


ANÁLISIS DE ESTABILIDAD EN TIEMPO DISCRETO DE UN PFC CONTROLADO POR CORRIENTE PROGRAMADA

 JULIÁN PELÁEZ RESTREPO*
CARLOS ANDRÉS TORRES PINZÓN**
FREDDY FLORES BAHAMONDE***
SERGIO IGNACIO SERNA GARCÉS****

RESUMEN

El presente artículo hace un estudio analítico de un convertidor Boost controlado por corriente programada funcionando como corrector de factor de potencia (PFC), se modela en tiempo discreto, se hace un análisis de estabilidad basado en la matriz Jacobiana evaluada en el punto de equilibrio, con ayuda de la cual encontramos el polinomio característico del sistema y, por medio de simulaciones numéricas, aseguramos que las ganancias de control estén dentro del círculo unitario para que el sistema sea estable.

PALABRAS CLAVES: PFC; Boost; modo de control por corriente programada; modelo discreto; estabilidad.

STABILITY ANALYSIS IN DISCRETE TIME OF A PFC CONTROLLED BY CURRENT -PROGRAMED

ABSTRACT

This paper is an analytic study of a current-programmed DC/DC Boost converter, operating as power factor correction (PFC). The converter is modeled in discrete time and the stability analysis is performed by evaluating the Jacobian matrix at the point of equilibrium. Thus, the characteristic polynomial is obtained and by simulation is obtained the gain which makes the system be stable.


KEYWORDS: PFC; Boost; Current-programed controlled mode; Discrete model; Stability.

* Ingeniero electrónico, Universidad del Quindío. Mg. en Ingeniería electrónica de la Universidad Rovira i Virgili, Tarragona, España. PhD. en ingeniería en la URV de Tarragona, España. Profesor catedrático de tiempo completo en el área de investigación del Instituto Tecnológico Metropolitano, Medellín, Colombia.

** Ingeniero electricista y Mg. en Ingeniería Eléctrica de la Universidad Tecnológica de Pereira. Mg. y PhD. en Ingeniería Electrónica de la Universitat Rovira i Virgili de Tarragona, España. Docente de la Facultad de Ingeniería Electrónica de la Universidad Santo Tomás sede Bogotá.

*** Ingeniero electrónico, Universidad Tecnológica Metropolitana de Chile. Mg. en Ingeniería Electrónica en la Universitat Rovira i Virgili, Tarragona, España. PhD. (c) Ingeniería en Electrónica en Universitat Rovira i Virgili.

**** M.Sc. en Ingeniería - Ingeniería de Sistemas de la Universidad Nacional de Colombia. PhD. (c) en Ingeniería Automática Universidad Nacional de Colombia. Asesor de Proyectos de Investigación del Instituto Tecnológico Metropolitano, y coordinador de la Línea de Investigación en Electrónica y Comunicaciones del Grupo Automática y Electrónica de la misma Institución.

 Autor de correspondencia: (J. Peláez-Restrepo). Calle 54 A # 1 - 30, Medellín (Colombia). Tel: 460 07 27
Correo electrónico: jprpower104@hotmail.com

Historia del artículo:
Artículo recibido: 14-III-2013 / Aprobado: 17-X-2013
Discusión abierta hasta diciembre de 2014

ANÁLISE DE ESTABILIDADE EM TEMPO DISCRETO DUM PFC CONTROLADO POR CORRENTE PROGRAMADA

SUMÁRIO

Este artigo apresenta um estudo analítico de um conversor Boost controlado por corrente programada funcionando como corretor de fator de potência (PFC), modela-se em tempo discreto, faz-se um análise de estabilidade baseado na matriz Jacobiana avaliada no ponto de equilíbrio, com ajuda do qual encontramos o polinômio característico do sistema e por meio de simulações numéricas seguramos que as ganâncias de controle estejam dentro do círculo unitário para que o sistema seja estável.

PALAVRAS-CHAVE: PFC; Boost; Modo de controle por corrente programada; Modelo discreto; Estabilidade.

INTRODUCCIÓN

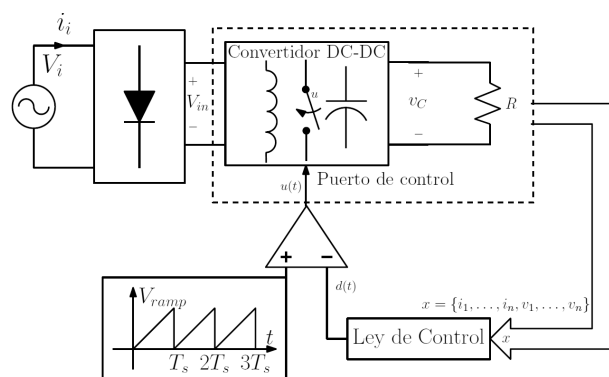
La conversión AC-DC o circuitos rectificadores de potencia son ampliamente conocidos en la industria de la electrónica de potencia. Normalmente están compuestos de un puente de diodos conectado en paralelo a un filtro a la salida. Esta solución es sencilla, robusta y barata, pero con grandes desventajas, ya que impide la regulación de tensión y genera formas de ondas no sinusoidales con un alto contenido de armónicos.

Hoy en día, debido a la creciente preocupación de la demanda de una potencia eléctrica de calidad, estas etapas de conversión deben cumplir con los requerimientos de estándares internacionales sobre la inyección de armónicos y la producción de emisiones electromagnéticas (EMI). Con la electrónica de potencia moderna y la utilización de semiconductores, los convertidores conmutados son comúnmente utilizados entre el rectificador de puente de diodos y el filtro de salida, como se observa en la **Figura 1**.

Una aplicación del concepto de resistor libre de pérdidas (LFR, por su sigla en inglés) es su utilización como pre-regulador para la realización de un corrector de factor de potencia activo. En este contexto la utilización de correctores de factor de potencia activos puede permitir que la carga vista por la fuente de entrada del sistema se comporte como una resistencia, dando lugar a un factor de potencia cercano a la unidad.

El LFR es un concepto introducido por Singer (1990) en el cual ciertos convertidores, en modo de conducción discontinua, presentan en régimen

Figura 1. Convertidor AC-DC en lazo cerrado con PWM



estacionario una impedancia de entrada de tipo resistivo. Además, un resistor libre de pérdidas es un elemento bi-puerto que pertenece a la clase de circuitos llamados POPI (*Power output = Power input*), los cuales constituyen los elementos canónicos de la síntesis de numerosas funciones de procesamiento de potencia Sebastian, *et al.* (1994), Flores-Bahamonde, *et al.* (2011), Cid-Pastor *et al.* (2010).

En este trabajo se aborda la síntesis de un LFR en un rectificador de tipo Boost mediante la utilización de un control discreto. El control digital para convertidores conmutados ha ganado interés en los últimos años, esto debido a que las prestaciones para convertidores se están volviendo más fiables y aplicables, gracias al incremento de la velocidad de cálculo y la potencia de procesamiento de los dispositivos semiconductores digitales Marcos-Pastor, *et al.* (2012).



Modelo discreto del convertidor Boost

El convertidor Boost es una topología tipo elevador de tensión comúnmente utilizada como pre-regulador de tensión con corrección del factor de potencia, como se observa en la **Figura 3**. En esta figura es posible observar que la corriente de referencia es obtenida por lazo externo de control encargado de regular la tensión de salida, concepto llamado corriente programada. Posteriormente, esta corriente de referencia es multiplicada con la tensión rectificada, obteniendo la forma de onda de la fuente, con lo que finalmente, se compara la corriente del inductor, logrando de esta manera la corrección del factor de potencia Pelaez-Restrepo, J. (2011). El vector de estados del sistema tiene como variables a la corriente de la bobina $i_L(t)$, y el voltaje del condensador de salida $v_C(t)$, entonces el vector de estados de un convertidor Boost simple es $x(t) = [i_L(t), v_C(t)]^T$.

La topología del convertidor Boost se muestra en la **Figura 2**, donde se puede ver que este convertidor tiene dos configuraciones en modo de conducción continua (CCM).

De esta manera se tiene una configuración cuando el MOSFET está saturado, representada por ($u = 1$).

$$\dot{x}(t) = A_1 x(t) + B_1 \quad \forall t_1 \in (nT_s, nT_s + dT_s) \quad (1)$$

$$y(t) = Cx(t)$$

Donde:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}; B_1 = \begin{bmatrix} \frac{V_{in}}{L} \\ 0 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ahora cuando el MOSFET está abierto ($u = 0$), se tiene la configuración representada por (2).

$$\dot{x}(t) = A_2 x(t) + B_2 \quad \forall t_2 \in (nT_s + dT_s, (n+1)T_s) \quad (2)$$

$$y(t) = Cx(t)$$

Donde:

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}; B_2 = \begin{bmatrix} \frac{V_{in}}{L} \\ 0 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Figura 2. Convertidor Boost

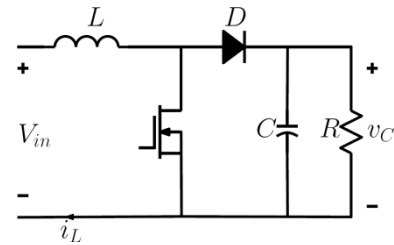
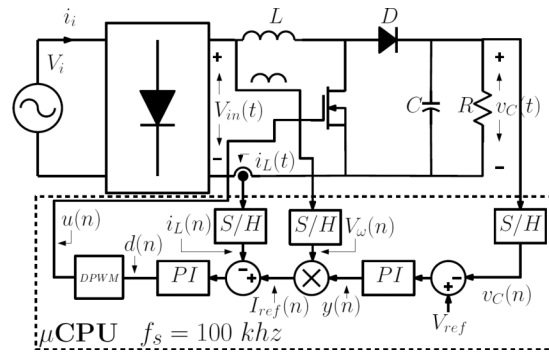


Figura 3. Convertidor Boost como PFC digital



Como es sabido, la solución de una ecuación diferencial lineal con coeficientes constantes no homogénea está dada por (3).

$$x(t) = e^{A_k(t-t_p)} x(t_0) + \int_t^{t_p} e^{A_k(t-\lambda)} B_k d\lambda \quad (3)$$

Si $\Phi_k(t - t_p) = e^{A_k(t-t_p)}$ y $\Psi_k(t - t_p) = \int_t^{t_p} e^{A_k(t-\lambda)} B_k d\lambda$ entonces se puede reescribir la ecuación (3) como (4).

$$\Phi_k(t - t_p) x(t_0) + \Psi(t - t_p) = \Phi_k(t - t_p) \quad (4)$$

Además si $\Phi_d = e^{A_k(t-t_p)} \approx I + A_k(t - t_p)$ y $\Psi_d = \int_t^{t_p} e^{A_k(t-\lambda)} B_k d\lambda \approx B_k(t - t_p)$ Pelaez-Restrepo, J. (2011), y determinando un mapa de Poincaré El Aroudi & Bruno Robert (2005) se obtiene el modelo discreto del convertidor Boost mostrado en (5).

$$x_{n+1} = \Phi_d x_n + \Psi_d = \Phi_2((1-d)T_s) \circ \Phi_1(dT_s) \quad (5)$$

Dónde:

$$x_n = [i_L(n), v_C(n)]^T \quad \Phi_d = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{(1-d)T_s}{L} \\ \frac{(1-d)T_s}{C} & 1 - \frac{T_s}{RC} \end{bmatrix} \quad \Psi_d = \begin{bmatrix} \frac{V_{in} T_s}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Modelo discreto del convertidor Boost como PFC

Un diagrama esquemático del convertidor Boost con PFC en modelo discreto se puede ver en la **Figura 3**, donde los módulos S/H (del inglés Sample and Holder) son muestreadores, y el módulo DPWM es una señal PWM generada con el temporizador de un microprocesador.

Es de interés hacer un análisis de la estabilidad en tiempo discreto por lo que se quiere representar los controladores dentro del sistema en espacio de estados, aunque pueden haber otros métodos de estabilización como los mostrados en Rubio et al. (2012a, 2012b). Un controlador PI (Proporcional-Integral) discreto está representado por la función de transferencia mostrada en (6).

$$G_{PI}(z) = k_p \left(1 + \frac{T_s}{\tau_i} \frac{1}{(z-1)} \right) = \frac{Y(z)}{E(z)} \quad (6)$$

Entonces se puede expresar la función de transferencia (6) en ecuaciones en diferencia como se muestra en (7).

$$y(n) = k_p \left(e(n) + \frac{1}{\tau_i} r(n) \right) \quad (7)$$

Donde:

$$r(n) = \frac{T_s}{(z-1)} e(n) \quad e(n) = X_{ref} - x(n)$$

Así es la integral del error, por lo tanto se puede reescribir la ecuación (7) como (8), (9).

$$y(n) = k_{p1}(X_{ref} - x_n) + \frac{k_p}{\tau_i} r(n) \quad (8)$$

$$r(n+1) = r(n) + T_s(X_{ref} - x_n) \quad (9)$$

Ahora aplicando esta transformación al controlador PI del lazo externo de control de voltaje podemos reescribir el sistema (5) con un nuevo estado $x_3(n)$ que es la integral del error de voltaje como se observa a continuación.

$$y(n) = k_{p1}(V_{ref} - v_c(n)) + \frac{k_{p1}}{\tau_1} x_3(n) \quad (10)$$

$$x_3(n+1) = x_3(n) + T_s(V_{ref} - v_c(n)) \quad (11)$$

Para seguir la forma de onda del voltaje rectificado se define $V_\omega = E_p \frac{\text{abs}[\sin(2\pi 60nT_s)]}{E_p}$ y la corriente de referencia del lazo interno de control como $I_{ref} = y(n)V_\omega$, además definimos una nueva variable de estado $x_4(n)$ que es la integral del error de corriente, el controlador PI del lazo interno de control de corriente se puede reescribir como (12), (13), donde (12) es el ciclo de útil de la señal cuadrada aplicada al MOSFET.

$$d(n) = k_{p2}(I_{ref} - i_L(n)) + \frac{k_{p2}}{\tau_2} x_4(n) \quad (12)$$

$$x_4(n+1) = x_4(n) + T_s(I_{ref} - i_L(n)) \quad (13)$$

Ahora cerrando los dos lazos de control en el modelo (5), se obtienen las ecuaciones (14), (15). Teniendo en cuenta que el vector de estados tiene dos nuevas variables $x_3(n)$ y $x_4(n)$.

$$x_{n+1} = \Phi_D x_n + \Psi_D \quad (14)$$

$$d(n) = k_{p2}(I_{ref} - i_L(n)) + \frac{k_{p2}}{\tau_2} x_4(n) \quad (15)$$

Donde:

$$x_n = [i_L(n), v_c(n), x_3(n), x_4(n)]^T \quad \Phi_D = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{(1-d(n))T_s}{L} & 0 & 0 \\ \frac{(1-d(n))T_s}{C} & 1 - \frac{T_s}{RC} & 0 & 0 \\ 0 & -T_s & 1 & 0 \\ -T_s & -k_{p1}V_\omega T_s & \frac{k_{p1}V_\omega T_s}{\tau_1} & 1 \end{bmatrix} \quad \Psi_D = \begin{bmatrix} \frac{V_{in}T_s}{L} \\ 0 \\ V_{ref}T_s \\ k_{p1}V_{ref}V_\omega T_s \end{bmatrix}$$

Análisis de estabilidad

El análisis de estabilidad de un sistema no lineal suele aproximarse con una linealización del sistema evaluada en el punto fijo, ahora si se demuestra la estabilidad por este método se dice que el sistema es localmente estable. En un sistema en tiempo discreto el punto fijo es definido cuando $x(n+1)$, para el sistema (14)-(15) el punto fijo está dado por (16).

$$x_{fix} = \left[\frac{V_{ref}^2}{RV_{in}} \quad V_{ref} \quad \frac{\tau_1 V_{ref}^2}{k_{p1} V_\omega RV_{in}} \quad \frac{\tau_2 (V_{ref} - V_{in})}{k_{p2} V_{ref}} \right]^T \quad (16)$$

La linealización del sistema (14)-(15) se determina con ayuda de la matriz Jacobiana del sistema evaluada en el punto fijo (16) tal como se muestra en (17).



(17)

$$JD(x_{fix}) = \begin{bmatrix} 1 - T_s S_1 & JD_{(1,2)} & \frac{(T_s k_{p1} V_\omega) S_1}{\tau_1} & \frac{T_s S_1}{\tau_2} \\ JD_{(2,1)} & JD_{(2,2)} & -C_2 & -\frac{T_s S_2}{\tau_2 R V_{in}} \\ 0 & -T_s & 1 & 0 \\ -T_s & -T_s S_3 & \frac{T_s S_3}{\tau_1} & 1 \end{bmatrix}$$

$$JD_{(1,2)} = -T_s k_{p1} V_\omega S_1 - \frac{\left(1 - \frac{k_{p2}}{\tau_2} x_{4,fix}\right) T_s}{L}$$

$$JD_{(2,1)} = \frac{T_s S_2}{R V_{in}} + \frac{\left(1 - \frac{k_{p2}}{\tau_2} x_{4,fix}\right) T_s}{c}$$

$$JD_{(2,2)} = \frac{k_{p1} V_\omega T_s S_2}{R V_{in}} + 1 - \frac{T_s}{R C}$$

$$C_2 = \frac{k_{p1} V_\omega T_s S_2}{\tau_1 R V_{in}}$$

$$S_1 = \frac{k_{p2} V_{ref}}{L}$$

$$S_2 = \frac{k_{p2} V_{ref}^2}{c}$$

$$S_3 = k_{p1} V_\omega$$

Para demostrar que el sistema es estable basta con encontrar las raíces del polinomio característico, el cual está definido por la ecuación (18).

$$|\lambda I - JD(x_{fix})| = 0 \tag{18}$$

Si las raíces del polinomio característico están dentro del círculo unitario podemos decir que el sistema es estable. El polinomio característico es de la forma (19).

$$a_0 \lambda^4 + a_1 \lambda^3 + a_2 \lambda^2 + a_3 \lambda + a_4 = 0 \tag{19}$$

Simulaciones numéricas

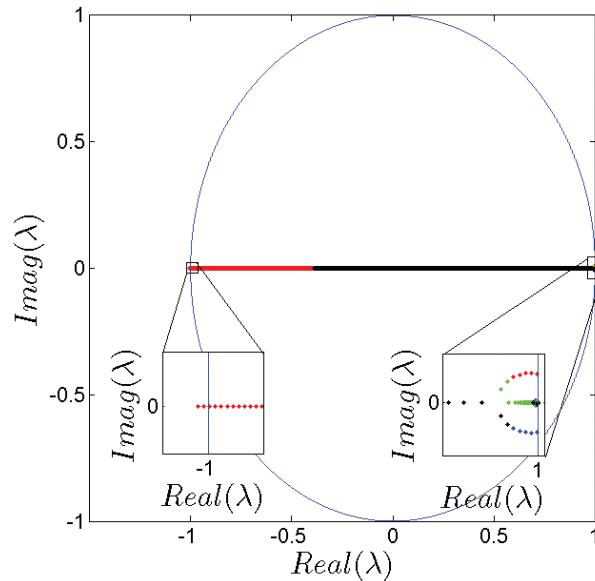
Asignándole valores a los parámetros del convertidor como se observa en la Tabla I, se procede a realizar las diferentes simulaciones con el fin de estudiar el comportamiento dinámico del PFC.

Tabla 1. Valores de los parámetros del PFC

Parámetro	Valor
R	200 Ω
C	200 μF
L	1 mH
T_s	$1e^{-5}$ Seg
V_{ref}	280 V_{dc}
V_w	$\text{abs}(\sin(2\pi 60nT_s))$ V
V_{in}	110 V_w V
$\tau_1 = \tau_2$	0.01 Seg
k_{p1}	0.05

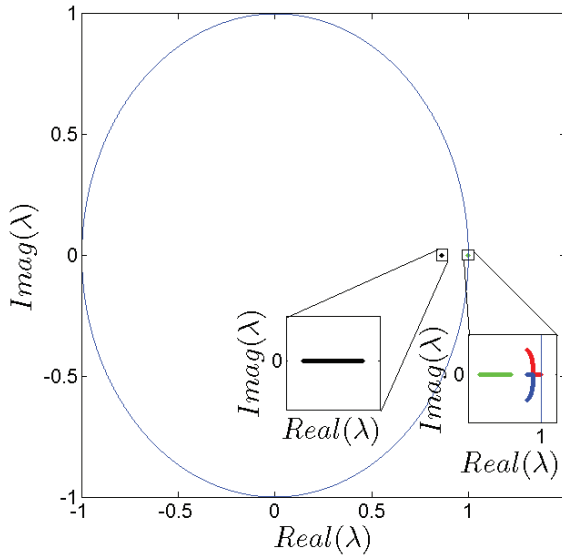
En la **Figura 4** se puede ver cómo una de las raíces del polinomio característico evoluciona conforme la ganancia varía entre $k_{p2} = 0, \dots, 0,72$. Se puede observar que aproximadamente $k_{p2} = 0,718$ una de las raíces del polinomio, cruza el círculo unitario, mientras las demás tienden a 1 por lo que tenemos un tipo de bifurcación llamada doblamiento de periodo, además para cualquier $0 < k_{p2} < 0,7$ se puede decir que el sistema es estable. Es también observable que un convertidor Boost como PFC al tener dos movimientos oscilatorios puros acoplados, debido a el rizado de conmutación $f_s = 100 \text{ khz}$ y a la frecuencia de la señal rectificada $f = 120 \text{ hz}$ opera como un sistema cuasi-periódico, lo que explica que las raíces tengan una magnitud cercana a uno o tiendan a esta magnitud conforme aumentan las ganancias de control.

Figura 4. Lugar geométrico de las raíces en tiempo discreto (LGR)



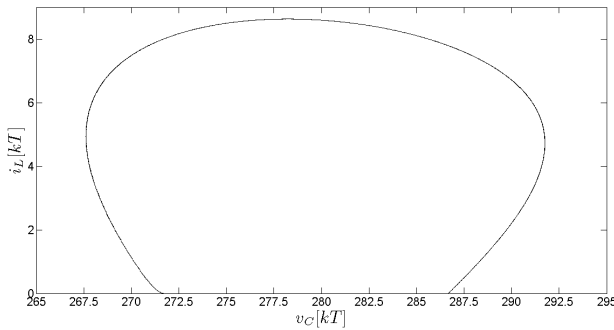
Ahora si se selecciona una ganancia $k_{p2} = 0,05$, la cual está dentro del intervalo estable, se pone el lugar geométrico de las raíces en el espacio donde todas las raíces están dentro del círculo unitario, aunque algunas de las raíces tienen un valor cercano a 1, sin embargo es normal en el caso de un PFC por tratarse de un sistema cuasi-periódico.

Figura 5. LGR en tiempo discreto caso estable.



Finalmente, vemos un plano de fase obtenido de la simulación del modelo discreto, y podemos observar claramente que el sistema es cuasi-periódico.

Figura 6. Plano de fase de i_L y v_c en tiempo discreto caso estable (Matlab)



El plano de fase ha sido obtenido también por simulación con PSIM, en este caso se puede observar claramente tanto la oscilación debida al rizado por conmutación, como la debida a la señal rectificadora.

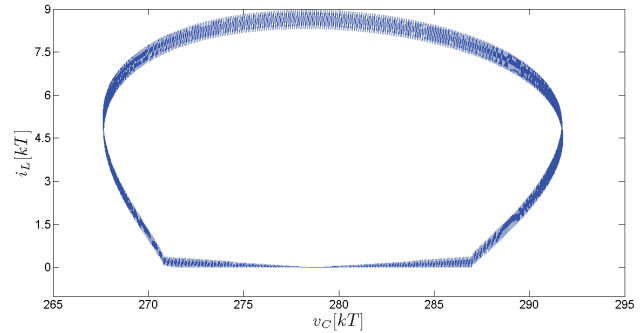
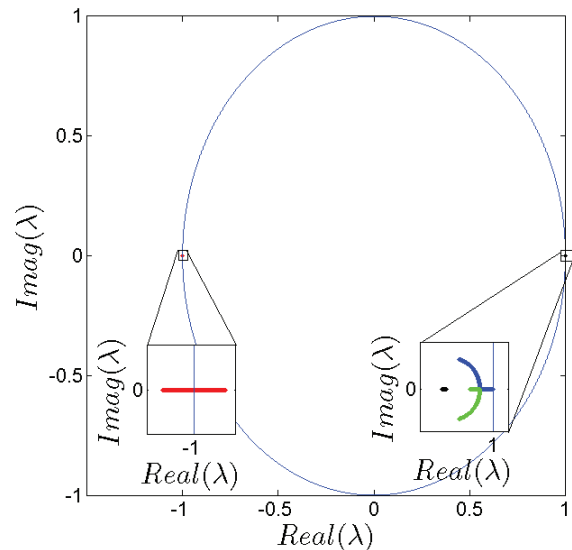


Figura 7. Plano de fase de i_L y v_c en el caso estable (PSIM)

En la **Figura 8** se puede observar el lugar geométrico de las raíces cuando $k_{p2}=0,72$, donde se puede ver que inicialmente el sistema es estable, pero cuando está a cercano a valores de $V_{in} = 110abs[\sin(n)]$ con $n=0,1,2,\dots$ una de las raíces cruza el círculo unitario por lo tanto el sistema bifurca debido a un doblamiento de periodo en el rizado, es decir se tiene una bifurcación de escala rápida.

Figura 8. LGR en tiempo discreto caso inestable



En los planos de fase de las **Figuras 9-10**, se puede observar la bifurcación del sistema cuando $V_{in} = 110abs[\sin(n)]$ con $n=0,1,2,\dots$.



Figura 9. Plano de fase de i_L y v_c en tiempo discreto caso inestable (Matlab)

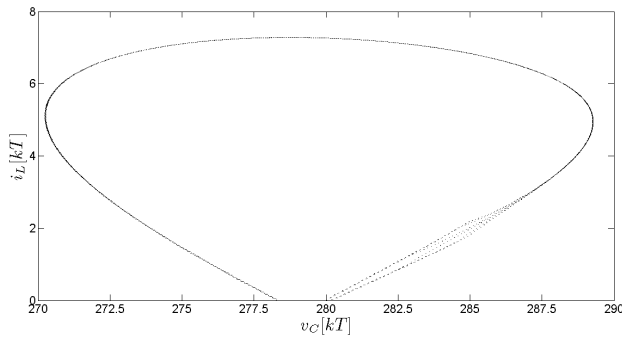
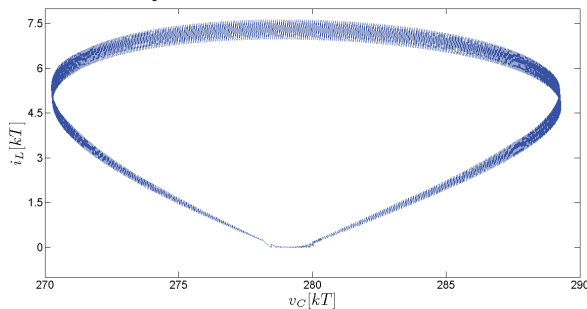
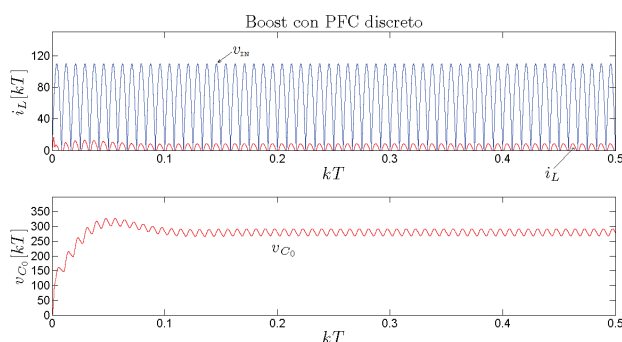


Figura 10. Plano de fase de i_L y v_c en el caso inestable (PSIM)



Finalmente, se pueden ver las series de tiempo del sistema operando en un intervalo de ganancias de control estables con las ganancias de control $k_{p1} = 0.05$ y $k_{p2} = 0.05$

Figura 11. Formas de onda de V_m , i_L y v_c .



CONCLUSIÓN

Con base en el estudio anterior, se pudo observar como un PFC es, por defecto, un convertidor conmutado que se comporta como un sistema dinámico cuasi-periódico por lo que tiene dos señales periódicas puras acopladas. Además se puede resaltar que por medio del estudio de la estabilidad en el modelo discreto es posible predecir el comportamiento dinámico de alto orden debido a la conmutación, como también a la dinámica de regulación o dinámica lenta. Además se pueden desarrollar algoritmos implementados bajo alguna unidad de procesamiento como un DSP o un micro-controlador. Como trabajo futuro se propone la verificación experimental, la utilización de un método de discretización más exacto, la aplicación de una técnica de estabilización no lineal y la realización de un estudio similar con un PFC trifásico de puente completo.

REFERENCIAS

- Cid-Pastor, A.; Martínez-Salamero, L.; Parody, N. and Aroudi, A.E. (2010). Analysis and Design of a Loss-Free Resistor Based on a Boost Converter in PWM Operation. *IEEE International Symposium on Proceedings of Circuits and Systems ISCAS'10*, pp.2742-45.
- El Aroudi, A. and Bruno Robert, G.M., (2005). Stability Analysis of a Voltage Mode Controlled Two-Cells DC-DC Buck Converter. *IEEE 36th Power Electronics Specialists Conference, PESC'05*, pp.1057-61.
- Flores-Bahamonde, F.; Valderrama-Blavi, H.; Bosque, J.M. and Salamero, L. (2011). Modular-Based PFC for Low Power Three-Phase Wind Generator. *7th International Conference-Workshop on Compatibility and Power Electronics CPE'11.*, pp.125-30.
- Hebert, H.C.; Zhou, Y. and Chi Tse, K. (2003). Fast-Scale Instability in a PFC boost Under Average Current-Mode Control. *International Journal of Circuit Theory and Applications*, 31(6), pp.611-24.
- Marcos-Pastor, A. et al., (2012). Síntesis de un resistor libre de pérdidas a frecuencia fija mediante control discreto en modo de deslizamiento. *Seminario Anual de Automática y Electrónica Industrial, SAAEI'12*.
- Pelaez Restrepo, J. (2011). Contribución al estudio de la dinámica y control de un convertidor Buck de dos celdas de conmutación. *Universitat Rovira i Virgili, Tesis Doctoral*.
- Sebastián, J.; Jaureguizar, M. and Uceda, J., (1994). An Overview of Power Factor Correction in Single-Phase

- Off-Line Power Supply Systems. *20th International Conference on Industrial Electronics, Control and Instrumentation, IECON'94*, 3, pp.1688-93.
- Singer, S. (1990). Realization of Loss-Free Resistive Elements. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 37(1), pp.54-60.
- Rubio, J.; Bejarano, F. J.; Figueroa, M. and Pérez-Cruz, J. H. (2012). Geometric Approach and Structure at Infinity Controls for the Disturbance Rejection. *IET Control Theory & Applications*, 6(16), 2528–2537.
- Rubio, J.; Figueroa, M.; Pérez-Cruz, J. H. and Rumbo, J. Y. (2012). Control para estabilizar y atenuar las perturbaciones en un péndulo invertido rotatorio. *Revista Mexicana de Física E*, 58, 107–112.

**PARA CITAR ESTE ARTÍCULO /
TO REFERENCE THIS ARTICLE /
PARA CITAR ESTE ARTIGO /**

Peláez-Restrepo, J.; Torres-Pinzón, C.A.; Flores-Bahamonde, F. y Serna-Garcés, S. (2013). Análisis de estabilidad en tiempo discreto de un PFC. *Revista EIA*, 10(20 julio-diciembre), pp. 165-172. [Online] Disponible en: <http://dx.doi.org/10.14508/reia.2013.10.20.165-172>