, la localización de la escuela resultó ser significativa en el caso de la titularidad pública.

Entre las limitaciones de este trabajo se encuentra el análisis de corte transversal realizado para el año 2012. Por ello, se hace necesario que futuras extensiones de este trabajo se encaminen a continuar investigando en esta dirección para otras oleadas del informe PISA.

Agradecimientos

Los autores agradecen los comentarios y sugerencias realizadas por los evaluadores, que han contribuido a mejorar este trabajo. La responsabilidad de los posibles errores cometidos es exclusiva de los autores.

Los autores agradecen la financiación recibida de la Escuela Superior de Administración Pública (ESAP). De forma especial, también agradecen a Carlos Arturo Zamudio Forero (director de la ESAP Fusagasugá) y a José Miguel Segura (joven talento ESAP) la ayuda recibida en sus ámbitos.

Referencias

1. Afonso, A., & St. Aubyn, M. (2006). Cross-country efficiency of secondary education provision: A semi-parametric analysis with non-discretionary inputs. *Economic Modelling*, 23(3), 476-491.
2. Apple, M. (1996). *Política cultural y educación*. Madrid: Morata.
3. Battese, G. E., Rao, D., O'Donnell, C. J. (2004). A metafrontier production function for estimation of technical efficiencies and technology gaps for firms operating under different technologies. *Journal Productivity Analysis*, 21(1), 91-103.
4. Belth, M. (1971). *La educación como disciplina científica*. Buenos Aires: El Ateneo.
5. Cazals, C., Florens, J. P., & Simar, L. (2002), Non-parametric frontier estimation: A robust approach. *Journal of Econometrics*, 106(1), 1-25.

6. Charnes, A., Cooper, W., & Rhodes, E. (1981). Evaluating program and managerial efficiency: An application of data envelopment analysis to program follow through. *Management Science*, 27(6), 668-697.
7. Coleman, J., Hoffer, T. & Kilgore, S. (1982). *High school achievement. Public, catholic & private schools compared*. Basic Books, Inc, Publishers. Nueva York.
8. Cordero, J. M., Crespo-Cebada, E., Pedraja-Chaparro, F., & Santin, D. (2011). Exploring educational Efficiency divergences across Spanish regions in PISA 2006. *Revista de Economía Aplicada*, 57 (vol. XIX), 117-145.
9. Cordero, J. M., Crespo-Cebada, E., & Pedraja-Chaparro, F. (2011). Rendimiento educativo y determinantes según PISA: una revisión de la literatura en España. *Revista de Educación*, 362,273-297 DOI: 10-4438/1988-592X-RE-2011-362-16.
10. Cordero, J. M., Prior, D., & Simancas, R. (2016). A comparison of public and private schools in Spain using robust nonparametric frontier methods. *Central European Journal of Operations Research*, 24(3), 659-680.
11. Crespo-Cebada, E., Pedraja-Chaparro, F., & Santin, D. (2014). Does school ownership matter? An unbiased efficiency comparison for regions of Spain. *Journal of Productivity Analysis*, 41(1), 153-172.
12. Delannoy, F. (1998). *Reformas en gestión educacional en los 90*. (LCSH Paper Series 21). Human Development Department. The World Bank, Washington.
13. De Jorge Moreno, J., & Santin, D. (2010). Determinantes de la eficiencia educativa en la Unión Europea. *Hacienda Pública Española/Revista de Economía Pública*, 193(2), 131-156.
14. Fernández, M. (2013). Análisis del contexto educativo en el contexto social. En M. Carrasco, J. Coronel, S. Fernández, M. García, S. González y E. Moreno, *Conocer y comprender las organizaciones educativas: una mirada a las cajas chinas* (pp. 42-55). Madrid: Ediciones Pirámide.

15. Figlio, D. N., & Stone, J. A. (1997). *School choice and student performance. Are private schools really better?* (Discussion Paper 1141-97). Institute for Research on Poverty.
16. Fundación Compartir (2014). *Tras la excelencia docente. Cómo mejorar la calidad de la educación para todos los colombianos*. Bogotá: Panamericana.
17. Gallart, M. A. (2008). *Skills, productivity and employment growth: The case of Latin America*. Montevideo, Chile: ILO/Cinterfor.
18. García, M., Espinosa, J., Jiménez, F., & Parra, J. (2013). *Separados y desiguales. Educación y clases sociales en Colombia*. Bogotá: Centro de Estudios de Derecho, Justicia y Sociedad, De Justicia.
19. García-Huidobro, J. E. (2009). Una nueva meta para la educación latinoamericana del Bicentenario. Colección Metas educativas 2021. En *Reformas educativas. Calidad, equidad y reformas en la enseñanza* (pp. 19-33). España: OEI, Fundación Santillana.
20. Gray, J (1981). A comparative edge: examination results and the probable limits of secondary school effectiveness. *Educational Review*, 33, 25-35.
21. Gray, J., Jesson, D., & Jones, B. (1986). Towards a framework for interpreting school's examination results. En R. Rogers (ed.), *Education and social class*. Londres: Falmer Press. 33, 25-35.
22. Güzeller, C. O., & Akin, A. (2014). Relationship between ICT variables and mathematics achievement based on PISA 2006 database: International evidence. *Turkish Online Journal of Educational Technology*, 13(1), 184-192.
23. Hanushek, E. A. (1979). Conceptual and empirical issues in the estimation of educational production functions. *Journal of Human Resources*, 14, 351-388.
24. Hanushek, E. A. (1986). The economics of schooling: Production and efficiency in public schools. *Journal of Economic Literature*, 24, 1141-1177.

25. Levin, H. M. (1974). Measuring efficiency in educational production. *Public Finance Quarterly*, 2, 3-24.
26. Lovell, C. A. K., & Rouse, A. P. B. (2003). Equivalent standard DEA models to provide super-efficiency scores. *Journal of the Operational Research Society*, 54, 101-108.
27. Mancebon, M. J., & Muñiz, M. A. (2008). Private versus public high schools in Spain: Disentangling managerial and programme efficiencies. *Journal of the Operational Research Society*, 59, 892-901.
28. McEwan, P. J. (2010). Empirical research methods in the economics of education. En D. Brewer, & P. J. McEwan (eds.), *Economics of education* (pp. 9-14). San Diego: Elsevier Academic Press.
29. Ministerio de Educación Nacional. (1997). *La evaluación en el aula y más allá de ella*, Bogotá: MEN.
30. O'Donnell, C. J., Prasada Rao, D. S., & Battese, G. E. (2008). Metafrontier frameworks for the study of firm-level efficiencies and technology ratios. *Empirical Economics*, 34, 231-255.
31. Perelman, S., & Santín, D. (2011). Measuring educational efficiency at student level with parametric stochastic distance functions: An application to Spanish PISA results. *Education Economics*, 19(1), 29-49.
32. Santín, D. (2006). La medición de la eficiencia de las escuelas: una revisión crítica. *Hacienda Pública Española/Revista de Economía Pública*, 177(2), 57-83.
33. Santos, M. E. (2007). Quality of education in Argentina: Determinants and distribution using PISA 2000 test scores. *Well-Being and Social Policy*, 3(1), 69-95.
34. Silva-Portela, M. C., & Thanassoulis, E. (2001). Decomposing school and school-type efficiency. *European Journal of Operational Research*, 132, 357-373.

35. Simar, L. (2003). Detecting outliers in frontier models: A simple approach. *Journal of Productivity Analysis*, 20(3), 391-424.
36. Sund, K. (2009). Estimating peer effects in Swedish high school using school, teacher, & student fixed effects. *Economics of Education Review*, 28, 329-336.
37. Tauchmann, H. (2012). Partial frontier efficiency analysis. *The Stata Journal*, 12(3), 461-478.
38. Thanassoulis, E., & Dunstan, P. (1994). Guiding schools to improved performance using data envelopment analysis: An illustration with data from a local education authority. *Journal of the Operational Research Society*, 45, 1247-1262.
39. Thanassoulis, E., & Silva-Portela, M. C. (2002). School outcomes: Sharing the responsibility between pupil and school. *Education Economics*, 10(2), 183-207.
40. Thieme, C., Prior, D., Gimenez, V., & Tortosa-Ausina, E. (2011). Desempeño de los centros educativos: ¿un problema de recursos o capacidades organizativas? *Hacienda Pública Española/Revista de Economía Pública*, 199, 81-118.
41. Thieme, C., Prior, D., & Tortosa-Ausina, E. (2013). A multilevel decomposition of school performance using robust nonparametric frontier techniques. *Economics of Education Review*, 32, 104-121.
42. Todd, M., Roos, S., & Anderson, J. (2010). An opportunity to better understand schooling: The growing presence of Pisa in the Americas. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 8, 453-473.
43. Unesco. (1991). Proyecto principal de educación en América Latina y el Caribe 24. Santiago de Chile: Unesco. Recuperado el 6 de julio del 2016 de <http://unesdoc.unesco.org/images/0009/000905/090515s.pdf>.

44. Waldo, S. (2007). On the use of student data in efficiency analysis. Technical efficiency in Swedish upper secondary school. *Economics of Education Review*, 26, 173-185.
45. Wheelock, D. C., & Wilson, P. (2007). *Non-parametric, unconditional quantile estimation for efficiency analysis with an application to Federal Reserve check processing operations*. (Working Papers 2005-027). Federal Reserve Bank of St Louis, St Louis.
46. Willis, A. I., & Harris, V. (2000). Political acts: Literacy learning and teaching. *Reading Research Quarterly*, 35(1), 72-88.
47. Williams, T. & Carpenter, P. (1991). Private schooling and public achievement in Australia. *International Journal Education*, 5, 411-431.
48. Wu, M., & Adams, R. J. (2002). Plausible values-Why they are important, International Objective Measurement Workshop. New Orleans.
49. Zoido, P. (2008). Public spending on education in Latin America: Does it pay? *Policy Insights*, 80. <http://www.oecd.org/dataoecd/19/1/>.