

SELECCIÓN DE ÍNDICES FINANCIEROS MEDIANTE TÉCNICAS ESTADÍSTICAS DEL ANÁLISIS MULTIVARIANTE¹

SELECTION OF FINANCIAL INDICATORS USING STATISTICAL MULTIVARIATE ANALYTICAL TECHNIQUES

SELEÇÃO DE ÍNDICES FINANCEIROS USANDO TÉCNICAS DE ESTATÍSTICA MULTIVARIÁVEL

Samuel Leonidas Pérez Grau

Magíster en Administración Industrial, Universidad del Valle. Especialista en Gestión Tributaria, Aduanera y Cambiaria, Corporación Universitaria de la Costa - CUC. Contador Público, Corporación Universitaria de la Costa - CUC. Ingeniero Químico, Universidad del Atlántico. Docente investigador Universidad Simón Bolívar, Barranquilla - Colombia.- Integrante del grupo Pensamiento Contable en el eje de Sistemas Contables y del tema Epistemología y Tecnología contables. sammy975603@gmail.com.

• Clasificación JEL: C69

RESUMEN

ABSTRACT

El objetivo de esta investigación es ofrecer a los Contadores Públicos una metodología de reducción del número de indicadores del estado de reutilización o de riesgo contable, con los cuales hacer el análisis de las revelaciones financieras de las empresas. Se trata de un estudio experimental exploratorio cuantitativo, para agrupar las contribuciones del conjunto original de p índices financieros de las empresas en otro conjunto de q variables incorrelacionadas, mediante la aplicación de la técnica estadística denominada Análisis de Componentes Principales. Los resultados obtenidos podrían utilizarlos los contadores para: simplificar los análisis posteriores contando para ello con un menor número de componentes, representar gráficamente los individuos en apenas 2 ó 3 dimensiones y, apreciar de modo más objetivo las relaciones entre las variables. Cada nueva matriz de mediciones, aun de las mismas variables sobre los mismos individuos, requiere un nuevo ACP, por lo tanto, nunca podríamos reproducir determinado estado de reutilización o de riesgo contable, sino que sus variables deberán ser identificadas en cada ocasión.

The purpose of this research is to provide certified accountants with a methodology to reduce the number of indicators of the status of profitability or accounting risk in order to conduct an analysis of the financial disclosure of companies. This is an experimental, quantitative, and exploratory study that aims to incorporate the contributions of the original set of p financial indicators of companies into another set of q non-correlated variables by applying a statistical technique called Analysis of Principal Components (APC). The findings of this study could be used by accountants to: i) simplify further analyses using a lesser number of components; ii) graphically represent individuals on only two or three dimensions, and iii) observe inter-variable relations in a much more objective manner. Each new matrix of measurements, even of the same variables about the same individuals, requires a new APC, so a given status of profitability or accounting risk could not be reproduced, but instead its variables must be identified every time.

PALABRAS CLAVE

KEYWORDS

Índices financieros, análisis multivariante, análisis de componentes principales, matriz de correlaciones, matriz de covarianzas.

Financial indicators, multivariate analysis, analysis of principal components, correlation matrix, covariance matrix.

Fecha de recepción: 20 - 11 - 2012

Fecha de aceptación: 20 - 12 - 2012

RESUMO

O objetivo dessa pesquisa é fornecer aos Contadores Públicos uma metodologia para a redução do número de indicadores do estado de rentabilidade ou de risco contábil, necessária para a realização da análise de divulgações financeiras das empresas. Esse é um estudo experimental exploratório quantitativo, para agrupar as contribuições do conjunto original de índices financeiros p das empresas em outro conjunto de variáveis q não correlacionadas, por meio da aplicação da técnica estatística denominada Análise de Componentes Principais. Os resultados obtidos poderiam ser usados pelos contadores para: simplificar as análises posteriores contando para isso com um número menor

de componentes, representar graficamente os indivíduos em apenas 2 ou 3 dimensões e, apreciar de modo mais objetivo as relações entre as variáveis. Cada nova matriz de medições, até mesmo das mesmas variáveis sobre os mesmos indivíduos, exige um novo ACP, portanto, nunca poderíamos reproduzir determinado estado de rentabilidade ou de risco contábil, a não ser com suas variáveis sendo identificadas em cada ocasião.

PALAVRAS-CHAVE

Índices financeiros, análise multivariável, análise de componentes principais, matriz de correlações, matriz de covariâncias.

Introducción

Usualmente las estadísticas financieras que las entidades e instituciones comunican a sus usuarios contienen más de una decena de indicadores. En realidad no son todos ellos necesarios. Una selección apropiada de los indicadores financieros por empresas en rentabilidad o rendimiento, puede ayudar a identificar direccionadores posibles de la política a seguir, pero también tal selección puede ayudar a evidenciar parámetros útiles ante procesos concordatorios, para empresas bajo riesgo por no lograr los objetivos del ciclo contable.

Como antecedente de esta investigación puede decirse que desde finales del siglo anterior, se ha venido extendiendo la aplicación de la técnica estadística del ACP hacia casi todos los campos de la producción técnica (Barbosa, 2000); sin embargo, relacionado con el análisis financiero, tan solo ha sido conocido por el autor el intento realizado por los profesores Morozoni, Hein y Olinkevitch (2006) de la Universidad del Centro Oeste, sobre una lista de 99 empresas en procesos concordatorios en los juzgados de Curitiba (Paraná, Brasil), bajo la aplicación del software Mathlab,

Lo que se pretende establecer en este estudio es una respuesta al siguiente problema: ¿Cuáles son los indicadores financieros con mayor pertinencia para analizar de manera incorrelacionada su contribución al estado de rentabilidad o de riesgo contable de las

empresas?. Ello con el objetivo de recomendar a los usuarios de la información financiera cuáles deberían ser los índices financieros seleccionables para explicar de modo necesario y suficiente el estado de rentabilidad de las empresas.

1. Desarrollo

Como es sabido, los analistas financieros diagnostican la situación de las empresas mediante la aplicación de unos indicadores (Rosillo, 2002), los cuales, por lo general, son los siguientes:

Indicadores de liquidez:

- Liquidez General (LG) = $(\text{Activo Corriente} + \text{Activo Realizable}) / \text{Pasivo Total}$
- Liquidez Corriente (LC) = $\text{Activo Corriente} / \text{Pasivo Corriente}$
- Liquidez Seca (LS) = $(\text{Activo Corriente} - \text{Mercancías}) / \text{Pasivo Corriente}$

Indicadores de riesgo:

- Capital de Trabajo a Patrimonio (CTP) = $(\text{Act. Cte.} - \text{Pas. Cte.}) / \text{Patrimonio Neto}$,
- Particip. Cap. de Terceros (PCT) = $\text{Pasivo Total} / (\text{Pasivo Total} + \text{Patrimonio Neto})$

- Rotación del Activo Realizable (RAR) = Activo Realizable / Ventas Netas

Indicadores de apalancamiento:

- Grado de Endeudamiento (GDE) = Pasivo Total / Patrimonio Neto,
- Composición del Endeudamiento (CDE) = Pasivo Corriente / Patrimonio Neto,
- Grado de Inmovilidad del Patrimonio (GIP) = Activo Fijo / Patrimonio Neto

Indicadores de rentabilidad:

- Rentabilidad sobre Ventas (RSV) = Ganancia Neta / Ventas Netas,
- Rentabilidad sobre Activos (RSA) = Ganancia Neta / Activo Total,
- Rentabilidad sobre Patrimonio (RSP) = Ganancia Neta / Patrimonio Neto

1.1. METODOLOGÍA

El ACP pertenece a un grupo de técnicas estadísticas multivariantes. Los métodos del análisis multivariante tienen una larga tradición en la elaboración de indicadores sintéticos en materia de predicción y de medición del desarrollo.

Tal como es utilizado en otras disciplinas diferentes de la contable, el objetivo más frecuente en la aplicación del ACP (Análisis de Componentes Principales) es el de reducir la dimensionalidad de la matriz de datos, con el fin de evitar redundancias y destacar relaciones entre variables, construir variables no observables (indicadores sintéticos) a partir de variables observables (Castro, 2002). Otros objetivos del ACP pueden ser, descubrir interrelaciones entre los datos, proponer la utilización de los componentes incorrelacionados hallados como datos de entrada para otros análisis estadísticos más apropiados.

Los tres métodos de análisis multivariante más convenientes para salvar la vaguedad de las estadísticas financieras, desde la eliminación de variables hasta la rotación o selección de factores, son el Análisis de

Componentes (ACP), el Análisis de la Distancia (ADP2) y la Agregación de los Conjuntos Difusos (ACD).

El Análisis de Componentes Principales (ACP) consiste en encontrar transformaciones ortogonales de las variables originales (índices financieros) para conseguir un nuevo conjunto de variable incorreladas (componentes) (Villardón, 2002).

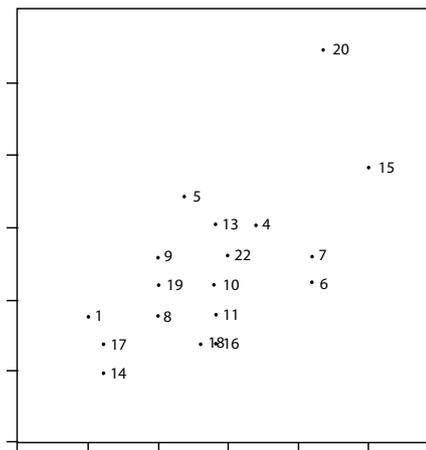


Figura 1. Ejemplo de diagrama de dispersión de 2 variables aplicadas sobre veinte empresas. Fuente: Villardón, 2002

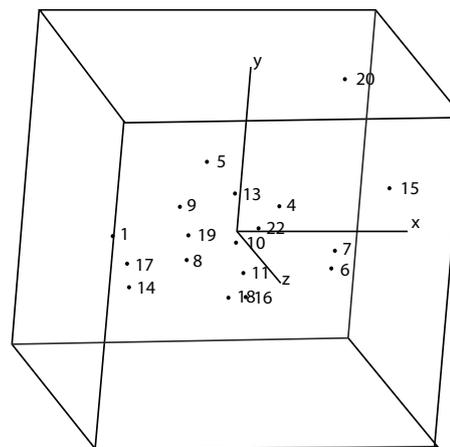


Figura 2. Ejemplo de representación tridimensional de 3 variables Fuente: Villardón, 2002

Mediante un programa de ordenador que permita el movimiento de la figura al tiempo que vemos las posiciones relativas de los puntos, observaremos cierta agrupación en la que la nube de puntos estará prácticamente sobre un plano en función de su relación entre sí.

Cuando encontremos este plano de referencia se definen dos vectores perpendiculares (ortogonales), uno de ellos (y) escogido en la dirección en que más varían los datos y el otro (x) recogiendo la mayor variabilidad posible. Sobre este plano ortogonal es factible interpretar las distancias entre los puntos en términos de similitud, buscar conjuntos de individuos similares, etc., con la garantía de que la pérdida de información es mínima y de que hemos recogido las fuentes de variabilidad más importantes en el conjunto de datos. La pérdida de información se entiende como la diferencia en las interdistancias calculadas entre los puntos del espacio original y las calculadas en la proyección sobre el plano de referencia, o sea, la variabilidad del conjunto de puntos.

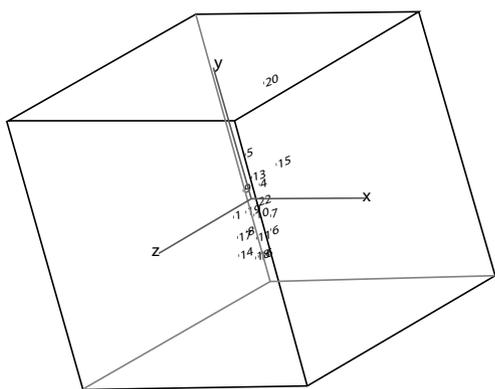


Figura 3. Ejemplo de rotación de la representación tridimensional que muestra la aproximación de los puntos a un plano referencial. Fuente: Villardon, 2002

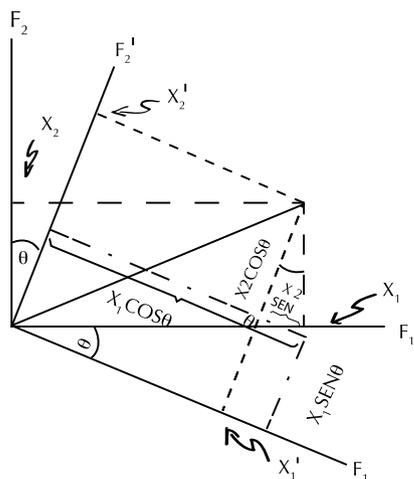


Figura 3. Ejemplo de geometría de la rotación de una matriz de datos inicial F1F2 Fuente: Barbosa, 2002

Obviamente, las variables en términos de vectores, quedan proyectadas sobre los ejes ortogonales del sistema de referencia como nuevas variables, cuya longitud o magnitud de valores alcanzados en su agrupamiento sobre los ejes, determinan un peso o carga de cada variable representativo del número mínimo de causas que condicionan un máximo de variabilidad existente. Si originalmente hemos considerado cada variable medida, correlacionada con otras, los nuevos datos ahora situados sobre un eje de variabilidad que también pasa por sus agrupamientos, seguirán describiendo la misma variabilidad total existente, con el mismo número de ejes originales pero ya no más correlacionados entre sí.

Sobre estos agrupamientos, pueden pasar ejes del sistema de referencia denominados *factores* cuyo valor de carga revela el *factor de carga* de la variable respecto de las otras. A aquel agrupamiento que tenga el máximo peso de carga encontrado corresponde su ubicación, paralelamente como eje principal del sistema de referencia. El segundo eje de maximización es colocado ortogonalmente y, así sucesivamente se van obteniendo los factores cuyas cargas vienen siendo combinaciones lineales de las variables originales.

Una apreciación vagamente similar de abordar el procedimiento seguido por el ACP es la manera de explorar una ciudad: conducir por la carretera el trayecto más largo que la atraviesa. Cuando uno encuentre otra gran carretera, gire a la izquierda o la derecha y siga por ese camino, y así sucesivamente. En esta analogía, el ACP precisa que cada nueva carretera a ser explorada deba ser perpendicular a la anterior, pero claramente este requerimiento es demasiado riguroso y los datos, o la ciudad, puede disponerse a lo largo de ejes no ortogonales, como los de la Figura 5.

En otra situación que pareciera introducirnos al mismo problema, considere el seguimiento de una persona en una rueda de la fortuna, como se ve en la Figura 6. Los puntos de los datos podrían ser limpiamente descritos por una única variable, el ángulo de precesión de la rueda, sin embargo aquí tampoco el ACP podrá manejar esta variable. En estos dos ejemplos, vemos cómo a veces, el ACP es un método insatisfactorio.

Para dirimir esta paradoja, debemos definir lo que consideramos resultados óptimos. En el contexto de la reducción dimensional, una medida exitosa es el grado al cual una representación reducida puede predecir los

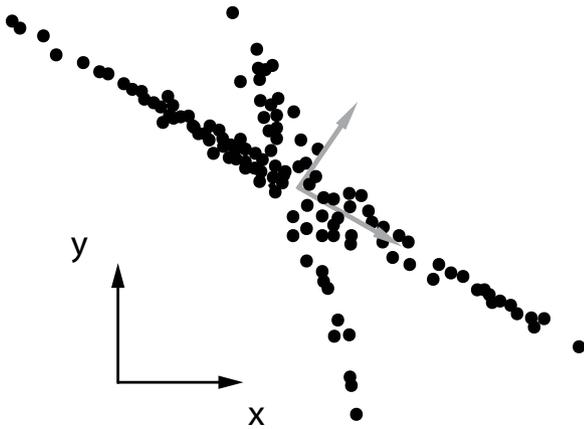


Figura 5. Analogía de fallo del ACP. Arreglo de calles de una ciudad sobre ejes no ortogonales. Fuente: Shlens, 2009

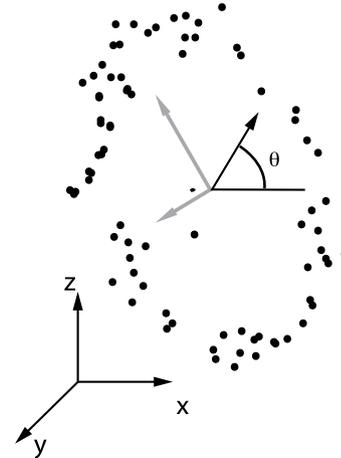


Figura 6. Analogía de fallo del ACP. Transporte de una persona en la precesión de rueda de la fortuna Fuente: Shlens, 2009

datos originales. En términos estadísticos debemos definir una función de error común, en la que el error cuadrado medio, el ACP, provee la representación reducida óptima de los datos. Esto significa que con la selección de las direcciones ortogonales para los componentes principales obtenemos la mejor solución para predecir los datos originales

En los ejemplos dados por las Figuras 5 y 6, nuestra intuición dirá que este resultado es engañoso. La solución a esta paradoja radica en el objetivo que tengamos en mente. El objetivo del ACP es recorrer los datos, es decir, quitar las dependencias de segundo orden que tengan los datos. Estadísticamente hablando, la rotación de los ejes lo que ha hecho es ubicar las proyecciones de cada variable, ya junto al extremo, otra junto al origen, en los nuevos ejes factoriales ortogonales y maximizar con ello la varianza de las cargas.

En las analogías citadas tenemos que existen dependencias de mayor orden entre los datos, por lo tanto la remoción de las dependencias de segundo orden es insuficiente para revelar toda la estructura de relaciones entre los datos. (Shlens, 2009)

1.2. INTERLUDIO MATEMÁTICO

La esencia matemática del ACP es el cálculo de los autovalores y los correspondientes autovectores de las matrices cuadradas $p \times p$ denominadas de correlaciones o de covarianzas de la matriz original. Las matrices de

covarianza se utilizan mayormente cuando los datos son dimensionalmente homogéneos. La aplicación de las matrices de correlaciones se recomienda cuando las variables muestran grandes diferencias de valores medios, o expresan muy diferentes unidades de medida.

Cuando las escalas de las variables no permiten una comparación directa de las mediciones involucradas, se hace necesaria la estandarización preliminar de los datos de modo que las variables así transformadas tienen un valor medio de cero y la unidad como varianza. En tal caso las matrices de covarianzas y de correlaciones se hacen idénticas (Bronson, 1994).

Siguiendo con la etapa matemática del ACP, se extraen los autovalores y los autovectores de una matriz A de varianzas y covarianzas con términos a_{ij} , siendo I la matriz identidad, V_i su i ésimo vector de términos v_{ij} y λ_i el i ésimo vector, por lo que podemos escribir:

$$(A - \lambda_i I) V_i = 0 \quad (1)$$

Alternativamente, se pueden escribir las siguientes ecuaciones simultáneas (Barbosa, 2000) formadas por la matriz de coeficientes a_{ij} multiplicadas por un vector de términos v_{ij} desconocidos, que son iguales al vector V_i multiplicado por una constante λ :

$$AV_i = V_i \lambda_i = [A][V] = [V] [\Lambda] \quad (2)$$

Siendo $[V]$ una matriz $p \times p$ de todos los autovectores y, $[\Lambda]$ una matriz $p \times p$ con los autovalores λ_i en la diagonal principal.

Multiplicando ambos términos de la ecuación por la transpuesta de V , tendremos:

$$[A] = [V][\Lambda][V]^t \quad (3)$$

En una matriz de varianza-covarianza, las varianzas individuales constituyen los elementos de la diagonal principal, por lo tanto, basta sumarlos para hallar el *arreglo puntuado de la matriz* para obtener la variabilidad total e inmediatamente la contribución de cada variable.

$$\sum \lambda_i = \sum a_{ij} \quad (4)$$

siendo por definición:

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \dots \geq \lambda_p$$

Lo cual, en palabras, se dice: "En una matriz de varianza-covarianza, la suma de autovalores es igual al *arreglo puntuado de la matriz* y representa la variabilidad total de la misma y también determina la contribución de cada autovalor en términos de variabilidad". El primero de los autovalores corresponde a la mayor variabilidad posible existente, el segundo a la mayor variabilidad posible restante y, así sucesivamente.

"Ahora, recíprocamente, en términos geométricos, se dice que el primer autovalor representa al eje principal de mayor longitud, el segundo valor a la segunda longitud situada en posición ortogonal respecto del primero, y así sucesivamente" (Barbosa, 2000).

De este modo, al multiplicar la matriz de los datos originales por la matriz de autovectores, se obtiene una matriz de datos transformados que representan la proyección de los puntos, en un espacio multidimensional, sobre las diversas componentes principales.

1.3. JUSTIFICACIÓN

También en la contabilidad financiera, cabe la utilización de modelos capaces de determinar el comportamiento colectivo de un conjunto de variables interrelacionadas, a través de la determinación de estructuras latentes de forma que sus efectos no pueden interpretarse únicamente por separado. Inicialmente, estas variables son los índices financieros, del más puro saber contable (Warren, Reeve y Duchac, 2011).

Sería deseable, para el análisis financiero, poder trabajar con agrupaciones adecuadas de los índices financieros para representar en ellos todas las propiedades relacionadas con la medición buscada, para lograr que estas nuevas variables agrupadas puedan medir adecuadamente los estados fenomenológicos en el momento del tiempo a que se refiere y que la medición obtenida sea objetiva, no necesitándose más indicadores de percepción experta para el conocimiento del problema (Pérez, 2010).

1.4. PROCEDIMIENTO

En este trabajo se busca reducir la cantidad de datos de 63 empresas colombianas, emisoras de valores en buenas condiciones de redituabilidad (con índices de rendimiento sobre ventas, activos totales y/o patrimonio neto, positivos) y de otras 43 empresas en riesgo contable (con índices de rendimiento contable negativos o nulos y por ello en riesgo de no lograr los objetivos del ciclo contable), mediante igual procedimiento de la técnica estadística del ACP.

Estos datos son de publicación anual obligatoria por el Sistema de Información del Mercado de Valores SIMEV de la Superintendencia Financiera; sin embargo, en este estudio no interesa resaltar el desempeño de período alguno, ni mucho menos reivindicar alguna empresa, por lo que se ha preferido omitir en qué año se cumplieron los datos y a cuáles empresas estuvieron referidos.

Se parte, entonces, de las Tablas de Índices Financieros (Rosillo, 2002) sacados de las revelaciones contables de las empresas colombianas, publicadas por el SIMEV, para someterlas al tratamiento estadístico del ACP utilizando para ello el software Minitab, una marca registrada de IBM.

Para introducir los datos en el software MINITAB se siguen las siguientes instrucciones:

- (Estadística>Regresión>Regresión: se introducen los datos),
- (Gráficas>Residuos para gráficas>estandarizado),
- (Gráficas de residuos>Gráficas individuales>Histograma de residuos>gráfica normal de residuos>Residuos versus ajustes>

Tabla 1. Razones financieras de las empresas colombianas en condiciones de redituabilidad

	LG	LC	LS	CTP	PCT	RAR	GDE	CDE	GIP	RSV	RSA	RSP
1101	5,799	3,700	2,300	0,9180	0,2500	1,3365	0,3500	0,3400	0,1420	0,0900	0,1100	0,1500
1102	1,254	1,780	0,970	0,2028	0,3600	0,4107	0,5600	0,2600	1,0928	0,0300	0,0200	0,0300
1103	4,221	19,140	0,770	1,2698	0,2400	0,3232	0,3300	0,0700	0,0352	0,0800	0,0300	0,0300
1104	1,692	1,080	1,010	0,3344	0,8100	0,2252	5,1400	4,1800	1,8313	0,0850	0,0500	0,2600
1501	1,409	1,040	0,750	0,0456	0,5800	0,0780	1,4000	1,1400	1,2282	0,0100	0,0300	0,0600
1502	1,410	1,350	0,910	0,0875	0,2800	0,4704	0,3900	0,2500	1,0554	0,0600	0,0500	0,0700
1503	1,157	1,460	1,010	0,0782	0,2600	0,6302	0,3600	0,1700	1,1364	0,1100	0,0600	0,0900
1504	1,145	2,100	1,620	0,1430	0,2900	0,6975	0,4200	0,1300	1,1753	0,0400	0,0200	0,0200
1505	0,894	1,470	0,830	0,0611	0,2400	0,4739	0,3300	0,1300	1,1839	0,0400	0,0200	0,0200
1506	0,874	1,580	0,910	0,1334	0,3900	0,2386	0,6500	0,2300	1,3033	0,0500	0,0400	0,0600
1507	1,551	1,520	0,800	0,0468	0,1100	1,0293	0,1300	0,0900	1,0450	0,2100	0,0900	0,1000
1508	1,644	1,130	0,780	0,0624	0,3500	0,3325	0,5400	0,4800	1,0005	0,0400	0,0500	0,0700
1509	6,206	3,750	3,510	0,4950	0,1700	7,4168	0,2100	0,1800	0,5603	0,2100	0,0700	0,0900
1510	1,040	1,510	1,140	0,0663	0,2400	1,4003	0,3200	0,1300	1,1370	0,2600	0,0600	0,0900
1601	1,087	2,330	0,780	0,0798	0,1500	1,8100	0,1700	0,0600	0,9935	0,1600	0,0200	0,0300
1701	2,391	2,400	1,170	0,2940	0,2300	0,6817	0,3100	0,2100	0,8438	0,0700	0,0600	0,0800
1702	2,690	1,780	1,000	0,3978	0,3300	0,4520	0,5100	0,5100	0,6377	0,0300	0,0400	0,0700
2101	3,309	3,010	2,230	0,2814	0,1800	1,1423	0,2200	0,1400	0,8008	0,0200	0,0200	0,0200
2102	1,579	1,360	0,940	0,0576	0,1900	1,2867	0,2300	0,1600	0,9929	0,0500	0,0200	0,0300
2103	1,225	1,830	1,120	0,1909	0,3500	0,4452	0,5500	0,2300	1,1505	0,0300	0,0200	0,0200
2201	2,064	1,780	1,700	0,1170	0,2000	3,1872	0,2500	0,1500	0,9830	0,2000	0,0500	0,0600
2202	1,331	1,180	0,780	0,0630	0,3300	0,5757	0,5100	0,3500	1,1325	0,0500	0,0300	0,0400
2203	0,852	0,860	0,560	-0,059	0,4100	0,2917	0,6900	0,4200	1,3217	0,0300	0,0200	0,0300
2301	2,676	1,830	1,420	0,4897	0,4100	1,3510	0,7100	0,5900	0,6520	0,0200	0,0100	0,0200
2302	1,133	1,200	0,730	0,0640	0,3300	0,1216	0,5000	0,3200	1,1312	0,0500	0,1000	0,1500
2303	1,044	1,220	0,670	0,1210	0,4700	0,0419	0,8900	0,5500	1,2226	0,0300	0,1100	0,2000
2501	3,520	2,090	1,470	0,2834	0,2000	1,7024	0,2600	0,2600	0,7566	0,0600	0,0400	0,0500
2502	2,822	2,000	1,260	0,2300	0,2100	0,8355	0,2600	0,2300	0,7781	0,0300	0,0300	0,0400
2601	1,527	1,270	0,860	0,1809	0,4800	0,3966	0,9300	0,6700	1,0866	0,0500	0,0400	0,0700
2602	1,450	1,010	0,460	0,0111	0,5200	0,3336	1,1100	1,1100	1,0135	0,0800	0,0500	0,1400
2603	1,423	1,890	1,300	0,0445	0,1000	5,7548	0,1100	0,0500	1,0055	0,6800	0,0600	0,0700
2604	2,456	2,180	1,300	0,3068	0,2600	1,2958	0,3600	0,2600	0,8178	0,1200	0,0600	0,0800
2605	1,152	1,010	0,940	0,0003	0,0500	17,8750	0,0500	0,0300	0,9697	2,7500	0,0800	0,0800
2606	0,942	0,770	0,580	-0,039	0,1900	1,4928	0,2400	0,1700	1,1323	0,4200	0,0900	0,1200
2607	1,333	1,270	0,790	0,0432	0,1800	1,9624	0,2400	0,1600	1,1301	0,0500	0,0100	0,0100
2608	0,510	1,180	0,570	0,0288	0,3500	0,3117	0,5400	0,1600	1,3541	0,1500	0,0500	0,0800
2609	1,098	0,870	0,460	-0,091	0,3700	0,4456	0,8100	0,7000	1,5802	0,2100	0,0900	0,1500
2610	0,411	0,960	0,550	-0,012	0,5200	0,1389	1,0800	0,3000	1,7889	0,0400	0,0200	0,0300

2611	2,453	3,270	1,850	0,2724	0,2000	1,4131	0,2500	0,1200	0,8576	0,0800	0,0400	0,0500
2612	2,780	1,680	1,130	0,2652	0,2800	0,7914	0,3900	0,3900	0,7377	0,0500	0,0500	0,0700
2701	1,792	1,890	0,980	0,1424	0,2000	0,7765	0,2500	0,1600	0,9476	0,0500	0,0300	0,0400
2801	1,839	1,580	0,820	0,1972	0,3000	0,4293	0,4400	0,3400	0,9295	0,0300	0,0300	0,0400
4501	1,965	1,330	1,200	0,4851	0,6300	0,7201	1,8100	1,4700	0,9179	0,1600	0,0700	0,1600
4502	2,750	1,420	1,420	0,5922	0,5700	0,2547	1,4100	1,4100	0,4715	0,0600	0,1300	0,3600
4503	2,055	1,090	1,080	0,2070	0,7000	0,2213	2,3500	2,3000	0,8501	0,0300	0,0400	0,1300
5101	1,974	1,360	0,990	0,5436	0,6400	0,0988	1,7900	1,5100	0,7433	0,0100	0,0300	0,0800
5201	1,099	1,050	0,240	0,0195	0,3100	0,0668	0,4400	0,3900	1,0099	0,0400	0,0700	0,1000
5202	1,101	1,020	0,340	0,0074	0,3000	0,1252	0,4300	0,3700	1,0559	0,0400	0,0500	0,0700
5203	1,090	0,930	0,420	-0,029	0,3000	0,0777	0,4400	0,4100	1,0854	0,0200	0,0400	0,0500
5204	2,057	1,230	1,050	0,7360	0,7500	0,1978	3,2200	3,2000	0,3573	0,0300	0,0300	0,0800
5501	1,161	1,700	1,570	0,0490	0,1600	1,3467	0,1900	0,0700	1,0685	0,0600	0,0200	0,0300
5502	3,170	1,780	1,420	0,5928	0,4300	1,3539	0,7600	0,7600	0,4146	0,1200	0,0700	0,1200
6201	3,060	1,790	1,340	0,6320	0,4400	0,2822	0,8000	0,8000	0,3862	0,0400	0,1000	0,1800
6501	1,052	1,120	1,120	0,0228	0,2700	2,6245	0,3900	0,1900	1,2316	0,3600	0,0500	0,0700
6502	5,475	4,920	1,010	0,5880	0,1400	4,4612	0,1600	0,1500	0,4049	0,0600	0,0100	0,0100
6503	8,270	6,910	1,380	0,4728	7,0000	3,7778	0,0800	0,0800	-0,541	0,0300	0,0100	0,0100
6504	5,530	5,220	0,330	0,2532	0,0500	2,4371	0,0600	0,0600	0,8868	0,2500	0,0300	0,0300
6505	1,447	3,630	0,370	0,2104	0,1800	0,5564	0,2200	0,0800	0,9318	0,1600	0,0300	0,0400
6506	6,921	6,460	1,080	0,6006	0,1100	1,7842	0,1200	0,1100	0,3803	0,0200	0,0100	0,0100
8001	0,476	0,600	0,580	-0,088	0,2900	0,3542	0,4300	0,2200	1,3508	0,0600	0,0200	0,0300
8501	2,610	1,790	1,700	0,3555	0,3600	0,9242	0,6000	0,4500	0,8612	0,0700	0,0600	0,0800
8502	2,222	1,250	1,250	0,6150	0,7300	0,1253	2,6900	2,4600	0,6099	0,0300	0,0700	0,0260
9201	1,305	1,520	1,370	0,0676	0,2100	0,8690	0,2800	0,1300	1,1357	0,1300	0,0700	0,0900

Fuente: SIMEV, Superintendencia Financiera de Colombia

Si se parte de variables con las mismas unidades de medida, se puede realizar el análisis con base en la matriz de covarianzas, pero las variables con varianzas muy elevadas introducirán un sesgo que domina los componentes iniciales, por ello se hace preferible extraer los componentes de la matriz de correlaciones muestrales R (de los Coeficiente de Correlación), lo

que equivale a hacerlo a partir de la matriz inicial con los valores estandarizados, concediendo a todas las variables la misma importancia (Castro, 2002).

En la Tabla 2 se muestran los valores y vectores propios de la matriz de covarianza de los componentes principales en condiciones de redituabilidad que arroja la máquina:

Tabla 2. Análisis de los valores propios de la matriz de covarianza de los componentes principales en Condiciones de Redituabilidad

	CP1	CP2	CP3	CP4	CP5	CP6	CP7	CP8	CP9	CP10	CP11	CP12
Valor	8,110	6,154	1,720	1,097	0,557	0,174	0,061	0,011	0,008	0,003	0,001	0,000
Frac.	0,453	0,344	0,096	0,061	0,031	0,010	0,003	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000
Acum.	0,453	0,797	0,893	0,955	0,986	0,995	0,999	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

Fuente: Esta investigación. Pérez Minitab (2013)

Obsérvese cómo en la Tabla 2 (Condiciones de Redituabilidad), basta acumular solamente hasta el CP8 para explicar la variación total contenida en los componentes, hasta llegar al nivel máximo del 100%.

Se procede de igual manera para el grupo de datos de la Tabla 3.

Tabla 3. Razones financieras de las empresas colombianas en riesgo contable

	LG	LC	LS	CTP	PCT	RAR	GDE	CDE	GIP	RSV	RSA	RSP
CP1	0,424	0,756	0,060	0,055	0,081	0,459	-0,094	-0,077	-0,092	0,038	-0,001	-0,005
CP2	0,105	0,472	-0,033	0,043	0,037	-0,861	0,053	0,042	-0,031	-0,119	-0,002	-0,000
CP3	-0,736	0,384	-0,169	-0,067	-0,353	0,067	-0,242	-0,263	0,132	0,067	-0,002	-0,011
CP4	-0,287	0,219	-0,071	0,068	0,001	0,151	0,684	0,602	0,046	0,072	0,002	0,021
CP5	-0,269	0,048	-0,287	-0,106	0,902	0,025	-0,069	-0,100	-0,008	0,033	-0,007	-0,012
CP6	-0,293	0,061	0,918	0,085	0,209	-0,012	0,008	-0,054	-0,070	-0,090	0,004	0,003
CP7	0,147	0,042	0,108	-0,383	0,039	0,014	0,214	-0,182	0,844	-0,151	-0,028	-0,026
CP8	-0,059	0,027	-0,041	-0,407	-0,042	0,103	-0,187	0,305	-0,205	-0,758	-0,131	-0,234
CP9	0,035	0,038	0,140	-0,610	-0,009	-0,079	-0,342	0,433	-0,023	0,491	0,108	0,206
CP10	0,025	-0,004	0,053	-0,106	-0,013	-0,051	0,066	-0,037	-0,056	0,353	-0,333	-0,859
CP11	0,009	0,003	0,003	-0,520	-0,076	-0,008	0,504	-0,483	-0,455	0,034	-0,000	0,169
CP12	-0,000	-0,001	0,007	0,038	0,003	-0,005	-0,041	0,028	0,021	0,042	-0,927	0,367
Sum	2,389	2,055	1,890	2,488	1,765	1,835	2,504	2,606	1,983	2,248	1,545	1,913
Frac	0,312	0,998	0,682	0,116	0,721	0,446	0,611	0,541	0,526	0,502	0,074	0,400

Fuente: SIMEV, Superintendencia Financiera de Colombia

En la Tabla 4 se muestran los valores y vectores propios de la matriz de covarianza de los componentes principales, en condiciones de Riesgo Contable.

Tabla 4. Análisis de los valores propios de la matriz de covarianza de los componentes principales en riesgo contable

	CP1	CP2	CP3	CP4	CP5	CP6	CP7	CP8	CP9	CP10	CP11	CP12
Valor	294,4	17,04	1,600	0,860	0,460	0,310	0,060	0,040	0,010	0,000	0,000	0,000
Frac.	0,935	0,054	0,005	0,003	0,001	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
Acum.	0,935	0,989	0,994	0,997	0,999	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

Fuente: Esta investigación. Pérez Minitab (2013)

Obsérvese cómo en la Tabla 4 (Riesgo Contable) se requiere acumular hasta el CP6 para explicar la variación total. En las Tablas 2 y 4 puede verse cómo los componentes obtenidos están jerarquizados con base en la información que incorporan, la cual ha sido medida según el porcentaje de varianza total explicada sobre la matriz de los datos originales. La fila "Acumulada", en la que se registra la integración de los componentes es la que conducirá a la reducción de la dimensión de los datos originales.

2. Resultados

2.1. MÉTODO DE LA COVARIANZA

Pasamos ahora al análisis en el espacio de las variables. La Tabla 5 señala los resultados obtenidos sobre la muestra de empresas en redituabilidad, siguiendo el método de la covarianza.

En el espacio de las variables, el análisis tiene sentido si existen variabilidades positivas de las variables, ya que esto es indicativo de su mayor incidencia sobre la variabilidad absoluta total, y por tanto los demás factores tendrán poca incidencia (Villarroel, Álvarez y Maldonado, 2003).

El primer paso del análisis consiste en calcular la suma de los valores absolutos de las correlaciones de cada vector de variables, o sea la variabilidad de las combinaciones lineales de las variables originales. También, se calcula

el cociente entre la suma de las variabilidades positivas y su variabilidad total correspondiente, o sea la proporción de variabilidad absorbida por cada variable.

Aquellas variables incorrelacionadas que muestran una variabilidad nula o negativa son candidatas a ser eliminadas del análisis (Morozini, Olinquevitch y Hein, 2006), mientras que aquellas otras que mantienen una correlación positiva propician grados de interpretación por separado, es decir, sin asociación a indicadores sintéticos (Castro, 2002).

De la Tabla 5 resulta que las mayores correlaciones positivas las presentan las parejas:

LC-CP1, PCT-CP5, LS-CP6, GDE-CP4 y GIP-CP7.

La Tabla 6 presenta como sus mayores correlaciones positivas, las parejas:

LC-CP4, GIP-CP6, LS-CP3, GDE-CP5 y RSV-CP1

Tabla 5. Matriz de variabilidades máximas de cada índice financiero en condiciones de redituabilidad sobre los componentes principales según método de covarianza

	LG	LC	LS	CTP	PCT	RAR	GDE	CDE	GIP	RSV	RSA	RSP
CP1	0,424	0,756	0,060	0,055	0,081	0,459	-0,094	-0,077	-0,092	0,038	-0,001	-0,005
CP2	0,105	0,472	-0,033	0,043	0,037	-0,861	0,053	0,042	-0,031	-0,119	-0,002	-0,000
CP3	-0,736	0,384	-0,169	-0,067	-0,353	0,067	-0,242	-0,263	0,132	0,067	-0,002	-0,011
CP4	-0,287	0,219	-0,071	0,068	0,001	0,151	0,684	0,602	0,046	0,072	0,002	0,021
CP5	-0,269	0,048	-0,287	-0,106	0,902	0,025	-0,069	-0,100	-0,008	0,033	-0,007	-0,012
CP6	-0,293	0,061	0,918	0,085	0,209	-0,012	0,008	-0,054	-0,070	-0,090	0,004	0,003
CP7	0,147	0,042	0,108	-0,383	0,039	0,014	0,214	-0,182	0,844	-0,151	-0,028	-0,026
CP8	-0,059	0,027	-0,041	-0,407	-0,042	0,103	-0,187	0,305	-0,205	-0,758	-0,131	-0,234
CP9	0,035	0,038	0,140	-0,610	-0,009	-0,079	-0,342	0,433	-0,023	0,491	0,108	0,206
CP10	0,025	-0,004	0,053	-0,106	-0,013	-0,051	0,066	-0,037	-0,056	0,353	-0,333	-0,859
CP11	0,009	0,003	0,003	-0,520	-0,076	-0,008	0,504	-0,483	-0,455	0,034	-0,000	0,169
CP12	-0,000	-0,001	0,007	0,038	0,003	-0,005	-0,041	0,028	0,021	0,042	-0,927	0,367
Sum	2,389	2,055	1,890	2,488	1,765	1,835	2,504	2,606	1,983	2,248	1,545	1,913
Frac	0,312	0,998	0,682	0,116	0,721	0,446	0,611	0,541	0,526	0,502	0,074	0,400

Fuente: Esta investigación. Pérez Minitab (2013)

Tabla 6. Matriz de variabilidades máximas de cada índice financiero en riesgo contable sobre los componentes método de covarianza

	LG	LC	LS	CTP	PCT	RAR	GDE	CDE	GIP	RSV	RSA	RSP
CP1	-0,003	-0,004	-0,007	-0,000	0,001	-0,975	0,004	0,002	0,002	0,223	0,000	0,000
CP2	-0,616	-0,750	-0,171	-0,058	0,029	-0,014	0,074	0,036	0,094	-0,090	-0,001	-0,005
CP3	-0,560	0,300	0,735	-0,066	0,017	0,033	0,052	-0,014	0,143	0,164	0,006	-0,002
CP4	-0,430	0,544	-0,583	-0,201	-0,040	-0,035	-0,061	-0,145	0,288	-0,167	0,012	-0,005
CP5	0,185	0,020	-0,023	-0,103	0,200	0,006	0,734	0,362	0,489	0,003	-0,021	-0,076
CP6	0,282	-0,222	0,131	-0,466	-0,162	0,032	-0,315	-0,339	0,607	0,147	0,070	0,026
CP7	-0,044	0,032	-0,125	-0,605	0,011	0,100	-0,134	0,532	-0,293	0,435	0,008	0,172
CP8	0,075	0,001	0,221	-0,491	0,224	-0,171	-0,020	0,015	-0,192	-0,739	-0,202	0,027
CP9	-0,005	-0,014	-0,091	-0,151	0,610	0,082	0,151	-0,506	-0,182	0,356	-0,337	-0,193
CP10	0,009	0,002	-0,004	0,092	0,429	-0,005	0,009	-0,114	0,051	-0,027	0,402	0,793
CP11	-0,004	-0,009	-0,007	-0,210	-0,567	0,011	0,532	-0,392	-0,270	0,048	-0,097	0,337
CP12	-0,002	-0,000	-0,010	0,207	-0,048	0,008	-0,163	0,160	0,221	0,033	-0,818	0,429
	2,156	1,928	1,823	2,650	2,240	1,028	2,378	2,758	2,895	1,864	1,949	2,065
	0,520	0,877	0,608	0,233	0,340	0,012	0,545	0,669	0,721	0,543	0,472	0,748

Fuente: Esta investigación. Pérez Minitab (2013)

El análisis multivariante clásico se centra en la evaluación de la interdependencia entre pares de variables, pero además de haber tenido en cuenta su magnitud (relación entre variables) y el signo (tipo de relación), nos encontramos que se requiere de experiencia para lograr las selecciones más apropiadas de las variables mejores, representativas de la variabilidad de los datos, que sean capaces de separar variables que sugieren los mismos aspectos de los indicadores sintéticos, aunque en diferente forma y por ello, también pudieran ser utilizables como datos de entrada para otros análisis (Shlens, 2009).

Como en el caso que nos ocupa no se hacen referencias a condicionamientos especiales, el investigador ha quedado en libertad para interpretar su propio querer. El criterio aquí aplicado, tanto para la selección de las variables mejor proporcionadas como para asumir una representación explicativa de la variabilidad de los datos, son aquellos índices comunes a las tablas de las empresas en redituabilidad y en riesgo contable; estos son: LC, GIP y GDE.

A veces, los investigadores disponen de información adicional que amplía la matriz de datos originales con

otros atributos de los individuos, o también nuevos individuos para los que se conozcan las variables analizadas (Villardón, 2003). A estos datos adicionales se les llama suplementarios o ilustrativos porque no forman parte de los componentes extraídos por las técnicas estadísticas pero sus relaciones con ellos permiten interpretar más ajustadamente un modelo de la realidad.

También, si la muestra es suficientemente grande, resulta posible dividirla en varias submuestras para analizar la robustez de los resultados obtenidos y otras veces se puede integrar con otras muestras para explicar o discriminar los casos que, a priori, se puedan discriminar. No obstante, en todos los casos, el paso final consiste en la validación de la bondad de los resultados.

2.2. MÉTODO DE LA CORRELACIÓN

La Tabla 7 (Condiciones de Redituabilidad) señala los resultados obtenidos sobre la muestra de empresas en redituabilidad, siguiendo el método de correlación. En esta Tabla se observa que se requiere acumular hasta el CP11 para explicar la variación total contenida en los componentes.

Tabla 7. Análisis de los valores propios de la matriz de correlación de los componentes principales en condiciones de redituabilidad

	CP1	CP2	CP3	CP4	CP5	CP6	CP7	CP8	CP9	CP10	CP11	CP12
Valor	3,488	2,743	2,082	1,215	0,913	0,850	0,304	0,224	0,101	0,055	0,024	0,001
Frac.	0,291	0,229	0,174	0,101	0,076	0,071	0,025	0,019	0,008	0,005	0,002	0,000
Acum.	0,291	0,519	0,693	0,794	0,870	0,941	0,966	0,985	0,993	0,998	1,000	1,000

Fuente: Esta investigación. Pérez Minitab (2013)

También se observa cómo en la Tabla 8 (Riesgo Contable), basta acumular solamente hasta el CP10 para explicar la variación total contenida en los componentes, hasta llegar al nivel máximo del 100%.

Tabla 8. Análisis de los valores propios de la matriz de correlación de los componentes principales en riesgo contable

	CP1	CP2	CP3	CP4	CP5	CP6	CP7	CP8	CP9	CP10	CP11	CP12
Valor	4,518	2,375	2,053	1,074	0,780	0,520	0,435	0,130	0,080	0,320	0,003	0,001
Frac.	0,376	0,198	0,171	0,089	0,065	0,043	0,036	0,011	0,007	0,003	0,000	0,000
Acum.	0,376	0,574	0,745	0,835	0,900	0,943	0,980	0,990	0,997	1,000	1,000	1,000

Fuente: Esta investigación. Pérez Minitab (2013)

En este caso vemos que la Tabla 9 muestra como sus mayores correlaciones positivas a las parejas:

GDE-CP2, RSP-CP9, LS-CP6, LG-CP8, RAR-CP3 y GIP-CP1

Tabla 9. Matriz de variabilidades máximas de cada índice financiero en condiciones de redituabilidad sobre los componentes principales, según método de correlación

	LG	LC	LS	CTP	PCT	RAR	GDE	CDE	GIP	RSV	RSA	RSP
CP1	-0,488	-0,398	-0,282	-0,426	-0,239	-0,119	0,107	0,070	0,489	0,036	0,069	0,102
CP2	0,038	-0,060	0,057	0,270	0,080	-0,253	0,521	0,534	-0,064	-0,209	0,242	0,431
CP3	0,024	-0,113	0,207	-0,000	-0,094	0,534	-0,031	-0,002	-0,035	0,566	0,463	0,336
CP4	0,002	-0,042	-0,178	-0,074	0,377	0,358	0,380	0,366	0,034	0,348	-0,463	-0,276
CP5	-0,087	0,181	0,272	0,300	-0,770	0,092	0,182	0,163	0,136	0,077	-0,249	-0,218
CP6	0,101	-0,554	0,741	-0,186	0,123	0,040	0,008	0,021	0,042	-0,216	-0,135	-0,125
CP7	0,037	-0,603	-0,348	0,186	-0,254	-0,036	-0,114	0,111	-0,580	0,049	0,042	-0,216
CP8	0,797	-0,103	-0,254	-0,237	-0,258	0,142	0,004	0,040	0,244	-0,141	-0,134	0,216
CP9	-0,228	-0,053	0,022	0,040	-0,046	0,075	-0,160	-0,105	-0,230	-0,002	-0,624	0,676
CP10	-0,084	0,327	0,095	-0,675	-0,180	0,077	-0,065	0,379	-0,456	-0,143	0,075	-0,029
CP11	0,213	0,014	0,156	-0,159	-0,023	-0,682	-0,054	0,058	-0,036	0,646	0,011	0,031
CP12	0,025	0,004	-0,002	-0,206	-0,101	-0,024	0,702	-0,614	-0,276	0,013	-0,115	0,004
Abs.	2,124	2,452	2,614	2,759	2,545	2,432	2,328	2,463	2,622	2,446	2,622	2,660
Sg +	0,582	0,215	0,593	0,283	0,228	0,542	0,818	0,707	0,360	0,709	0,344	0,675

Fuente: Esta investigación. Pérez Minitab (2013)

En tanto la Tabla 10 presenta como mayores correlaciones positivas:

LC-CP9, RSP-CP7, GIP-CP2, LG-CP1, RAR-CP3 y GDE-CP6

Tabla 10. Matriz de variabilidades máximas de cada índice financiero en riesgo contable sobre los componentes principales según método de correlación.

	LG	LC	LS	CTP	PCT	RAR	GDE	CDE	GIP	RSV	RSA	RSP
CP1	0,363	0,367	0,211	0,222	-0,408	0,043	-0,415	-0,329	-0,308	-0,003	0,152	0,272
CP2	-0,267	-0,201	-0,190	-0,481	-0,256	-0,013	-0,206	-0,330	0,370	-0,006	0,463	0,231
CP3	-0,052	-0,044	0,010	-0,039	-0,032	0,688	-0,059	-0,075	0,008	-0,694	-0,121	-0,116
CP4	-0,181	-0,392	-0,583	0,195	-0,024	-0,035	-0,230	0,065	-0,453	-0,032	-0,201	0,361
CP5	0,183	0,144	-0,523	-0,009	-0,187	-0,117	-0,103	-0,384	0,130	0,066	-0,286	-0,601
CP6	0,383	0,124	-0,462	0,216	-0,048	0,107	0,263	0,350	0,077	-0,109	0,595	-0,008
CP7	0,353	0,360	-0,210	-0,575	0,128	0,027	0,024	0,182	0,074	-0,025	-0,377	0,413
CP8	-0,208	0,352	-0,168	0,323	0,541	0,004	0,182	-0,508	0,156	-0,064	0,046	0,292
CP9	-0,642	0,605	-0,121	-0,025	-0,302	-0,005	0,005	0,303	-0,132	-0,005	0,013	-0,079
CP10	0,000	-0,113	0,026	0,263	-0,571	-0,026	0,529	-0,085	0,322	-0,035	-0,320	0,311
CP11	-0,002	0,027	-0,008	0,355	0,059	-0,039	-0,580	0,334	0,623	-0,030	-0,153	0,087
CP12	0,029	0,011	0,063	-0,040	0,002	-0,703	0,004	0,013	-0,047	-0,703	0,036	-0,020
Abs.	2,663	2,740	2,575	2,743	2,558	1,807	2,600	2,958	2,700	1,772	2,763	2,791
Sg +	0,492	0,726	0,120	0,574	0,285	0,481	0,387	0,422	0,652	0,037	0,472	0,705

Fuente: Esta investigación. Pérez Minitab (2013)

El criterio aquí aplicado para la selección de las variables mejor proporcionadas como para asumir una representación explicativa de la variabilidad de los datos, ha sido el de incluir la mayor diversidad posible de los tipos de indicadores (liquidez, riesgo y rentabilidad); estos son: LG, RAR y RSP.

3. Validación

$$CP_{ij} = a_{i1} \cdot Z_{1j} + \dots + a_{ik} \cdot Z_{kj} = \sum a_{is} \cdot Z_{sk} \quad (5)$$

Como quiera que las licencias temporales de software presentan limitaciones en su disponibilidad, se ha preferido ilustrar la validación de resultados utilizando una técnica manual, usualmente considerada parte del llamado análisis discriminante.

en la que “a” son los coeficientes y los “Z” los valores estandarizados que tienen las variables en cada uno de los sujetos de la muestra. Frecuentemente, la puntuación de las dos primeras componentes es suficiente como indicador sintético (varianza explicada a un nivel mínimo de 70-90%), mientras que en otras se requiere de la acumulación de varios componentes (Grané, 2002).

3.1. PARA EL MÉTODO DE LA COVARIANZA

Las escalas sumatorias de las puntuaciones que tienen los componentes principales (Terradez M., 2002) se pueden calcular mediante la expresión:

El Cuadro 1, muestra la acumulación del porcentaje de varianza explicada, dados por la Tabla 5 (Por ejemplo, el primer término es dado según: LG: 0,424+0.105-0,736-0,287-0,269-0,293+0,147-0,059 = -0,968)

Cuadro 1. Acumulación de la varianza explicada de 8 CP en condiciones de redituabilidad, obtenidos por el método de covarianza

	LG	LC	LS	CTP	PCT	RAR	GDE	CDE	GIP	RSV	RSA	RSP
Σ CP8	-0,968	2,009	0,485	-0,712	0,874	-0,054	0,367	0,273	0,616	-0,908	-0,165	-0,264

Fuente: Esta investigación. Pérez (2013).

Utilizando estos datos como coeficientes en la ecuación 5, la escala sumatoria de la puntuación de los componentes principales aplicables a cada una de las empresas de la muestra en condiciones de redituabilidad, por el método de covarianza, estará dado según:

$$Z = (-0,968)LG + (2,009)LC + (0,485)LS + (-0,712)CTP + (0,874)PCT + (-0,054)RAR + (0,367)GDE + (0,273)CDE + (0,616)GIP + (-0,918)RSV + (-0,165)RSA + (-0,264)RSP$$

La aplicación de esta ecuación a las 63 empresas en redituabilidad de los datos originales nos proporciona un criterio de clasificación de tales empresas. Según nuestra conveniencia, aplicamos el artificio estadístico del *análisis discriminante* señalando los primeros 31 Zetas más altos como empresas "fuertes" en redituabilidad, las cuales requieren sustituir esta asignación "no numérica" por el número 2, mientras que a las restantes 32 Zetas señalables como empresas en redituabilidad "aceptables" les es asignado el número

1. Luego, se toma una muestra que incluye 25 empresas fuertes y 25 empresas aceptables para que mediante una operación de regresión en Excel® otorgue continuidad a las variables LC, GDE y GIP anteriormente señaladas como capaces de asumir una representación explicativa de la variabilidad de los datos. Así, obtenemos, de la ecuación 5, la siguiente expresión:

$$Y = -0,5604 + (0,4142)LC + (0,5068)GDE + (1,0239)GIP$$

Finalmente se prueba esta expresión en las 13 empresas restantes (6 fuertes y 7 aceptables), es decir, para determinar si estas empresas se clasifican correctamente como fuertes o aceptables. (0 errores en empresas restantes de 16 totales en datos originales). Se concluye que el modelo es apto (75%) para predecir si una empresa es fuerte o aceptable con base en los indicadores seleccionados del análisis de variables del ACP y del análisis discriminante. El Cuadro 2 recoge los cálculos obtenidos.

Cuadro 2. Informe de validación Covredi

ID	LC	GDE	GIP	N°	Zcovredi	Discrim	Ycovredi
115	19,140	0,3300	0,0352	1	34,103		7,5707
6516	6,910	0,0800	-0,541	2	11,809		1,7880
6516	6,460	0,1200	0,3803	3	6,6604		2,5655
6516	3,630	0,2200	0,9318	4	6,5628		2,0087
2699	3,270	0,2500	0,8576	5	5,5565		1,7988
118	1,080	5,1400	1,8313	6	5,4805		4,3669
6516	5,220	0,0600	0,8868	7	5,3681	2	2,5401
1571	2,100	0,4200	1,1753	8	4,8783	2	1,7256
6516	4,920	0,1600	0,4049	9	4,8268	2	1,9731
1600	2,330	0,1700	0,9935	10	4,5162	2	1,5081
2101	3,010	0,2200	0,8008	11	4,4060	2	1,6178
2102	1,830	0,5500	1,1505	12	4,1168	2	1,6544
1571	1,580	0,6500	1,3033	13	4,0383	2	1,7579

(Continúa en la página 132)

(Viene de la página 131)

114	1,780	0,5600	1,0928	14	3,8920	2	1,5796
2694	0,960	1,0800	1,7889	15	3,7853	2	2,2163
5511	1,700	0,1900	1,0685	16	3,7663	2	1,3341
1720	2,400	0,3100	0,8438	17	3,6248	2	1,4548
1571	1,470	0,3300	1,1839	18	3,4714	2	1,4279
5219	1,230	3,2200	0,3573	19	3,3316	2	1,9468
2694	1,180	0,5400	1,3541	20	3,3312	2	1,5884
1593	1,510	0,3200	1,1370	21	3,2477	2	1,3914
9211	1,520	0,2800	1,1357	22	3,2269	2	1,3740
2710	1,890	0,2500	0,9476	23	3,2269	2	1,3194
2322	1,220	0,8900	1,2226	24	3,2188	2	1,6478
1571	1,460	0,3600	1,1364	25	3,1845	2	1,3904
8511	1,250	2,6900	0,6099	26	3,1483	2	1,9452
2694	2,180	0,3600	0,8178	27	3,1377	2	1,3624
4530	1,090	2,3500	0,8501	28	3,1221	2	1,9525
1511	1,040	1,4000	1,2282	29	3,1113	2	1,8374
5161	1,360	1,7900	0,7433	30	2,9603	2	1,6711
4521	1,330	1,8100	0,9179	31	2,9481	2	1,8476
2610	1,270	0,9300	1,0866	32	2,8820	1	1,5495
1593	3,750	0,2100	0,5603	33	2,8679	1	1,6730
2211	1,780	0,2500	0,9830	34	2,8525	1	1,3101
2694	1,890	0,1100	1,0055	35	2,8161	1	1,3077
2322	1,200	0,5000	1,1312	36	2,7702	1	1,3482
1541	1,350	0,3900	1,0554	37	2,7251	1	1,2770
2212	0,860	0,6900	1,3217	38	2,7022	1	1,4988
8511	1,790	0,6000	0,8612	39	2,6840	1	1,3668
2899	1,580	0,4400	0,9295	40	2,6741	1	1,2687
114	3,700	0,3500	0,1420	41	2,5960	1	1,2949
2211	1,180	0,5100	1,1325	42	2,5915	1	1,3463
2310	1,830	0,7100	0,6520	43	2,5097	1	1,2250
2691	1,010	1,1100	1,0135	44	2,4932	1	1,4582
2694	0,870	0,8100	1,5802	45	2,4872	1	1,8284
2521	2,000	0,2600	0,7781	46	2,4666	1	1,1965
6514	1,120	0,3900	1,2316	47	2,4492	1	1,3622
2694	1,270	0,2400	1,1301	48	2,4422	1	1,2444
1581	1,520	0,1300	1,0450	49	2,4298	1	1,2051
2102	1,360	0,2300	0,9929	50	2,3977	1	1,1361
8050	0,600	0,4300	1,3508	51	2,3067	1	1,2891
5219	1,020	0,4300	1,0559	52	2,2439	1	1,1612
5219	1,050	0,4400	1,0099	53	2,2307	1	1,1315

(Continúa en la página 133)

(Viene de la página 132)

5219	0,930	0,4400	1,0854	54	2,1990	1	1,1591
1589	1,130	0,5400	1,0005	55	2,1822	1	1,2057
1720	1,780	0,5100	0,6377	56	2,1045	1	1,0882
4530	1,420	1,4100	0,4715	57	1,9635	1	1,2251
2521	2,090	0,2600	0,7566	58	1,9431	1	1,2117
2699	1,680	0,3900	0,7377	59	1,8767	1	1,0884
6212	1,790	0,8000	0,3862	60	1,8524	1	0,9819
5511	1,780	0,7600	0,4146	61	1,6652	1	0,9866
2694	0,770	0,2400	1,1323	62	1,4295	1	1,0395
2694	1,010	0,0500	0,9697	63	-1,487	1	0,8762

Fuente: Esta investigación Pérez, (2013).

3.2. PARA EL MÉTODO DE CORRELACIÓN

El Cuadro 3 muestra la acumulación del porcentaje de varianza explicada dado por la Tabla 10 (Por ejemplo, el primer término es dado según: $LG: 0,363-0,267-0,052-0,181+0,183+0,383+0,353-0,208-0,642+0 = -0,068$)

Utilizando estos datos como coeficientes en la ecuación 5, la escala sumatoria de la puntuación de los componentes principales aplicables a cada una de las empresas de la muestra en riesgo contable, por el método de correlación, estará dado según:

$$Z = (-0,068)LG + (1,202)LC + (-2,01)LS + (0,09)CTP + (-1,159)PCT + (0,673)RAR + (-0,01)GDE + (-0,811)CDE + (0,244)GIP + (-0,907)RSV + (-0,036)RSA + (1,076)RSP$$

La aplicación de esta ecuación a las 43 empresas colombianas en riesgo contable de los datos originales nos proporciona un criterio de clasificación de tales empresas. Según nuestra conveniencia, aplicamos el artificio estadístico del análisis discriminante señalando los primeros 22 Zetas más altos como empresas

“recuperables” en redituabilidad, las cuales requieren sustituir esta asignación “no numérica” por el número 1, mientras que a las restantes 21 Zetas señalables como empresas en redituabilidad “débiles” les es asignado el número 2. Luego, se toma una muestra que incluye 15 empresas recuperables y 16 empresas débiles para que mediante una operación de regresión en Excel, otorgue continuidad a las variables LG, RAR y RSP anteriormente señaladas como capaces de asumir una representación explicativa de la variabilidad de los datos. Así, de la ecuación 5 se obtendrá la siguiente expresión:

$$Y = 0,6263 + (0,0016)LC + (0,4231)GDE + (0,4580)GIP$$

Finalmente se prueba esta expresión en las 12 empresas restantes (6 fuertes y 6 aceptables), es decir, para determinar si estas empresas se clasifican correctamente como fuertes o aceptables. (2 errores en empresas restantes de 7 totales en datos originales). Se concluye que el modelo es apto (84%) para predecir si una empresa es fuerte o aceptable con los indicadores seleccionados del análisis de variables del ACP y del análisis discriminante. El Cuadro 4 recoge los cálculos obtenidos.

Cuadro 3. Acumulación de la varianza explicada de 10 CP en riesgo contable, obtenidos por el método de correlación

	LG	LC	LS	CTP	PCT	RAR	GDE	CDE	GIP	RSV	RSA	RSP
$\sum CP10$	-0,068	1,202	-2,01	0,09	-1,159	0,673	-0,01	-0,811	0,244	-0,907	-0,036	1,076

Fuente: Esta investigación Pérez, (2013).

Cuadro 4. Informe de validacion corriescon

ID	LC	GDE	GIP	N°	Zcorriescon	Discrim	Ycorriescon
6516	13,160	0,1000	0,4530	1	12,3910		1,0945
6516	14,110	0,0800	0,2960	2	9,0110		1,0299
6516	6,7600	0,1500	0,3430	3	5,2320		0,9591
6516	5,2500	0,1500	0,3660	4	4,0210		0,9445
6516	4,4400	0,1300	0,8270	5	3,4200		1,1338
6516	8,5200	0,0900	0,3580	6	2,3260		0,9698
6516	3,4200	0,2700	0,3040	7	2,0990	1	0,9365
6516	3,2500	0,1600	0,6880	8	1,8660	1	1,0631
6516	3,0200	0,1700	0,7610	9	1,6740	1	1,0969
114	2,2500	0,0200	0,9550	10	0,8470	1	1,1095
6516	2,2500	0,3400	0,7300	11	0,6610	1	1,1418
7122	2,1700	0,0400	0,9350	12	0,1920	1	1,1075
2899	1,8100	1,0800	0,5930	13	-0,3000	1	1,3849
114	0,9800	0,0800	1,0840	14	-0,5430	1	1,1729
5031	1,5300	1,5700	-0,710	15	-1,0770	1	0,9908
5511	0,7400	0,1200	1,0170	16	-1,1000	1	1,1551
1571	1,2700	0,5300	1,2480	17	-1,1660	1	1,4432
2710	1,5500	0,3400	0,9570	18	-1,1860	1	1,2342
2710	1,0500	0,6900	1,2860	19	-1,2090	1	1,5247
5030	1,1500	1,1100	1,1860	20	-1,2130	1	1,6582
1720	2,1600	0,5900	0,8390	21	-1,4720	1	1,2960
1720	1,5700	0,5600	0,9430	22	-1,5200	1	1,3212
1720	1,0200	0,6400	0,9880	23	-1,5840	2	1,3665
2511	2,0600	0,6700	0,9330	24	-1,6250	2	1,3713
1720	1,2200	0,8900	1,3810	25	-1,7430	2	1,6556
1720	1,3800	0,3900	1,0890	26	-1,7770	2	1,3130
5513	0,0220	1,2300	2,2170	27	-1,7800	2	2,1625
1720	0,8600	1,1000	1,5740	28	-1,7940	2	1,8269
2424	1,2300	0,8900	1,0570	29	-1,8370	2	1,5074
1720	2,6700	1,2100	1,2800	30	-1,9060	2	1,7688
1522	1,3900	1,5000	1,9300	31	-1,9110	2	2,1680
116	0,5800	1,1500	1,9610	32	-2,0160	2	2,0206
1720	1,9600	0,9400	1,0760	33	-2,1880	2	1,5494
1720	0,0990	0,6400	1,6560	34	-2,3510	2	1,6572
2694	0,9500	0,6700	1,7000	35	-2,3890	2	1,7041
6426	0,5000	1,4200	2,0430	36	-2,3940	2	2,1711
3120	1,0200	1,4100	1,9310	37	-2,4570	2	2,1242

(Continúa en la página 135)

(Viene de la página 134)

1741	1,5600	0,8300	0,9080	38	-2,6900		1,4192
2899	0,7700	2,6800	2,4210	39	-3,0330		2,8818
2212	1,1000	1,5400	1,9510	40	-3,0640		2,1897
2710	0,9500	2,2400	2,5530	41	-3,1120		2,7591
6516	2,5000	1,4000	-0,650	42	-4,5220		0,9624
6514	9,7400	0,1700	0,9220	43	-5,6710		1,2822

Fuente: Esta investigación. Pérez (2013).

4. Discusión

Para caracterizar el arreglo de las cargas de los componentes retenidos en términos de las variables originales, nos valemos del diagrama de variables y del círculo de correlación, construidos con las matrices factoriales dadas por las Tablas 5 y 6, además de las Tablas 9 y 10.

Usualmente, los resultados se grafican en dos dimensiones de CP1 y CP2 para observar la variabilidad de los datos, según sus representaciones ya dispersas o ya concentradas, pero aquellos puntos destacados por sus ubicaciones distintas (especialmente los negativos) son los que cabría estudiar más a fondo. (Ver Figura 7 y 8).

En estos gráficos en dos dimensiones CP1 y CP2, bajo el método de covarianza, puede observarse cierta concentración de las variables alrededor del origen de ambos componentes, aunque se destacan por sus valores distintos las variables que miden aspectos de liquidez y el indicador de riesgo rotación del activo realizable, con valores positivos en condiciones de redituabilidad, y negativos en condiciones de riesgo contable. Entonces, podemos decir, que las primeras muestran una fuerte correlación con el eje uno, mientras el segundo lo hace con el eje 2.

En cuanto a los gráficos bajo el método de correlación, (ver Figuras 9 y 10) puede observarse cierta dispersión de las variables, entre las que se destacan por su separación de las otras variables, los indicadores de apalancamiento

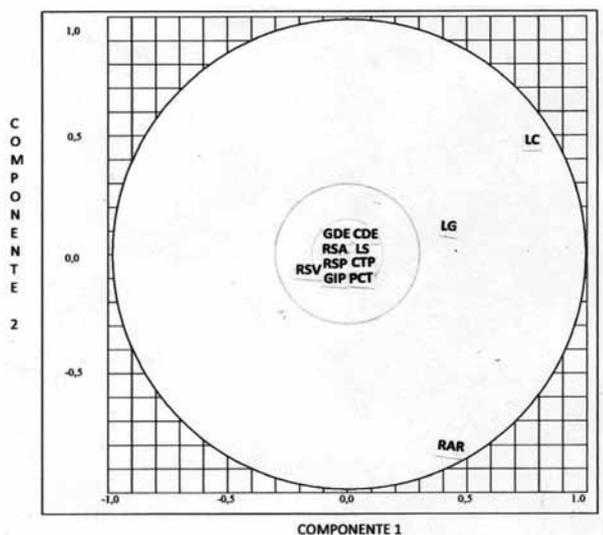


Figura 7. Diagrama de variables en condiciones de redituabilidad sobre los componentes principales, según método de covarianza. Fuente: Esta investigación. Pérez (2013)

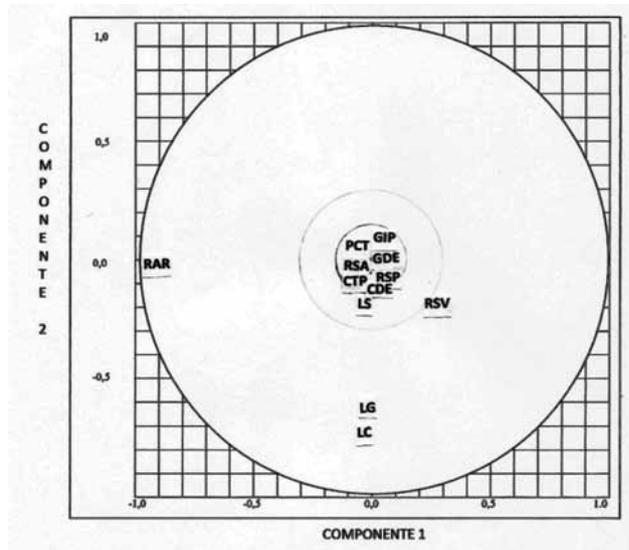


Figura 8. Diagrama de variables en condiciones de riesgo contable sobre los componentes principales, según método de covarianza. Fuente: Esta investigación. Pérez (2013)

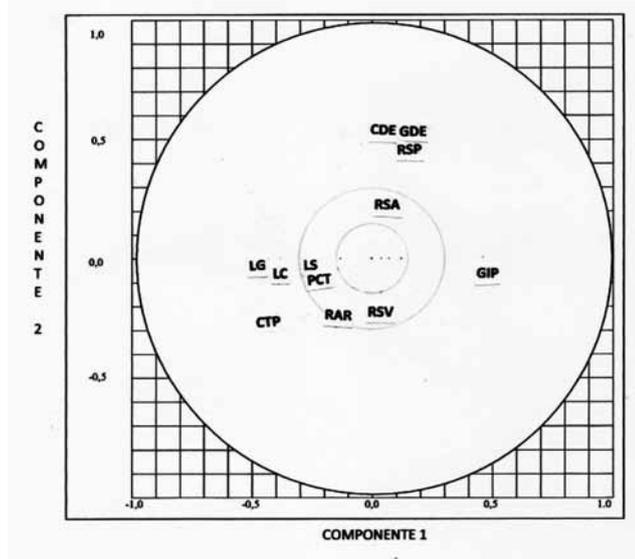


Figura 9. Círculo de correlación en condiciones de redituabilidad. Fuente: Esta investigación. Pérez (2013)

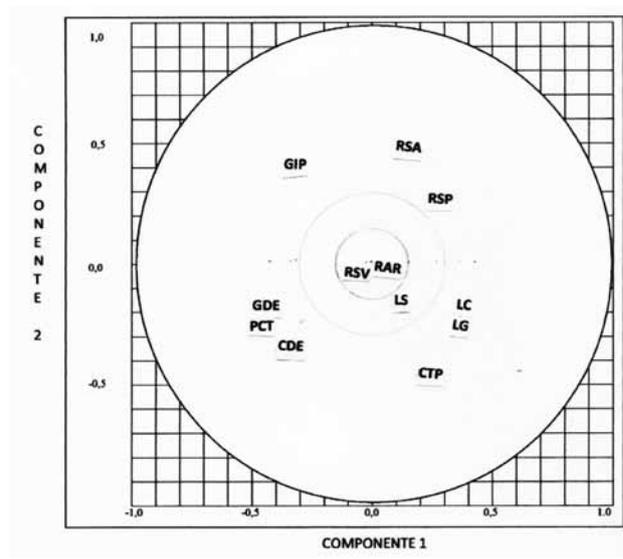


Figura 10. Círculo de correlación en condiciones de riesgo contable. Fuente: Esta investigación. Pérez (2013)

GDE, CDE y GIP. En condiciones de redituabilidad mantienen correlación positiva respecto al primer componente, mientras que sucede todo lo contrario en condiciones de riesgo contable, cuando GIP presenta gran correlación respecto del segundo componente. Por su lado, los indicadores de liquidez muestran mayor correlación respecto al primer componente en todas las condiciones.

Después de examinar inicialmente los resultados de los dos primeros ACP, se pueden ensayar otras parejas de componentes principales en la más diversa gama de planos factoriales que se desee construir, unas veces en escalas absolutas y otras en escalas relativas, para estudiar el grado de correlación entre variables.

En ambos tipos de gráficos mencionados, consideramos al primer componente principal como eje de las abscisas

y al segundo componente como eje de las ordenadas. De este modo, en el diagrama de variables, los puntos quedan inscritos dentro de un círculo de radio unidad. Estos puntos elementales son simplemente coeficientes de ecuaciones lineales que transforman los datos originales en cuentas (puntajes) indicativos de la carga respectiva sobre los ejes correspondientes.

Después de agotado el estudio de la matriz factorial rotada (por ejemplo, la Tabla 5) si la misma fuese multiplicada por la matriz inicial de los datos (en este ejemplo, la Tabla 1) se obtendría una matriz de puntajes que viene a representar una estimación de las contribuciones de los factores de carga de las variables a cada empresa, lo cual permitiría una clasificación de la muestra de empresas (según el CPTOTAL). Se observa esta aplicación en el Cuadro 5.

Cuadro 5. Matriz de contribuciones de los pesos de las razones financieras para la clasificación de las empresas colombianas en condiciones de solvencia

CIU	CP1	CP2	CP3	CP4	CP5	CP6	CP7	CP8	CPTOTAL
2694	-2,772	-5,022	11,234	7,171	2,265	0,401	-1,994	2,958	14,24
118	-0,13	5,054	0,099	3,619	1,624	0,516	-2,326	1,467	9,924
5219	-1,549	3,672	0,102	2,446	1,124	0,355	-1,325	1,3	6,126
8511	-1,616	2,971	0,118	1,918	0,96	0,518	-1,571	1,39	4,688
4530	-1,176	2,588	0,174	1,814	0,738	0,535	-1,635	1,425	4,463

(Continúa en la página 137)

(Viene de la página 136)

1593	-6,307	-1,337	4,551	2,093	1,916	1,339	-3,806	4,791	3,241
4521	-1,495	1,784	0,556	1,43	0,777	0,387	-1,842	1,345	2,943
2694	-1,994	-1,499	3,551	2,071	1,225	0,175	-2,333	1,558	2,753
5161	-1,506	1,954	0,053	1,233	0,672	0,222	-1,64	1,279	2,266
4530	-2,196	1,873	0,434	0,885	0,611	0,499	-1,64	1,789	2,254
1511	-0,639	1,363	0,01	1,033	0,432	0,261	-1,734	1,044	1,769
6514	-0,979	-0,407	1,701	1,138	0,726	0,415	-1,918	1,009	1,685
2691	-0,693	1,143	0,189	1,022	0,299	0,036	-1,473	1,156	1,679
2694	-0,175	0,645	0,356	0,797	0,353	0,061	-1,721	1,046	1,363
2211	-2,134	-0,547	1,998	1,048	0,973	0,601	-2,315	1,653	1,277
5511	-2,81	0,765	0,952	0,839	0,688	0,372	-1,758	2,184	1,233
2694	-0,51	-0,221	1,107	0,739	0,404	0,124	-1,407	0,927	1,162
2694	-1,078	-0,316	1,072	0,774	0,606	0,148	-1,764	1,239	0,681
2610	-1,04	0,82	0,24	0,721	0,457	0,171	-1,784	1,095	0,68
2310	-2,459	0,546	0,811	0,782	0,749	0,359	-1,957	1,844	0,676
2212	-0,267	0,466	0,124	0,583	0,292	0,155	-1,61	0,727	0,47
8050	0,021	0,185	0,218	0,408	0,299	0,257	-1,46	0,483	0,412
6212	-2,631	1,132	0,347	0,44	0,566	0,253	-1,696	1,975	0,388
1589	-1,027	0,507	0,234	0,45	0,341	0,195	-1,581	1,22	0,34
8511	-2,278	0,512	0,717	0,464	0,746	0,564	-2,162	1,724	0,287
2694	0,146	0,61	-0,014	0,687	0,377	0,064	-2,025	0,426	0,27
2521	-2,905	-0,001	1,077	0,53	0,736	0,342	-2,147	2,593	0,224
2211	-0,87	0,316	0,336	0,493	0,419	0,15	-1,708	1,026	0,163
2322	-0,59	0,85	0,068	0,5	0,34	-0,013	-1,815	0,766	0,106
2102	-1,27	-0,114	0,753	0,486	0,549	0,196	-1,76	1,258	0,1
2699	-2,173	0,359	0,543	0,394	0,517	0,22	-1,793	1,988	0,056
5219	-0,472	0,412	0,015	0,36	0,23	-0,007	-1,393	0,886	0,032
1593	-1,057	-0,141	0,971	0,568	0,676	0,164	-2,054	0,778	-0,094
5219	-0,527	0,382	0,038	0,362	0,222	-0,13	-1,403	0,904	-0,152
1720	-2,189	0,603	0,301	0,384	0,507	0,032	-1,731	1,86	-0,234
5219	-0,526	0,43	0,003	0,353	0,178	-0,232	-1,363	0,906	-0,25
2322	-0,701	0,463	0,146	0,26	0,337	0,039	-1,715	0,827	-0,344
1541	-1,052	0,25	0,326	0,306	0,455	0,13	-1,789	1,015	-0,359
1581	-1,198	-0,156	0,724	0,325	0,534	-0,07	-1,812	1,232	-0,421
9211	-1,194	0,023	0,675	0,261	0,672	0,357	-2,103	0,878	-0,432
2899	-1,429	0,36	0,234	0,352	0,465	-0,03	-1,782	1,316	-0,514
2694	-0,262	0,233	0,201	0,408	0,382	-0,114	-1,823	0,422	-0,553
1571	-0,975	0,132	0,453	0,302	0,541	0,11	-1,956	0,817	-0,574
5511	-1,347	-0,21	0,875	0,328	0,834	0,432	-2,245	0,759	-0,575
2694	-2,302	0,11	0,831	0,473	0,742	0,029	-2,227	1,716	-0,628

(Continúa en la página 138)

(Viene de la página 137)

2521	-2,34	0,153	0,538	0,254	0,62	0,151	-2,042	1,983	-0,684
1571	-0,754	0,4	0,122	0,354	0,533	-0,039	-2,133	0,563	-0,953
1571	-0,764	0,08	0,244	0,26	0,527	-0,031	-1,92	0,646	-0,958
114	-1,193	0,348	0,195	0,361	0,582	-0,075	-2,106	0,809	-1,079
2710	-1,591	0,038	0,443	0,271	0,601	-0,085	-2,032	1,276	-1,08
2102	-1,214	0,31	0,234	0,331	0,645	0,011	-2,224	0,761	-1,144
1600	-1,44	-0,437	0,946	0,623	0,791	-0,524	-2,311	0,871	-1,481
1571	-1,427	0,113	0,455	0,22	0,856	0,231	-2,576	0,595	-1,532
114	-5,397	0,486	1,023	0,153	1,082	0,117	-2,866	3,815	-1,587
1720	-2,233	0,193	0,426	0,203	0,697	-0,211	-2,307	1,607	-1,627
2101	-3,305	0,021	0,786	0,093	1,078	0,363	-2,98	2,071	-1,872
6516	-5,49	-0,857	2,176	1,374	1,277	-1,332	-3,438	4,281	-2,009
2699	-2,88	-0,112	0,851	0,263	1,106	-0,151	-3,094	1,5	-2,516
6516	-4,81	-0,654	1,04	0,745	0,962	-2,055	-3,619	4,299	-4,091
6516	-1,95	-0,123	0,06	0,211	0,783	-1,586	-2,847	0,927	-4,525
6516	-6,526	-0,244	0,604	0,284	1,209	-2,094	-4,218	4,883	-6,102
6516	-9,733	-0,17	1,104	3,481	-4,042	-1,076	-5,854	4,116	-12,173
115	-10,428	-0,453	-1,694	-0,662	3,601	-9,82	-11,541	1,155	-29,843

Fuente: Esta investigación. Pérez (2013)

Basados en el Cuadro 5, podremos construir el correspondiente plano factorial, así como el de la Figura 11:

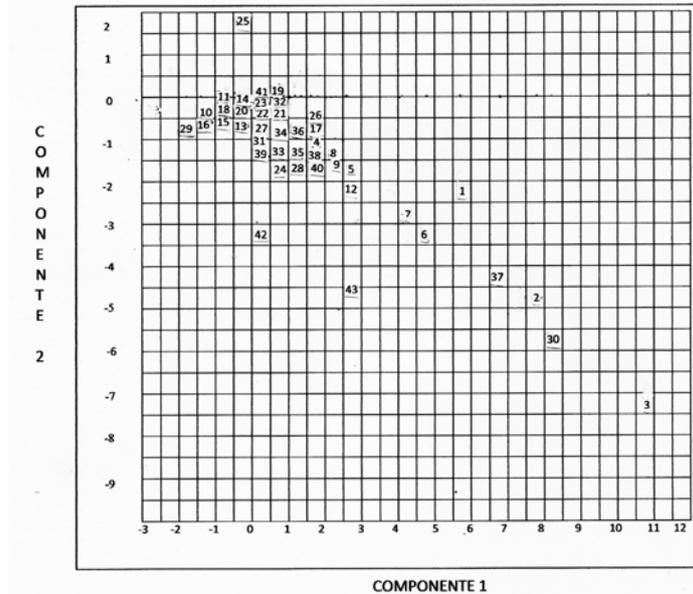


Figura 11. Plano factorial utilizando las dos primeras componentes, absorbentes de los 100% de la variabilidad de los datos, a partir de la matriz de correlación de la Tabla 8, originarios de un sistema con 43 empresas bajo condiciones de riesgo contable y diez componentes principales.

Fuente: Esta investigación, Pérez (2013)

En la Figura 11 podemos observar que las empresas 3, 30, 2, 37, 43, 6, 1, 7, 42 y 12 obtienen los mayores valores de la primera componente principal, mientras que las empresas 29, 16 y 10 obtienen los más bajos. Por otro lado las empresas 25, 41, y 19 obtienen los más altos valores de la segunda componente, mientras que las empresas 29, 16, 15 y 13 alcanzan los menores valores.

Para interpretar la nube de puntos individuales en un plano factorial, conviene tener en cuenta los siguientes aspectos:

- Los puntos individuales no quedan encerrados en un círculo de radio unitario.
- Un punto individual situado en el extremo de uno de los ejes significa que ese punto individual está muy relacionado con el respectivo componente.
- Cuando existen puntos individuales cercanos al origen significa que estos individuos tienen poca o ninguna relación con los dos componentes.
- Las proximidades entre puntos individuales se interpretan como similitud de comportamiento entre estos respecto de las variables. Por ejemplo, dos puntos individuales muy cercanos en el plano significa que ambos individuos tienen valores próximos en cada una de las respectivas variables.
- Un punto individual extremadamente alejado de la nube puede significar una de las dos situaciones:
 - Existe un error en la introducción del dato o en la medición.
 - Se trata de un individuo excepcional, el cual conviene sacar del análisis principal y usarlo como individuo suplementario, o bien, en el caso de que sean varios, analizarlos por separado.
 - Ambos casos requieren la elaboración de un nuevo ACP.
- Cuando se presentan varias nubes de puntos muy diferenciadas, significa que puede haber varias subpoblaciones de individuos. Si el propósito del estudio es detectar grupos diferentes, el ACP ha logrado su objetivo. Pero si el objetivo es estudiar la interrelación entre las variables, la aparición de varias subpoblaciones de individuos interfiere en este análisis, entonces conviene hacer un ACP en cada una de estas subpoblaciones (González et al., 2002)

6. Conclusiones

Alguien podría pensar que teóricamente el ACP pareciera una aplicación dispendiosa o una elaboración complicada para el discernimiento por parte de los Contadores Públicos, pero ello no es así, pues de la mayor labor se ocupan los ordenadores y, es un hecho, el desempeño del nuevo contador estará cada vez más involucrado entre herramientas informatizadas.

El mayor reproche que se le pudiera hacer al ACP es su falta de reconocimiento a la no linealidad de los datos pues ignora dependencias de orden mayor que puedan existir entre las variables. Sin embargo, este problema queda desestimado al seleccionar únicamente resultados óptimos sobre direcciones ortogonales.

Otra aceptación clave es que cada nueva matriz de mediciones, aún de las mismas variables sobre los mismos individuos, requiere un nuevo ACP. No resulta recomendable, por tanto, dejar sentada conclusión alguna acerca de cuáles son las variables capaces de evidenciar la reproducción de un estado de reutilización, o de riesgo contable, sino que ellas deberán ser identificadas en cada ocasión.

La primera recomendación para la eficaz utilización de esta técnica estadística por parte de los Contadores Públicos es la de entender por qué habría de ser importante la reducción del tamaño de cualquier problema estadístico, ya sea que esté relacionado con la diversidad de índices financieros, la clasificación de los resultados por áreas de operaciones o del servicio, la selección de clientes, la evaluación del desempeño por transacciones o productos, etc.

Además, es muy importante mencionar lo que tiene que ver con la adopción del software más apropiado para la ejecución del ACP. En este caso particular la utilización del Minitab tiene la ventaja de dejar toda la complejidad del cálculo estadístico a sus rutinas automatizadas, pero en general, e independientemente al software utilizado, la técnica del ACP solo podría ser explotada por aquellos Contadores Públicos con un conocimiento básico de Estadística descriptiva, una conceptualización de la Correlación y regresión lineal y múltiple y una base mínima del Álgebra de Matrices, tal como es el perfil del nuevo contador al servicio del control de gestión y la revelación de los sistemas de valoración.

Pero lo más relevante de este trabajo es que pone al servicio del profesional de la contaduría una herramienta más eficiente y más versátil para seleccionar índices financieros más objetivos.

Simplemente por estos motivos, este trabajo representa un avance en la eficacia de la intervención del profesional de la contaduría en procura de interpretar resultados contables financieros.

Vale la pena resaltar que los resultados obtenidos son propios de esta investigación, si bien en diversos procedimientos han servido de guía las descripciones temáticas propuestas por los autores referenciados al final del trabajo. El autor no ha podido conocer otro trabajo nacional sobre el tema, por lo cual da fe de su autenticidad y veracidad. Como quiera que las licencias temporales de software presentan limitaciones, se ha preferido ilustrar la aplicación con graficaciones de otros autores, igualmente, para finalizar, se ha preferido hacer la siguiente validación de resultados utilizando una técnica manual. 

NOTAS

1. Artículo producto del proyecto de investigación "Métodos cuantitativos de la contabilidad" del grupo "Pensamiento Contable" del Programa de Contaduría Pública de la Universidad Simón Bolívar en la línea de Gestión de Organizaciones, de la que el C.P Genner Maestre, Director del Programa, es el investigador principal.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. BARBOSA LANDIM, Paulo. Análise estatística de dados geológicos multivariados. [en línea]. UNESP. [Rioclaro]: Departamento de geología aplicada, 2000. [citado 10 de enero de 2013]. Disponible en Internet: <<http://www.rc.unesp.br/igce/aplicada/DI-DATICOS/LANDIM/multivariados.pdf>> p.120
2. BRONSON, Richard. Matrix methods: An introduction. 2ª Ed. San Diego: Academic Press. 1994. p. 503
3. CASTRO BONAÑO, J. Marcos. Indicadores de Desarrollo Sostenible. Una aplicación para Andalucía [en línea]. Universidad de Málaga. [Málaga, España]: Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, febrero 2002 [citada 10 de enero de 2013]. Capítulo IV. Métodos de análisis aplicados. Disponible en Internet: <<http://www.eumed.net/tesis-doctorales/jmc/cap04.pdf>> p.547
4. GONZÁLEZ MARTIN, Pilar; DÍAZ DE PASCUAL, Amelia; TORRES LEZAMA, Enrique y GARNICA OLMOS, Elsy. Una aplicación del ACP en el área educativa. En: Revista Economía. Mérida. N° 9. (Sep. 2002); p. 18
5. GRANÉ, Aurea. Análisis de Componentes Principales. Madrid: Universidad Carlos III, Departamento de Estadística. 2002. p.30
6. MOROZONI, Joao Francisco; OLINQUEVITCH, José Leonidas; HEIN, Nelson. Seleccíon de Índices na Análise de Balancos. En: Contabilidade Financiera, Rev. de la Universidad de Sao Paulo: N° 41. (May. 2006); p. 13.
7. PÉREZ GRAU, Samuel. Currículo y modelo pedagógico en la educación a distancia. En: Revista colombiana de currículo. Vol 1 n° 1. (Oct. 2007); p. 11. ISSN: 1909-5198
8. PÉREZ GRAU, Samuel. Modelo científico del sistema de funciones patrimoniales. En: Económicas CUC. Vol. 31 n° 31. (Dic. 2010); p. 10. ISSN: 0120-3932 .
9. ROSILLO, Jorge. Fundamentos de finanzas para la toma de decisiones. Bogotá: UNAD. 2003. p. 429.
10. SCHLENS, Jonathon. A Tutorial on Principal Components Analysis. NY: Center for Neuronal Science, NYU. 2009. p. 12.
11. TERRADEZ GURREA, Manuel. Análisis de Componentes Principales. Cataluña: Universidad de Oberta. 2002. p. 11
12. VILLARDON, José Luis Vicente. Análisis de Componentes Principales. Cataluña: UOC, Departamento de Estadística, 2002. p. 32
13. VILLARROEL, L.; ÁLVAREZ, J. y MALDONADO D. Aplicación del ACP en el desarrollo de productos. En: Acta Nova. Rev. de la Universidad Mayor Simón Bolívar, Cochabamba. Vol. 3 n°3. (Dic. 2003); p. 9.
14. WARREN, Carl; REEVE, James; DUCHAC, Jonathan. Contabilidad Financiera, 11a Ed. México: Cengage Learning Inc. 2011. p. 816.