

# Ensayos

## sobre POLÍTICA ECONÓMICA



LA TASA DE CAMBIO REAL DE EQUILIBRIO EN  
COLOMBIA Y SU DESALINEAMIENTO: ESTIMACIÓN  
A TRAVÉS DE UN MODELO SVEC

JUAN JOSÉ ECHAVARRÍA SOTO; ENRIQUE LÓPEZ  
ENCISO; MARTHA MISAS ARANGO

ENSAYOS SOBRE POLÍTICA ECONÓMICA,  
VOL. 26, NÚM. 57,  
EDICIÓN DICIEMBRE 2008  
PP. 282-319

Los derechos de reproducción de este documento son propiedad de la revista Ensayos Sobre Política Económica (ESPE). El documento puede ser reproducido libremente para uso académico, siempre y cuando no se obtenga lucro por este concepto y además, cada copia incluya la referencia bibliográfica de ESPE. El(los) autor(es) del documento puede(n) además poner en su propio website una versión electrónica del mismo, pero incluyendo la referencia bibliográfica de ESPE. La reproducción de esta revista para cualquier otro fin, o su colocación en cualquier otro website, requerirá autorización previa de su Editor de ESPE.

A TAXA DE CÂMBIO REAL DE EQUILÍBRIO NA  
COLÔMBIA E SEU DESALINHAMENTO: ESTIMATIVA  
ATRAVÉS DE UM MODELO SVEC

JUAN JOSÉ ECHAVARRÍA SOTO  
ENRIQUE LÓPEZ ENCISO  
MARTHA MISAS ARANGO\*

---

\* Os autores são, em sua ordem: co-diretor da Junta Diretiva do Banco da República e pesquisadores principais da Unidade de Investigação.

Os resultados, as opiniões, as omissões e os possíveis erros presentes neste estudo são responsabilidade exclusiva do autor e não comprometem o Banco da República nem a sua Junta Diretiva.

Correios electronicos:  
jchavso@banrep.gov.co;  
Elopezen@banrep.gov.co;  
mmisasar@banrep.gov.co

Documento recebido: 2 de abril de 2008; versão final aceita: 16 de setembro de 2008.

Neste documento se calcula a taxa de câmbio real de equilíbrio e seu desalinhamento. Este último sendo entendido como a diferença entre a taxa real de câmbio observada e a taxa de equilíbrio. Para a realização deste exercício se utiliza o enfoque de tendências comuns associadas a um modelo VEC estrutural (SVEC). O exercício, realizado sobre o período 1962-2005, indica que a taxa real de câmbio esteve supervalorizada, principalmente entre 1962 e 1974, entre 1983-1985 e entre 1995-1997. Os resultados sugerem que nos anos recentes a taxa de câmbio real não esteve longe do equilíbrio.

**Palavras chave:** taxa real de mudança de equilíbrio, desalinhamento, modelo VEC estrutural.

**Classificação JEL:** F31, C32.

# THE EQUILIBRIUM REAL EXCHANGE RATE IN COLOMBIA AND ITS MISALIGNMENT STRUCTURAL VEC

JUAN JOSÉ ECHAVARRÍA SOTO  
ENRIQUE LÓPEZ ENCISO  
MARTHA MISAS ARANGO\*

In this paper we estimate the equilibrium real exchange rate and its misalignment for Colombia. The latter understood as the difference between the observed real exchange rate and its equilibrium value. To carry out this exercise we used the common trends approach associated with a structural VEC model (SVEC). The exercise, conducted for the period 1962-2005, indicates that the real exchange rate has been over appreciated mainly between 1962 and 1974, 1983-1985 and 1995-1997. The results also suggest that the real exchange rate has been relatively close to equilibrium in recent years.

**Keywords:** equilibrium real exchange rate, misalignment, structural VEC model.

**JEL Classification:** F31, C32.

---

\* The authors are respectively Codirector of Central Bank of Colombia, and Senior researchers at the Research Unit.

The views expressed in this document do not reflect the opinion of Banco de la República or its Board of Governors.

E-mails:  
jchavso@banrep.gov.co;  
Elopezen@banrep.gov.co;  
mmisasar@banrep.gov.co

Document received: 2  
April 2008; final version  
accepted: 16 September  
2008.

# LA TASA DE CAMBIO REAL DE EQUILIBRIO EN COLOMBIA Y SU DESALINEAMIENTO: ESTIMACIÓN A TRAVÉS DE UN MODELO SVEC

JUAN JOSÉ ECHAVARRÍA SOTO  
ENRIQUE LÓPEZ ENCISO  
MARTHA MISAS ARANGO\*

---

\* Los autores son, en su orden: codirector de la Junta Directiva del Banco de la República e investigadores principales de la Unidad de Investigación.

Los puntos de vista de este documento no comprometen al Banco de la República ni a su Junta Directiva.

Correos electrónicos:  
jchavso@banrep.gov.co;  
Elopezen@banrep.gov.co;  
mmisasar@banrep.gov.co

Documento recibido: 2 de abril de 2008; versión final aceptada: 16 de septiembre de 2008.

En este documento se calcula la tasa de cambio real de equilibrio y su desalineamiento. Este último, entendido como la diferencia entre la tasa real de cambio observada y la tasa de equilibrio. Para llevar a cabo este ejercicio se utiliza el enfoque de tendencias comunes asociadas a un modelo VEC estructural (SVEC). El ejercicio, llevado a cabo para el período 1962-2005, indica que la tasa real de cambio ha estado sobrevaluada, principalmente entre 1962 y 1974, en 1983-1985 y en 1995-1997. Los resultados sugieren que la tasa de cambio real no ha estado lejos del equilibrio en los años recientes.

**Palabras clave:** tasa real de cambio de equilibrio, desalineamiento, modelo VEC estructural.

**Clasificación JEL:** F31, C32.

## I. INTRODUCCIÓN

El desalineamiento de la tasa de cambio real es una variable fundamental para la política económica y su medición uno de los aspectos más controversiales en el cuerpo de la teoría económica denominado macroeconomía de economías abiertas (*open economy macroeconomics*)<sup>1</sup>. Los desalineamientos son utilizados como una herramienta para predecir desplazamientos futuros de la tasa de cambio en el caso de los países que flotan (Goldfajn y Valdés, 1999, p. 189) y para evaluar la necesidad de ajustar la tasa de cambio en países con regímenes menos flexibles. La literatura sugiere que los desalineamientos pueden tener efectos nocivos sobre el crecimiento y el bienestar (Edwards, 1989; Milesi-Ferretti y Razin, 1998; Razin y Collins, 1997) y que estos efectos pueden ser de carácter permanente (Cerra y Sweta, 2005).

El desalineamiento de la tasa de cambio real se refiere a una situación en la cual ésta se desvía de una tasa “ideal” implícita. Se dice que la tasa de cambio está subvaluada cuando está más depreciada que esta tasa “ideal”; y se habla de una tasa sobre-revaluada en caso contrario. Se requiere, entonces, definir explícitamente el contenido de esa tasa de cambio real “ideal”, aquella que podría prevalecer en ausencia de rigideces de precios y fricciones de corto plazo.

Una definición más estructurada de desalineamiento utiliza la noción de tasa de cambio real de equilibrio, aquella que prevalecería si la economía estuviese simultáneamente en equilibrios externo e interno. El equilibrio interno se da en una economía operando

---

1 Véase por ejemplo Aguirre y Calderón (2006) y Terra y Carneiro (2003).

en pleno empleo y plena capacidad, y el externo cuando es sostenible la situación de la cuenta corriente dada una posición deseada de flujos de capital. El equilibrio de la tasa real de cambio puede variar en el tiempo como resultado de fluctuaciones en sus determinantes.

Este documento tiene como objetivo el cálculo de la tasa de cambio real de equilibrio y de su desalineamiento. Para ello se utiliza el enfoque de tendencias comunes asociadas a un modelo VEC estructural (SVEC), un avance metodológico importante frente a la metodología VEC empleada por Echavarría, Vásquez y Villamizar (2005). La metodología SVEC permite relacionar de manera directa la tasa de cambio real con sus determinantes fundamentales en la medida en que incorpora una mayor estructura económica. En el debate que se da en torno de los modelos de forma reducida y de los modelos estructurales, el enfoque SVEC constituye una posición intermedia que reconcilia estas dos visiones polares y que, en este caso en particular, posibilita de una manera más precisa: i) el cálculo de la tasa de cambio real de equilibrio, mediante la acumulación de diferentes choques asociados al modelo estructural, y ii) el análisis de los efectos de tales choques sobre la tasa de equilibrio y, por ende, sobre el resto de la economía.

El período de análisis (1958-2005) se caracteriza por cuatro regímenes cambiarios: tasa de cambio nominal fija antes de 1967 (con las fuertes devaluaciones nominales y reales que acompañan ese tipo de regímenes), *crawling peg* “pasivo” entre 1967 y 1991, bandas cambiarias entre 1991 y 1999, y tasa de cambio administrada entre 1999 y el presente<sup>2</sup>.

El documento se desarrolla en seis partes, incluida esta introducción. La sección II discute la definición de la tasa real de cambio de equilibrio, y la siguiente considera las variables utilizadas. La sección IV presenta el esquema metodológico y la V los principales resultados: la tasa de cambio real de equilibrio obtenida mediante la metodología SVEC, la comparación del desalineamiento con el trabajo de Echavarría, Vásquez y Villamizar (2005), y el análisis de impulso-respuesta de las principales variables del sistema. La última sección concluye. En otro documento los autores analizan los ataques especulativos y las distorsiones de cuenta corriente que tradicionalmente han seguido a la sobrevaluación cambiaria (Echavarría, López y Misas, 2007).

---

<sup>2</sup> En 1957 y 1958 se mantuvo un régimen de tasa de cambio flexible (véase Díaz-Alejandro (1976b), p.189, y Cárdenas, 1997).

## II. DEFINICIÓN DE LA TASA REAL DE CAMBIO DE EQUILIBRIO

En la discusión reciente sobre el valor relativo del peso colombiano es importante conocer si se trata de cambios en el valor de equilibrio o de desalineamientos con respecto al equilibrio. A manera de ejemplo, sería indeseable e ineficaz que un banco central luchase contra los movimientos en la tasa de cambio de equilibrio (aún cuando podría suavizarlos), pero enteramente adecuado que evitase desalineamientos prolongados y sustanciales con respecto al equilibrio.

Existen diferentes conceptos del equilibrio. Para comenzar, la teoría de paridad del poder adquisitivo (PPA) postula que el precio local de los bienes está determinado por el precio internacional medido en moneda local, y que la tasa de cambio nominal debe compensar los diferenciales de inflación entre países. Ello lleva a una tasa de cambio real constante en la versión *relativa* de la PPA o igual a 1 en su versión *absoluta*.

Pero las tasas de cambio reales no son constantes, y la teoría de la PPA solo parece ser válida en el muy largo plazo, o en economías que se encuentran sujetas a procesos de hiperinflación. El enfoque es aún más problemático en economías emergentes como la colombiana, sujeta a choques reales permanentes relacionados con cambios relativos en productividad. Por ello resulta difícil identificar el nivel de equilibrio de largo plazo acorde con dicha teoría.

Un segundo concepto, utilizado en este trabajo, supone que la tasa de cambio de equilibrio varía en el tiempo, y se puede especificar como una función de los valores sostenibles de los fundamentales macroeconómicos. Su cálculo permite responder preguntas como: ¿cuál es aquella tasa de cambio que resulta al remover los elementos especulativos y cíclicos, que varía con los fundamentales exógenos y con los cambios en variables endógenas?

El nivel de equilibrio de los fundamentales determina el nivel de equilibrio de la tasa de cambio, y algunas variables nominales pueden acelerar (o retardar) el ajuste hacia dicho equilibrio. Alternativamente, podría afirmarse que los cambios en variables nominales pueden tener un efecto duradero sobre la tasa de cambio real cuando se adoptan en una situación de desequilibrio (e. g. una tasa de cambio altamente revaluada o devaluada) o cuando van acompañadas por políticas “reales” que afectan la oferta o la demanda agregada en la economía. Como se mencionó, un banco central difícilmente logra una devaluación real con sus políticas nominales cuando la tasa

de cambio real se encuentra cercana a su nivel de equilibrio de largo plazo, a menos que cambien los fundamentales.

Muchos de los trabajos recientes utilizan técnicas de cointegración para identificar patrones persistentes de los comovimientos entre los fundamentales. En este trabajo se sigue de cerca a Mac Donald (2000), cuando presenta el enfoque denominado *behavioural equilibrium exchange rates* (BEER). El punto de partida es la proposición acerca de la existencia de factores reales que determinan la lenta reversión a la media que se observa en los datos. El modelo enuncia, para comenzar, la paridad no cubierta de tasas de interés (PNC) expresada en términos reales y ajustada para incluir una prima de riesgo.

$$\Delta q_{t+k}^e = -\left(r_{t,t+k}^e - r_{t,t+k}^{*,e}\right) + \rho_t \quad (1)$$

Donde  $\Delta q_{t+k}^e$  es la variación en la tasa de cambio real esperada ( $q_{t+k}^e - q_t^e$ ),  $\left(r_{t,t+k}^e - r_{t,t+k}^{*,e}\right)$  corresponde al diferencial de las tasas reales de interés esperadas entre Colombia y el exterior, y  $\rho$  a la prima de riesgo. Reformulando la expresión (1) con el supuesto de que  $q_t^e = q_t$ , entonces:

$$q_t = q_{t+k}^e + \left(r_{t,t+k}^e - r_{t,t+k}^{*,e}\right) - \rho_t \quad (2)$$

Si denominamos a  $q_{t+k}^e$  como  $\bar{q}$ , el componente de largo plazo, imponiendo expectativas racionales se obtiene:

$$q_t = \bar{q}_t + \left(r_t - r_t^*\right) \quad (3)$$

Finalmente, si se supone un modelo consistente de acervo y flujo como el que desarrollaron originalmente Frenkel y Mussa (1986) se puede plantear<sup>3</sup>:

$$\bar{q}_t = f\left(r_t^- - r_t^*, A\bar{E}N_t^-, TINT_t^-, APER_t^+, \left(\frac{A_T^-}{A_T^*} / \frac{A_N^-}{A_N^*}\right)_t\right) \quad (4)$$

3 En (4) los signos esperados aparecen sobre las variables. En la sección III se presenta una discusión más amplia sobre estos signos.

donde  $AEN$  corresponde a los activos externos netos del país y  $TINT$  a los términos de intercambio; el tercer término corresponde al llamado efecto Balassa-Samuelson, relacionado con la productividad relativa en transables y en no transables en Colombia y en el exterior. La tasa de cambio real se puede expresar como:

$$q = \frac{\varepsilon P^*}{P} = \frac{\varepsilon [P_N^{\omega*} P_T^{(1-\omega*)}]}{[P_N^\omega P_T^{(1-\omega)}]} = \frac{\varepsilon . P_T^1 P_N^{\omega*} P_T^{-\omega*}}{P_T^1 P_N^\omega P_T^{-\omega}} = \frac{\varepsilon . P_T^*}{P_T} \cdot \frac{\left(\frac{P_T}{P_N}\right)^\omega}{\left(\frac{P_T^*}{P_N^*}\right)^{\omega*}} \quad (4.A)$$

siendo  $P_T$  y  $P_N$  el precio de transables y de no transables, y  $\omega$  la participación de no transables en la canasta de consumo en Colombia (\* para las mismas variables en el exterior). Ello quiere decir que la tasa de cambio real depende parcialmente de la relación entre el precio de transables y el de no transables en cada país.

En el largo plazo se espera un signo negativo para las cuatro variables que determinan la tasa de cambio en la ecuación (4). Un mayor diferencial de tasas de interés dará lugar a entradas de capital y a una revaluación de la tasa real de equilibrio —sobre el significado de las otras tres variables véase la siguiente sección—.

Una vez se define la especificación en (4), el problema se centra en elegir el estimador apropiado. Clark y Mac Donald (1998) proponen utilizar el mecanismo VECM de Johansen (1995). Con tal enfoque se deriva una representación *permanent equilibrium exchange rate* (PEER). Si se considera, por ejemplo, el vector  $X_t$  conformado por la tasa de cambio real y sus fundamentales:

$$X_t = \left( q_t, (r_t - r_t^*), AEN_t, TINT_t, APER_t, \left( \frac{A_T / A_N}{A_T^* / A_N^*} \right)_t \right) \quad (5)$$

Se supone que dicho sistema tiene la siguiente representación VEC:

$$\Delta X_t = \mu + \sum_{i=1}^{p-1} A_i \Delta X_{t-i} + \alpha \beta' X_{t-1} + \varepsilon_t \quad (6)$$

De tal forma que la tasa de cambio real de equilibrio se definirá como la suma ponderada de los fundamentales, donde las ponderaciones corresponden a los coeficientes del vector de cointegración estimado.

En este artículo se propone trabajar con un esquema VEC estructural y sus tendencias comunes asociadas. Así, partiendo de la modelación VEC, mencionada, se imponen restricciones de carácter económico, las cuales permiten identificar los choques estructurales de la economía y, a través de éstos, construir las tendencias que genera el componente permanente de la tasa de cambio real, entendido éste como la tasa de cambio real de equilibrio. Hasta donde se conoce, este enfoque no ha sido utilizado para el cálculo de tasa real de cambio de equilibrio y su utilización constituye uno de los principales aportes del presente trabajo.

La estimación extiende la metodología de Quah y Vahey (1995) hacia un enfoque multivariado que acepta la propiedad de cointegración de algunas variables dentro del sistema de información elegido y permite hacer una representación de tendencias estocásticas comunes —la explicación detallada de la metodología se presenta en el Anexo 1—.

### III. LAS VARIABLES UTILIZADAS

La información utilizada incluye un conjunto de variables macroeconómicas con un efecto potencial sobre la tasa de cambio real de largo plazo. Se experimentó con las variables contenidas en la ecuación (4) y con otras variables comúnmente empleadas en la literatura. El análisis empírico se lleva a cabo con información anual para el período comprendido entre 1962 y 2005. En el sistema de información seleccionado la tasa de cambio real se relaciona de manera directa con los activos externos netos (*AEN*), los términos de intercambio (*LTINT*, en logaritmos) y la apertura (*APER*), y de manera indirecta, a través de una tendencia determinística con la productividad. El diferencial de tasas de interés no se incluyó finalmente en el sistema de información, pues no se obtuvo cointegración cuando esta variable estaba presente. Aún no se cuenta con una buena tasa de interés para las décadas de 1960 y 1970 en Colombia.

La metodología SVEC empleada obligó a trabajar con un conjunto de variables relativamente reducido. Ello, y las diferencias en metodología, conducen a resultados relativamente diferentes a aquellos obtenidos por Echavarría, Vásquez y Villamizar (2005): el efecto Balassa-Samuelson se aproximó solo con una tendencia determinística<sup>4</sup>; no se incluyó la tasa de cambio nominal por estar interesados en el equilibrio de largo plazo,

---

4 En Echavarría, Vásquez y Villamizar (2005) se capturó el efecto Balassa-Samuelson con la tendencia determinística y con las diferencias en el crecimiento del PIB en Colombia y en los Estados Unidos.

ni tampoco se incluyó el gasto público. Frente a dicho trabajo se eliminaron la tasa de cambio nominal y el gasto público como variables determinantes; además, se incluyó la variable *apertura* (*APER*) para tratar de reproducir la tendencia creciente de la tasa de cambio real en el largo plazo.

Una diferencia importante entre ambos trabajos reside en la conceptualización del papel que juega la tasa de cambio nominal. Mientras que Echavarría, Vásquez, y Villamizar (2005) la incluyen en la explicación del desalineamiento a través de su impacto en la tasa de cambio de equilibrio, en este trabajo se considera que la tasa de cambio nominal afecta el desalineamiento a través de su impacto sobre la tasa de cambio real observada. Dichos desalineamientos podrían obedecer, entonces, al comportamiento de la tasa de cambio nominal, que a su vez influye cercanamente sobre la tasa de cambio real observada.

De hecho, existe una literatura amplia sobre los posibles desalineamientos de la tasa de cambio nominal, causados quizá por el overshooting cambiario que producen las rigideces de precios (Dornbusch, 1976) o por la influencia de las acciones de un conjunto de “chartistas” que desplazan a las de un segundo grupo de agentes estabilizadores que operan con base en fundamentales. Existe una amplia controversia sobre estos temas, y algunos autores afirman que la relación de causalidad es la opuesta, donde la tasa de cambio real parcialmente determina a la nominal (véase Krugman y Obstfeld, 2003, cap. 15).

La variable *AEN* es central en el modelo acervo-*flujo* desarrollado por Frenkel y Mussa (1986), con incrementos de largo plazo asociados con mejoras en la cuenta corriente y con revaluación —el impacto de corto plazo es el opuesto, véase Sarno y Taylor (2002, pp. 115-120)—. En otras palabras, se espera una relación positiva entre *AEN* y la tasa de cambio real en el corto plazo (el impacto flujo) y una relación negativa en el mediano y largo plazos una vez se produce el ajuste de acervo de la cuenta corriente<sup>5</sup>. Una compra inicial de reservas eleva *AEN* y devalúa la tasa de cambio nominal (y real); ello mejora la cuenta corriente y permite una tasa de cambio más revaluada en el equilibrio de largo plazo.

---

5 Véase Mussa (1982), Frenkel y Mussa (1986) y Dornbusch y Fischer (1980). Un tratamiento completo del tema aparece en Sarno y Taylor, (2002, pp. 115-122).

La variable *términos de intercambio* (su logaritmo  $LTINT$ ) corresponde al precio relativo de las exportaciones con relación a las importaciones. Un incremento en dicha variable eleva el ingreso nacional y la demanda interna, incrementa el precio relativo de bienes no transables y revalúa la tasa de cambio real (Díaz-Alejandro, 1982). O lo que es lo mismo, los mayores términos de intercambio permiten una cuenta corriente en equilibrio aún si se ven acompañados por la revaluación de la tasa de cambio real. La literatura enfatiza estos efectos ingreso, pero efectos sustitución fuertes podrían llevar al resultado opuesto (Goldfajn y Valdés, 1999; Edwards, 1989; Dornbusch, 1980).

La variable *apertura* ( $APER$ ) indica el grado en el cual el país se ve afectado por el entorno internacional y se encuentra frecuentemente asociada con la política comercial. En nuestro sistema de información la variable aparece medida como la relación entre la suma de las exportaciones y las importaciones y el PIB. Se espera una relación positiva entre apertura y tasa de cambio real, pues una liberalización del comercio reduce el precio interno de los bienes transables (Dornbusch, 1974). Otra forma del explicarlo: la reducción de aranceles requiere una tasa real más alta para que el sector productivo continúe compitiendo con el exterior.

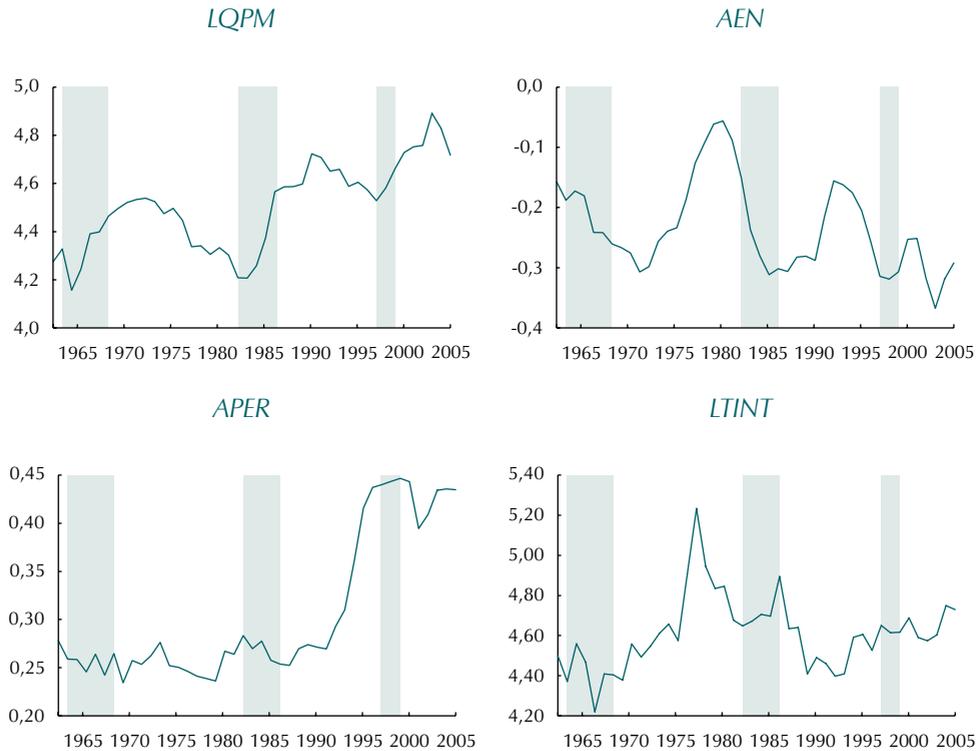
La mayoría de países emergentes presenta una tendencia positiva de largo plazo en la tasa de cambio real (para Colombia véase Gráfico 1, con un crecimiento exponencial anual de 0,78%), y ello ha sido atribuido por algunos autores, como Balassa y Samuelson, a la evolución de las productividades relativas entre países y entre sectores. En particular, para una economía abierta a los flujos de capital puede demostrarse que (véase Sarno y Taylor, 2002, pp. 78-82; Froot y Rogoff, 1995; De Gregorio, Giovannini, y Wolf, 1994):

$$\frac{\left(\frac{P_T}{P_N}\right)}{\left(\frac{P_T^*}{P_N^*}\right)} = \frac{\frac{A_N}{(A_T)^{\alpha_T}}}{\frac{A_N^*}{(A_T^*)^{\alpha_T}}} = \frac{(A_T^*)^{\alpha_T} \cdot A_N}{(A_T)^{\alpha_T} \cdot A_N^*} \quad (7)$$

siendo  $A$  la productividad multifactorial de Solow. La ecuación (7) explica el signo negativo esperado para las productividades relativas en la ecuación (4): el incremento en la productividad en transables eleva el salario en transables y en no transables, con lo cual aumenta el precio relativo de los no transables. Alternativamente, la mayor innovación en el sector transable en Colombia permite revaluar la tasa de cambio real

y continuar compitiendo con el exterior. El incremento paulatino en la tasa de cambio real en un país como Colombia suele atribuirse, entonces, a que la mayor dinámica de innovación la presenta el sector transable en los países desarrollados, seguido por el sector transable en Colombia, con bajos niveles de innovación en el sector de no transables en ambos países ( $A_T^* > A_T > A_N^* \approx A_N$ ).

Gráfico 1  
Evolución de las variables del modelo



Fuente: Banco de la República.

Existen enormes dificultades para medir la evolución de la productividad multifactorial en transables y no transables en Colombia y en el exterior, y el único trabajo que intenta hacerlo explícitamente (Cárdenas, 1997) obtiene signos contrarios a los esperados<sup>6</sup>. La literatura internacional emplea variables *proxy* como el crecimiento del PIB,

<sup>6</sup> Parcialmente, Cárdenas investiga el impacto de la relación entre el cambio técnico (relativo) en transables y en no transables en Colombia, pero no considera la misma relación en el exterior.

el crecimiento relativo del PIB frente al exterior, o la relación entre el índice de precios al productor y el índice de precios al consumidor (desde el supuesto de que el primer índice es relativamente intensivo en bienes transables). Echavarría, Vásquez, y Villamizar (2005) obtienen resultados relativamente satisfactorios cuando emplean como *proxy* el crecimiento del PIB en Colombia frente al de los Estados Unidos, pero necesitan incluir la variable *tiempo* en su “mejor” modelo de cointegración de largo plazo. En otras palabras, la variable *proxy* empleada sólo logra parcialmente capturar la pendiente positiva de la tasa de cambio real. Nuestros resultados tampoco fueron enteramente satisfactorios, por lo que se decidió trabajar con la tendencia determinística como *proxy* del efecto Balassa-Samuelson. Se trata de un campo que amerita investigación adicional.

En síntesis, el sistema de información está conformado por el logaritmo del índice de la tasa de cambio real ( $LQPM_t$ , utilizando como deflactor el índice de precios al por mayor<sup>7</sup>), la relación entre los activos externos netos y el PIB<sup>8</sup>, ( $AEN_t$ ), el grado de apertura de la economía, calculado como la relación entre el total de importaciones más exportaciones y el PIB ( $APER_t$ ), y el logaritmo de los términos de intercambio medidos como la relación entre los índices de precios al productor para exportados y para importados<sup>9</sup>, ( $LTINT_t$ ). El Gráfico 1 presenta la evolución de las variables en el período de análisis. Las áreas sombreadas representan períodos de tasa de cambio sobre-revaluada, se discuten en Echavarría, López y Misas (2007).

#### IV. ESQUEMA METODOLÓGICO

En términos generales, nuestra medición de la tasa de cambio real de equilibrio recurre a un enfoque que permite calcular las tendencias comunes de un conjunto de variables que se caracterizan por ser series no estacionarias. La existencia de una o varias relaciones de cointegración entre las variables del sistema (tasa de cambio real, apertura,

---

7 Véase la definición formal y la construcción en Echavarría, Vásquez y Villamizar (2005).

8 Entendiendo por activos externos netos al déficit o superávit acumulado en cuenta corriente.

9 Echavarría, Vásquez, y Villamizar (2005), también utilizan las variables  $LQPM_t$ ,  $LTINT_t$ , y  $AEN_t$ , en su estimación de la tasa de cambio real de equilibrio. Capturan el efecto Balassa-Samuelson mediante la relación entre el crecimiento del PIB en Colombia y en los Estados Unidos, pero se ven forzados a incluir una variable de tendencia en su estimación. Acá se decidió capturar el efecto Balassa-Samuelson con la tendencia.

activos externos netos y términos de intercambio) reduce el número de perturbaciones independientes que tienen efectos permanentes sobre el nivel de las series.

La representación de tendencias comunes permite descomponer las variables en una tendencia estocástica no estacionaria que captura el efecto de choques permanentes y un elemento transitorio estacionario. Una vez se establece la presencia de cointegración en el sistema es posible llegar a una representación VAR cointegrada o VEC. De tal forma que ésta puede llevarse, mediante el teorema de Wold, a una representación estacionaria de media móvil. El vector de perturbaciones de esa forma reducida se asocia con el de choques estructurales, identificados de acuerdo con hipótesis sugeridas por la teoría económica, algunos de ellos con efectos permanentes y otros con efectos transitorios sobre el sistema original de variables. Los choques permanentes determinan la tasa de cambio real de equilibrio.

#### A. COINTEGRACIÓN

El primer paso en la metodología de tendencias estocásticas comunes es determinar la existencia de relaciones de largo plazo dentro de las variables del sistema. El análisis de cointegración se lleva a cabo a través de la metodología de Johansen (1988)<sup>10</sup> sobre el siguiente sistema de información:  $\{AEN_t, APER_t, LTINT_t, LQPM_t\}$ , entre 1962 y 2005.

El análisis considera la existencia de uno a seis rezagos y los modelos: i) *drift*, el cual considera una tendencia lineal determinística en los niveles de las variables y ii) *cidrift*, que reconoce la existencia de tendencia lineal en el vector de cointegración. La selección de estos modelos para el análisis de cointegración hace necesario dirimir entre ellos, es decir, la selección de componentes determinísticas propuesta por Johansen (1994).

El Cuadro 1 resume los resultados obtenidos mediante la prueba de la traza, al considerar la representación VAR(1) asociada con el modelo *cidrift* (el mejor resultado), incluyendo dos *dummies* de intervención<sup>11</sup> que capturan valores atípicos observados en 1964 y 1977. La prueba de la traza se aplica para examinar el número de vectores de

---

10 CATS for RATS, version 6.0.

11 El uso de variables *dummies* de intervención puede consultarse en Hendry y Doornik (1994).

cointegración, y apoya la existencia de un vector de cointegración. En el Cuadro 2 se presentan el vector de cointegración y su correspondiente velocidad de ajuste.

**Cuadro 1**  
Prueba para la determinación del rango

$\lambda_{Trazo}^*$	$H_0: r$	$p - r$	Valores de prueba $\lambda_{Trazo}$ $\alpha = 10\%$
61,35	0	4	58,958
<b>30,72</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	<b>39,077</b>
13,96	2	2	22,946
3,85	3	1	10,558

Modelo *cidrift*

VAR(1)

Dummies de intervención.

\* Corrección por tamaño de muestra.

**Cuadro 2**  
Vector de cointegración y velocidad de ajuste

Sistema $\{AEN_t, APER_t, LTINT_t, LQPM_t, trend\}$	
Vector de cointegración	Velocidad de ajuste
$\beta = \begin{pmatrix} 0,909; & -0,400; & 0,480; & 1,00; & -0,006 \\ (3,99) & (-1,14)^* & (5,04) & (--) & (-2,87) \end{pmatrix}$	$\alpha_1 = \begin{pmatrix} 0,128; & 0,026; & -0,319; & -0,292 \\ (3,06) & (1,07) & (-2,09) & (-4,32) \end{pmatrix}$

\*A pesar de que esta variable no es significativa al 5%, se incluye dentro del vector de cointegración por razones de carácter económico.

Como se observa en el Cuadro 2, los signos obtenidos en el ejercicio de cointegración son los esperados, y los coeficientes *t* (en paréntesis) resultan significativos en todos los casos, excepto la variable *APER*. A pesar de ello, siguiendo a Warne (1993) se decidió mantener la variable *apertura* (*APER*) en el vector de cointegración. Además, como se discutió antes, la presencia de la tendencia en el vector de cointegración es necesaria para capturar la pendiente positiva de la tasa de cambio observada en el panel izquierdo del Gráfico 1. En teoría esta tendencia captura el efecto Balassa-Samuelson, el cual consiste en menores niveles relativos de innovación en transables (frente a no transables) en Colombia que en el exterior. Nuevamente, este tratamiento no es enteramente satisfactorio y se requieren nuevas investigaciones en el campo.

Una vez aceptado el vector de cointegración, se llevan a cabo pruebas de diagnóstico sobre el comportamiento de los residuales. Los *p-values* asociados con dichas pruebas multivariadas sobre existencia de autocorrelación residual LB(12), M(1) y LM(4) son respectivamente 0,16, 0,19 y 0,30. Las pruebas permiten, entonces, concluir que existe un comportamiento de ruido blanco multivariado en los residuales. Así mismo, el *p-value* de 0,11 asociado con la prueba de normalidad multivariada de Doornik y Hansen (2008) evidencia un comportamiento normal multivariado en los residuales. De esta forma, este tipo de pruebas permiten concluir que estos presentan un comportamiento óptimo (Lütkepohl, 2005).

Luego de establecer el comportamiento óptimo de los residuales, en el Cuadro 3 se llevan a cabo pruebas de exogeneidad débil y estacionariedad, y se encuentra que todas las variables del sistema son integradas de orden uno:  $I(1)$ . En lo referente a exogeneidad, se observa que el logaritmo de la tasa real de cambio ( $LQPM_t$ ) no es exógeno débil, condición requerida, dado el objetivo del trabajo.

### Cuadro 3

Resultado de las pruebas de exclusión, estacionariedad y exogeneidad débil

Exclusión	Estacionariedad	Exogeneidad débil
$x_{0,10}^2(1) = 3,84$	$x_{0,10}^2(4) = 9,49$	$x_{0,10}^2(2) = 4,61$
$AEN_t = 5,67$	$AEN_t = 26,32$	$AEN_t = 5,71$
$APER_t = 0,93$	$APER_t = 38,15$	$APER_t = 0,83$
$LTINT_t = 9,08$	$LTINT_t = 24,54$	$LTINT_t = 3,09$
$LQPM_t = 21,09$	$LQPM_t = 27,10$	$LQPM_t = 11,62$
$Trend_t = 3,57$		

## B. ESTIMACIÓN DE LOS PARÁMETROS ESCTRUCTURALES

Para el segundo paso de nuestra metodología se hace necesario separar los choques exógenos estructurales de los movimientos endógenos de las variables, y esto conlleva un problema de identificación que se debe resolver mediante la imposición de restricciones sugeridas por la teoría económica. Se combinan restricciones de neutralidad de largo plazo con restricciones contemporáneas.

En el modelo de tendencias estocásticas comunes (ecuación A9 del anexo) la presencia de una relación de cointegración entre las cuatro variables que conforman el

sistema implica la existencia de tres fuentes distintas de choques, cuyos efectos son permanentes. La teoría económica es, en general, más informativa en relación con las restricciones de largo plazo. Los choques transitorios se identifican por medio de supuestos sobre su impacto contemporáneo en las variables endógenas.

En este trabajo se consideran los siguientes supuestos acerca de la naturaleza de los tres choques permanentes. El primero corresponde a un choque de activos externos netos o de cuenta corriente ( $\phi^{CC}$ ), el segundo a un choque de apertura o de política comercial ( $\phi^{PC}$ ) y el tercero, a un choque de términos de intercambio ( $\phi^{TINT}$ ). La ecuación (8) presenta la especificación adoptada para la parte permanente de la representación de tendencias estocásticas comunes, donde  $\mu$  es un vector de constantes adicionado al modelo en la estimación:

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix}_t = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \mu_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix}_{t-1} + \begin{bmatrix} \phi^{CC} \\ \phi^{PC} \\ \phi^{TINT} \end{bmatrix} \tag{8}$$

La metodología sugiere que la matriz  $C(1)\Gamma_0$  o  $\Gamma(1)$  debe tener ceros en la última columna y ceros en las posiciones afectadas por las restricciones de largo plazo. Según la ecuación (9) se imponen tres restricciones de largo plazo. Las dos primeras se relacionan con la independencia de los términos de intercambio (frente a *AEN-cuenta corriente*, y frente a la *apertura-política comercial*). La tercera restricción es más discutible: se sugiere que la variable *AEN-cuenta corriente* es independiente de la política comercial, pues en el mediano plazo la cuenta corriente depende de las decisiones de ahorro e inversión agregadas, pero no de la política comercial.

$$\begin{bmatrix} AEN_t \\ APER_t \\ LTINT_t \\ LQPM_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Gamma(1)_{11} & 0 & \Gamma(1)_{23} & 0 \\ \Gamma(1)_{21} & \Gamma(1)_{22} & \Gamma(1)_{23} & 0 \\ 0 & 0 & \Gamma(1)_{33} & 0 \\ \Gamma(1)_{41} & \Gamma(1)_{42} & \Gamma(1)_{43} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^t \phi_j^{CC} \\ \sum_{j=1}^t \phi_j^{PC} \\ \sum_{j=1}^t \phi_j^{TINT} \\ \sum_{j=1}^t \phi_j^n \end{bmatrix} \tag{9}$$

$$X_t = C(1)\Gamma_0 A(\phi_t)$$

En la ecuación (10) se supone la restricción adicional de corto plazo según la cual los términos de intercambio no se ven afectados contemporáneamente por la política comercial, un supuesto que parece enteramente plausible en una economía pequeña como la colombiana.

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \varepsilon_t^{AEN} \\ \varepsilon_t^{APER} \\ \varepsilon_t^{LTINT} \\ \varepsilon_t^{LQPM} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \Gamma_0^{11} & \Gamma_0^{12} & \Gamma_0^{13} & \Gamma_0^{14} \\ \Gamma_0^{21} & \Gamma_0^{22} & \Gamma_0^{23} & \Gamma_0^{24} \\ \Gamma_0^{31} & 0 & \Gamma_0^{33} & \Gamma_0^{34} \\ \Gamma_0^{41} & \Gamma_0^{42} & \Gamma_0^{43} & \Gamma_0^{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_t^{CC} \\ \phi_t^{PC} \\ \phi_t^{TINT} \\ \phi_t^n \end{bmatrix} \\
 \varepsilon_t &= \Gamma_0 \phi_t
 \end{aligned} \tag{10}$$

La prueba de compatibilidad sobre restricciones de largo y corto plazos reportó un *p-value* de 0,0751. Dado este resultado, las ecuaciones (11) y (12) presentan las estimaciones de las matrices estructurales, en particular los coeficientes y sus estadísticos “*t*”, obtenidos bajo *bootstrapping*.

Largo plazo:

$$\hat{C}(1)\hat{\Gamma}_0 = \begin{bmatrix} 0,0571 & 0 & -0,004 & 0 \\ 3,43 & & -0,2037 & \\ 0,0028 & 0,0187 & 0,0053 & 0 \\ 0,5563 & 5,938 & 1,415 & \\ 0 & 0 & 0,0938 & 0 \\ & & 8,397 & \\ -0,0508 & 0,0075 & -0,0392 & 0 \\ -3,518 & 5,938 & -2,412 & \end{bmatrix} \tag{11}$$

Corto plazo:

$$\hat{\Gamma}_0 = \begin{bmatrix} 0,0299 & 0,0001 & -0,0036 & -0,013 \\ 6,84 & 0,594 & -0,4427 & -2,586 \\ -0,0027 & 0,0187 & 0,0054 & -0,0027 \\ -1,036 & 5,938 & 1,681 & -1,00 \\ 0,0676 & 0 & 0,0929 & 0,0324 \\ 2,720 & & 3,023 & 1,929 \\ 0,0112 & 0,0075 & -0,040 & 0,0297 \\ 0,869 & 5,938 & -4,37 & 4,815 \end{bmatrix} \tag{12}$$

## V. RESULTADOS

### A. LA TASA DE CAMBIO REAL DE EQUILIBRIO EN COLOMBIA

La matriz  $C(1)\Gamma_0$ , estimada en la ecuación (11), permite construir la tasa de cambio real de equilibrio como un componente permanente obtenido a través de una combinación lineal de las tendencias estocásticas comunes<sup>12</sup>, en la ecuación (13). La variable  $\tau_1$  (TAO1) está asociada con *AEN-cuenta corriente*,  $\tau_2$  (TAO2) con *APER-política comercial* y  $\tau_3$  (TAO3) con los términos de intercambio. Se presentan los coeficientes  $t$  asociados con la estimación.

$$LQPM_t^p = LQPM_0 - 0,0508\tau_{1t} + 0,0075\tau_{2t} - 0,0392\tau_{3t} \quad (13)$$

-3,518
5,938
-2,1

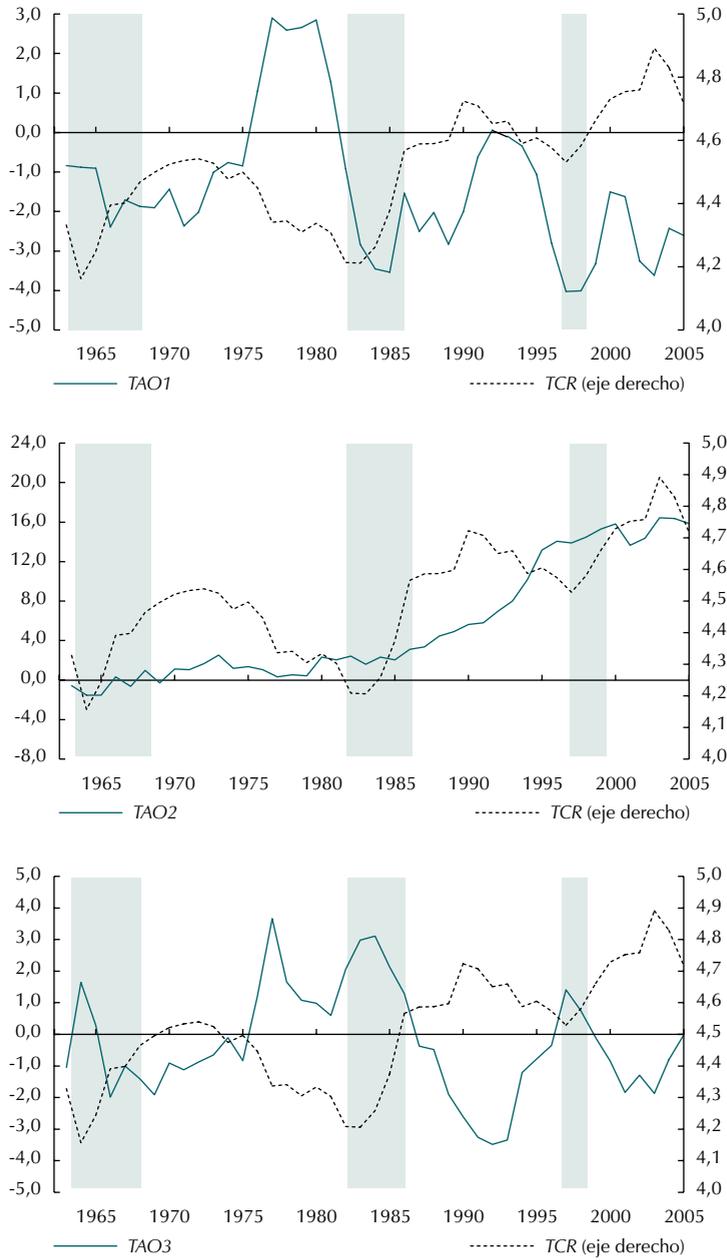
El Gráfico 2 presenta las tendencias estocásticas comunes y la tasa de cambio real observada. La tendencia estocástica  $\tau_1$  (TAO1) asociada con el choque de activos externos netos-cuenta corriente fluctúa durante todo el período examinado, aún cuando es notorio el incremento observado entre mediados de la década de los setenta y de los ochenta. Después de la profunda caída en 1985, vuelve a elevarse hasta 1991; desciende entre 1991 y 1995, y permanece sin una tendencia clara en los años posteriores.

Como se observa en el Gráfico 3, el movimiento de la variable  $\tau_1$  se encuentra relativamente cercano al de la cuenta corriente. A diferencia de lo ocurrido en las primeras décadas del siglo XX (Avella, 2007)<sup>13</sup>, en el período 1962-2005 Colombia tuvo acceso relativamente precario a los mercados internacionales de capital por lo que los déficit/superávit de cuenta corriente fueron relativamente bajos; las importaciones estuvieron en buena parte determinadas por el monto de las exportaciones (Villar *et al.*, 2007). Las pocas excepciones se presentaron en 1966, en 1970-1972

<sup>12</sup> Para este cálculo las tendencias estocásticas comunes incluyen la acumulación de las *dummies* de intervención, además de la constante y la tendencia. Esto corresponde al valor teórico presentado con anterioridad, pero no a la simplificación que se trabajó en la presentación de la estimación. La representación de tendencias estocásticas comunes se obtiene por medio del módulo IML de SAS, versión 9.0.

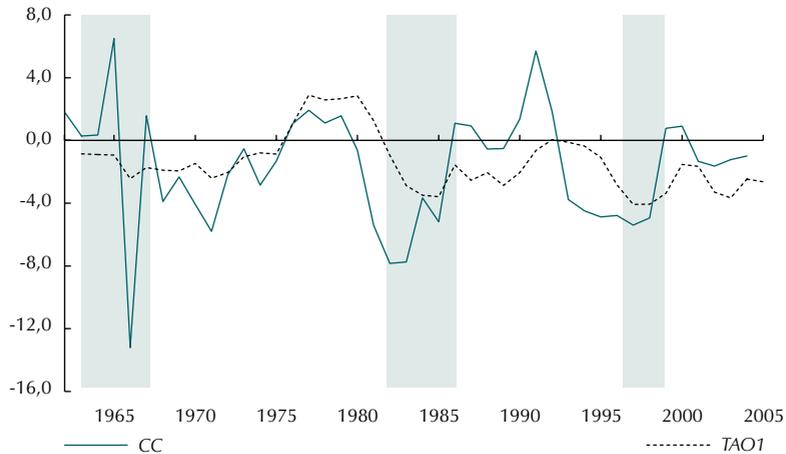
<sup>13</sup> Avella (2007) hace notar que Colombia accede al crédito privado en momentos diferentes a los países en desarrollo. Cuando el uso del crédito privado por parte del país alcanza su máximo en 1982, el declive del crédito bancario ya venía a mitad de camino.

Gráfico 2  
Tendencias estocásticas comunes y tasa de cambio real



Fuente: Banco de la República; cálculos de los autores.

Gráfico 3  
 $\tau_1$  y la cuenta corriente



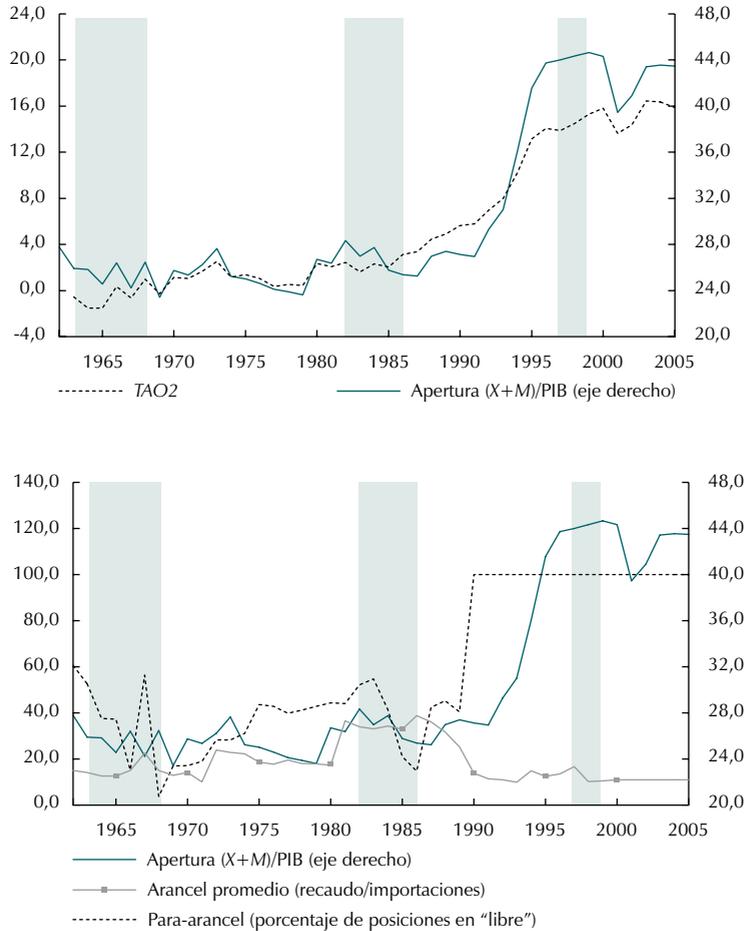
Fuente: Banco de la República; cálculos de los autores.

y en la primera parte de los años 1980; también en 1992-1998 cuando el país tuvo acceso amplio a la banca internacional.

La variable  $\tau_1$  fluctúa ampliamente, pero no ocurre lo mismo con  $\tau_2$ , la tendencia asociada con el choque de apertura-política comercial. La parte superior del Gráfico 4 presenta la evolución de  $\tau_2$  y de la variable apertura ( $APER$ ,  $X + M/PIB$ ); la parte inferior presenta la misma variable ( $APER$ ) y algunos elementos de la política comercial: el arancel promedio (recaudos/importaciones) y un *proxy* del para-arancel como porcentaje de las posiciones con libre importación<sup>14</sup>). Se observa, en primer lugar, que la variable  $\tau_2$  está cercanamente asociada con la variable  $APER$ , con niveles relativamente constantes entre 1962 y 1987, e incrementos importantes en 1987-1997; se presenta un retroceso importante en 2001 y 2002, y se regresa posteriormente a los niveles anteriores. Se observa en la parte inferior del gráfico que los mayores niveles de apertura posteriores a 1985 están cercanamente asociados con la liberalización arancelaria y para-arancelaria que tuvo lugar en ese mismo período.

<sup>14</sup> Lo ideal sería medir el equivalente arancelario del para-arancel, una medida que no existe para el caso colombiano.

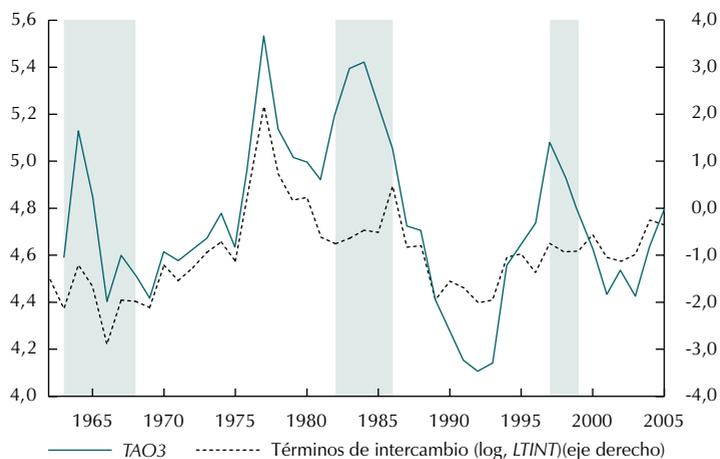
Gráfico 4  
 $\tau_2$  apertura y política comercial



Fuente: Echavarría y Villamizar 2006

El Gráfico 5 registra la evolución de  $\tau_3$  y de los términos de intercambio. Ambas variables se mueven en forma cercana, aún cuando sus tendencias no siempre coinciden (e. g. en 1982-1985), y  $\tau_3$  tiende a ampliar las fluctuaciones en los términos de intercambio. Se registran choques positivos de términos de intercambio durante la bonanza cafetera de 1997-1999 y, en menor nivel, durante la “mini-bonanza” cafetera de 1986; y choques particularmente negativos en 1966. Se observa una tendencia creciente entre 1989 y 2005.

Gráfico 5  
 $\tau_3$  y los términos de intercambio

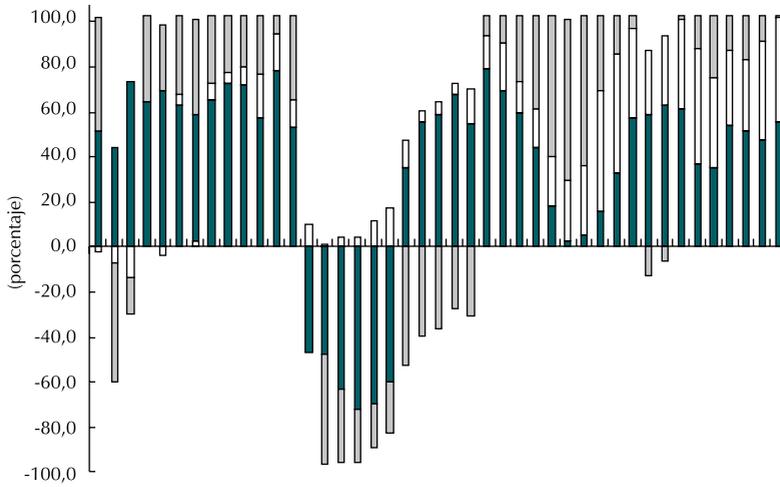


Fuente: Banco de la República; cálculos de los autores.

En el Gráfico 6 se presenta la influencia de los tres tipos de choques estructurales sobre la tasa de cambio real de equilibrio. Es notoria la importancia de los choques de cuenta corriente en el período completo, excepto en 1991-1995 cuando se eleva la participación del choque de términos de intercambio. El modelo captura la creciente importancia de la apertura-política comercial a partir de 1991, precisamente cuando se produce el tránsito a una economía relativamente más abierta, con aranceles bajos y presencia prácticamente nula de toda protección para-arancelaria; en ese período crece también la influencia del choque de términos de intercambio. En el último período, comprendido entre 1999 y 2005, gana nuevamente importancia el choque de cuenta corriente, pero no a los niveles observados en el pasado, y se mantiene la influencia del choque de apertura-política comercial.

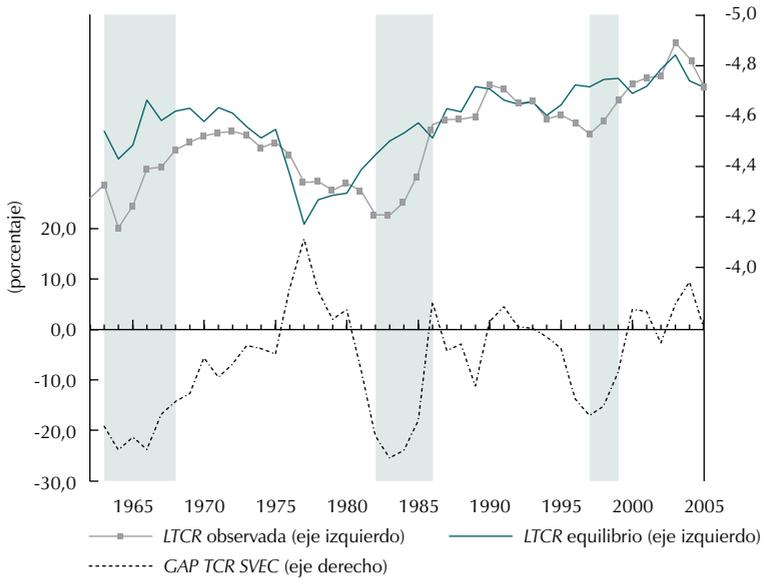
La parte superior del Gráfico 7 presenta las trayectorias de la tasa de cambio real observada y la permanente o de equilibrio, generada a partir del SVEC. El desalineamiento entre ambas variables aparece en la parte inferior del gráfico, e indica que la tasa de cambio ha estado sobrevaluada buena parte del tiempo, principalmente en 1963-1968, 1982-1986 y 1997-1999 —áreas sombreadas en el gráfico—. La tasa de cambio habría estado sobrevaluada en la segunda parte de los años 1970 y en los años recientes.

**Gráfico 6**  
Participación de los diferentes choques estructurales



Fuente: Banco de la República; cálculos de los autores.

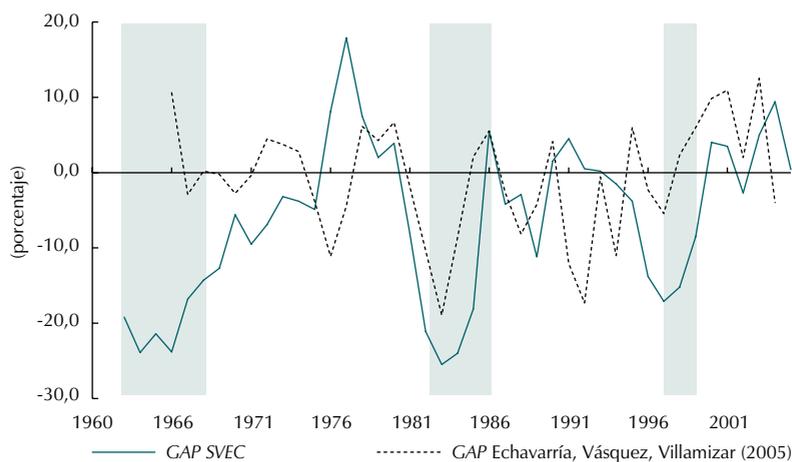
**Gráfico 7**  
Tasa de cambio real de equilibrio y tasa real observada



Fuente: Banco de la República; cálculos de los autores.

El Gráfico 8 muestra nuevamente el desalineamiento GAP-SVEC obtenido en este trabajo, y lo compara con los resultados expuestos por Echavarría, Vásquez y Villamizar (2005) para un VEC simple<sup>15</sup>. La metodología difiere en ambos trabajos y, como se dijo arriba, también las variables consideradas. En particular, Echavarría, Vásquez y Villamizar (2005) incluyen (en adición a *AEN* y a *LTINT*) la tasa de cambio nominal, el gasto público y el diferencial en tasas de crecimiento entre Colombia y los Estados Unidos, pero no consideran la variable *apertura* (*APER*).

Gráfico 8  
GAP SVEC frente a Echavarría, Vásquez y Villamizar (2005)



Fuente: Echavarría, Vásquez y Villamizar (2005).

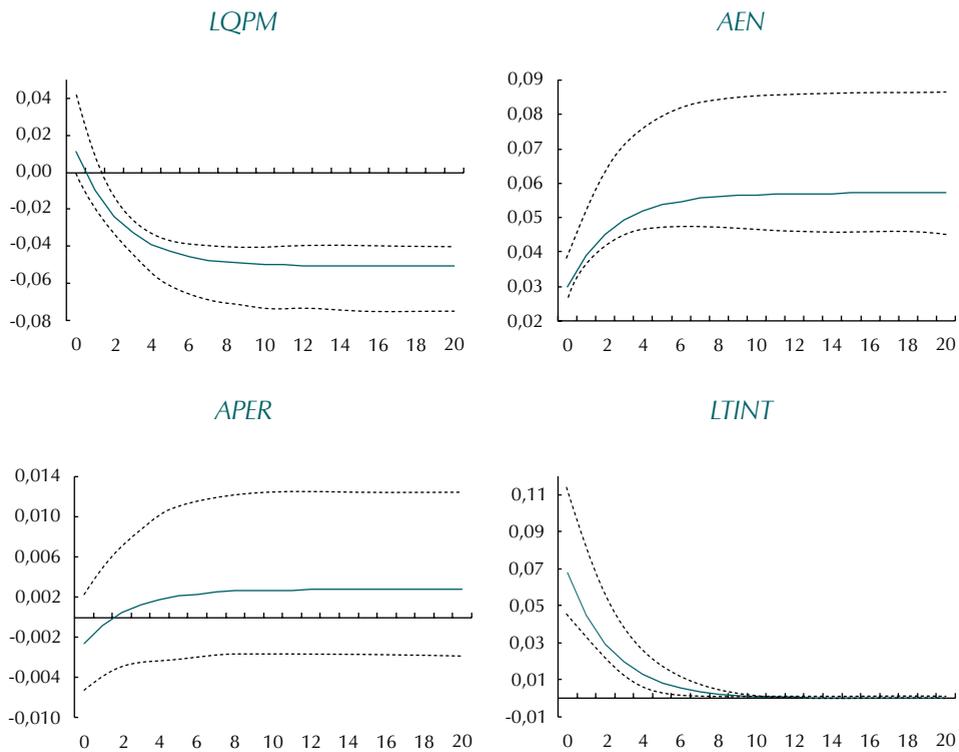
Se presentan diferencias importantes en la primera parte del período, pero no ocurre lo mismo en la mayoría de años posteriores a 1978. En ambos trabajos se obtienen valores relativamente alineados para los años recientes, y en ambos se observa una sobrevaluación importante en la primera parte de los años ochenta. Sin embargo, este trabajo tiende a señalar con mayor énfasis la sobrevaluación cambiaria que paulatinamente se presentó en el período 1990-1997.

<sup>15</sup> El trabajo en mención reporta los promedios móviles de cuatro años, mientras que acá se reportan los valores puntuales para cada año.

B. ANÁLISIS DE IMPULSO RESPUESTA

Los gráficos 9, 10 y 11 presentan las respuestas de las variables del sistema ante choques de *activos externos netos-cuenta corriente*,  $\phi_t^{CC}$ , *apertura-política comercial*,  $\phi_t^{PC}$  y de términos de intercambio  $\phi_t^{TINT}$ . Se presentan las bandas de confianza para cada uno de los choques.

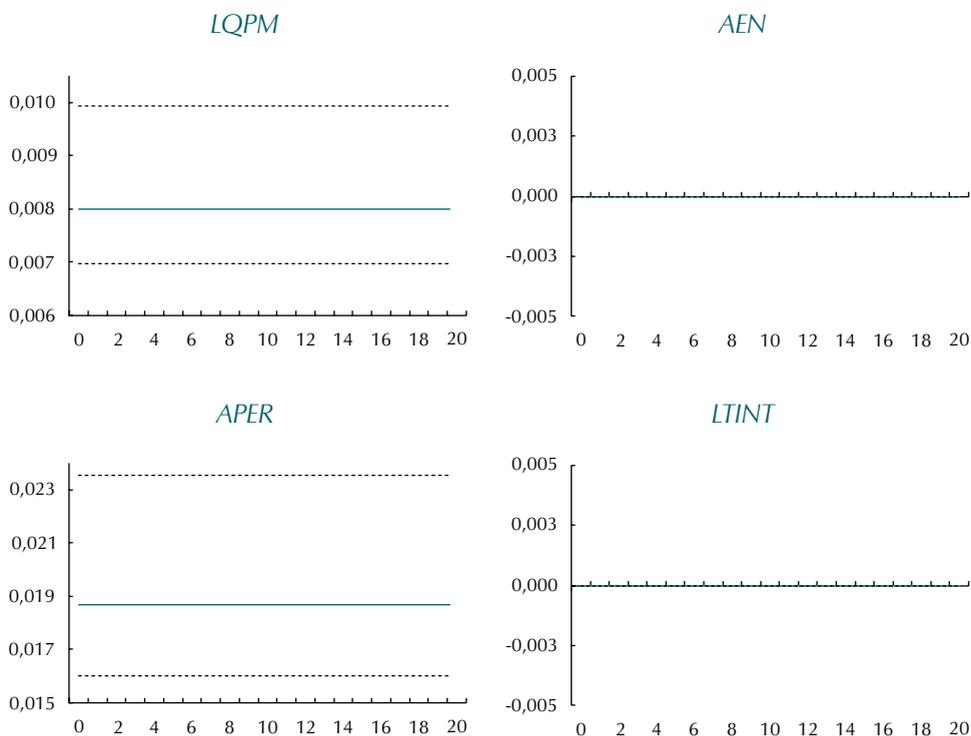
Gráfico 9  
Respuesta ante un choque de cuenta corriente  $\phi^{CC}$



Fuente: Banco de la República; cálculos de los autores.

Un choque de activos externos netos-cuenta corriente afecta de manera permanente la tasa real de cambio y su efecto es negativo en el largo plazo, aunque en el corto no es significativo (puede ser cero). Este resultado es relativamente consistente con lo que cabría esperar en el largo plazo en el modelo acervo-flujo de portafolio una vez ocurre el ajuste acervo en la cuenta corriente, aún cuando se espera una relación negativa de flujo en el corto plazo. El efecto sobre los activos externos es también permanente y

Gráfico 10  
Respuesta ante un choque de política comercial

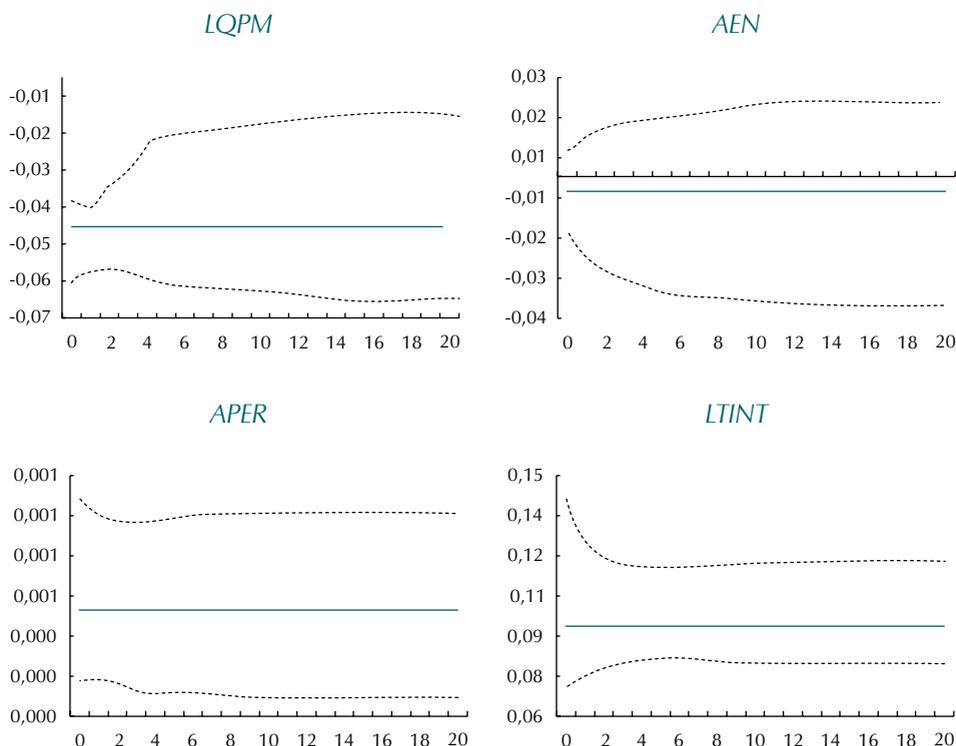


Fuente: Banco de la República; cálculos de los autores.

positivo. En el caso de la apertura, el choque de cuenta corriente no es significativo. Como era de esperar, los términos de intercambio no se ven afectados de manera permanente por un choque de cuenta corriente, y el efecto positivo observado en el corto plazo podría obedecer a bajas elasticidades de corto plazo en las exportaciones y/o en las importaciones.

Un choque de política comercial tiene efectos positivos y permanentes sobre la tasa real de cambio y sobre la apertura, pero no sobre las demás variables del sistema. Nuevamente, estos resultados parecen relativamente razonables. Finalmente, un choque positivo de términos de intercambio  $\phi^{TINT}$  revalúa la tasa de cambio real (como era de esperarse en una situación “normal” en donde los efectos ingreso dominan los efectos sustitución) y abre la economía (*APER* crece), pero su efecto negativo sobre *AEN* es contraintuitivo.

Gráfico 11  
 Respuesta ante un choque de cuenta corriente  $\phi^x$



Fuente: Banco de la República; cálculos de los autores.

## VI. CONCLUSIONES

En este trabajo se calculó la tasa real de cambio de equilibrio y el desalineamiento de la tasa real observada, mediante un modelo estructural de corrección de errores SVEC (por su sigla en inglés). El modelo SVEC es, en esencia, un modelo VAR estructural que considera la cointegración entre las variables que lo conforman. En nuestro caso se encontró una relación de cointegración entre la tasa real de cambio y sus fundamentales: los activos externos netos, los términos de intercambio y la apertura comercial.

La metodología permitió diferenciar las relaciones de largo plazo de la dinámica de corto plazo que puedan existir en un sistema de variables con presencia de

cointegración. Al incorporar las relaciones de cointegración dentro de un sistema de variables se logra una adecuada especificación e identificación mediante restricciones de largo y corto plazos sugeridas por la teoría económica, aún cuando persiste la dificultad para explicar la tendencia de largo plazo de la tasa de cambio real en Colombia.

Con la construcción de las tendencias estocásticas comunes presentes en el sistema fue posible calcular la tasa de cambio de equilibrio y construir el desalineamiento de la tasa corriente. El ejercicio indica que la tasa de cambio ha estado sobre-revaluada en 1963-1968, 1982-1986 y 1997-1999, un tema considerado con mayor profundidad en Echavarría, López y Misas (2007). Los períodos de sobre-devaluación y sobre-revaluación coinciden en general con los de Echavarría, Vásquez y Villamizar (2005). Las sobre-revaluaciones observadas en 1963-1968 y en 1997-1999 aparecen mas claras con la metodología adoptada en el presente documento. En ambos trabajos se sugiere que la tasa de cambio real no ha estado lejos del equilibrio en los años recientes.

## REFERENCIAS

1. Aguirre, A.; Calderón, C. "Real Exchange Rate Misalignments and Economic Performance", Working Papers, núm. 315, Banco Central de Chile, 2006.
2. Amisano, G.; Giannini, C. *Topics in Structural VAR Econometrics*, segunda edición, Springer Verlag, 1997.
3. Arango, L. E.; Iregui, A. M.; Melo, L. F. "Recent Behavior of Output, Unemployment, Wages and Prices in Colombia: What Went Wrong", Borradores de Economía, núm. 249, Banco de la República, 2003.
4. Avella, M. "El acceso de Colombia al financiamiento externo durante el siglo XX", en J. Robinson y M. Urrutia (eds.) *Economía colombiana del siglo XX: un análisis cuantitativo*, Banco de la República y Fondo de Cultura Económica, pp. 518-581, 2007.
5. Bagliano, F.; Morana, C. "Measuring Core Inflation in Italy", *Giornale degli Economisti*, núm. 58, pp. 301-328, 1999.
6. Bagliano, F.; Morana, C. "Measuring US Core Inflation: A Common Trend Approach", *Journal of Macroeconomics*, núm. 25, pp. 197-212, 2003a.
7. Bagliano, F.; C. Morana, "A Common Trends Model of UK Core Inflation", *Empirical Economics*, núm. 28, 1, pp. 157-172, 2003b.
8. Bagliano, F.; Golinelli, R.; Morana, C. "Core Inflation in the Euro Area", *Applied Economics Letters*, núm. 9, pp. 353-357, 2002.
9. Brüggemann, R. "Sources of German Unemployment: A Structural Vector Error Correction Analysis", *Empirical Economics*, vol. 31, núm. 2, 1, pp. 409-431, 2006.
10. Brüggemann, I. "Measuring Monetary Policy in Germany: Structural Vector Error Correction Approach", *German Economic Review*, núm. 4, pp. 307-339, 2003.
11. Cárdenas, M. "La tasa de cambio en Colombia", *Cuadernos Fedesarrollo*, núm. 1, Bogotá, 1997.
12. Cerra, V.; Sweta, C. S. "Growth Dynamics: The Myth of Economic Recovery", documento de trabajo núm. 05/147, Fondo Monetario Internacional, 2005.
13. Clark, P.; MacDonald, R. "Exchange Rates and Economic Fundamentals: A Methodological Comparison of BEERs and FEERs", documento de trabajo núm. 98/67, Fondo Monetario Internacional, 1998.
14. De Gregorio, J.; Giovannini, A.; Wolf, H. C. "International Evidence on Tradables and Nontradables Inflation", *European Economic Review*, vol. 38, núm. 6, pp. 1225-1244, 1994.
15. Díaz-Alejandro, C. "Colombia: Foreign Trade Regimes and Economic Development", Working Papers, *National Bureau of Economic Research*, 1976.
16. Díaz-Alejandro, C. "Exchange Rates and Terms of Trade in the Argentine Republic, 1913-1976", en M. Syrquin y S. Teitel (eds.), *Trade, Stability, Technology and Equity in Latin America*, New York: Academic Press, 1982.
17. Doornik, J. A.; Hansen, H. "An Omnibus Test for Univariate and Multivariate Normality", *Oxford Bulletin of Economic and Statistics*, núm. 70, pp. 927-934, 1994.
18. Dornbusch, R. "Tariffs and Non-Trade Goods", *Journal of International Economics*, vol. 4, pp. 177-185, 1974.
19. Dornbusch, R. "Expectations and Exchange Rate Dynamics", *Journal of Political Economy*, vol. 84, pp. 1161-1178, 1976.
20. Dornbusch, R. *Open Economy Macroeconomics*, New York: Basic Books, Inc. Publishers, 1980.
21. Dornbusch, R.; Fischer, S. "Exchange Rates and the Current Account", *American Economic Review*, vol. 70, núm. 5, pp. 960-971, 1980.
22. Echavarría, J. J.; Vásquez, D.; Villamizar, M. "La tasa de cambio en Colombia. ¿Muy lejos del equilibrio?", Borradores de Economía, 337, Banco de la República, 2005.

23. Echavarría, J. J.; Villamizar, M. "El proceso colombiano de desindustrialización", en J. Robinson y M. Urrutia (eds.), *Economía colombiana en el siglo XX. Un análisis cuantitativo*, Banco de la República, Fondo de Cultura Económica, pp. 173-231, 2006.
24. Echavarría, J. J.; López, E.; Misas, M. "Sobreevaluación, destorcidas de cuenta corriente y ataques especulativos" (mimeo), Banco de la República, 2007.
25. Edwards, S. *Real Exchange Rates, Devaluation and Adjustment*, Cambridge: The Mitt Press, 1989.
26. Frenkel, J.; Mussa, M. "Asset Markets, Exchange Rates and the Balance of Payments", en Grossman K.A. y Rogoff K.S (eds.), *Handbook of International Economics*, vol. 2, North Holland: Amsterdam, 1986.
27. Froot, K. A.; Rogoff, K. S. "Perspectives on PPP And Long-Run Real Exchange Rates, en Grossman K.A. y Rogoff K.S. (eds.), *Handbook of International Economics*, vol. 3, pp. 1647-1687, North Holland: Amsterdam, 1995.
28. Goldfajn, I.; Valdés, R. "The Aftermath of Appreciations", *Quarterly Journal of Economics*, vol. 114, núm.1, pp. 229-262, 1999.
29. Hendry, D. F.; Doornik, A. "Modelling Linear Dynamic Econometric Systems", *Scottish Journal of Political Economy*, vol. 45, 1994.
30. Hubrich, K. S. E. M.; Vlaar, P. J. G. "Germany and the Euro Area: Difference in the Transmission Process of Monetary Policy", memorando de investigación, núm. 613, Econometric Research and Special Studies Department, De Nederlandsche Bank, 2000.
31. Jacobson, T., P. Jansson, A. Vredin and A. Warne (), "Identifying the Effects of Monetary Policy Choques in an Open Economy", documento de trabajo, núm. 134, Sveriges Riskbank, 2002.
32. Johansen, S. "Statistical Analysis of Cointegration Vectors", *Journal of Economic Dynamics and Control*, núm. 12, pp. 231-254, 1988.
33. Johansen, S. "The Role of the Constant and Linear Terms in Cointegration Analysis of non-Stationary Variables", *Econometric Reviews*, núm. 13, pp. 205-229, 1994.
34. Johansen, S. *Likelihood Based Inference in Cointegrated Vector Auto-regressive Models*, Advanced Text in Econometrics, Oxford: Oxford University Press, 1995.
35. Krugman, P. R.; Obstfeld, M. *International Economics*, sexta edición, New York, Harper Collins, 2003.
36. Lütkepohl, H. *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*, Berlin, Springer Verlag, 2005.
37. MacDonald, R. "Concepts to Calculate Equilibrium Exchange Rate: an Overview", documento de discusión núm. 3/00 Economics Research Group of the Deutsche Bundesbank 2000.
38. Magnus, J. R.; Neudecker, H. "Symmetry, 0-1 Matrices and Jacobians: A Review", *Econometric Theory*, núm. 2, pp. 157-190, 1986.
39. Mellander, E.; Vredin, A.; Warne, A. "Stochastic Trends and Economic Fluctuations in a Small Open Economy", *Journal of Applied Econometrics*, vol 7, issue 4, pp. 369-394, 1992.
40. Melo, L.; Hamann, F. "Inflación básica, una estimación basada en modelos VAR estructurales", *Revista Monetaria del Cemla*, núm. 22, 1999.
41. Milesi-Ferretti, G. M.L.; Razin, A. Y. "Current Account Reversals And Currency Crises: Empirical Regularities", documento de trabajo, núm. 6620, National Bureau of Economic Research, 1998.
42. Misas, M.; López, E. "El producto potencial en Colombia: una estimación bajo VAR estructural", Borradores de Economía, núm. 94, Banco de la República, 1998.
43. Misas, M.; López, E. "La utilización de la capacidad instalada de la industria en Colombia: un nuevo enfoque", *Ensayos sobre Política Económica*, núm. 38, diciembre de 2000.
44. Misas, M.; Posada, C. "Crecimiento y ciclos económicos en Colombia en el siglo XX: el aporte de un VAR estructural", Borradores de Economía, núm. 176, Banco de la República, 2000.

45. Misas, M.; López, E.; Téllez, J.; Escobar, J. F. "La inflación subyacente en Colombia", *Revista Monetaria del CEMLA*, vol. XXIX, núm.1, enero-marzo, 2006.
46. Bagliano, F.; Morana, C.; "A Common Trends Model of UK Core Inflation", *Journal Empirical Economics*, vol. 28, núm. 1, pp. 157-172, 2003
47. Mussa, M. L. "The Theory of Exchange Rate Determination", J. Bilson & R. C. Marston, *Exchange Rate Theory and Practice*, NBER Conference Report - The University of Chicago Press., pp.13-78, 1982.
48. Quah, D.; Vahey, S. "Measuring Core inflation", *The Economic Journal*, vol. 105, núm. 432, pp. 1130-1144, 1995.
49. Razin, A. Y.; Collins, S. "Real Exchange Rate Misalignments and Growth", en A. Y. Razin y E. Sadka (eds.), *International Economic Integration: Public Economics Perspectives*, Cambridge University Press, 1997.
50. Sarno, L.; Taylor, M. P. *The Economics of Exchange Rates*, Cambridge: Cambridge University Press, 2002.
51. Terra, M. C.; Carneiro, F. "Real Exchange Rate Misalignments", *Ensaio Económicos*, núm. 493, Escola de Pós Graduação em Economia da Fundação Getulio Vargas, 2003.
52. Villar, L. Esguerra, P. "El comercio exterior colombiano en el siglo XX", en J. Robinson y M. Urrutia (eds), *Economía colombiana del siglo XX: un análisis cuantitativo*, Banco de la República y Fondo de Cultura Económica, pp. 81-126, 2007.
53. Vlaar, P. J. G. "Choqueing the Eurozone", *European Economic Review*, núm. 48, pp. 109-131, 2004a.
54. Vlaar, P. J. G. "On the Asymptotic Distribution of Impulse Response Functions with Long-run Restrictions", *Econometric Theory*, vol. 20, núm. 5, pp. 891-903, 2004b.
55. Vlaar, P. J. G.; Schuberth, H. "Monetary Transmission and Controllability of Money in Europe", memorando de investigación núm. 544, Econometric Research and Special Studies Department, De Nederlandsche Bank, 1998.
56. Warne, A. "A Common Trend Model: Identification, Estimation and Asymptotics", documento de trabajo, núm. 555, Institute for International Economic Studies, University of Stockholm, 1993.

## ANEXO 1 METODOLOGÍA ECONOMETRICA

En este artículo se siguen las metodologías conocidas como SVEC y de tendencias estocásticas comunes desarrolladas por Warne (1993) y Vlaar (2004b). Este enfoque ha sido utilizado para diversos propósitos en los trabajos de Jacobson *et al.* (2002), Bagliano y Morana (1999, 2003a, 2003b), Morana y Bagliano (2008), Bagliano *et al.* (2002), Hubrich y Vlaar (2000), Brüggemann (2003), Brüggemann (2008), Mellander *et al.* (1992), Vlaar (2004a) y Vlaar y Schuberth (1998), entre otros. Cabe señalar que en Colombia dicha metodología ha sido utilizada por Misas *et al.* (2006) en la construcción de la inflación subyacente.

Como se expone en Misas *et al.* (2006), la idea central de esta metodología es el uso de la representación de tendencias comunes que se deriva del mecanismo de corrección de errores proveniente de las relaciones de largo plazo de un sistema de variables al que se le han incorporado una serie de restricciones. Estas restricciones son consideradas como estructurales, en la medida en que provienen de relaciones aceptadas por la economía.

El punto de partida es un sistema  $\{X_t\}$   $n$ -dimensional que sigue un proceso generador autorregresivo VAR( $p$ )<sup>1</sup>, con relaciones de cointegración, es decir:

$$A(L)X_t = \varepsilon_t \quad (A1.1)$$

donde  $\{\varepsilon_t\}$  es el ruido blanco;  $E[\varepsilon_t] = 0$ ,  $E[\varepsilon_t \varepsilon_t'] = \Sigma$ ;  $E[\varepsilon_s \varepsilon_j'] = 0 \forall s \neq j$  y

$$A(L) = I_n - \sum_{j=1}^{\infty} A_j L^j$$

Debido a que las series que conforman a  $\{X_t\}$  en (1) están cointegradas y su cointegración es de orden uno,  $\{X_t\} \sim CI(1,1)$  con  $r$  vectores de cointegración ( $0 < r < n$ ), el teorema de representación de Granger establece: i)  $\text{rango}(A(1)) = r$ ; ii)  $A(1) = \alpha\beta'$ , y iii) la ecuación (A1.1) puede ser reescrita como un vector de corrección de errores o modelo VEC:

<sup>1</sup> El cual puede incluir componentes determinísticas sin alterar los desarrollos aquí presentados.

$$\Delta X_t = A^*(L)\Delta X_{t-1} + A(1)X_{t-1} + \varepsilon_t \tag{A1.2}$$

donde:

$$A^*(L) = I_n - \sum_{i=1}^{p-1} A_i^* L^i, \quad A_i^* = \sum_{j=i+1}^p A_j$$

La existencia de los  $r$  vectores de cointegración implica la estacionariedad conjunta del proceso  $r$ -dimensional  $z_t = \beta' X_{t-1}$ . Si los  $r$  vectores de cointegración describen el estado estacionario,  $\alpha z_{t-1}$  representa la corrección del cambio en  $X_t$  debida a los desequilibrios en torno del largo plazo, siendo  $\alpha$  la matriz de velocidades de ajuste. Así, la ecuación (A1.2) puede ser reescrita en su forma tradicional:

$$\Delta X_t = A^*(L)\Delta X_{t-1} + \alpha\beta' X_{t-1} + \varepsilon_t \tag{A1.3}$$

De acuerdo con Johansen (1995), para la representación (A1.3), existe una representación de media móvil asociada:

$$\Delta X_t = C(L)\varepsilon_t; \quad C(L) = I + C_1L + \dots \tag{A1.4}$$

donde :

i)  $\{\Delta X_t\}$  es conjuntamente estacionaria; ii)  $C(L) = I_n + \sum_{j=1}^{\infty} C_j L^j$ ; iii)  $\sum_{j=0}^{\infty} j |C_j| < \infty$ ,  
 y iv)  $C(1) = \beta_{\perp} (\alpha'_{\perp} \Gamma \beta_{\perp})^{-1} \alpha'_{\perp}$ ;  $\Gamma = I_n - \sum_{i=1}^k \Pi_i$ .

Mediante sustitución recursiva y haciendo uso de la igualdad  $C(L) = C(1) + (1-L) C^*(L)$ , la ecuación (A1.4) puede ser escrita en términos de los niveles de las variables, conformando la representación de tendencias estocásticas comunes en función de las perturbaciones de forma reducida:

$$X_t = X_0 + C(1)\xi_t + C^*(L)\varepsilon_t \tag{A1.5}$$

donde: i)  $\xi_t$  sigue una caminata aleatoria con deriva:  $\xi_t = \rho + \xi_{t-1} + \varepsilon_t$ , de tal forma que, considerando un proceso iterativo, se tiene:  $\xi_t = \xi_0 + \rho t + \sum_{j=0}^{t-1} \varepsilon_{t-j}$ ; ii)  $C^*(L) = \sum_{j=0}^{\infty} C_j^* L^j$ , con  $C_j^* = -\sum_{i=j+1}^{\infty} C_i$ , iii) el rango de la matriz  $C(1)$  es igual a  $n - r$ ;

iv)  $\beta' C(1) = 0$ , y v) la matriz  $C(1)$  recoge el efecto de largo y plazo de las perturbaciones de la forma reducida  $\{\varepsilon_t\}$  sobre las variables en  $\{X_t\}$ .

De esa forma, la tendencia estocástica común puede entenderse como un concepto dual de la cointegración. Así, el considerar que  $\{X_t\}$  es un vector de series de tiempo  $n$ -dimensional que exhibe  $r$  vectores de cointegración o, lo que es similar,  $k$  ( $= n - r$ ) tendencias estocásticas comunes, permite que dicho sistema pueda ser representado a través de éstas. Con el propósito de alcanzar una interpretación económica de la dinámica de las variables de interés, las perturbaciones de la forma reducida  $\{\varepsilon_t\}$  son transformadas a un vector subyacente de choques estructurales  $\{\phi_t\}$ . La acumulación de dichos choques da origen a una representación estructural de tendencias estocásticas, como la presentada en la ecuación (A1.6).

$$X_t = X_0 + \Gamma(1)\tau_t + \Gamma^*(L)\phi_t \quad (\text{A1.6})$$

donde:

- i)  $E[\phi_t] = 0$ ,  $E[\phi_t \phi_t'] = I_n$ , y  $\Phi(L) = \sum_{j=0}^{\infty} \phi_j L^j$  dentro del círculo unitario; ii)  $\Gamma^*(L)\phi_t$  conjuntamente estacionario; iii)  $X_0 + \Gamma(1)\tau_t$  componente permanente con  $\Gamma(1)$  de tamaño  $(n \times n)$ , y iv)  $\tau_t = \mu + \tau_{t-1} + \phi_t = \tau_0 + t\mu + \sum_{j=0}^{t-1} \phi_{j-1}$ .

En la ecuación (A1.7) se plantea la representación estructural de media móvil, asociada con la ecuación (A1.6), para la primera diferencia del sistema:

$$\Delta X_t = \Gamma(L)\phi_t; \quad \Gamma(L) = \Gamma_0 + \Gamma_1(L) + \dots \quad (\text{A1.7})$$

Como lo sugiere Mellander *et al.* (1992), no todos los choques que componen el vector  $\{\phi_t\}$  tienen efectos permanentes sobre las variables que hacen parte del sistema, ya que algunos de ellos pueden estar asociados con las combinaciones estacionarias de las series, descritas por los vectores de cointegración y, por consiguiente, sólo tienen efectos transitorios. En otras palabras, para distinguir los efectos transitorios de los permanentes, como es necesario para conservar el propósito económico, el vector  $\{\phi_t\}$  debe dividirse en dos subvectores:  $\phi_t = \begin{bmatrix} \psi_t & v_t \end{bmatrix}'$ , donde  $\psi_t$  de dimensión  $k$ , agrupa a los choques con efectos permanentes sobre las variables del

sistema, y  $v_p$ , de dimensión  $r$ , contiene aquellos con impacto puramente transitorio. Por consiguiente, se requiere excluir de los impactos permanentes al subvector  $v_p$ , lo cual hace necesaria la imposición de  $n \times r$ , restricciones sobre  $\Gamma(1)$ , matriz de impacto de largo plazo en la representación estructural; es decir:

$$\Gamma(1) = \begin{bmatrix} \Gamma_g & 0 \\ n \times n-r & n \times r \end{bmatrix} \tag{A1.8}$$

La imposición de las restricciones consideradas en (A1.8) permite reformular el modelo de tendencias estocásticas estructurales presentado en (A1.6) como sigue:

$$X_t = X_o + \Gamma_g \tau_t + \Gamma^*(L) \phi_t \tag{A1.9}$$

donde

$$\tau_t = \mu + \tau_{t-1} + \psi_t = \tau_0 + t\mu + \sum_{j=0}^{t-1} \psi_{j-1}$$

La ecuación (A1.10) plantea, a partir de las ecuaciones (A1.4) y (A1.7) o (A1.8) y (A1.6), la relación existente entre las perturbaciones de la forma reducida y los choques estructurales. La ecuación (A1.11) presenta la relación existente entre las matrices correspondientes a los procesos de media móvil asociadas con las formas reducida y estructural<sup>2</sup>.

$$\Gamma_0 \phi_t = \varepsilon_t \tag{A1.10}$$

$$C(L)\Gamma_0 = \Gamma(L) \tag{A1.11}$$

$$\Sigma = \Gamma_0 \Gamma_0' \tag{A1.12}$$

Lo anterior implica que  $C_i \Gamma_0 = \Gamma_i \quad \forall i > 0$ ,  $C(1)\Gamma_0 = \Gamma(1)$ . Dividiendo la matriz  $\Gamma_0$  en sus primeras  $n-r$  columnas y sus últimas  $r$  columnas se observa de manera clara las restricciones presentadas en (A1.8), así:

$$\Gamma_0 = \begin{bmatrix} \Gamma_0^{n-r} & \Gamma_0^r \\ n \times n-r & n \times r \end{bmatrix} \tag{A1.13}$$

<sup>2</sup> Estas ecuaciones son ampliamente trabajadas en el contexto de VAR Estructural, (Véanse, Amisano y Giannini, 1997; Misas y López, 1998 y 2000; Misas y Posada, 2000; Melo y Hamann, 1999; Arango et al., 2003).

$$C(1)\Gamma_0^{n-r} = \Gamma_g \quad (\text{A1.14})$$

$$C(1)\Gamma_0^r = 0 \quad (\text{A1.15})$$

De forma similar que en la metodología VAR estructural, la relevancia en la imposición de restricciones de largo plazo, entendidas éstas como neutralidades con respecto a los choques de carácter permanente, se centra en la matriz  $\Gamma_g$ , ecuación (A1.8), que captura dichos efectos en la forma estructural. Adicionalmente, como lo propone Vlaar (2004a), en la búsqueda de la identificación pueden ser también impuestas restricciones de neutralidad contemporánea sobre la matriz  $\Gamma_0$ , ecuación (A1.15). Cabe señalar que, frente a la metodología VAR estructural que requiere para la identificación del sistema  $\frac{n(n-1)}{2}$ , restricciones, la existencia de cointegración disminuye tal número de restricciones a  $\frac{n(n-1)}{2} - r(n-r)$ . La consideración de restricciones de largo y corto plazos permite dar interpretación económica a cada uno de los diferentes choques estructurales.

Siguiendo a Vlaar (2004b), las restricciones de corto plazo impuestas sobre el modelo VEC, ecuación (A1.15), pueden ser formuladas de manera implícita como  $R_c \text{vec}(\Gamma_0) = d_c$ , donde la matriz  $R_c$  es de dimensiones  $(g_c \times n^2)$ , la cual permite imponer  $g_c$  restricciones sobre  $\Gamma_0$ . Tal forma implícita puede expresarse de manera explícita<sup>3</sup> como  $\text{vec}(\Gamma_0) = R'_\perp \lambda + H_{R_1} (RH_{R_1})^{-1} d$ , siendo  $\lambda$  los parámetros libres de la matriz  $\Gamma_0$  y  $R'_\perp = H_{R_2} - H_{R_1} (RH_{R_1})^{-1} RH_{R_2}$ . Desde una perspectiva económica, es deseable llevar a cabo la identificación de  $\Gamma_0$  combinando las restricciones de corto plazo ya mencionadas con restricciones de largo plazo. Así, el conjunto total de restricciones puede definirse igual a  $R = [R'_l, R'_c]'$ , y  $d = [d'_l \quad d'_c]'$  donde  $R_l$  y  $R_c$  incorporan las restricciones de largo y corto plazo, siendo sus respectivas dimensiones  $(g_l \times n^2)$  y  $(g_c \times n^2)$ .

Las restricciones de largo plazo, debido a que la matriz  $C(1)$  no es de rango completo (de hecho, su rango es igual al número de variables ( $n$ ) menos el número de vectores de cointegración ( $r$ )); la matriz  $F_{C(1)}$  es una matriz de ceros y unos que

3 Para la construcción de la matriz  $R'_\perp$  puede consultarse Magnus y Neudecker (1986)

selecciona las filas del producto  $(I_p \otimes \hat{C}(1))$  correspondientes a las restricciones linealmente independientes, están directamente relacionadas con la matriz de impacto total  $C(1)$ . Por ejemplo, si la  $i$ -ésima variable del sistema es neutral en el largo plazo al  $j$ -ésimo choque estructural, tal restricción conforma el elemento  $i, j$  de la matriz  $C(1)\Gamma_0$ . El conjunto de este tipo de restricciones es de la forma<sup>4</sup>  $F_{C(1)}\text{vec}(C(1)\Gamma_0) = F_{C(1)}(I_n \otimes \hat{C}(1))\text{vec}(\Gamma_0) = d_l$ . Considerando el componente estocástico de la estimación de  $C(1)$ ,  $R_l$  debe redefinirse como  $\hat{R}_l = F_{C(1)}(I_p \otimes \hat{C}(1))$ .

El modelo estructural es estimado en dos etapas. En la primera se estima el modelo de forma reducida, ecuación (A1.3), en tanto que en la segunda, la estimación se centra en  $\lambda$  condicional a la estimación de los parámetros de la forma reducida, y se lleva a cabo a través de la maximización de la siguiente función de verosimilitud, con respecto a  $\lambda$  sujeto a las restricciones anteriormente presentadas. Es decir, se parte de la linealización  $\text{vec}(\Gamma_0) = S\lambda + s$ , en donde  $\lambda$  representa los valores libres y las matrices  $S$  y  $s$  cumplen con<sup>5</sup>  $RS = 0_{r \times l}$  y  $Rs = d_{r \times 1}$ .

$$\ell(\Gamma_0) = \varsigma - \frac{T}{2} \ln(|\Gamma_0(\lambda)|^2) - \frac{T}{2} \text{tr}(\Gamma_0^{-1}(\lambda)\Gamma_0^{-1}(\lambda)\hat{\Omega}) \tag{A1.16}$$

De modo tal que existe un algoritmo de búsqueda para los valores de  $\lambda$ , tal como en el modelo VAR estructural, que puede expresarse como:

$$\begin{aligned} (\gamma_{n+1} = \gamma_n + \left\{ S' \left[ T \left( (I \otimes \Gamma_0^{-1}) (I_{n^2} + \oplus) (I + \Gamma_0^{-1}) \right) \right] \right\}^{-1} \\ \times S' \left\{ \left( T(\text{vec}(\Gamma_0'))' - T(\text{vec}(\Gamma_0'))' (\hat{\Omega} \otimes I) \right)' \right\} \end{aligned} \tag{A1.17}$$

4 Debido a que la matriz  $C(1)$  no es de rango completo (de hecho, su rango es igual al número de variables ( $n$ ) (menos el número de vectores de cointegración ( $r$ )), la matriz  $F_{C(1)}$  está compuesta de ceros y unos que selecciona las filas del producto  $(I_p \otimes \hat{C}(1))$  correspondientes a las restricciones linealmente independientes.

5 Es decir,  $S$  es una matriz ortogonal a la matriz  $R$ . Dada la no unicidad de dicha matriz, al igual que Johansen (1995) define las matrices  $\gamma$ , Vlaar (2004b) define siendo una matriz de ceros y unos que selecciona las columnas de  $R$  tal que el producto se invertible y una matriz similar que selecciona las restantes columnas.