

Rediseño geométrico del chasis de un patín de carreras sobre ruedas basado en sus esfuerzos dinámicos y análisis de fatiga¹

Geometric redesign of a racing wheel skate chassis based on dynamic stresses and fatigue analysis.

Reformulação geométrica do chassi de um patim de corridas sobre rodas baseado nos seus esforços dinâmicos e análise de fadiga.

J.G. Diosa, L.M. Bustamante, y J.A. Villarraga

Recibido: julio 21 de 2016 - Aceptado: enero 13 de 2017

Resumen— A través del tiempo, el patinaje de velocidad ha sufrido diversas transformaciones, una de ellas ha sido el cambio en el tamaño de las ruedas y la variación de la técnica empleada en la competencia, estas transformaciones influyen en el desempeño de los deportistas y han generado modificaciones en las fuerzas aplicadas al chasis del patín, lo que ha provocado una disminución la vida útil del mismo; por tal razón se hizo un estudio con un deportista de alto rendimiento, se realizó un cálculo estático y uno dinámico, de las cargas que soporta el patín durante el movimiento de la técnica de doble empuje, se elaboraron modelos computacionales para seis tipos de chasis diferentes empleados actualmente, se obtuvieron los factores de seguridad para los esfuerzos y la fatiga, estos valores sirvieron como punto de partida para hacer un rediseño geométrico que optimizara la distribución de esfuerzos y aumentara los factores de seguridad. Se logró obtener una versión final del chasis liviana y con un incremento del 230% del factor de seguridad a la fatiga.

Palabras clave— patinaje de velocidad, técnica doble empuje, elementos finitos, rediseño, análisis de esfuerzos, análisis de fatiga.

Abstract— through the years, speed skating has undergone several transformations, one of them has been the change in the size of the wheels and the variation of the technique used in competition, these changes affect the performance of athletes and it has generated changes in the forces applied to the frame skate. This has led to a lifetime reduction of the product, for this reason a study was done with a high performance athlete, a static and a dynamic study was performed about the loads over the skate frame. While the double-push technique is being executed by a professional skater roller, computational models were done for six types of current commercial frames, stress and fatigue safety factors were calculated, these values were used as a starting point for a geometric redesign which optimizes the stress distribution and increases the safety factor. It was possible to obtain a final version of a light frame and an increase of 230 % on the fatigue safety factor.

Key words: inline speed skating, double push technique, finite elements, redesign, stress analysis, fatigue analysis.

Resumo— Através do tempo, a patinação de velocidade tem tido diversas transformações, uma delas é a mudança no tamanho das rodas e a variação da técnica utilizada nas competições, estas transformações influenciam no desempenho dos esportistas e tem gerado modificações nas forças aplicadas aos chasis do patim, provocando uma diminuição de sua vida útil. Por essa razão foi feito um estudo com um esportista de alto rendimento onde se realizou um cálculo estático e um dinâmico das cargas que o patim suporta durante o movimento da técnica de duplo impulso, foram elaborados modelos computacionais para seis tipos de chasis diferentes utilizados atualmente, e se obtiveram os fatores de segurança para os esforços e a fadiga, estes valores serviram como ponto de partida para fazer uma remodelação geométrica, que melhorasse a distribuição de esforços e aumentasse os fatores de segurança. Foi possível obter uma versão final do chassi leve e com acréscimo de 230% do fator de segurança à fatiga.

¹Producto derivado del proyecto de investigación “Optimización geométrica de patines sobre ruedas utilizados en competencias”. Presentado por el Grupo de Diseño Mecánico, de la Universidad de Antioquia.

J.G. Diosa. Ingeniero Mecánico, Candidato a M.Sc. en Ingeniería Mecánica, Profesor Catedrático Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad de Antioquia, Medellín (Colombia); email: juan.diosa@udea.edu.co

L.M. Bustamante. Ingeniera Mecánica, M.Sc., Docente Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad de Antioquia, Medellín (Colombia); email: liliana.bustamante@udea.edu.co

J.A. Villarraga. Ingeniero Mecánico, M.Sc., Ph.D (c) en Ciencia y Tecnología de Materiales, Profesor Asociado Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad de Antioquia, Medellín (Colombia); email: junes.villarraga@udea.edu.co

Palavras chave— patinação de velocidade, técnica de duplo impulso, elementos finitos, remodelação, análise de esforços, análise de fadiga.

I. INTRODUCCIÓN

DEBIDO a la evolución del patinaje a través del tiempo y principalmente al cambio de patines convencionales de cuatro ruedas a patines en línea y al interés de reducir el esfuerzo físico, surge la técnica de doble empuje, la cual consiste en que el patinador realiza su desplazamiento hacia adelante describiendo una trayectoria curvilínea, flexionando las rodillas y el tronco, para ganar estabilidad al bajar el centro de gravedad del cuerpo, de ésta forma el impulso se genera por las extremidades inferiores y por el peso del cuerpo del deportista al desplazar el centro de gravedad para obtener una propulsión continua durante todo el desplazamiento.

Se han realizado estudios para determinar el rendimiento del patinador, la mayoría de estos han analizado a patinadores de hockey y algunos de sus resultados y técnicas de medición, pueden ser utilizados en estudios para patinadores sobre ruedas. Dichos estudios han empleado principalmente métodos empíricos y la ayuda de cámaras de video, para determinar el rendimiento físico del patinador [1]–[6], pero no se hace diferencia entre las técnicas analizadas, ya sea la técnica clásica o la técnica de doble empuje, tampoco analizan la estática o dinámica de la técnica ni las cargas y esfuerzos generados sobre el patinador o el chasis. Algunos investigadores tuvieron en cuenta la técnica utilizada evaluando las cargas generadas sobre el deportista y su patín [7]–[9], los modelos empleados son simplificaciones y han utilizado sensores electrónicos en los chasis, equipos sonoros y videografías.

Puesto que el chasis juega un papel importante en el desempeño del patinador y por ende puede influir en gran medida en los resultados de las competencias, es de gran importancia disminuir su peso y aumentar su vida útil, en investigaciones previas se ha realizado el análisis estático del sistema [8], [10], en este trabajo se presenta el diseño de una geometría adecuada para el chasis de forma que optimice la distribución de esfuerzos, disminuya el peso para mejorar la eficiencia del deportista y aumente su vida útil a la fatiga, debido a la gran cantidad de ciclos de carga a los que se ve sometido en la competencia y en la práctica cotidiana del patinador.

II. METODOLOGÍA

El análisis cinemático y dinámico de la técnica de doble empuje se realizó empleando una herramienta de captura óptica y posteriormente se realizó una sincronización de los videos, posteriormente se caracterizó el material de fabricación de los chasis y se elaboraron modelos CAD de seis referencias comerciales empleadas actualmente. Usando el método de elementos finitos se calcularon los esfuerzos y los factores de seguridad (FS) para cada uno de ellos, por último se realizó un rediseño geométrico con el fin de optimizar el material utilizado en la fabricación y por consiguiente el peso del chasis.

A continuación se presenta en detalle cada uno de los aspectos que hicieron parte del desarrollo de la metodología.

A. Análisis del movimiento y de cargas

Para determinar la cinemática, las cargas estáticas y dinámicas que se generan durante la ejecución de la técnica de doble empuje, se realizaron capturas digitales del movimiento empleando seis cámaras con una resolución de 1080 x 720 pixeles, la disposición de éstas respecto al patinador y la ruta que realizaba se puede observar en la Figura 1, con los videos se logró obtener todo el ciclo de la técnica y el número de ruedas en apoyo sobre el piso.

Se realizó la sincronización de los videos obtenidos empleando el software *lightworks* 11.0.3 [11], para analizar y calcular las posiciones y los ángulos de las diferentes partes del cuerpo del deportista en cada una de las etapas de la técnica, se empleó el software KINOVEA versión 0.8.15 [12], la Figura 2 muestra un ejemplo de una secuencia de las posiciones analizadas.

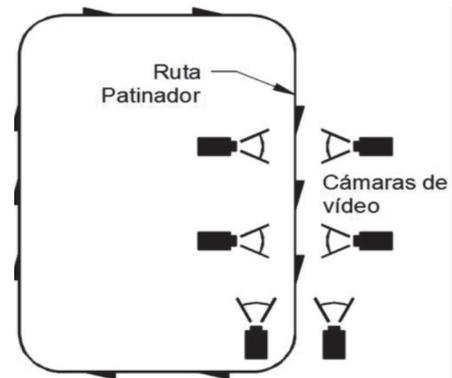


Fig.1. Ubicación de las cámaras para la adquisición de videos en el análisis de movimiento.



Fig.2. Secuencia de movimiento, vista lateral.

Se emplearon las características antropométricas planteadas por Braune y Fisher [12] y por Winter [13] para hallar la distribución de masas y longitudes de los diferentes miembros corporales. En la determinación de las cargas sobre el chasis se tomaron como posiciones críticas aquellas en las que el deportista se encuentra apoyado en un solo patín, usando un peso de 80 kg y una altura de 180 cm como parámetros promedio del deportista. Se empleó la aproximación de derivadas por diferencias finitas para obtener las aceleraciones (1) y (2) [14] y con estas se calcularon las cargas generadas por el deportista en las diferentes fases de la técnica.

$$f'(x_i) = \frac{3f(x_i) - 4f(x_{i-1}) + f(x_{i-2}))}{2h} \quad (1)$$

$$f''(x_i) = \frac{f(x_i) - 2f(x_{i-1}) + f(x_{i-2}))}{h^2} \quad (2)$$

Para el cálculo de las cargas dinámicas se empleó la misma posición que para el caso estático y se calcularon las contribuciones de todas las partes del cuerpo y sus respectivas masas y aceleraciones.

B. Caracterización del material

Para determinar la composición química del material de fabricación de los chasis y determinar si éste tenía algún tratamiento térmico, se realizaron ensayos de espectrometría y de dureza Rockwell escala B (HRB) según norma DIN 50150, a cada una de las referencias comerciales. Dichas durezas fueron posteriormente convertidas a escala Brinell (HBN).

Modelos tridimensionales

La elaboración de los modelos CAD de cada una de las seis referencias, se hizo mediante el software *Solidworks*. En la Figura 3 se muestran las vistas frontal y superior de cada uno de los modelos, las longitudes y los pesos obtenidos se pueden observar en la Tabla I.

C. Modelo numérico

Utilizando el software *ANSYS* versión 14 [15], se realizó un modelo de elementos finitos para calcular los esfuerzos y el FS bajo las condiciones de carga estática y dinámica

TABLA I
DIMENSIONES Y PESOS DE LOS CHASISES ANALIZADOS.

	Dimensiones [mm]	Peso [gr]
Chasis 1	352.8x69.9x34	281.9
Chasis 2	348.2x66.3x34	264.9
Chasis 3	300.6x64x34	196.4
Chasis 4	347.4x69.1x34	285.5
Chasis 5	358.6x56.5x34	221.8
Chasis 6	343.9x72x34	252.4

y el FS a la fatiga, este último se calculó para para las condiciones de carga obtenidas en el caso estático, en donde solo se tuvo en cuenta el peso del patinador y para el caso dinámico se calcularon las contribuciones de todas las partes del cuerpo y sus respectivas masas y aceleraciones. En los modelos numéricos se emplearon elementos tetraédricos de 10 nodos, con un valor promedio para cada modelo de 78555 nodos y 4465 elementos, se aplicaron las condiciones de carga máxima obtenidas en los estudios de carga estática y dinámica. Estas cargas fueron aplicadas sobre la superficie en donde el chasis hace contacto con la bota del patinador, como condiciones de borde complementarias se restringieron todos los grados de libertad de los agujeros en que se apoyan los ejes de las ruedas asumiendo que todas están en contacto con el suelo, lo cual se observó en los videos realizados para la captura de movimiento, y por último, para simular la unión de la bota con el patín se aplicó una precarga de 3333 N y un torque de 4 N*m al tornillo tipo Allen que se encuentra

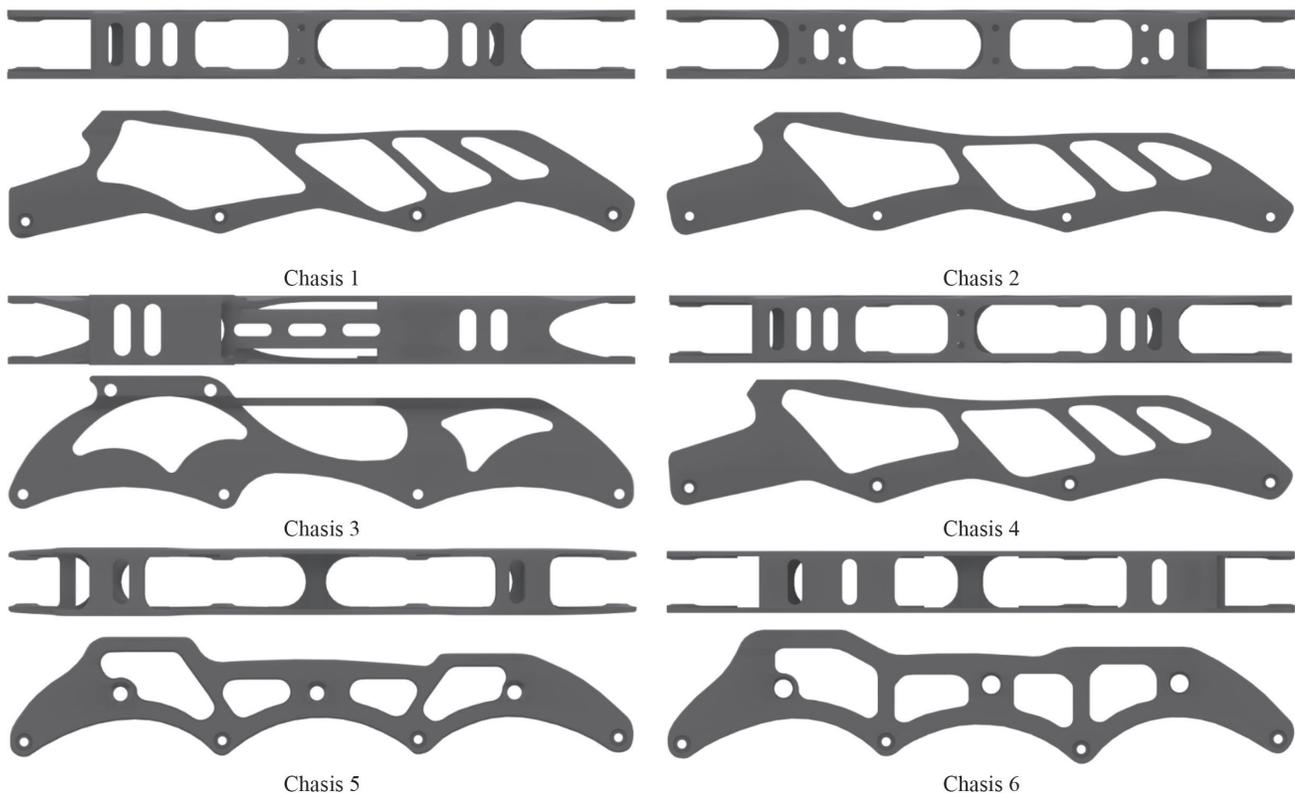


Fig. 3. Modelos CAD de las geometrías de los diferentes chasis analizados

en el chasis, el torque fue obtenido a partir de (3) [16], la ubicación de esta condiciones de borde puede observarse en la Figura 4 en donde las zonas más oscuras son los lugares de aplicación de las cargas y en los agujeros inferiores se restringieron los desplazamientos.

$$T = kF_i \quad (3)$$

Donde T es el torque de apriete, k es una constante empírica, para este caso 0.2 y F_i es la carga axial aplicada al tornillo.



Fig. 4. Zonas de aplicación de las condiciones de borde.

D. Rediseño geométrico

Teniendo en cuenta los resultados de los modelos numéricos y sus características geométricas se realiza un rediseño, que busca reducir el peso del chasis, disminuyendo la cantidad de material y aumentar los valores del FS para el esfuerzo y el FS a la fatiga.

Adicionalmente, se definió un factor de comparación (4), empleando la teoría de Soderberg y un millón de ciclos, para establecer el mejor resultado del rediseño con respecto a los estudios bajo carga dinámica y esfuerzo de fatiga. También se analizó el comportamiento del chasis al variar la precarga del tornillo de unión con la bota, en un rango de valores desde 3500 N hasta 5500 N con intervalos de 500 N .

$$F_c = \frac{FS_f}{W} \quad (4)$$

Donde F_c es el factor de comparación, FS_f es el factor de seguridad a la fatiga y W es el peso del chasis.

El proceso de rediseño se llevó a cabo con la herramienta *Shape Optimization* incluida en el software *ANSYS 14*.

III. Resultados y Discusión

A partir del análisis cinemático y del cálculo de cargas estáticas y dinámicas para diferentes fases de la técnica se concluyó que la posición más crítica corresponde al instante en el que el patinador se encuentra apoyado en un solo pie y en la posición de máxima inclinación en el plano sagital (Figura 5), las fuerzas y momentos obtenidos para este instante se pueden observar en la Tabla II.

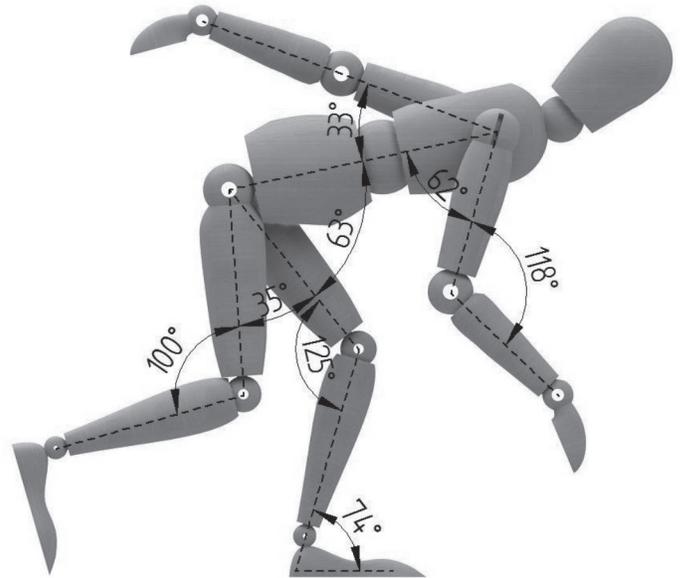


Fig. 5. Posición más crítica durante el desarrollo de la técnica de doble empuje.

El resultado del análisis espectral arrojó que el material empleado para la elaboración de los chasis es un aluminio serie 7000, y se concluyó que este no presentaba ningún tratamiento térmico basados en la dureza promedio obtenida [HBN], este material presenta un módulo de elasticidad de 72 Gpa y un coeficiente de *Poisson* de 0.33.

Tabla II
FUERZAS Y MOMENTOS APLICADOS SOBRE EL CHASIS EN LA POSICIÓN MÁS CRÍTICA.

Tipo de estudio	Fuerzas (N)	Momentos ($N m$)
Estático	$-784.8 j$	$-101.3962 i + 399.8556 k$
Dinámico	$-912.2571 i - 455.6186 j$	$395 k$

La zona en donde se presentaron los mayores valores para los esfuerzos en el chasis está ubicada en el lugar donde se une la bota del patín con el chasis por medio de una unión por tornillo, lo cual concuerda con las fallas presentadas comúnmente. En la siguiente figura se puede apreciar la ubicación y la forma de las fallas y un ejemplo de la distribución del factor de seguridad para las simulaciones numéricas bajo las condiciones estáticas y dinámicas de uno de los chasis analizados.

Se calcularon los factores de seguridad (FS) con respecto a los esfuerzos de von Mises, estos FS se obtuvieron al aplicar las cargas estáticas y dinámicas, adicionalmente se calcularon los valores del FS a la fatiga bajo estas mismas cargas, empleando la teoría de Soderberg y un millón de ciclos, la comparación para los valores obtenidos para cada uno de los chasis analizados puede observarse en la Figura 7, se puede apreciar que los mayores valores para los esfuerzos se dieron en el chasis 3, por consiguiente su menor valor en los FS, lo cual es debido a que es el que menor cantidad de

material utiliza para su fabricación, es decir, es el chasis más pequeño de todos los analizados, también se observa que los chasis que mejor soportan las cargas ya sean estáticas o dinámicas son el chasis 2 y el chasis 6. Para obtener valores cuantitativos de comparación se calcularon las relaciones de la ecuación (4), los cuales se pueden ver en la Tabla III, donde se observa que los chasis 2 y 6 son los que mejores resultados presentan, lo que indica que la geometría juega un papel importante en la distribución de los esfuerzos, ya que estos chasis no son los que mayor cantidad de material utilizan (ver Tabla 1), pero logran distribuir las cargas de manera que no se presentan las mayores magnitudes de los esfuerzos. También se debe resaltar que estas geometrías no presentaban concentradores de esfuerzos significativos.

En cuatro de los casos analizados se observa que los valores del FS dinámico son mayores que el FS estático, lo cual puede ser ocasionado por el efecto de combinación de las cargas adicionales que aparecen cuando se tienen en cuenta los efectos dinámicos de cada uno de las partes del cuerpo del patinador para el cálculo de las cargas sobre el chasis, debido a que la contribución de las extremidades que no están apoyadas se realiza en la dirección contraria al peso del patinador. Para los dos casos restantes en los cuales el FS es menor, la diferencia no es significativa (1,5% en el mayor de los casos), todo esto también es un indicio del papel que juega la geometría en la durabilidad del chasis, que coincide por lo reportado en un trabajo anterior [10].

Como se esperaba existe una concordancia entre los FS

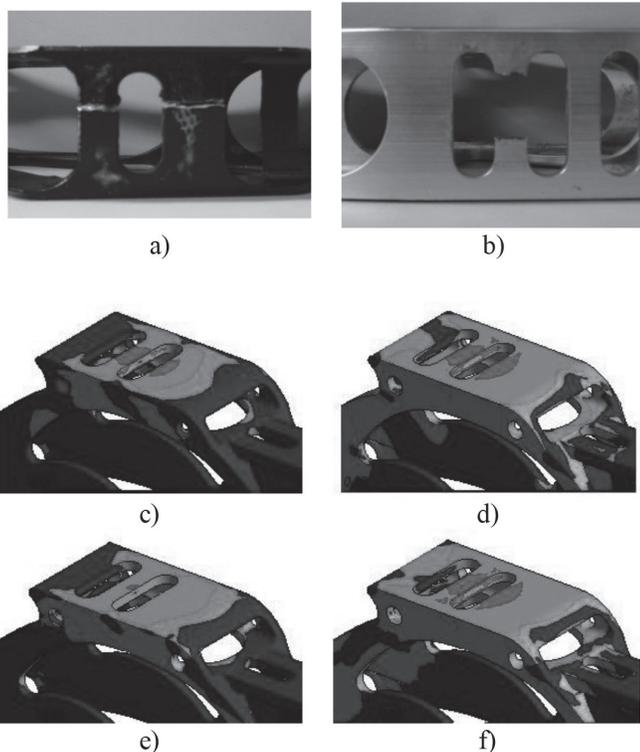


Fig. 6. a) y b) Zona y tipo de falla del chasis, distribución del factor de seguridad para c) Análisis estático, d) Análisis de fatiga bajo cargas estáticas, e) Análisis dinámico y f) Análisis de fatiga bajo cargas dinámicas

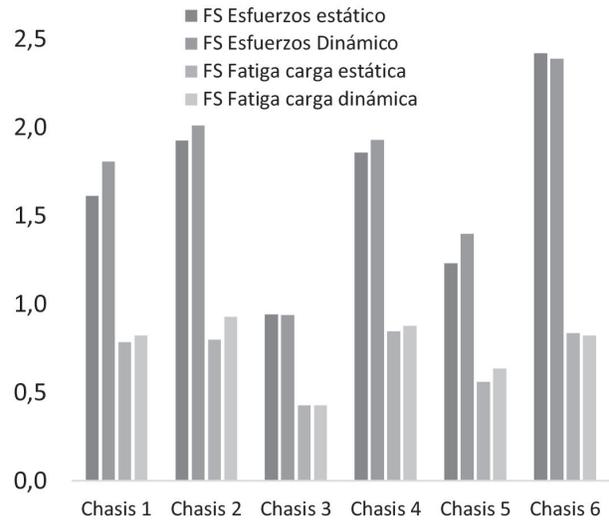


Fig. 7. Factores de seguridad de los chasis para las cargas estáticas y dinámicas.

y los FS a la fatiga. Adicionalmente se puede concluir que las geometrías analizadas para los diferentes chasis no son las más adecuadas teniendo en cuenta los valores del FS a la fatiga encontrados y el gran número de ciclos de carga a los que estos elementos se ven sometidos, este hecho también es evidenciado en la constante queja por parte de los patinadores sobre los frecuentes daños del chasis.

TABLA III

FACTORES DE COMPARACIÓN PARA LOS DIFERENTES CHASIS.

	Chasis 1	Chasis 2	Chasis 3	Chasis 4	Chasis 5	Chasis 6
Fc para Fatiga Carga Dinámica	2.912	3.500	2.169	3.072	2.867	3.257

E. Modelo propuesto

Teniendo en cuenta lo antes expuesto, se tomaron como referencia los chasis 2 y 6 para la creación de una geometría inicial, la cual se modificó empleando la aplicación *shape optimization* que hace parte del paquete de ANSYS 14. Esta aplicación indica las zonas donde se concentran los menores esfuerzos y que podrían ser removidas sin afectar el rendimiento de la pieza. La forma final del chasis propuesto, se obtuvo realizando los cortes basados en la información obtenida de *shape optimization* y la forma del contorno del chasis, buscando que éste tenga una apariencia atractiva, pero con el objetivo que soporte las cargas a las que sería sometido. En la Figura 8 se observa las vistas frontal y superior del modelo propuesto, la masa total para esta geometría fue de 201,2 gr y sus dimensiones son 449,7 x 66,9 x 34 mm.

Al realizar las simulaciones aplicando las mismas cargas a las que fueron sometidos los demás chasis, el chasis propuesto mostró FS y FS a la fatiga apropiados (superiores a 1), presentando adicionalmente una distribución más homogénea de los esfuerzos, lo cual ayuda a una mejor repartición del material en el diseño del chasis. En la Tabla IV se muestran los resultados de los estudios estáticos y dinámicos aplicados en el modelo propuesto y el factor de comparación.

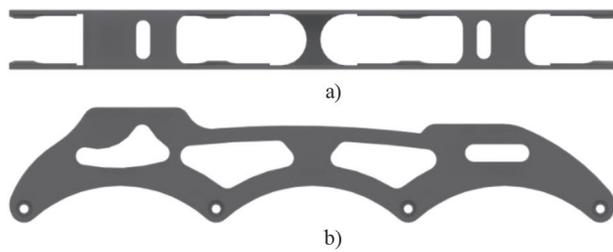


Fig. 8. Chasis propuesto tamaño de ruedas 4 x 110 a) vista superior. b) vista frontal.

TABLA IV
FACTORES DE SEGURIDAD Y DE COMPARACIÓN PARA EL MODELO PROPUESTO.

	FSCE	FSCD	FSFCE	FSFCD	FcFCD
Chasis propuesto	3.146	4.319	1.430	2.011	9.995

FSCE: Factor de seguridad carga estática.

FSCD: Factor de seguridad carga dinámica.

FSFCE: Factor de seguridad fatiga carga estática.

FSFCD: Factor de seguridad fatiga carga dinámica.

F_cFCD: Factor de comparación fatiga carga dinámica.

Se observa como mejoran todos los valores para los FS, en el menor de los casos la variación es superior al 70%, también el factor de comparación para el FS a la fatiga aumenta en casi un 300% con respecto al mejor comportamiento de este indicador para los chasis analizados, el peso final no aumenta con respecto a las opciones comerciales actuales, con estos valores se puede asegurar que se logra mejorar considerablemente la vida útil del chasis, que se aumenta la confianza del deportista en su equipo para el periodo de competencias y que no se afecta la eficiencia al mantener el peso en el mismo rango que los chasis comerciales.

IV. CONCLUSIONES

El uso de herramientas de captura y análisis de movimiento como material de apoyo para el cálculo de la cinemática del movimiento del deportista y de las cargas dinámicas generadas por éste, resultan ser útiles e importantes debido a que el cálculo basado en el método estático incorpora errores en los análisis al ignorar los efectos de las masas y las aceleraciones de las diferentes partes del cuerpo. Se observó que los diseños de los chasis para patín de carreras sobre ruedas existentes en el mercado no tienen las geometrías apropiadas para soportar las cargas de funcionamiento y el número de ciclos a los que es sometido el chasis durante el tiempo de entrenamiento y las competencias, por lo tanto, para realizar un buen diseño geométrico de un chasis, es necesario considerar y conocer las posiciones críticas durante la ejecución de la técnica por parte del deportista, las condiciones de carga máxima y el número de ciclos de carga del mismo. La herramienta *shape optimization* que hace parte del paquete de ANSYS 14, permitió optimizar las geometrías de los chasis existentes removiendo material en aquellas zonas de menor concentración de esfuerzos, conservando una apariencia atractiva y garantizando la resistencia necesaria para un mayor número de ciclos sin aumentar el peso del chasis. El chasis propuesto logró obtener FS bajo carga estática y dinámica y FS a la fatiga

superiores a 1, con un aumento del 230 % de este último respecto al chasis más solicitado dentro de los analizados (chasis 3), y una disminución de la masa del chasis propuesto de aproximadamente 50 gramos con respecto al promedio de los valores encontrados comercialmente, todo este se traduce en una mayor vida útil del chasis y en un aumento de la seguridad del deportista durante competencia y el periodo de entrenamiento.

F. Agradecimientos

Los autores de este trabajo desean dar agradecimiento por su colaboración a la Bioingeniera Nataly Salcedo por su contribución con los cálculos de la dinámica del movimiento, al entrenador Carlos Enrique Plata y al patinador Guillermo Cerén por el apoyo técnico, a la Liga de Patinaje de Antioquia por el préstamo de sus instalaciones y al Comité para el Desarrollo de la Investigación de la Universidad de Antioquia CODI por la ayuda económica brindada.

REFERENCIAS

- [1] J. J. de Koning, C. Foster, J. Lampen, F. Hettinga, and M. F. Bobbert, "Experimental evaluation of the power balance model of speed skating," *J. Appl. Physiol. Bethesda Md* 1985, vol. 98, no. 1, pp. 227–233, Jan. 2005.
- [2] G. Suárez, *Biomecánica deportiva aplicada*, Primera Ed. Medellín: Funámbulos, 2011.
- [3] J. Acero, A. Palomino, H. Ibargüen, and C. Carmona, "Valoración cinemática (2d) sagital de la salida frontal de un patinador de carreras: un estudio piloto," *Inst. Investig. Soluciones Biomecánicas*, 2003.
- [4] J. Egocheaga, J. Llavador, J. Díaz-Munío, M. Del Valle, O. Lekunberri, and I. Díaz, "Economía de carrera en el patinaje de velocidad. Influencia de la posición dentro del grupo," *Arch. Med. Deporte*, vol. XXI, pp. 215–220, 2004.
- [5] K. García Londoño and M. Bolívar Moreno, "Comparación cinemática de los ciclos de empuje en patinadores competitivos, de 11 a 17 años, utilizando una tabla deslizante y la recta en pista," Universidad tecnológica de Pereira, Pereira, 2011.
- [6] G. Suárez, *Biomecánica deportiva y control del entrenamiento*, Primera Ed. Medellín: Funámbulos, 2009.
- [7] C. Lugea, "Consideraciones sobre biomecánica en el patinaje," *SpeedSk8rs*, 2011.
- [8] N. Petrone, "Acquisition and analysis of ground reaction forces and foot orientation on in-line skates during track speed skating," 2007.
- [9] T. J. Stidwill, R. A. Turcotte, P. Dixon, and D. J. Pearsall, "Force transducer system for measurement of ice hockey skating force," *Sports Eng.*, vol. 12, no. 2, pp. 63–68, Mar. 2009.
- [10] J. A. Villarraga Ossa, L. M. Bustamante Goez, and J. G. Diosa Peña, "Análisis Estático para Optimizar un Chasis de Patín de Carreras Sobre Ruedas," vol. 10, no. 19, pp. 47–53, Jul. 2014.
- [11] "Lightworks: The professional editor for everyone." [Online]. Available: <https://www.lwks.com/>. [Accessed: 02-Mar-2017].
- [12] "Kinovea." [Online]. Available: <https://www.kinovea.org/>. [Accessed: 02-Mar-2017].
- [13] D. A. Winter, *Biomechanics and Motor Control of Human Movement*. John Wiley & Sons, 2009.
- [14] S. C. Chapra and R. P. Canale, *Numerical methods for engineers*, 6th ed., vol. 1. New York, NY: McGraw-Hill, 2010.
- [15] ANSYS, "Elements Reference." ANSYS Inc.
- [16] R. Budynas and J. Keith, *Diseño en Ingeniería Mecánica*, 9th ed. McGraw-Hill, 2012.



Juan Gustavo Dios. Ingeniero Mecánico de la Universidad de Antioquia (2013). Actualmente candidato a Magister en Ingeniería Mecánica y estudiante de Doctorado en Ingeniería de Materiales, Universidad de Antioquia. Profesor catedrático en la Universidad de Antioquia, programa de Ingeniería Mecánica. Investigador del grupo de investigación en Diseño Mecánico – GDM de la Universidad de Antioquia. Áreas de interés: Biomecánica, biomateriales, Diseño Mecánico.



Liliana M. Bustamante Góez, Ingeniera Mecánica de la Universidad de Antioquia (2004). Magister en Ingeniería, área ambiental, Universidad de Antioquia (2011). Actualmente estudiante de Doctorado en Ingeniería de Materiales. Investigador del grupo de investigación en Diseño Mecánico – GDM de la Universidad de Antioquia. Áreas de interés: Biomateriales, mecánica de materiales, biomimética.



Junes Villarraga Ossa, Ingeniero Mecánico de la Universidad Nacional de Colombia sede Medellín (1999). Magister en Ingeniería Mecánica, Universidad Simón Bolívar, Caracas, Venezuela (2002). Actualmente candidato a Doctor en Ciencia y Tecnología de Materiales, Universidad Nacional de Colombia sede Medellín. Profesor Asociado en la Universidad de Antioquia, programa de Ingeniería Mecánica. Coordinador del grupo de investigación en Diseño Mecánico – GDM de la Universidad de Antioquia. Áreas de interés: Biomecánica, simulación numérica, tribología.