

CONVERGENCE OF THE QUALITY OF LIFE IN MEDELLIN 2004-2011. A SPATIAL NONPARAMETRIC ANALYSIS

JHONNY MONCADA MESA
DAVID HINCAPIÉ VÉLEZ*

This paper aims to determine whether there is convergence in quality of life for the comunas and corregimientos of Medellin for the period 2004-2011. To achieve this, the authors performed a nonparametric analysis for the estimation of the stochastic Kernel functions; besides, Markov chains were used for the construction of the classic and the spatial Markov transition probability matrices, thus concluding that there is convergence in quality of life measured by the Quality of Life Indicator. In addition to this, the work includes a specific component analysis of the indicator in order to point out the distinctive aspects of every *comuna* or *corregimiento*. Finally, the findings were contrasted with the spatial matrices through the construction of the local Moran transition probability matrix, inferring that there is positive spatial correlation in the life quality of the spatial units and that of their neighbors.

Keys words: Convergence, Quality of Life, Spatial Autocorrelation, Spatial Markov Chains

JEL classification: C14, R11, R15, I31

* The authors are thankful with the comments of Javier Pérez, researcher of the Center of Economic Studies (CEER), from the Banco de la República (branch of Cartagena) and the anonymous evaluators.

E mail: jhomome@gmail.com, velez.guillermo43@gmail.com

Document received:
June 29, 2012;
final version accepted:
January 31, 2013.

CONVERGENCIA EN CALIDAD DE VIDA EN
MEDELLÍN 2004-2011.
UN ANÁLISIS ESPACIAL NO PARAMÉTRICO

JHONNY MONCADA MESA
DAVID HINCAPIÉ VÉLEZ*

Este trabajo tiene por objetivo determinar si existe convergencia en la calidad de vida de las comunas y de los corregimientos del municipio de Medellín para el período 2004-2011. Para tal efecto, se realizaron análisis no paramétricos de estimación de funciones de Kernel estocásticas. Además, se utilizaron cadenas de Markov para la construcción de matrices de probabilidades de transición de Markov clásicas y espaciales, con lo cual se concluyó que existe convergencia en la calidad de vida medida por el indicador de calidad de vida. Así mismo, se incluyó un análisis específico por componentes del indicador con el fin de señalar los aspectos diferenciadores de cada comuna o corregimiento. Finalmente, se contrastó lo encontrado con las matrices espaciales, mediante la construcción de la matriz de probabilidades de transición del Moran local, donde se infirió que existe una autocorrelación espacial positiva en la calidad de vida de las unidades espaciales y sus respectivos vecinos.

*Los autores agradecen los comentarios de Javier Pérez, investigador del Centro de Estudios Económicos Regionales (CEER) del Banco de la República (Cartagena) y de dos evaluadores anónimos. Los autores son economistas de la Universidad de Antioquia. Para comentarios por favor dirigirse a los correos electrónicos: jhomome@gmail.com o velez.guillermo43@gmail.com

Documento recibido:
Junio 29, 2012;
versión final aceptada:
Enero 31, 2013.

Palabras clave: convergencia, calidad de vida, autocorrelación especial, cadenas de Markov espaciales.

Clasificación JEL: C14, R11, R15, I31

I. INTRODUCCIÓN

La calidad de vida se considera habitualmente como un objetivo de política, y con mayor frecuencia, su tratamiento en el análisis económico resulta innegable en los últimos años. Si bien la literatura económica regional ha empleado el PIB per cápita como variable fundamental para el análisis de la calidad de vida o estándar de vida, se ha terminado por aceptar que dicho concepto tiene un carácter multidimensional y la mejor manera de aproximarse a su comprensión es bajo el análisis de múltiples indicadores; de los cuales se procura establecer si existe o no convergencia de estos entre países, regiones u otras unidades de análisis.

El objeto del estudio se ha ampliado, pero las técnicas que se utilizaban para el análisis de convergencia de los niveles de ingreso, algunas paramétricas otras no, siguen siendo las mismas que se aplican ahora para la calidad de vida. Las velocidades de convergencia, las distribuciones de largo plazo y las probabilidades de transición, han sido aspectos que han enriquecido el debate y han permitido la formulación precisa de políticas tendientes a la convergencia. De ahí la importancia que, para efectos de planificación, tiene el análisis de la calidad de vida. Por otro lado, existe una corriente en la teoría económica urbana que confiere una alta importancia a esta variable como un criterio crucial, con el cual los distintos agentes económicos deciden la ubicación espacial de sus actividades. Así pues, tal perspectiva, que hoy es una de las más usadas, da lugar para que el análisis espacial juegue un papel importante en las investigaciones en economía regional.

Dada la importancia de estudiar la calidad de vida, de formular políticas adecuadas que estimulen su convergencia regional y de considerar los efectos o razones de carácter espacial de su dinámica, este artículo pretende responder las siguientes preguntas: ¿ha existido convergencia en la calidad de vida para las comunas y corregimientos de la ciudad de Medellín para el período 2004-2011? ¿Las probabilidades de que una comuna o corregimiento mejore o no su situación en términos de la calidad de vida, comporta algún condicionamiento espacial? Para responderlas se realizó un análisis no paramétrico de estimación de densidades de Kernel y cadenas de Markov espaciales para el indicador de calidad de vida derivado de las encuestas de calidad de vida de Medellín. Tal derrotero metodológico responde a la señalada pertinencia que hoy en día tiene la propuesta de Quah (1995) para solucionar los problemas de los enfoques tradicionales de convergencia.

El artículo se divide en cuatro secciones, además de la presente introducción. En la segunda sección se ilustra una breve revisión de los trabajos sobre convergencia en la calidad de vida y se hace mención al caso colombiano y a las metodologías empleadas habitualmente. En la tercera sección se presentan las técnicas empíricas utilizadas para evaluar la convergencia en la variable de estudio, que se inicia con un análisis descriptivo de los datos para luego continuar con las técnicas de estimaciones de Kernel estocásticas y cadenas de Markov. En la cuarta sección se muestran los resultados derivados de la aplicación de las metodologías; finalmente, en la quinta, se presentan las conclusiones y algunos comentarios para trabajos posteriores.

II. CALIDAD DE VIDA Y CONVERGENCIA

En la teoría del crecimiento económico, la conocida “Hipótesis de convergencia absoluta”, derivada de los planteamientos neoclásicos, ha sido objeto de un importante y prolífico debate. Concretamente, ésta plantea que las diferencias, en términos de ingresos, entre países y regiones tienden a reducirse en el tiempo, gracias a que las unidades regionales pobres crecen a mayores tasas (Rueda, 2004). En otros términos, existe una relación inversa entre la tasa de crecimiento del ingreso y sus valores iniciales. Esta hipótesis ha experimentado en la literatura distintas variaciones conocidas como “convergencia sigma y convergencia beta”, las cuales han sido abordadas empíricamente desde distintas estrategias¹.

¹ Para una revisión detallada de estas versiones y las críticas a las que han sido expuestas, recomendamos al lector dirigirse a Rueda (2004).

La convergencia beta plantea, básicamente, que es necesario ajustar el análisis a las características específicas de cada economía. Esto no lo hace la convergencia absoluta, considerando que una economía experimenta mayores tasas de crecimiento en la medida en que está más alejada de su propio estado estacionario. La convergencia sigma, por su parte, expone que el fenómeno de convergencia está relacionado con una reducción en la desviación estándar de los ingresos debido a la menor diferencia entre países o regiones.

Ahora bien, es a partir de los trabajos de Quah (1993, 1995 y 1996) que se presenta una alternativa analítica distinta para abordar la pregunta por la convergencia. Esta propuesta surgió de varias críticas que tienen un elemento común básico que sirve, especialmente, para los propósitos del presente artículo: los enfoques de convergencia tradicional ignoran los movimientos intradistribucionales de los países o regiones y estas fuerzas al interior y al exterior de la distribución deben ser consideradas cuando se trata de estudiar variables de apreciables características dinámicas. El enfoque de este autor se basa en la técnica Kernel estocástica y matrices de Markov, que permiten estudiar cómo cambian en la distribución las unidades regionales que se están estudiando; técnicas que serán presentadas en detalle en la sección referente a la metodología. Sin embargo, un hecho merece mención: el uso de esta metodología en el presente artículo responde a que el objeto de estudio son las comunas y corregimientos de Medellín y los movimientos intraurbanos, que solo en la actualidad concentran el interés de los economistas y se comportan con un mayor carácter dinámico, el cual es necesario considerar en el análisis.

El concepto de calidad de vida ha experimentado, en los últimos años, una utilidad alternativa que es importante para el análisis corriente de la literatura económica sobre el estándar de vida, normalmente medido a través del ingreso per cápita. Tal utilidad, y el auge que ha suscitado, se explican, por un lado, en el reconocido carácter multidimensional del concepto, que no puede reflejar por sí solo el PIB per cápita; Por el otro lado, en razón a que este concepto ayuda a explicar las decisiones de ubicación en el espacio, tanto de las firmas como de los consumidores lo que da un mayor y enriquecido cuerpo a la literatura económica urbana (Royuela, 2006a). De esta manera, el debate sobre el concepto de calidad de vida se ha concentrado, fundamentalmente, en dilucidar las razones de las disparidades entre países, regiones y áreas metropolitanas y en la definición de un necesario análisis de convergencia en el tiempo.

En la actualidad, el carácter multidimensional de la calidad de vida se ha definido consensuadamente. No es propósito de este trabajo entrar a definirlo, pero sí conviene mencionarse el hecho que, a partir de esta multidimensionalidad, se presentan por lo menos tres cuestiones metodológicas importantes²: ¿qué indicadores deben ser considerados? ¿cómo deben medirse los indicadores que reflejan los variados aspectos de la calidad de vida? y ¿es conveniente un indicador compuesto? De acuerdo a Neumayer (2003), quien se basa en el trabajo de Hobijin y Franses (2001), los indicadores deben reflejar los funcionamientos y capacidades de las comunidades –conceptos definidos en Sen (1987)–. Así pues, debe facilitar su comparación entre muchas unidades de análisis y estar en un período de tiempo lo suficientemente amplio. Por otro lado, este mismo autor advierte sobre la conveniencia de realizar un análisis de cada indicador, ya que uno compuesto comportaría problemas en la elección subjetiva de los pesos de cada indicador. Sin embargo, cabe indicar que algunas de las técnicas de análisis multivariado se han desarrollado para eliminar dicho problema, de manera que los indicadores compuestos se presentan como una buena opción en procura de la facilidad analítica. Como se mostrará adelante, el indicador de calidad de vida construido para Medellín cumple, en buena medida, las anteriores propiedades deseadas.

Cuando se examina el problema de disparidades en términos de calidad de vida, la literatura económica puede dividirse en el enfoque de territorios que compiten entre sí por la atracción de agentes económicos y el enfoque de crecimiento sostenible, el cual se basa en el concepto de aglomeración (Royuela, 2007). En el primero, los trabajos confieren importancia a variables poblacionales y la influencia de estas sobre la calidad de vida de una determinada región; se destacan en este campo los trabajos de Roback, 1982; Rogerson, 1999; Royuela, Moreno y Vaya, 2006b y Royuela y Suriñach, 2005. La mayoría de estos trabajos señalan la importancia de la calidad de vida como variable explicativa del tamaño poblacional.

Así mismo, merece mención el trabajo de Royuela y Rogerson (1999), en el cual proponen un modelo teórico para analizar el tamaño óptimo de las ciudades en relación a su nivel de calidad de vida. En este se establece que existirá, haciendo depender los flujos poblacionales de las “amenidades” aportadas por la calidad de vida, un nivel de población que, al ser superado, generaría disminuciones en dicha

² Para una revisión detallada de las definiciones del concepto de calidad de vida, véase Zgodavora y Grmanova (2005), Rogerson (1999) y Hobijin y Franses (2005).

calidad. Si bien los autores no calculan el tamaño óptimo, se realiza una estimación en dos etapas para los municipios de Barcelona, donde se considera como variable independiente la tasa de cambio del tamaño poblacional y como regresoras distintas variables, entre ellas la calidad de vida entendida como un indicador compuesto. Los autores concluyen que el indicador de calidad de vida tiene un impacto positivo significativo sobre el tamaño de las ciudades.

En el segundo enfoque, sobre el crecimiento sostenible, los trabajos proponen hipótesis y metodologías más centradas en el análisis de los fenómenos de convergencia. En estos tienen desarrollo las mismas metodologías que se han realizado para el análisis de convergencia del ingreso, a saber, las de regresiones econométricas a través de países. Estos trabajos son: la convergencia β y convergencia σ - propuesta por Sala-I-Martin (1992), el análisis de distribución propuesto por Quah (1996) y aplicado por Bianchi (1997) y el análisis clúster propuesto por Hobijn y Franses (2001). Aunque la gran mayoría realiza las tres metodologías, los textos analizados varían según los indicadores que utilizan para dimensionar, en conjunto, la calidad de vida. Se destacan de esta forma los trabajos de Neumayer (2003), Hobijn y Franses (2001), Hammond (2004) y Marchante y Ortega (2005). En los tres primeros se desarrollan las tres metodologías mediante las cuales se confirma la existencia de convergencia para sus respectivas unidades de análisis.

Hommand (2004) propone, por su parte, un análisis de los aspectos espaciales de la distribución del ingreso en las áreas metropolitanas de Estados Unidos, para el período 1969-1999. El autor, a partir de un análisis de matrices espaciales de Markov, encuentra que las áreas no metropolitanas cercanas a las metropolitanas tienden a una convergencia durante el período de estudio; mientras las no metropolitanas, cuyos vecinos no son regiones metropolitanas, experimentan una menor tendencia a la convergencia caracterizada por altas tasas de movilidad decreciente. Tal resultado y la metodología de la cual se derivan, resultan importantes para basar los argumentos del presente artículo en la medida en la que se propone un análisis intrametropolitano a partir de las matrices espaciales de Markov.

A. TRABAJOS PARA COLOMBIA

Son escasos los trabajos que se dedican de manera exclusiva a analizar la convergencia en materia de calidad de vida para Colombia, a nivel departamental, municipal o metropolitano. La mayoría de ellos se concentran en las disparidades de ingreso y

en el examen de la convergencia del PIB per cápita. Destacamos los trabajos de Bonet (2004) y Galvis y Meisel (2010) sobre las disparidades y persistencia de las brechas de pobreza de los departamentos del país, por cuanto consideran visiones distintas e importantes. En el primero se desarrolla un análisis enfocado en los efectos de la descentralización fiscal y las disparidades del ingreso regional. En el segundo se presenta una consideración espacial de la pobreza con base en el análisis de agrupamientos y las trampas propiciadas por los llamados efectos contagio.

Sobre las disparidades en materia de calidad de vida para Colombia, vale destacar el trabajo de Royuela y García (2010). En él se desarrollan distintas metodologías como la convergencia beta, la convergencia sigma, la técnica de Kernel estocásticas y las estimaciones de panel de datos, con y sin consideraciones de dependencia espacial para analizar la convergencia tanto del ingreso, como otras variables que podrían reflejar la calidad de vida; como la tasa de supervivencia infantil, la tasa de alfabetismo, etc. Como en anteriores trabajos aplicados a otros países, los autores encuentran que la convergencia no tiene lugar para todos los indicadores examinados.

En la siguiente sección se exponen, brevemente, las metodologías aplicadas y se presentan los resultados para los datos del indicador de calidad de vida de Medellín en el período 2004-2011. Como se ha señalado anteriormente, dichas técnicas no encuentran antecedentes claros aplicados directamente a la calidad de vida como variable objeto de análisis.

III. METODOLOGÍAS IMPLEMENTADAS

A. METODOLOGÍA KERNELS ESTOCÁSTICAS

Desarrollada por Quah (1993, 1995), la técnica de Kernel estocástica se presenta como una alternativa al análisis tradicional de convergencia y se caracteriza por considerar tanto los cambios externos que presenta una distribución de datos en el tiempo, como los cambios internos que dicha distribución comporta. Pretende, fundamentalmente, aproximarse al comportamiento probabilístico de que una unidad regional que en el período t se encuentre en una posición en la distribución, en el período $t+s$ se encuentre en otra posición o se mantenga. En otras palabras, se pretende determinar el valor esperado de la distribución en el futuro condicionado a la forma que toma la información en el presente. Para ello se considera que la distribución actual sigue una ley de movimiento autorregresivo, definido en la ecuación

(1) donde M representa una matriz de probabilidades de transición en un contexto discreto y de la cual se asume que sigue un proceso de Markov, donde las probabilidades son invariantes en el tiempo.

$$f_{x(t+s)}(A) = \int_{-\infty}^{\infty} M_{t,s}(x, A) f_{x(t)} dx \tag{1}$$

Dado que se está en un contexto discreto y se pretende una aproximación a la función continua de densidad condicional dinámica, se parte de las estimaciones núcleo o de las llamadas densidades de Kernel. En la ecuación (2) se indica que la matriz de probabilidades en un plano continuo puede aproximarse como la razón entre la distribución de probabilidad conjunta y la distribución marginal que en este caso sería la distribución del período inicial (Magrini, 2007).

$$\hat{P}_{t,s} = \hat{f}_{x(t+s)/x(t)} = \frac{\hat{f}_{x(t),x(t+s)}}{\hat{f}_{x(t)}} \tag{2}$$

Tanto la función de distribución conjunta como la marginal, se definen aquí mediante el planteamiento de funciones de Kernel bivariadas y univariadas, respectivamente. Estas funciones procuran facilitar el análisis de la distribución del conjunto de datos y establecen si en la muestra considerada existen agrupamientos distintos a la media, es decir, la presencia de características de unimodalidad o multimodalidad (Valdivia, 2008). La ecuación (3) representa la densidad de Kernel univariada. El término h se refiere al ancho de banda de la densidad, elemento importante y cuya estimación Quah (1993) sugiere que se desarrolle por medio del criterio de Silverman (1981)³.

$$\hat{f}_{x(t)} = (nh)^{-1} \sum_{j=1}^n K[(x - X_j)/h] \quad ; x \in \mathcal{R} \tag{3}$$

$$\hat{f}_{x(t),x(t+s)} = \frac{1}{nh_1 h_2} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x(t) - X_{(t)_i}}{h_1}, \frac{x(t+s) - X_{(t+s)_i}}{h_2}\right) \tag{4}$$

3 Para una revisión detallada de la técnica, véase Valdivia (2008).

De esta manera, se realiza el análisis considerando el Índice de Calidad de Vida -ICV- en los años 2004 y 2011 sin incluir corregimientos, en un primero momento, y luego incluyéndolos. Esta división permite una aproximación inicial a la comprensión del efecto espacial sobre la dinámica del ICV en la ciudad, ya que los corregimientos guardan distancias con respecto a las comunas y, como se ha argumentado anteriormente, la calidad de vida juega un papel importante en las decisiones de ubicación.

B. MATRICES DE PROBABILIDADES DE TRANSICIÓN DE MARKOV CLÁSICAS Y ESPACIALES

1. Matrices de probabilidades de transición de Markov clásicas

Aunque la estimación de las Kernel da pie para analizar la evolución en la forma de la distribución, no permite analizar los cambios al interior de la misma a través del tiempo, ya que no tiene en cuenta los valores observados en todos los años. Conocido esto, es pertinente la utilización de las cadenas de Markov para la construcción de las matrices de probabilidades de transición, pues tienen la ventaja de poder arrojar conclusiones sobre la secuencia de las distribuciones a largo plazo, además de estudiar la dinámica intradistribucional. La construcción de la matriz se fundamenta en determinar la probabilidad de estar en un estado k en el período $t+1$, a partir de la información suministrada por la distribución en el período t . Estas probabilidades siguen la siguiente expresión:

$$p_{ij} = \frac{n_{ij}}{\sum_j n_{ij}} \quad (5)$$

Donde n_{ij} indica el número de transiciones empíricamente observadas del nivel i al

j ; las cuales cumplen las siguientes propiedades, primero, $p_{ij} \geq 0 \forall i$ y j , y segundo, $\sum_j^k p_{ij} = 1 \forall i=1, 2, \dots, k$ (Valdivia, 2008). De esta forma las probabilidades de transición se encuentran invariantes en el tiempo⁴.

⁴ El desarrollo de esta parte se encuentra fundamentado en el trabajo de Valdivia (2008) y Rey (2001).

Además de esto, es posible obtener una distribución de largo plazo mediante el proceso markoviano, donde se muestra el hipotético estado de equilibrio. Para esto se define F_t como el vector $(K,1)$ de la distribución de cada grupo de clasificación en el tiempo t y M como la matriz (K,K) de transición de probabilidad, así puede definirse la siguiente expresión de la cadena de Markov:

$$F_{t+1} = MF_t, F_{t+2} = MF_{t+1}, F_{t+3} = MF_{t+2}, \dots, F_{t+n} = MF_{t+(n-1)} \quad (6)$$

por lo que la distribución estacionaria debe determinarse iterativamente. De esta forma, la existencia de una distribución ergódica F^* está caracterizada por: $F^* M = F^*$, en la cual solo existe si la cadena de Markov es regular. Las cadenas de Markov pueden dar cuenta de dos aspectos importantes: en primer lugar, pueden indicar el tiempo necesario para alcanzar el estado estacionario y, en segundo lugar, a partir de estas puede obtenerse el vector ergódico, quien indica cuál es el equilibrio regional de largo plazo en la distribución de los datos.

Las matrices de probabilidades de transición pueden realizarse utilizando dos tipos de variables. El primero tiene como variable la relativización del valor con respecto al promedio agregado, es decir, se divide cada uno de los valores por el promedio total de la zona a estudiar en el respectivo año. De esta forma se logra identificar a nivel global la posición relativa de cada unidad espacial. La segunda forma se edifica a través de la proporción con respecto al promedio de los vecinos de primer orden con contigüidad tipo reina⁵; así se logra ver la posición intraespacial de la comuna o corregimiento con su entorno inmediato.

A partir de estas dos variables es posible construir tres tipos de matrices de probabilidades de transición. Dos que observan el cambio distribucional de la unidad espacial al pasar el tiempo y otra que tiene por objetivo analizar las diferencias en la distribución espacial. Dicho de otra forma, se revisan los cambios posicionales de la comuna o corregimiento desde un entorno global a uno local. En las dos primeras matrices cada probabilidad se calcula a partir de lo mostrado por la ecuación (5), donde se observan los cambios en la distribución a través de los años. La

⁵ Esto significa que el valor de la unidad espacial es dividido por el promedio de los vecinos que comparten, al menos, una frontera.

tercera matriz se concibe como el cambio en el mismo año de la unidad espacial pero a través de las dos variables, de esta forma n_{ij} indica el número de transiciones empíricamente observadas del nivel i al j y se parte de la primera variable hacia la segunda en el mismo año.

2. Matrices de Markov espaciales

Originalmente la matriz de Markov clásica se descompone en un sistema $k \times k$. Sin embargo, la matriz de Markov espacial amplía esta visión y se descompone en $k \times k \times k$. De esta forma, se incluye una condición respecto al rezago espacial⁶ al inicio del período. Esto puede entenderse como el nivel de propulsión o adhesividad que tienen los vecinos sobre la respectiva unidad espacial⁷. El cambio en la construcción tiene por objetivo calcular los cambios intradistribucionales en un período de tiempo, pero solo teniendo en cuenta las unidades espaciales que tienen valores similares en el promedio vecinal. Básicamente, esto significa que comunas o corregimientos que tienen un promedio vecinal similar pertenecerán a una respectiva matriz⁸.

El valor agregado generado por el estudio de estas matrices puede verse reflejado al comparar la matriz clásica versus la espacial. Dado que la probabilidad marginal de pasar del estado i al j en un determinado tiempo puede representarse como m_{ij} , el condicionamiento de esta probabilidad al rezago espacial puede verse como $m_{ij|k}$, donde k es el número de categorías en la cual se divide la distribución de los datos. Así, en caso tal de que $m_{ij} > m_{ij|1}$, podría concluirse que la probabilidad promedio de pasar del estado i al j se ve influenciada de forma negativa por encontrarse rodeado con vecinos que, en promedio, pertenecen a la categoría 1. De esta forma, si el contexto regional no importará a la hora de moverse a lo largo de las diferentes categorías en la matriz de transición, las probabilidades tendrían la siguiente relación:

6 En este texto se hará referencia a rezago espacial o promedio vecinal de una unidad espacial de forma indistinta.

7 Para ver una explicación más detallada sobre la construcción de las matrices de Markov espaciales ver: Rey (2001) o Le Gallo (2001), donde se hace una revisión detallada sobre este aspecto.

8 En el caso particular de este trabajo se divide la distribución por cuartiles, por lo que se calcularon cuatro matrices de Markov espaciales.

$$m_{ij|1} = m_{ij|2} = \dots m_{ij|k} = m_{ij} \tag{7}$$

La diferencia estadística entre estos dos tipos de probabilidades puede determinarse mediante un estadístico de prueba. Así, se determina si cada una de las submatrices espaciales son estadísticamente diferentes de una matriz clásica, que no está condicionada espacialmente. Para la construcción de la prueba estadística nos remitimos a Valdivia (2008), el cual se fundamenta en el trabajo de Bickenbach y Bode (2002), quienes construyen un estadístico Q para mostrar si las dos matrices son iguales o no, el estadístico es el siguiente:

$$Q_i^{(General)} = \sum_{Vecino \in R_i} \sum_{j \in B_i} n_{i(vecino)} \frac{(\hat{p}_{ij(vecino)} - \hat{p}_{ij(General)})^2}{\hat{p}_{ij(General)}} \sim \chi^2_{(r_i-1)(b_i-1)} \tag{8}$$

donde,

$$R_i = \{vecino : n_i (vecino) > 0\}$$

$$B_i = \{j : \hat{p}_{ij(General)} > 0\}$$

de esta forma se construye un estadístico para cada una de las submatrices y para cada fila.

IV. ANÁLISIS EMPÍRICO

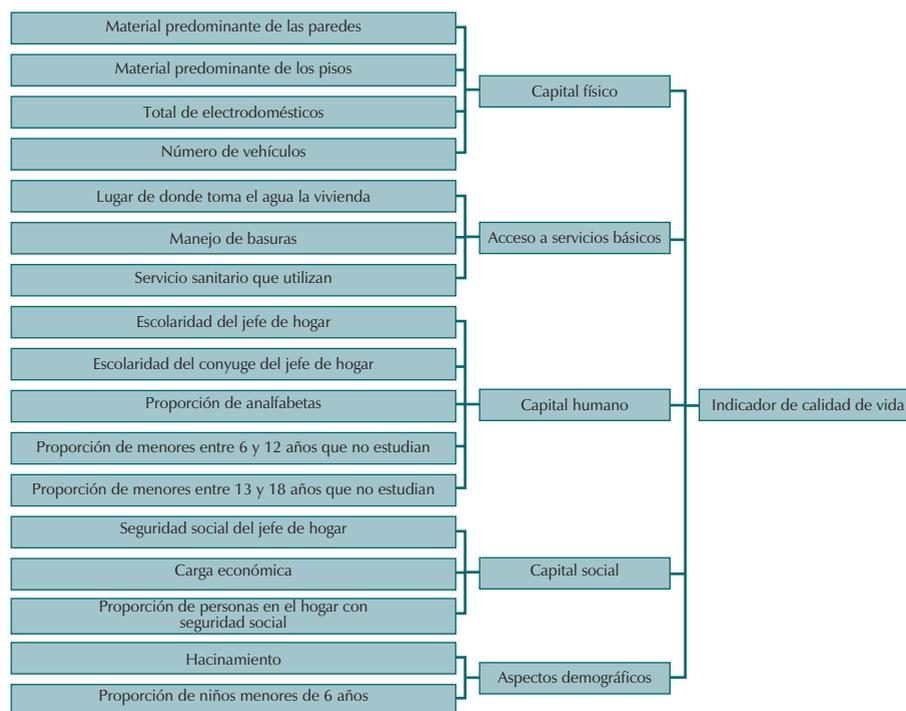
A. ANÁLISIS DE ESTADÍSTICAS DESCRIPTIVAS

Medellín, la capital del departamento de Antioquia, se encuentra ubicada en el Valle de Aburrá, en la cordillera central de los Andes. Actualmente, se encuentra dividido en 16 comunas que componen la zona urbana y 5 corregimientos de la zona rural. A su vez, cada una de las comunas está dividida en barrios, los cuales suman 249, oficialmente. Además, dado que se encuentra rodeado por varios municipios urbanos como Envigado, Sabaneta, Itagüí y Bello, las interacciones económicas y sociales hacen del Valle de Aburrá una unidad preponderante a nivel nacional.

Por otro lado, la encuesta de calidad de vida y, por ende, el indicador de calidad de vida de Medellín surge como una necesidad de medir la calidad de vida de sus

habitantes y con ello plantear propuestas de política. Formalmente, la medición se hace desde el 2001 para todo el municipio, sin embargo, es solo a partir del 2004 que se hace continuamente todos los años. El indicador está compuesto por 18 variables, las cuales se reúnen en 5 indicadores principales. De esta forma, una vez calculada cada una de las partes se agregan para calcular el indicador. Cada indicador tiene por objetivo hacer seguimiento a variables físicas o sociales que permitan caracterizar a la población, la siguiente figura muestra cada uno de estos componentes.

Figura 1
 Componentes del indicador de calidad de vida



Fuente: Observatorio de políticas públicas de la Alcaldía de Medellín, 2011.

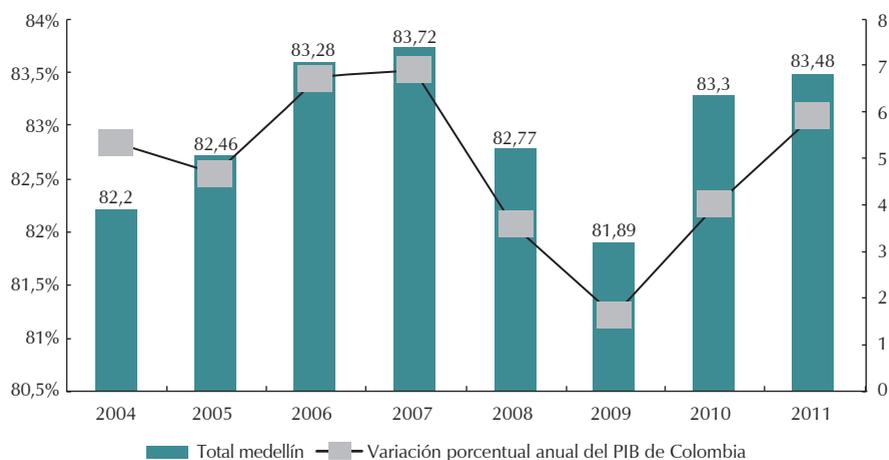
Como se muestra en la Figura 1, el eje central del indicador lo condensan el capital físico, social y humano, además del acceso a servicios básicos y ciertos aspectos demográficos. Esta concepción para el análisis se encuentra fundamentada en la teoría de Amartya Sen (1992).

Según esta teoría la utilidad no es la definición última del estándar de vida, ya sea que se interprete como placer, felicidad, o satisfacción de deseos...la utilidad y los estándares de vida están relacionados, pero son primos de segundo grado en vez de hermanos. La falla de la utilidad y el rol del subjetivismo en esta falla, empuja en dirección a consideraciones más objetivas; en ese contexto, las ventajas de ver el estándar de vida en términos de la posesión de mercancías y la opulencia parece ser consistente. Sin embargo, Sen considera que aunque la posesión de mercancías y la opulencia son importantes para mejorar la calidad de vida, no son suficientes; no es lo mismo ser 'pudiente' a 'estar bien', aunque estén relacionados. (Observatorio de políticas públicas de la Alcaldía de Medellín, 2011)

Al estudiar el comportamiento del ICV a través de los años, puede observarse cómo este está estrechamente relacionado con el ciclo económico del país. El Gráfico 1 ilustra la relación que existe entre el índice y el crecimiento económico agregado. En términos generales podría pensarse que el ciclo económico determina la calidad de vida de la población en Medellín. Un ejemplo visible de ello es cómo la crisis sufrida en el país en los años 2008 y 2009 viene acompañada por una disminución en la calidad de vida de la ciudad, lo cual es muy dicente si se tiene en cuenta que la medición de ICV se hace de forma independiente y mediante metodologías diferentes al cálculo de PIB. Por otro lado, se observa cómo la pérdida en la calidad de vida medida por el indicador no se ha recuperado totalmente en estos últimos años, prueba de ello es que el ICV aún no logra los niveles alcanzados en el año 2007.

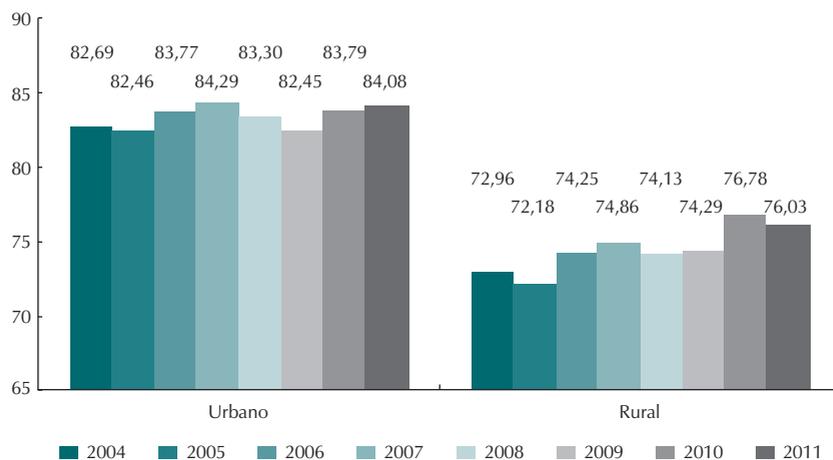
Como se puede observar en el Gráfico 2, al estudiar este mismo comportamiento, pero desagregado por zona urbana y rural se notan ciertas diferencias que dan unas primeras luces sobre las posibles similitudes o desigualdades entre estas dos zonas del municipio. Lo primero que resalta como evidente es la diferencia entre la calidad de vida para las dos zonas donde ni el año 2010, el cual muestra el mayor nivel de calidad de vida para la zona rural, se asemeja a alguno de los valores reportados en el área urbana. Otro aspecto relevante se evidencia al comparar el comportamiento de cada zona con la variación del PIB. En este sentido es evidente que este tiene mayor relación en el sector urbano que en el rural de la ciudad. De este modo, es claro que las variables que afectan al PIB lo hacen, primordialmente, en la zona urbana la cual tiene una mayor densidad de población y por tanto mayores efectos, ya sean positivos o negativos.

Gráfico 1
 Indicador de calidad de vida de Medellín y variación porcentual anual del PIB de Colombia 2004-2011



Fuente: Departamento Administrativo de Planeación, Encuesta de calidad de vida 2004-2011. DANE-Cuentas nacionales, para los datos del PIB. Cálculos de los autores.

Gráfico 2
 Indicador de calidad de vida para Medellín, 2004-2011: urbano y rural

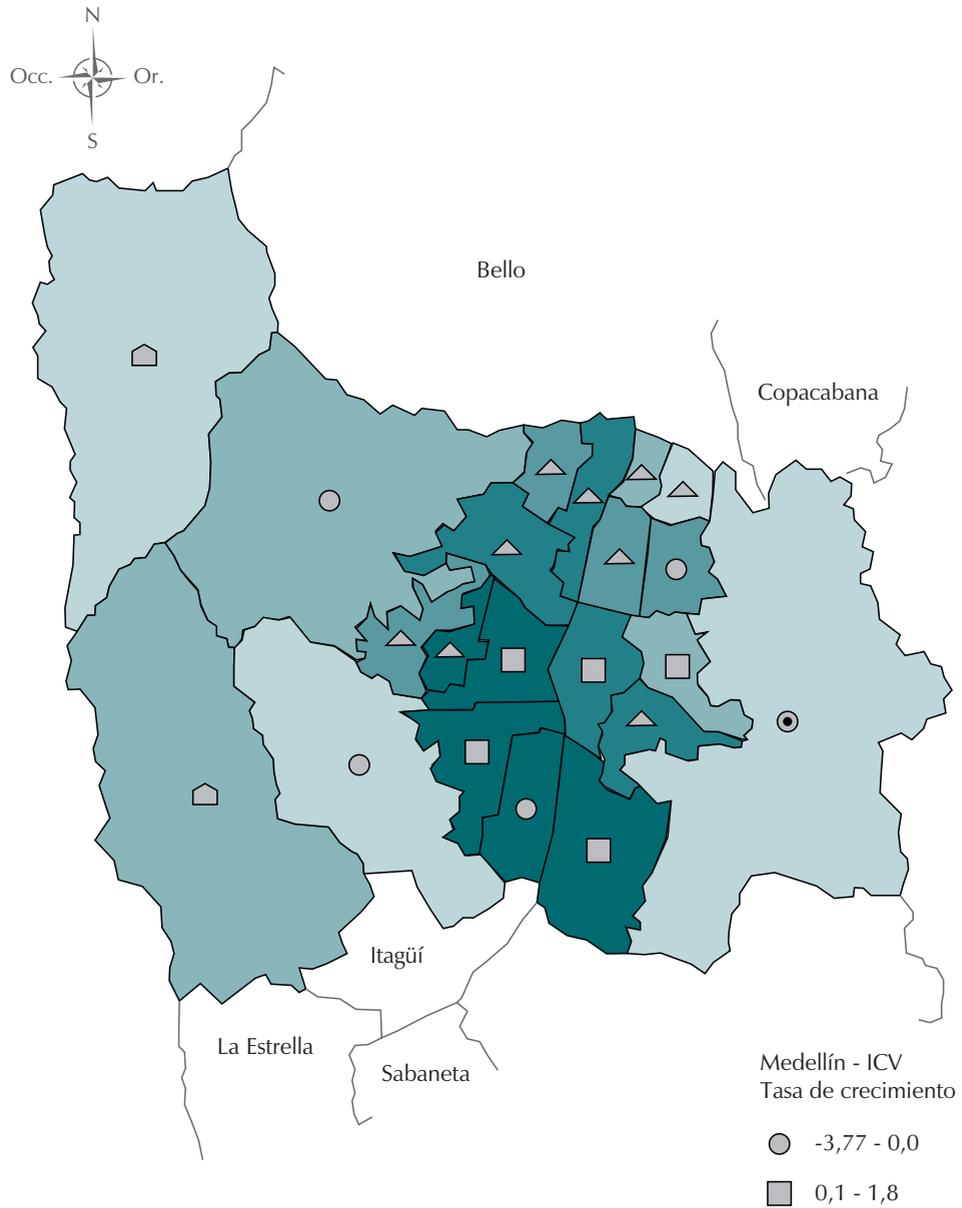


Fuente: Departamento Administrativo de Planeación, encuesta de calidad de vida, 2004-2011.

Otra forma de tener una primera aproximación al comportamiento de la calidad de vida en Medellín es diferenciar cada una de las comunas o los corregimientos. Si bien el comportamiento al interior de cada zona debería ser, en cierta medida, homogéneo, es necesario ahondar más sobre su actuación. Con este fin se construyó el Mapa 1, que muestra la tasa de crecimiento del ICV para cada una de las unidades y su posición inicial al inicio del período y donde 1 significa el grupo de mayor calidad de vida. Lo primero que se referencia es que, a pesar que de los corregimientos, se encuentran en su mayoría en la posición inicial 5; es decir, donde la calidad de vida medida por el indicador en el año 2004 es más baja, los corregimientos de San Antonio de Prado y San Cristóbal, al occidente del municipio se encuentran en mejores condiciones que la Comuna el Popular ubicada al nororiente. Además, al observarse de forma general se constata que la zona de menor calidad a nivel urbano se encuentra ubicada al norte de la ciudad, donde San Javier es la única que se encuentra alejada espacialmente de este sector. Así, la zona más próspera se encuentra en el sur, especialmente en El Poblado y Laureles.

Con respecto al crecimiento del ICV hay cuatro unidades que muestran un crecimiento negativo, entre las que se cuentan los corregimientos de Altavista y San Cristóbal. Este dato es preocupante en la medida que se encuentran en las posiciones más bajas al iniciar el período de estudio. Las dos restantes son Manrique y Guayabal que si bien se encuentran en el centro y extremo superior de la distribución, han tenido un retroceso en cuanto a la calidad de vida de su población. Por el otro lado, quienes más crecieron fueron el resto de corregimientos, dentro de los cuales se destaca Santa Elena al oriente que para el año 2011 había logrado equiparar la calidad de vida de algunas comunas de la ciudad.

Mapa 1
 Tasa de crecimiento del ICV de Medellín entre los años 2004-2011 y posición al inicio del período



Fuente: Departamento Administrativo de Planeación, encuesta de calidad de vida, 2004-2011.
 Elaboración de los autores.

B. DENSIDADES DE KERNEL PARA EL ÍNDICE DE CALIDAD DE VIDA

De acuerdo a Quah (1993), el criterio más adecuado para el análisis de las disparidades de ingreso corresponde al criterio de Silverman, el cual no experimenta una fuerte variación en los seis años del período. El criterio de Scott plantea, básicamente, que el ancho de ventana óptimo que minimiza el MISE (*Mean Integrated Squared Error*) se encuentra en el centro del intervalo planteado en el histograma, en tanto que el criterio de Silverman parte de la minimización del AMISE (*Asymptotic Mean Integrated Squared Error*). El Cuadro 1 ilustra los distintos anchos de banda para el ICV sin incluir corregimientos.

Cuadro 1
Anchos de banda para la función Kernel

Criterio	2004	2011
Suavizado de Scott	0,03649	0,03556
Silverman	0,03098	0,03019

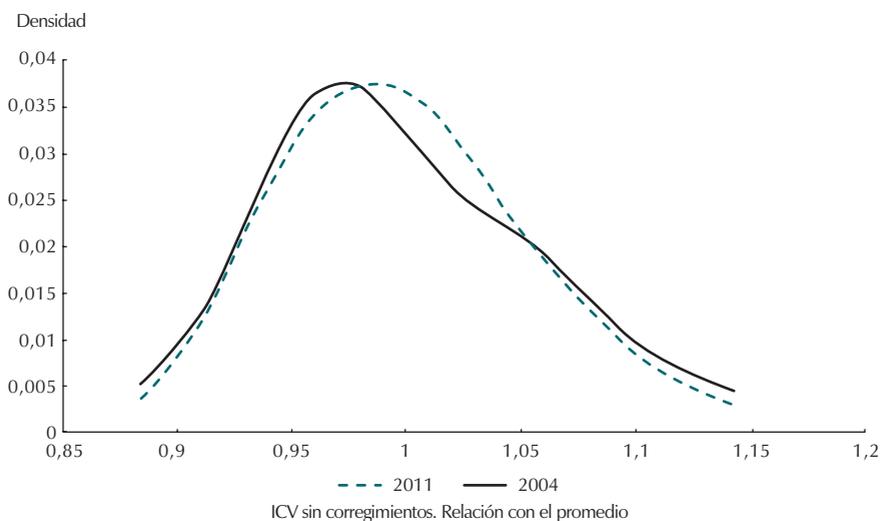
Fuente: cálculos propios con base en datos de la Encuesta de Calidad de vida de Medellín.

Tal como se ha señalado en secciones anteriores, la técnica de densidades de Kernel resulta sensible al valor seleccionado del ancho de banda, ya que de tal elección depende la aproximación al verdadero carácter multimodal o no que pueda desplegar la muestra así considerada. De acuerdo al criterio de Silverman, el Gráfico 3 expone el comportamiento de la densidad de Kernel del ICV para los años 2004 y 2011.

Prima facie, se destaca, por un lado, el desplazamiento a la derecha de la Kernel del 2011, lo cual indica el crecimiento de la calidad de vida promedio durante los seis años para los barrios y comunas. Por otro lado, las características de los Gráficos sugieren una distribución más unimodal de los datos en los dos años, relativamente concentrados alrededor de la media. Si bien en el 2004 hay indicios de cierto agrupamiento en la parte superior $-[1.0-1.05]-$. Tal resultado se muestra, inicialmente, como un indicio de la existencia de un proceso de convergencia de la calidad de vida para los barrios y comunas de Medellín en el período considerado que es menester demostrar.

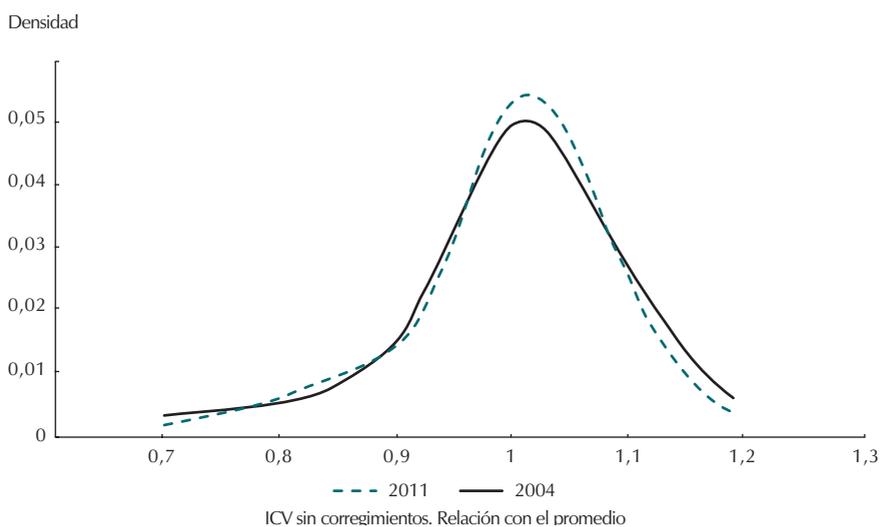
Cuando en la muestra se incluye el ICV de los corregimientos, el panorama cambia aleccionadoramente. En el Gráfico 4 se exponen las densidades estimadas para el 2004 y 2011 con anchos de banda de (0,04384046) y (0,02922697), respectivamente

Gráfico 3
Densidad de Kernel: indicador de calidad de vida de Medellín, perímetro urbano, 2004, 2011



Fuente: cálculos propios con base en datos de la Encuesta de Calidad de vida de Medellín.

Gráfico 4
Densidad de Kernel: indicador de calidad de vida, Medellín total, 2004-2011



Fuente: Cálculos propios con base en datos de la Encuesta de Calidad de vida de Medellín.

según el criterio de Silverman. Puede notarse cómo para los dos años no hay desplazamientos importantes del comportamiento promedio, pero sí cambios en las colas, sobre todo en la izquierda. Estas alteraciones sugieren la existencia de un agrupamiento distinto caracterizado por una menor calidad de vida y que, incluso, experimenta un crecimiento para el 2011. Sin duda, la razón reside en que los corregimientos presentan, en promedio, menores ICV comparados con las áreas propiamente urbanas. No obstante la evidencia del argumento, tal situación conduce necesariamente a considerar como importante el efecto espacial en la distribución de la calidad de vida en Medellín.

Cuadro 2
Test de Silverman para multimodalidad

Sin corregimientos			
Años	h	Modas	p-valor
2005	0,03098	1	0,58892
2011	0,03019	1	0,88861
Con corregimientos			
Años	h	Modas	p-valor
2005	0,04384	2	0,90791
2011	0,02923	2	0,6176176

Fuente: cálculos propios con base en datos de la Encuesta de Calidad de vida de Medellín.

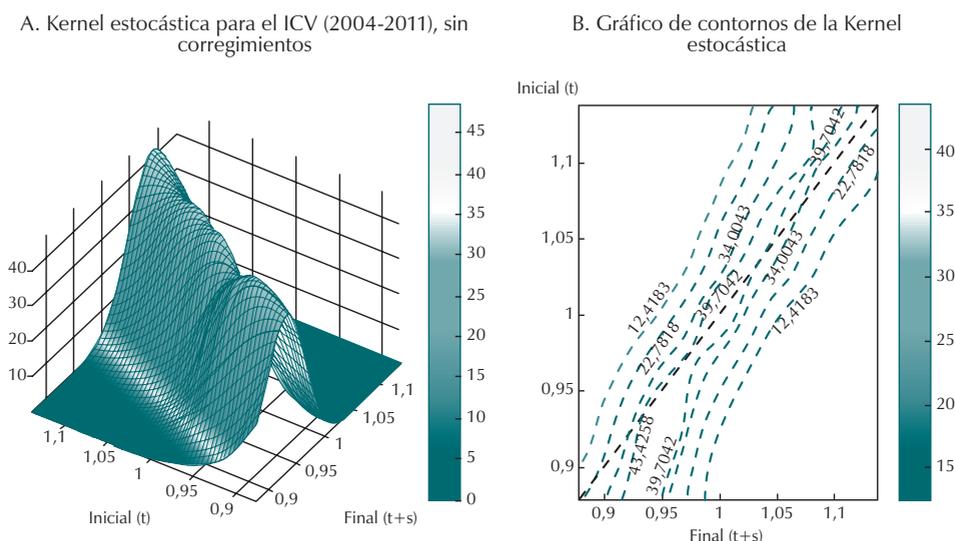
Para confirmar las conclusiones derivadas de los gráficos anteriores, el Cuadro 2 presenta los resultados arrojados por el test de multimodalidad de Silverman (1981) para el ICV. El test establece la hipótesis nula de un despliegue de modas menor o igual a un valor k determinado. Según esta prueba, cuando se consideran los corregimientos el índice de calidad de vida despliega un carácter bimodal marcado; a diferencia del caso en el que no se incluyen los corregimientos y la distribución tiende a ser unimodal. Hasta ahora, entonces, hay indicios de convergencia en ambas distribuciones. En las secciones siguientes se trabajará sobre este punto y sobre la confirmación de la hipótesis de convergencia.

C. ANÁLISIS DE CONVERGENCIA MEDIANTE LAS KERNEL ESTOCÁSTICAS

Con el fin de confirmar que los resultados obtenidos en la sección anterior corresponden a un proceso de convergencia en el ICV, se procedió a la estimación de las Kernel estocástica de las variables objeto de estudio, manteniendo la anterior diferenciación de la muestra según la inclusión o no de los corregimientos.

Como fue señalado en la sección referente a la metodología, la Kernel estocástica estima el valor esperado de que, en este caso, una comuna o corregimiento que en el período inicial tomó un valor específico en la distribución, en el período final del análisis tome otro o se mantenga en la misma posición. En el Gráfico 5 se presentan tanto la Kernel estocástica del ICV para las comunas de la ciudad de Medellín –Gráfico 5A–, como el Gráfico de contornos correspondientes –Gráfico 5B–. La kernel estocástica muestra la existencia marcada de tres grupos o máximos locales: superior, medio e inferior, que al ser considerados en el gráfico de contornos, sus respectivas densidades muestran individual y conjuntamente una pendiente mayor a la línea de 45 grados y un movimiento contrario a las manecillas del reloj, lo que indica que los niveles inferiores y medios experimentan para el lapso, considerado un acercamiento a los niveles superiores, reflejando así un ligero proceso de convergencia.

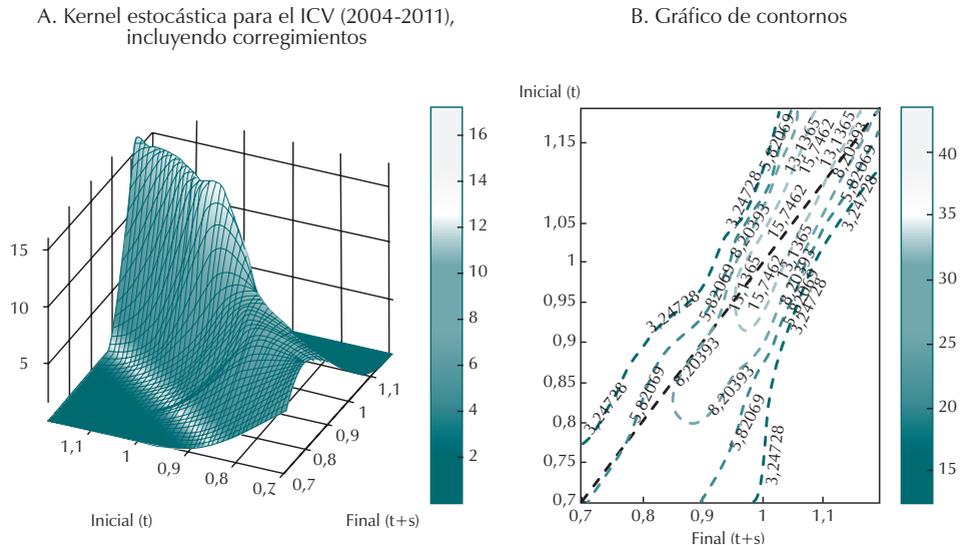
Gráfico 5
 Análisis Kernel estocástico, ICV de Medellín urbano 2004-2011



Fuente: cálculos propios con base en datos de la Encuesta de Calidad de vida de Medellín.

Al considerar, por su parte, la muestra completa con los corregimientos, los indicios anteriormente derivados de la sección B se confirman de igual manera. En el Gráfico 6 se presentan los gráficos correspondientes. Con la nueva muestra de datos, la Kernel estocástica expresa las diferencias existentes que en términos de ICV tienen los corregimientos y las comunas. En efecto, pueden notarse de nuevo tres grupos en los niveles inferior, medio y superior con respecto al promedio del ICV. No obstante, a diferencia de la Kernel inicial, en esta se destaca la pequeña agrupación en los niveles menores de ICV correspondiente a los corregimientos. Cabe preguntarse en este caso si los corregimientos experimentan un proceso de convergencia hacia los niveles medios de la distribución del ICV. Al examinar el gráfico de los contornos la respuesta no es del todo clara. Una vez más, los tres picos encontrados presentan densidades de contornos más inclinadas que la línea de 45, particularmente el grupo de niveles inferiores presenta una densidad de contornos no completamente situada por debajo de la línea en tanto que los niveles medios y superiores se encuentran en buena medida por encima, lo que indica la existencia de convergencia.

Gráfico 6
Análisis Kernel estocástico, ICV de Medellín total 2004-2011

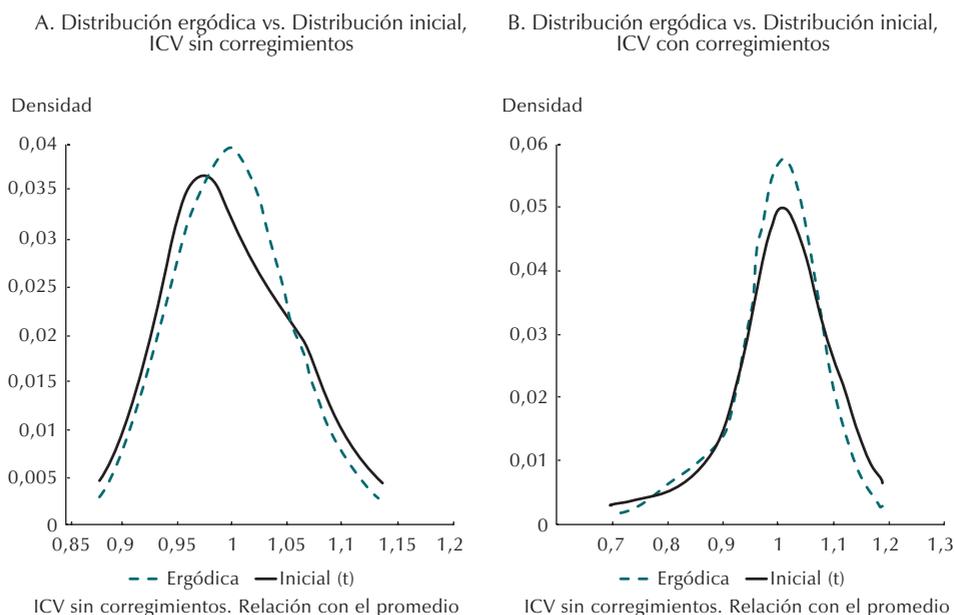


Fuente: cálculos propios con base en datos de la Encuesta de Calidad de vida de Medellín.

El Gráfico 7 presenta las distribuciones ergódicas o de largo plazo de cada una de las muestras consideradas en contraste con sus valores iniciales. En el primero de los casos, sin corregimientos –Gráfico 7A– resulta clara la estructura uniforme de la distribución

de largo plazo con respecto a la inicial, además de un ligero desplazamiento a la derecha de la misma que supone una mejora del indicador. Así, se refuerza la hipótesis de convergencia para las comunas de Medellín. Por otro lado, –Gráfico 7B– a largo plazo se espera que tenga lugar una progresiva concentración en los niveles promedio de la distribución, aunque se destaca un ligero agrupamiento a la izquierda que correspondería en este caso al comportamiento de los corregimientos; a largo plazo los corregimientos no muestran una inclinación marcada hacia la convergencia.

Gráfico 7
 Distribuciones inicial y ergódicas para Medellín urbano y total, 2004-2011



Fuente: cálculos propios con base en datos de la Encuesta de Calidad de vida de Medellín.

Según los resultados anteriores pueden concluirse los siguientes hechos importantes: en primer lugar, tanto las comunas como la muestra total que incluye los corregimientos experimentan un proceso de convergencia durante el período de estudio (2004-2011), aunque en este último caso los corregimientos presentan mayores dificultades. En segundo lugar, las comunas presentan una mayor dinámica de convergencia que los corregimientos, por factores que son posibles de suponer como espaciales.

D. MATRICES DE MARKOV

Con el fin de iniciar el análisis se partirá por estudiar el comportamiento de la matriz de transición de Markov clásica, la cual es el punto de partida para luego hacer las comparaciones con las probabilidades condicionales y poder determinar cómo los efectos espaciales pueden afectar el comportamiento del ICV en el período de 2004-2011. Inicialmente, se calcularon las matrices de transición clásica expuestas en el apartado anterior, los resultados obtenidos de este primer ejercicio son presentados en el Cuadro 3.

Cuadro 3
Matriz de transición para el municipio de Medellín (2004-2011)⁹

	$t \backslash t_{+1}$	Con respecto al municipio				Número de observación
		1	2	3	4	
Municipio	1	0,947	0,053	0,000	0,000	38
	2	0,029	0,857	0,114	0,000	35
	3	0,000	0,065	0,870	0,065	46
	4	0,000	0,000	0,143	0,857	28
	Distribución inicial	0,26	0,24	0,31	0,19	147
Distribución ergódica	0,13	0,24	0,43	0,19		
Vecinos	1	0,875	0,125	0,000	0,000	24
	2	0,098	0,780	0,122	0,000	41
	3	0,000	0,091	0,848	0,061	66
	4	0,000	0,000	0,250	0,750	16
	Distribución inicial	0,16	0,28	0,45	0,11	147
Distribución ergódica	0,23	0,29	0,39	0,09		
Municipio-Vecinos	1	0,605	0,316	0,026	0,053	38
	2	0,029	0,629	0,229	0,114	35
	3	0,000	0,152	0,848	0,000	46
	4	0,000	0,000	0,643	0,357	28

Fuente: Encuesta de calidad de vida Medellín. Cálculos propios.

⁹ La clasificación se hizo mediante una división por cuartiles de la distribución, donde 1, 2, 3 y 4 reflejan el 0,954; 1,001; 1,079 y 1,174 del promedio municipal respectivamente.

Hay varias cosas que se pueden observar en los resultados. Primero, en general, no hay cambios abruptos en la distribución al diferenciar por cada una de las matrices. No obstante, el primer cuartil tiene un comportamiento significativamente diferente entre estas, donde en la primera pierde peso y en la segunda aumenta su posicionamiento en la distribución, lo que puede ser un indicio de cierta polarización local de la calidad de vida. Segundo, parece haber un proceso de convergencia hacia el tercer cuartil a nivel intradistribucional¹⁰, es decir, convergencia relativa a nivel global mostrada por la primera matriz, en la cual el tercer cuartil gana peso relativo. Por lo tanto, contrario a lo que se esperaría y de acuerdo a lo anterior, se ve más claramente una convergencia de los puntos de condicionamiento municipal que la observada por el condicionamiento regional local. Esto permite afirmar que se mantienen ciertas disparidades en la calidad de vida entre las unidades espaciales cercanas, lo que puede ser explicado notoriamente por las diferencias entre el área urbana y rural del municipio, donde se ve una clara desventaja del segundo.

Con respecto a la tercera matriz, que permite observar cuál es el nivel de influencia del contexto espacial en las probabilidades de transición; es decir, estudiar una transición interdistribucional, se tiene lo siguiente. En primer lugar, hubo 38 unidades espaciales con un ICV inferior o igual al 95,4% del promedio municipal¹¹. Sin embargo, aproximadamente el 60,5% de esas mismas unidades tenían un ICV con menos del 95% de los ingresos de sus vecinos, lo que muestra las diferencias distribucionales presentadas en el primer cuartil. Segundo, en caso de que el contexto espacial no importara, la tercera matriz debería ser diagonal, lo que mostraría que la posición de una comuna o corregimiento es similar en ambas distribuciones. De hecho, aunque los niveles de la diagonal principal son, en su mayoría, mayores a 0,5 a excepción de la categoría más alta, aún dejan campo para que la variación del ICV sea explicada por el condicionamiento regional local.

Por otra parte, ahora se presentarán los resultados de condicionar las probabilidades de transición sobre el rezago espacial de un estado dado y los respectivos estadísticos de prueba. Las matrices espaciales proveen información sobre las transiciones

¹⁰ Como se ve diferenciando los dos vectores, el tercer cuartil gana una gran participación al aumentar cerca de 12 puntos con respecto a la distribución inicial.

¹¹ Número de observaciones de la primera fila de la matriz con condicionamiento al promedio municipal.

de las unidades espaciales y la posible asociación entre la dirección, la tasa de las transiciones y el contexto regional en el que se encuentra cada comuna o corregimiento. De esta forma, es de esperarse que exista autocorrelación positiva, en la cual los sectores con menores niveles de calidad de vida se vean afectados de manera negativa por encontrarse con vecinos en la misma situación y viceversa.

A continuación se muestra la matriz agregada y sus respectivas submatrices de rezago espacial.

Cuadro 4
Matriz de probabilidades transición de Markov clásica

	$t \backslash t_{+1}$	Con respecto al municipio				núm. de obs.	Test de homogeneidad		
		1	2	3	4		g. l.	Estadístico	Prob
Municipio	1	0,947	0,053	0,000	0,000	38	2	13,93	0,001
	2	0,029	0,857	0,114	0,000	35	4	8,73	0,068
	3	0,000	0,065	0,870	0,065	46	4	21,13	0,000
	4	0,000	0,000	0,143	0,857	28	1	3,02	0,082
Dist. inicial		0,26	0,24	0,31	0,19	147	11	46,81	0,000
Dist. Ergódica		0,13	0,24	0,43	0,19				

Fuente: Encuesta de calidad de vida Medellín. Cálculos propios.

Al compararlos resultados del Cuadro 5 con los expuestos en el Cuadro 4 con la matriz clásica, se puede observar cómo el espacio condiciona, en cierta medida, las probabilidades de transición. Por ejemplo, la probabilidad de que una unidad espacial con bajo nivel de calidad de vida salga del primer cuartil es en promedio 0,053 ignorando el contexto regional. No obstante, este aumenta a 0,4 cuando se está rodeado de vecinos en promedio con bajo nivel de calidad de vida. Esto se muestra paradójico, especialmente si se tiene en cuenta que al ir aumentando el nivel de los vecinos, se ve un leve efecto positivo sobre el ICV de las poblaciones. Además, nunca hubo un caso en el cual una unidad de baja calidad de vida este rodeado por vecinos con alta calidad, por lo que no se pueden hacer inferencias sobre esta relación. La explicación a esta relación podría verse desde un esquema centro periferia, donde esta última se encuentra totalmente apartada de los posibles efectos que trae consigo tener vecinos con alta calidad de vida. En el caso específico de Medellín, esta diferencia está marcada de manera fuerte, donde existe un relativo nivel de vida en el área urbana y un más bajo nivel en los corregimientos.

Cuadro 5
 Matriz de probabilidades transición de Markov espacial para el municipio de Medellín
 condicionada por las unidades espaciales vecinas (2004-2011)

Rezago espacial	$t \backslash t_{i+1}$	Probabilidades de transición				núm. de obs.	Test de homogeneidad		
		1	2	3	4		g. l.	Estadístico	Prob
1	1	0,600	0,400	0,000	0,000	5	1	12,10	0,001
	2	0,250	0,750	0,000	0,000	4	2	7,38	0,025
	3	0,000	0,000	0,000	0,000	0	0	-	-
	4	0,000	0,000	0,000	0,000	0	0	-	-
Dist. inicial		0,56	0,44	0,00	0,00	9	3	19,48	0,000
Dist. ergódica		0,38	0,62	0,00	0,00				
2	1	1,000	0,000	0,000	0,000	19	1	1,06	0,304
	2	0,000	0,917	0,083	0,000	12	2	0,49	0,782
	3	0,000	1,000	0,000	0,000	1	2	14,33	0,001
	4	0,000	0,000	0,000	0,000	0	0	-	-
Dist. inicial		0,59	0,38	0,03	0,00	32	5	15,88	0,007
Dist. ergódica		0,00	0,92	0,08	0,00				
3	1	1,000	0,000	0,000	0,000	14	1	0,78	0,378
	2	0,000	0,842	0,158	0,000	19	2	0,86	0,649
	3	0,000	0,069	0,931	0,000	29	2	2,02	0,364
	4	0,000	0,000	0,000	1,000	11	1	1,83	0,176
Dist. inicial		0,19	0,26	0,40	0,15	73	6	5,50	0,482
Dist. ergódica		0,00	0,30	0,70	0,00				
4	1	0,000	0,000	0,000	0,000	0	0	-	-
	2	0,000	0,000	0,000	0,000	0	0	-	-
	3	0,000	0,000	0,813	0,188	16	2	4,77	0,092
	4	0,000	0,000	0,235	0,765	17	1	1,19	0,276
Dist. inicial		0,00	0,00	0,48	0,52	33	3	5,96	0,114
Dist. ergódica		0,00	0,00	0,56	0,44				

Fuente: Encuesta de calidad de vida Medellín. Cálculos propios.

Empero, los efectos espaciales se presentan con mayor claridad a medida que se aumenta tanto el nivel de la unidad espacial, como el de sus vecinos de primer orden. Un ejemplo de esto puede verse entre el segundo y tercer cuartil, donde

la probabilidad de pasar del nivel medio bajo al uno medio alto se vislumbra con un efecto positivo del espacio regional inmediato. De esta forma la probabilidad pasa de 0,083 a 0,158 al cambiar el contexto de medio bajo a medio alto. Por tanto, aunque los efectos espaciales son relativamente bajos entre cada una de las categorías, estos se hacen más fuertes a medida que aumenta el ICV entre vecinos. Con respecto a las distribuciones ergódicas, según Rey (2001) estas deberían ser vistas como “experimentos mentales” que muestran cuáles son las dinámicas de transición según la influencia del espacio, más que como una guía de lo que ocurrirá en la realidad. Estas muestran cómo, a medida que aumenta el nivel de los rezagos en la calidad de vida, tienden a ser asimétricas positivamente, de esta manera, unidades rodeadas de vecinos con ICV bajo tienen un sesgo negativo, mientras que unidades con vecinos de ICV alto se inclinan por un sesgo positivo.

En los cuadros puede verse el estadístico de prueba para cada una de las matrices y sus respectivas filas, donde se concluye que existe una diferencia estadística entre la matriz clásica agregada y sus respectivas submatrices. A un nivel de detalle más profundo, se muestra que la diferencia estadística es aprobada para las dos primeras submatrices, lo que indica que los efectos espaciales son más fuertes en los dos primeros cuartiles de la distribución.

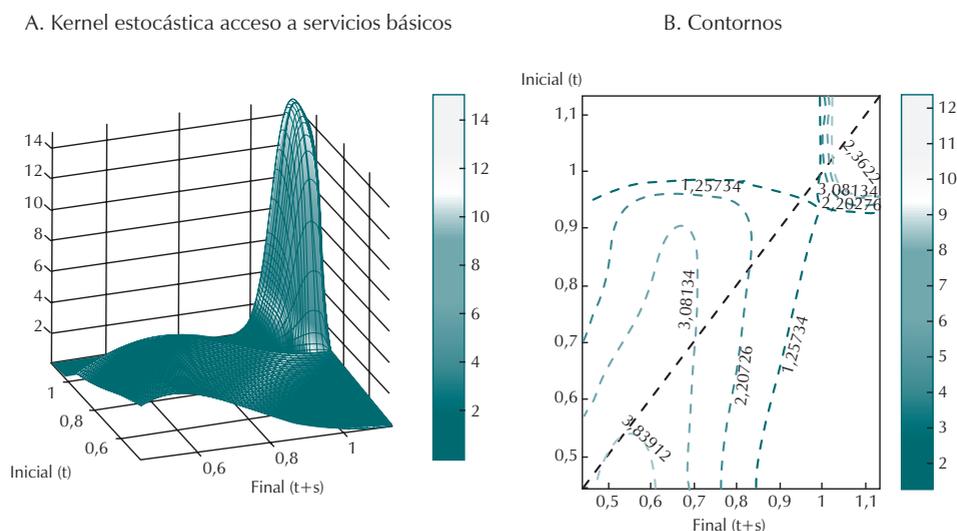
E. ANÁLISIS DE CONVERGENCIA PARA LOS COMPONENTES DEL INDICADOR DE CALIDAD DE VIDA DE MEDELLÍN

El ICV es una medida o un indicador compuesto que pretende reflejar, a partir de las formulaciones teóricas de Sen (1987), el estándar de vida de las comunas y corregimientos donde ha sido calculado. Como índice compuesto, ciertas variables contribuyen en mayor o menor medida a la configuración general de la estadística, por lo que el análisis de convergencia se torna tanto más útil en términos de política económica, en la medida que puedan determinarse qué componentes de este indicador presentan o no convergencia y en qué medida contribuyen a la convergencia general. Tal como se ha indicado anteriormente, el ICV se compone de 5 variables importantes: acceso a servicios básicos, aspectos demográficos, capital físico, capital humano y capital social.

En el Gráfico 8A se presenta la Kernel estocástica del componente de acceso a servicios públicos y su correspondiente gráfico de contornos: Gráfico 8B. En ellas se destacan la existencia de dos agrupaciones importantes, los que están por debajo

y los que están por encima del promedio, al tiempo que en el promedio se presenta un quiebre o hundimiento. El gráfico de contornos muestra que estas dos agrupaciones presentan masas de contornos con mayor pendiente que la línea de 45 grados, con cual se refleja que ambas distribuciones intercambien parte de sus unidades regionales. Sin embargo, los contornos correspondientes al promedio no poseen una pendiente mayor, lo cual indica que en la estructura distribucional para el período considerado las comunas y corregimientos no se están ubicando en mayor medida en el promedio y que, además, las dos agrupaciones encontradas actúan como dos polos de atracción.

Gráfico 8
 Análisis Kernel estocástico, ICV de Medellín, componente: acceso a servicios básicos, 2004-2011



Fuente: cálculos propios con base en datos de la Encuesta de Calidad de vida de Medellín.

En el Gráfico 9, se presentan los gráficos del análisis correspondiente al componente de aspectos demográficos. Se encuentran tres agrupaciones con un quiebre particular de la Kernel estocástica en la parte de la distribución del 0,8 al 1 veces el promedio. El gráfico de contornos muestra, según el mismo criterio, que las agrupaciones, a excepción de la parte superior, presentan mejorías dinámicas pero que no ocurre así con el quiebre –con pendiente menor en su masa de

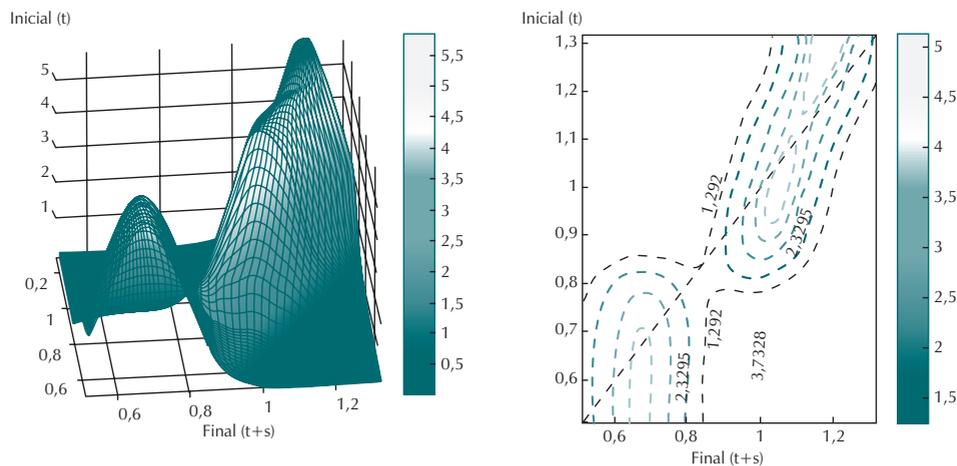
contornos—. Esto indica que esa parte de la distribución está desapareciendo y se ubica en las agrupaciones restantes. Los anteriores gráficos muestran que estos dos componentes del ICV no presentan convergencia en el período señalado. El Gráfico 10 muestra las distribuciones de largo plazo o ergódicas de ambos componentes, que refuerza el rechazo de la hipótesis de convergencia pues en ambos gráficos puede notarse cómo adquieren un carácter más multimodal.

Gráfico 9

Análisis Kernel estocástico, ICV de Medellín, componente: aspectos demográficos, 2004-2011

A. Kernel estocástica aspectos demográficos

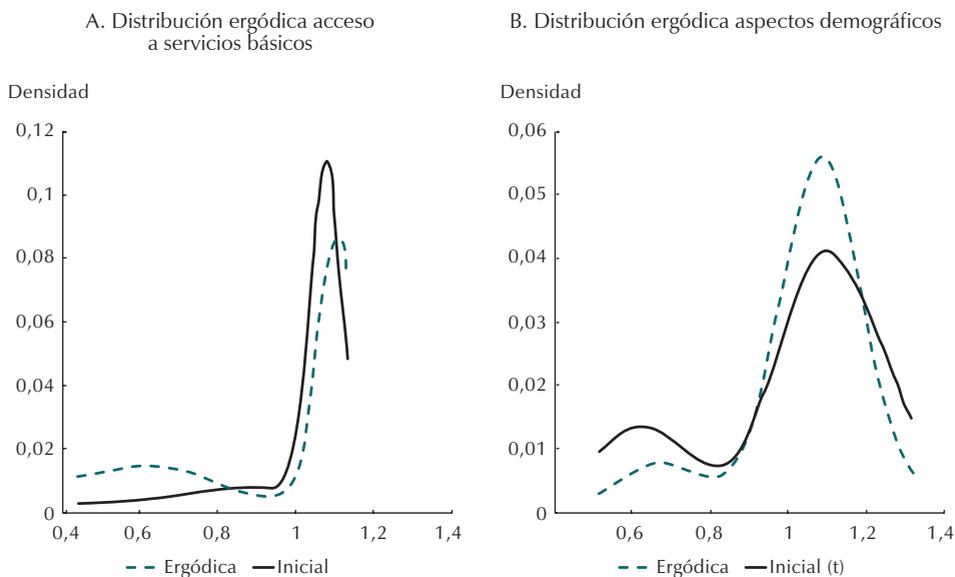
B. Contornos



Fuente: cálculos propios con base en datos de la Encuesta de Calidad de vida de Medellín.

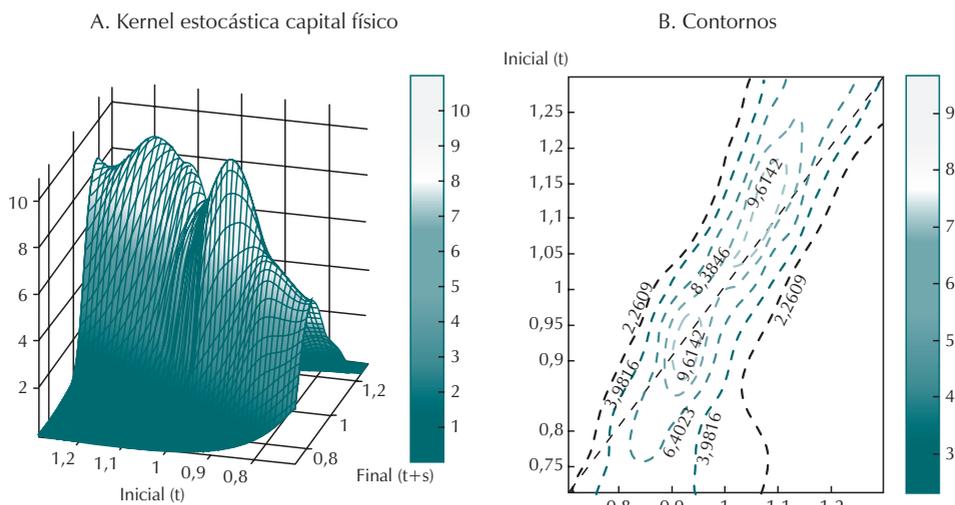
En el Gráfico 11A, por su parte, se presenta la Kernel estocástica del componente de capital físico. Se destaca en ella la configuración de dos grupos importantes en los niveles superior e inferior al promedio, con un ligero declive en dicho promedio. Según el gráfico de contornos –Gráfico 11B– el nivel inferior presenta una mejoría en su situación acercándose a los niveles promedio –su pendiente es mayor que la línea– en tanto que una parte de la agrupación superior también tiende a dicho promedio. Así mismo, la media de la distribución no tiende a desaparecer porque, en este caso, la masa de contornos presentan una pendiente mayor a la línea diagonal, lo cual sugiere que hay un proceso de convergencia hacia los niveles promedio.

Gráfico 10
 Distribuciones inicial y ergódicas, ICV de Medellín, componentes: acceso a servicios básicos y aspectos demográficos, 2004-2011.



Fuente: cálculos propios con base en datos de la Encuesta de Calidad de vida de Medellín.

Gráfico 11
 Análisis Kernel estocástico, ICV de Medellín, componente: capital físico, 2004-2011



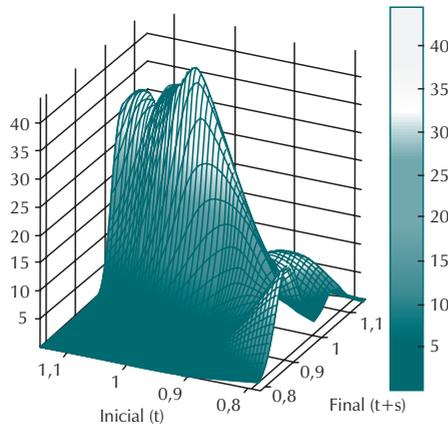
Fuente: cálculos propios con base en datos de la Encuesta de Calidad de vida de Medellín.

El Gráfico 12 muestra que el componente de capital humano presenta también un marcado proceso de convergencia. El gráfico de contornos muestra que de las tres agrupaciones importantes encontradas, niveles medio, superior e inferior, hay una dinámica de movimiento mayor de las unidades regionales en los niveles promedio y superior, dado las pendientes de sus contornos. Sin embargo, la mayor pendiente de los contornos superiores sugiere también que las unidades regionales de esta parte de la distribución están bajando en mayor medida hacia los niveles promedio, con lo cual se manifiesta una disminución promedio en este componente. Este resultado puede notarse en el gráfico de la distribución ergódica, Gráfico 13, la cual muestra un comportamiento uniforme de convergencia pero una caída promedio del indicador. La distribución de largo plazo del capital físico, por el contrario, presenta la convergencia antes señalada hacia los niveles promedio de la distribución.

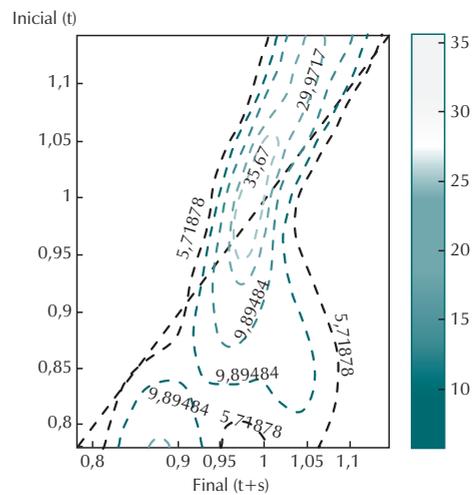
Gráfico 12

Análisis Kernel estocástico, ICV de Medellín, componente: capital humano, 2004-2011

A. Kernel estocástica capital físico



B. Contornos.

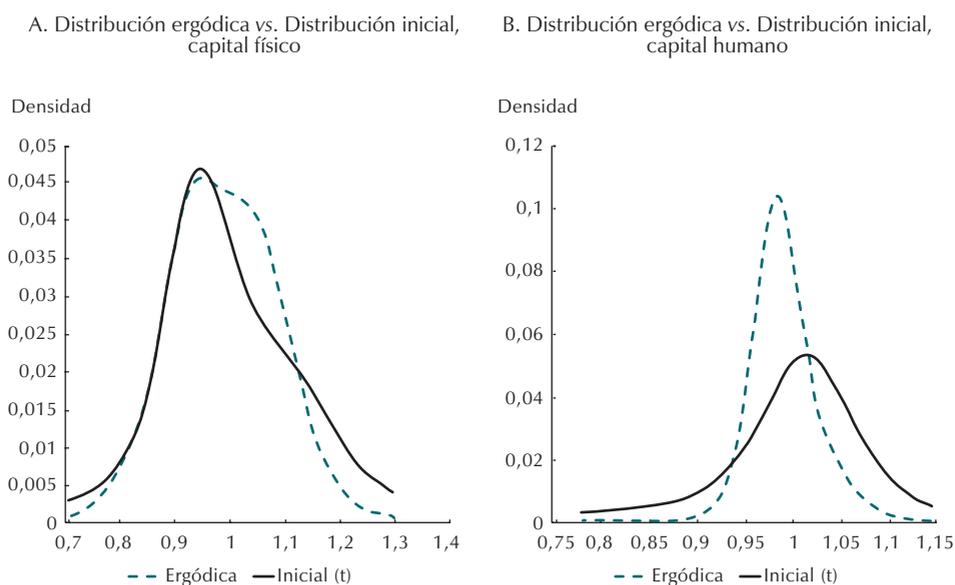


Fuente: cálculos propios con base en datos de la Encuesta de Calidad de vida de Medellín.

Finalmente, los Gráficos 14A y 15 presentan la Kernel estocástica, su correspondiente gráfico de contornos –Gráfico 14B– y la distribución ergódica para el componente de capital social. En ellas puede notarse de nuevo dos agrupaciones en los niveles inferior y superior al promedio, con un ligero quiebre o hundimiento en el centro de la distribución. Las masas de contornos de estas dos agrupaciones presentan pendientes superiores a la línea de 45 grados y están en buena medida sobre la línea de 45. No

obstante, la correspondiente al centro de la distribución y su alrededor superior –en el nivel 1,1 veces el promedio– exhibe una pendiente menor, lo que indica que ese nivel de la distribución está desapareciendo en la medida en la que las dos agrupaciones se convierten en polos de atracción. Puede concluirse que este componente no experimenta un proceso de convergencia marcado.

Gráfico 13
 Distribuciones inicial y ergódicas, ICV de Medellín, componentes: capital físico y capital humano, 2004-2011.

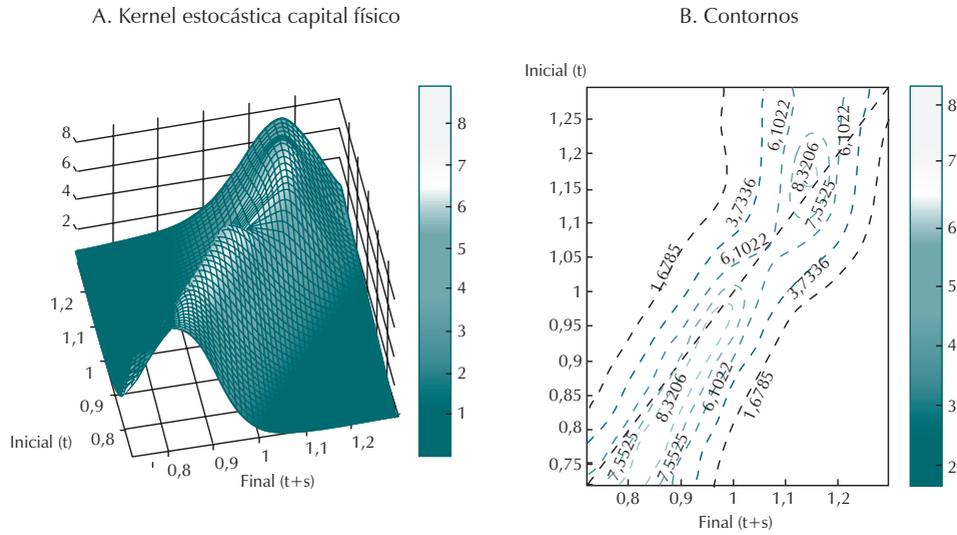


Fuente: cálculos propios con base en datos de la Encuesta de Calidad de vida de Medellín.

El Gráfico 15 confirma la anterior conclusión. En efecto, la distribución de largo plazo tiende a concentrarse en la media pero en los niveles del 1 al 1,1 veces el promedio se mantiene el quiebre antes enunciado, con lo cual la distancia entre ambas partes de la distribución no se reduce significativamente. Adicionalmente, puede destacarse una mejoría en el indicador reflejada por el desplazamiento a la derecha de la distribución ergódica.

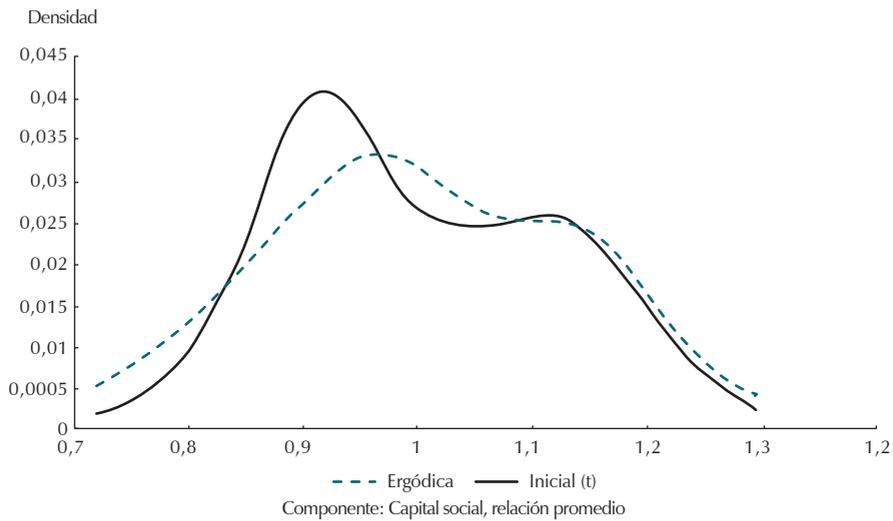
Con el ánimo de reforzar los anteriores resultados de convergencia y facilitar una exposición cuantitativa mayor, se presentan a continuación los resultados de las matrices clásicas de Markov aplicadas a cada componente. En el Cuadro 6 puede

Gráfico 14
Análisis Kernel estocástico, ICV de Medellín, componente: capital social, 2004-2011



Fuente: cálculos propios con base en datos de la Encuesta de Calidad de vida de Medellín.

Gráfico 15
Distribuciones inicial y ergódicas, ICV de Medellín, componentes: capital social, 2004-2011



Fuente: cálculos propios con base en datos de la Encuesta de Calidad de vida de Medellín.

Cuadro 6
 Matriz de probabilidades de transición de Markov clásica: acceso a servicios básicos

	t \ t_{i+1}	Con respecto al municipio				Número de observaciones
		1,055 1	1,077 2	1,084 3	1,111 4	
Municipio	1	0,685	0,278	0,000	0,037	54
	2	0,114	0,159	0,205	0,523	44
	3	0,296	0,370	0,259	0,074	27
	4	0,136	0,318	0,273	0,273	22
Distribución inicial		0,37	0,30	0,18	0,15	147
Distribución ergódica		0,34	0,27	0,16	0,23	0,875

Fuente: cálculos propios con base en datos de la encuesta de calidad de vida de Medellín.

notarse cómo las agrupaciones de la distribución presentan un alto nivel de movilidad, ya que los elementos de la diagonal principal no están cercanos al valor de uno. A la vez, se destaca el peso de los extremos en la distribución; concretamente, la probabilidad de permanencia en los niveles de bajo ICV (0,685) es mucho mayor al de su extremo superior (0,273). Es decir, el componente de acceso a servicios básicos presenta una mayor inclinación hacia los niveles inferiores de la distribución como puede apreciarse en la distribución ergódica. Estos resultados se muestran compatibles con los presentados en la Kernel estocástica.

El Cuadro 7 presenta los resultados para el componente de aspectos demográficos. A diferencia del anterior, los grupos de la distribución presentan una baja movilidad con peso significativo de los extremos (0,946) de probabilidad de permanencia en los niveles bajos y un (0,759) para los niveles superiores. Así mismo, este componente presenta una inclinación importante hacia el grupo 3 denominado de medio-bajo con una probabilidad de 0,41 en su distribución ergódica. Este componente, como se dijo, no presenta un proceso de convergencia aunque su estructura en el largo plazo presenta indicios de mejorías.

El componente de capital social, Cuadro 8, presenta un proceso similar si bien al largo plazo tiende a establecerse en los niveles del segundo cuartil. Este componente no presenta altos grados de movilidad en los cuartiles extremos y, además, la probabilidad de permanencia en los niveles inferiores (0,731) se muestra relativamente similar a la probabilidad de los niveles superiores, sugiriendo un importante peso de las colas en la distribución. Tal es así, que la distribución ergódica muestra que la

Cuadro 7

Matriz de probabilidades de transición de Markov clásica: aspectos demográficos

	$t \backslash t_{i+1}$	Con respecto al municipio				Número de observaciones
		0,944 1	1,062 2	1,189 3	1,290 4	
Municipio	1	0,946	0,054	0,000	0,000	37
	2	0,031	0,875	0,094	0,000	32
	3	0,000	0,061	0,837	0,102	49
	4	0,000	0,000	0,241	0,759	29
Distribución inicial		0,25	0,22	0,33	0,20	147
Distribución ergódica		0,15	0,27	0,41	0,17	0,195

Fuente: cálculos propios con base en datos de la encuesta de calidad de vida de Medellín.

Cuadro 8

Matriz de probabilidades de transición de Markov clásica: capital social.

	$t \backslash t_{i+1}$	Con respecto al municipio				Número de observaciones
		0,891 1	1,014 2	1,085 3	1,275 4	
Municipio	1	0,731	0,231	0,038	0,000	26
	2	0,109	0,818	0,055	0,018	55
	3	0,000	0,133	0,567	0,300	30
	4	0,000	0,056	0,194	0,750	36
Distribución inicial		0,18	0,37	0,20	0,24	147
Distribución ergódica		0,17	0,42	0,18	0,24	

Fuente: cálculos propios con base en datos de la encuesta de calidad de vida de Medellín.

probabilidad de permanencia en los niveles superiores es mantiene, la del segundo cuartil aumenta en casi 0,05 y la de los otros cuartiles disminuye. Hay, por lo tanto, una disparidad persistente en este componente.

La estructura de probabilidades del componente de capital humano, Cuadro 9, muestra la convergencia antes señalada y, además, su tendencia de disminución en relación con la estructura del período inicial. La mayor movilidad de las unidades regionales se da entre los cuartiles uno y dos, si bien en el tercer cuartil no deja de

ser significativa. De esta manera, en términos de capital humano, las comunas y corregimientos se están concentrando en el cuartil dos y tres, donde la probabilidad de permanencia de los cuartiles extremos es comparativamente baja. El componente del Capital Físico, Cuadro 10, muestra, por su parte, un peso mayor de los extremos, sin embargo la pérdida de importancia de estos en relación al cuartil tres sugiere que tuvo lugar aquí un proceso de convergencia hacia esta parte de la distribución.

Cuadro 9
 Matriz de probabilidades de transición de Markov clásica: capital humano

	$t \backslash t_{i+1}$	Con respecto al municipio				Número de observaciones
		0,970 1	1,005 2	1,049 3	1,137 4	
Municipio	1	0,700	0,267	0,033	0,000	30
	2	0,120	0,720	0,160	0,000	50
	3	0,021	0,170	0,809	0,000	47
	4	0,000	0,000	0,150	0,850	20
Distribución inicial		0,20	0,34	0,32	0,14	147
Distribución ergódica		0,20	0,42	0,38	0,00	

Fuente: cálculos propios con base en datos de la encuesta de calidad de vida de Medellín.

Cuadro 10
 Matriz de probabilidades de transición de Markov clásica: capital físico

	$t \backslash t_{i+1}$	Con respecto al municipio				Número de observaciones
		0,926 1	0,962 2	1,086 3	1,289 4	
Municipio	1	0,806	0,139	0,056	0,000	36
	2	0,240	0,440	0,320	0,000	25
	3	0,020	0,122	0,776	0,082	49
	4	0,000	0,000	0,135	0,865	37
Distribución inicial		0,24	0,17	0,33	0,25	147
Distribución ergódica		0,22	0,14	0,40	0,24	

Fuente: cálculos propios con base en datos de la encuesta de calidad de vida de Medellín.

Lo que indica un peso mayor de los extremos. Sin embargo, la pérdida de importancia de estos en relación al cuartil tres sugiere que tuvo lugar aquí un proceso de convergencia hacia esta parte de la distribución. La mayor movilidad se da en los cuartiles dos y tres a juzgar por los valores que muestran las columnas de ambos rangos.

De esta manera, los resultados que genera la aplicación de las matrices clásicas de Markov a cada uno de los componentes del ICV refuerza los generados por la Kernel estocástica al considerar que la técnica de las matrices capturan las transiciones para cada uno de los años de la muestra.

F. MATRIZ DE PROBABILIDADES DE TRANSICIÓN DEL MORAN LOCAL

Finalmente, se procedió a calcular la matriz de probabilidades de transición a partir de los resultados encontrados en el cálculo del Moran Global y Moran Local¹², y así ver directamente los movimientos en el sistema de autocorrelación, a través de todo el período, con el fin de contrastar lo presentado por medio de las matrices de Markov espaciales. La construcción de esta matriz es similar a la utilizada anteriormente para la Matriz de probabilidades de transición de Markov. No obstante, en este caso no se

¹² El primero se trata de un indicador global muy utilizado y atiende a la siguiente formulación:

$$I = \frac{N \sum_{(2)} w_{ij} (y_i - \bar{y})(y_j - \bar{y})}{S_0 \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}$$

donde:

w_{ij} : elemento de la matriz de pesos espaciales correspondiente al par (i, j) .

$S_0 = \sum_i \sum_j w_{ij} = \sum_{(2)} w_{ij}$, es decir, la suma de los pesos espaciales.

\bar{y} : valor medio o esperado de la variable y

N : número de observaciones o tamaño muestral.

Entre los estadísticos locales de asociación espacial está el contraste local I de Moran desarrollado por Anselin (1995), este mide el grado de asociación existente entre un atributo localizado en un área i y sus vecinos. Su cálculo es el siguiente:

$$I_i = \frac{z_i}{m_2} \sum_j w_{ij} z_j$$

donde:

z_i y z_j : variable y_i estandarizada

\sum_j sumatoria que únicamente incluye los valores vecinos de $i: j \in J_i$.

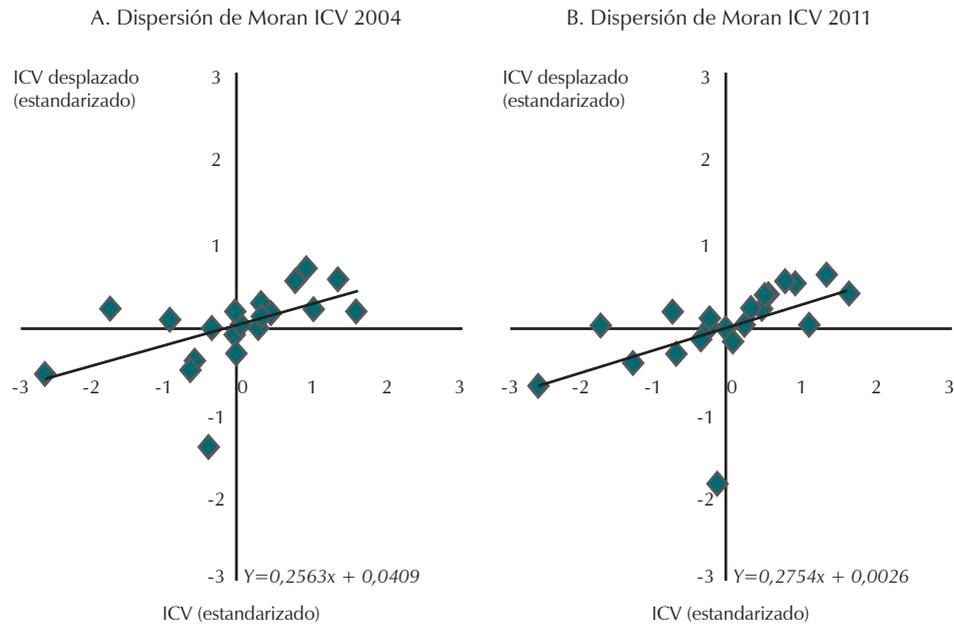
$m_2 = \sum_i z_i^2 / N$, momento de 2do orden de la variable z_i .

Este índice mide el nivel de asociación espacial positiva o negativa entre una unidad espacial y sus vecinos. Para una introducción sobre las técnicas de autocorrelación espacial ver Chasco (2003).

contabilizan los movimientos a través de cambios en la distribución, sino a través de las categorías del Moral Local, es decir, transiciones de AA a AB, AA a BB y así sucesivamente con todas las clases.

En general, se encontró una asociación espacial positiva para el ICV de Medellín, lo que indica una correspondencia similar entre las unidades espaciales y sus respectivos vecinos. De esta forma, se procedió a calcular los estadísticos para cada uno de los años, donde en el año inicial y final se encontraron los siguientes resultados, presentados en este caso mediante el gráfico de dispersión de Moran¹³, en el Gráfico 16.

Gráfico 16
Dispersión del Moran: ICV 2004-2011



Fuente: cálculos propios con base en datos de la encuesta de calidad de vida de Medellín.

Como se puede observar, existe autocorrelación positiva entre el ICV de las comunas respecto a su promedio vecinal, lo que indicaría que existen agrupaciones de calidad de vida. En términos generales, los únicos que se salen de esta tendencia son Santa Elena,

¹³ Solo se presentan estos dos resultados por disponibilidad de espacio y facilidad de lectura. No obstante, la matriz a presentar en este apartado vincula el estadístico de Moran Local para todos los años del análisis.

San Javier y Altavista para el año 2004, las cuales son unidades espaciales con bajo ICV rodeados de alto. Además, para el 2011 tenemos que Villa Hermosa, Santa Elena y Altavista se ubican de la categoría BA y surge Doce de Octubre como una comuna que presenta ser una isla con alto ICV rodeada de baja calidad de vida. Además de esto, el gráfico muestra el respectivo valor del Moral Global para los dos años, el cual indica un aumento leve de 0,25 a 0,27 en la asociación espacial, lo que podría interpretarse como un aumento ligero de los efectos espaciales al pasar los años¹⁴.

Para tener una idea clara de dónde se ubican los clústers de alta y baja calidad de vida se calculó la moda de estos a través del período 2004-2011, con el fin de determinar cuáles son las asociaciones espaciales que se mantienen a través del tiempo en la ciudad. A continuación se muestra cada una de la moda para las unidades espaciales.

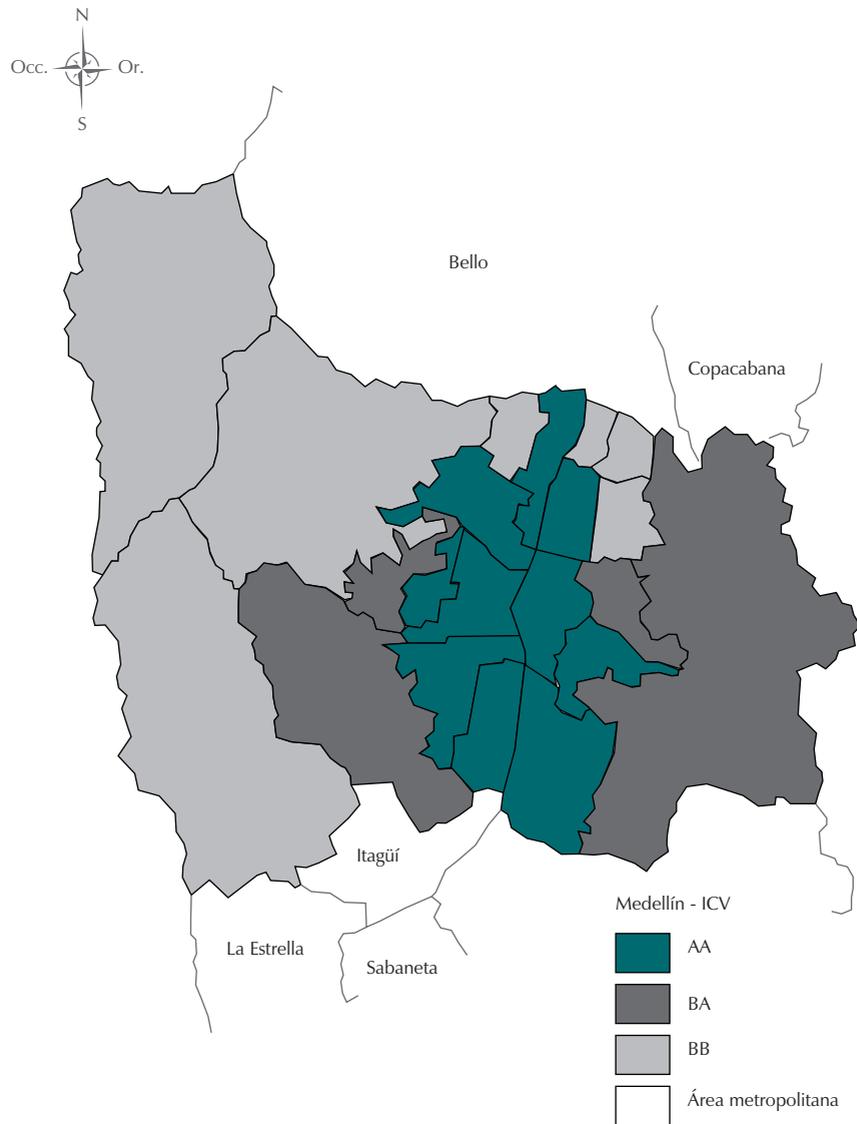
El Mapa 2 muestra cómo el cluster AA se concentra estrictamente en la zona urbana del municipio, constituido por las Comunas de Robledo, Castilla y Aranjuez al norte; Belén, Guayabal y El Poblado al sur; Laureles y La América, al occidente y Buenos Aires y La Calendaría al oriente del municipio. En este grupo se constituye la zona de mayor calidad de vida del municipio que se mantiene a lo largo de los años. En el clúster BA se encuentran Santa Elena y Villa Hermosa¹⁵ al oriente y San Javier y Altavista al occidente. Finalmente, tenemos a los tres corregimientos restantes, San Cristóbal, Palmitas y San Antonio de Prado en el occidente y Doce de Octubre, Popular, Santa Cruz, Manrique al norte. Esta imagen muestra un modelo que podría asimilarse a lo que en teoría económica se conoce como un esquema centro-periferia, donde las poblaciones “ricas” se encuentran en el centro rodeadas por una periferia “pobre”. Empero, es importante resaltar la situación de las unidades BA, las cuales se encuentran contiguas a la zona de alta calidad de vida. Sin embargo, no han podido verse influenciados positivamente por esta zona.

Conocidos estos resultados y un panorama general de la situación espacial en las comunas y corregimientos medido por el Local Moran se presenta la matriz de probabilidades de transición.

14 En este caso se tuvo en cuenta que la pendiente de la regresión de los valores en el gráfico de dispersión son iguales a los resultados de calcular directamente el Moral Global.

15 Esta comuna presenta un caso particular, ya que en sentido estricto tiene dos modas, BA y BB. Sin embargo, se decidió dejar el cluster BA, ya que se presenta constantemente para los últimos años.

Mapa 2
Asociación espacial del ICV de Medellín: moda



Fuente: Encuesta de calidad de vida, 2004-2011. Cálculos de los autores.

Similar a lo presentado anteriormente, el Cuadro 11 muestra cada una de las probabilidades de transición del ICV en el Moran Local para el período 2004-2011. En términos generales la probabilidad de permanencia en cada una de las categorías es alta como lo muestra la diagonal principal. Sin embargo, es interesante observar que la probabilidad de permanecer en una isla de alta calidad de vida (AB) es la más baja, con un valor de 0,4 que resalta lo mostrado anteriormente, donde ninguna de las comunas o corregimientos tiene por moda esta condición. Por otro lado, si se comparan la distribución inicial con la ergódica podrá verse que en el largo plazo se espera que la distribución no cambie significativamente, los cambios no son superiores a 0,02, lo implica esfuerzos para mejorar la situación.

Cuadro 11

Matriz de probabilidades de transición del Moran Local

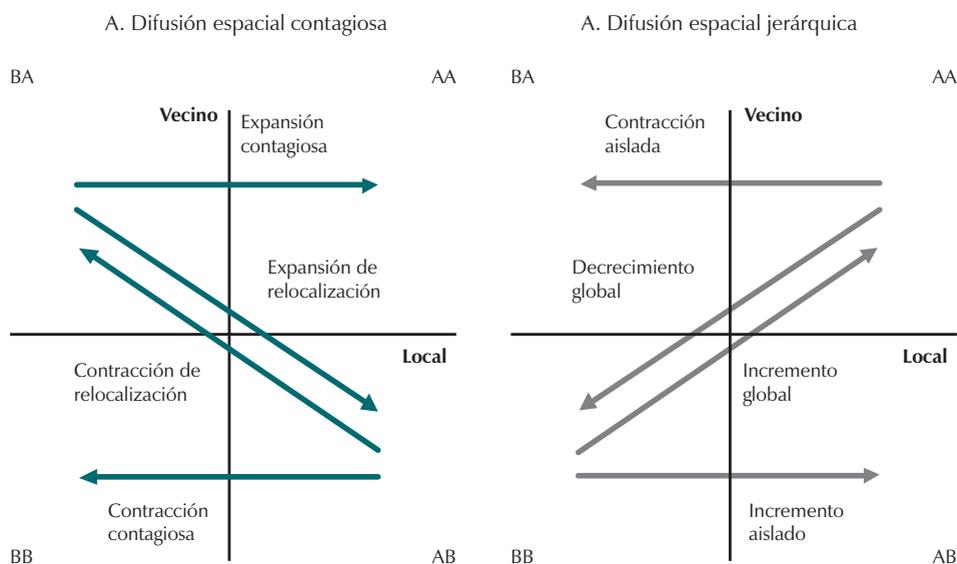
	$t \backslash t_{i+1}$	Con respecto al municipio				Número de observaciones
		AA	BA	BB	AB	
Municipio	AA	0,957	0,014	0,014	0,014	69
	BA	0,000	0,810	0,143	0,048	21
	BB	0,000	0,058	0,904	0,038	52
	AB	0,400	0,000	0,200	0,400	5
Distribución inicial		0,47	0,14	0,35	0,03	147
Distribución ergódica		0,43	0,15	0,37	0,05	

Fuente: Encuesta de calidad de vida, 2004-2011. Cálculos de los autores.

Ahora, con respecto a las diferentes probabilidades de transición, estas se pueden interpretar tomando como punto de partida lo propuesto por Pérez (2005) y Sánchez, *et al.* (2003) en cuanto a las dinámicas espaciales. Básicamente consiste en diferenciar los movimientos en el tiempo de cada una de las comunas y corregimientos de Medellín con sus respectivos vecinos, en los cuadrantes del gráfico de dispersión del Moran en dos categorías principales: difusión espacial contagiosa y difusión espacial jerárquica. Así, los dos tipos de efectos de difusión pueden dar una idea completa de lo que está sucediendo al pasar el tiempo con respecto a las relaciones espaciales. En general, el primer caso se presenta cuando hay contacto espacial. De esta forma, se puede tener difusión contagiosa por relocalización o por expansión. En la primera, el objeto que se está difundiendo deja el punto de origen y se extiende hacia fuera de

este punto¹⁶; en el segundo, la difusión también se expande desde el punto de origen, no obstante, continúa experimentando el mismo fenómeno de difusión¹⁷.

Gráfico 17
 Efectos de difusión espacial contagiosa y jerárquica



Fuente: Tomado de Sánchez, *et al.* (2003).

Por otro lado, en el segundo caso (difusión espacial jerárquica) no hay contacto espacial, por lo cual se caracteriza por ser un efecto ocasionado de forma independiente, donde la transmisión puede llevarse a través de una secuencia ordenada de clases o lugares (Cohen, *et al.* 1999). Esta situación puede darse en dos clases, incremento o disminución aislada, donde la comuna o corregimiento aumenta o disminuye su calidad de vida independiente de su contexto espacial próximo¹⁸. Así mismo, incremento o decrecimiento global, donde tanto la unidad espacial como sus vecinos

¹⁶ En este caso la situación sería cambios AB hacia BA o viceversa en el gráfico de dispersión del Moran.

¹⁷ El escenario serían los cambios de BA hacia AA (expansión contagiosa) y AB a BB (contracción contagiosa).

¹⁸ Implicando cambios de la forma AA a BA y BB hacia AB.

aumentan o disminuyen su ICV al mismo tiempo¹⁹. El Gráfico 17 resume cada una de estas situaciones.

Al tener en cuenta esta clasificación se encuentra que entre las probabilidades de transición resaltadas en cada categoría tres tienen probabilidad nula, lo que muestra que no se presentaron para el período de estudio. Estas transiciones son: expansión contagiosa, incremento global y contracción por relocalización; de ellas la que más llama la atención es la primera, ya que indica que no se está dando ningún tipo de *spillover* positivo en la calidad de vida de las comunas y corregimientos de Medellín. Con respecto a las demás, se tiene que en difusión espacial contagiosa la de mayor probabilidad es contracción contagiosa ($AB \rightarrow BB$), con una probabilidad del 20%, lo que muestra una asociación espacial con influencia negativa para las comunas²⁰. Otro caso de este tipo es la contracción de relocalización ($AB \rightarrow BA$), con probabilidad de 4,8%; lo que es un caso particular de San Javier, quien comúnmente se conoce como comuna 13 de la ciudad de Medellín.

Por el lado de la difusión jerárquica se tiene un incremento aislado con una probabilidad de 3,8% y decrecimiento aislado con una probabilidad de 1,4%. Además, también se tiene un decrecimiento global con la misma probabilidad anterior. Si se observa específicamente cuáles son las comunas que varían más su posición, se encuentra que todas ocurrieron en San Javier y Doce de Octubre, las cuales recogen las transiciones mostradas anteriormente en el Cuadro 11. Esto se presenta, especialmente, en la segunda comuna, que transita entre los cuadrantes AA, BB, y AB durante todo el período.

V. CONCLUSIONES

Luego de un amplio estudio sobre el comportamiento de la calidad de vida en el municipio se puede concluir que existe convergencia para el período 2004-2011. Si bien es cierto que existen ciertas diferencias entre el área urbana y rural de Medellín, estas no alcanzan a ser lo suficientemente fuertes como para afirmar divergencia. Estos resultados se pueden observar tanto con las Kernel estocásticas como con las

¹⁹ Es decir, AA hacia BB y viceversa.

²⁰ Puntualmente esto se presenta en la comuna del Doce de Octubre, la cual trata de mejorar su calidad de vida, sin embargo, parecería que se ve afectada de manera negativa por su entorno.

matrices de transición, lo que representa un resultado robusto en la medida en que ambas metodologías tienen en cuenta el comportamiento al interior de la distribución de los datos al pasar los años, especialmente la segunda, lo que permite el uso de todos los años intermedios del período de análisis.

Entre otros aspectos, los métodos utilizados en este trabajo permiten estudiar el fenómeno de la autocorrelación espacial. En principio, a través de las matrices de probabilidades de transición de Markov espaciales y, al final, por medio de la estimación de los estadísticos de Moran Global y Local, con su presentación resumida por medio de la Matriz de transición del Moran Local, se da cuenta de la existencia de autocorrelación espacial positiva, que si bien no es muy marcada, no deja de tener efectos sobre las relaciones en la calidad de vida de las comunas y corregimientos de la ciudad.

El ICV tiene la bondad de dar una mirada global o sintética sobre distintos aspectos referentes al estándar de vida. Justamente en este trabajo se realizó un análisis de convergencia de cada uno de los componentes del indicador concluyendo que los componentes de acceso a servicios básicos, aspectos demográficos y capital social, no presentan procesos de convergencia aunque se destaca que en este último componente corregimientos como San Cristóbal, San Antonio de Prado y Santa Elena, que en algunos años alcanzan valores similares a los de Laureles y El Poblado los cuales son los más altos durante todo el período. Se recomienda, por tanto, un seguimiento mayor de política sobre estos componentes sobre todo en las comunas y corregimientos que presentan menor probabilidad de movilidad en los extremos inferiores de la distribución.

Para terminar, es de tener en cuenta que el análisis espacial es sensible a la elección de la unidad de análisis, además de la limitación geográfica. En el caso particular de este trabajo se pueden hacer mejoras en la medida que se incluyan datos sobre municipios vecinos, especialmente los pertenecientes al área metropolitana del Valle de Aburra, quienes influyen en las dinámicas y sociales de la capital departamental. También, sería muy beneficioso para el investigador contar con series de tiempo más largas, las cuales refinarían el análisis, principalmente teniendo en cuenta que el estudio de la convergencia suele asociarse a un fenómeno de largo plazo.

REFERENCIAS

1. Anselin. "Local Indicators of Spatial Association-LISA", *Geographical Analysis*, vol. 27, núm. 2, Ohio, The Ohio State University, pp. 93-115, 1995.
2. Ardila Rueda, L. "Gasto público y convergencia regional en Colombia", *Ensayos Sobre Política Económica*, núm. 45, junio 2004.
3. Bonet, J. "Descentralización fiscal y disparidades en el ingreso regional: la experiencia colombiana", *Documentos de Trabajo Sobre Economía Regional*, núm. 49, Banco de la República, 2004.
4. Bianchi, M. "Testing for Convergence: evidence from non-parametric multimodality tests". *Journal of Applied Econometrics*, vol. 12, núm.4, pp. 393-409, 1997.
5. Chasco, C. "Econometría espacial aplicada a la predicción-extrapolación de datos microterritoriales", tesis para optar al título de Doctor en CC. Económicas y Empresariales, Madrid, Universidad Autónoma de Madrid-Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, 272 pp., 2003.
6. Cohen, J.; Tita, G. "Diffusion in Homicide: Exploring a General Method for Detecting Spatial Diffusion Processes", *Journal of Quantitative Criminology*, vol. 15, núm. 4, pp. 451-493 1999.
7. Galvis, L. A.; Meisel, A. "Persistencia de las desigualdades regionales en Colombia: Un análisis espacial", *Documentos de Trabajo Sobre Economía Regional*, núm. 120, Banco de la República, 2010.
8. Hammond, G. W. "Metropolitan/Non-Metropolitan Divergence: A spatial Markov chain approach", *Papers in Regional Science*, vol. 83, núm. 3, pp. 543-563, 2004.
9. Hobijn, B.; Franses, P. H. "Are Living Standards Converging?", *Structural Change and Economic Dynamics*, vol. 12, núm. 2, pp. 171-200, 2001.
10. Le Gallo, J. "Space-Time Analysis of GDP Disparities Among European Regions: A Markov Chains Approach", LATEC-Documents de travail - Economie (1991-2003), núm. 06, Dijon (France), Laboratoire d'Analyse et des Techniques Economiques, University of Burgundy, pp. 1-34, 2001.
11. Marchante, A.; Ortega, B. "Quality of Life and Economic Convergence Across Spanish Regions, 1980-2001", *Regional Studies*, vol. 40, núm. 5, pp. 471-483, 2006.
12. Neumayer, E. "Beyond Income: Convergence in Living Standards, Big Time", *Structural Change and Economic Dynamics*, vol. 14, núm. 3, pp. 275-296, 2003.
13. Pérez, G. J. "Dimensión espacial de la pobreza en Colombia", *Documentos de Trabajo sobre Economía Regional*, núm. 54, Banco de la República, 2005.
14. Quah, D.T. "Empirical Cross-section Dynamics in Economic Growth", *European Economic Review*, vol. 37, núm. 2-3, pp. 426-434, 1993.
15. Quah, D.T. "Empirics for Economic Growth and Convergence", *European Economic Review*, vol. 40, núm. 6, pp. 1353-1375, 1996.
16. Quah, D. "Empirics for Economic Growth and Convergence", CEP Discussion Papers, núm. 253, Centre for Economic Performance, LSE, 1995.
17. Rey, S. J. "Spatial Empirics for Economic Growth and Convergence", *Geographical Analysis*, vol. 33, núm. 3, pp. 195-214, 2001.
18. Roback, J. "Wages, Rents, and the Quality of Life", *Journal of Political Economy*, vol. 90, núm. 6, pp. 1257-78, 1982.
19. Rogerson, R. "Quality of Life and City Competitiveness", *Urban Studies*, vol. 36, núm. 5-6, pp. 969-985, 1999.
20. Royuela, V.; Suriñach, J. "Quality of Life and Urban Size", ERSA conference papers

- ersa05p519, European Regional Science Association, 2005.
21. Royuela, V.; Lambiri, D.; Biagi, B. “Economía urbana y calidad de vida. Una revisión del estado del conocimiento en España”, IREA Working Papers, 200606, University of Barcelona, Research Institute of Applied Economics, 2006.
 22. Royuela, V.; Moreno, R.; Vaya, E. “Is the Influence of Quality of Life on Urban Growth Non-Stationary in Space? A case study of Barcelona”, IREA Working Papers, 200703, University of Barcelona, Research Institute of Applied Economics, 2007.
 23. Royuela, V.; García, G. A. “Economic and Social Convergence in Colombia”, IREA Working Papers, núm. 14, University of Barcelona, Research Institute of Applied Economics, 2010.
 24. Sánchez, F., Díaz, A. M., Formisano, M. “Conflicto, violencia y actividad criminal en Colombia: un análisis espacial”, Archivos de Economía, núm. 219, Departamento Administrativo de Planeación, Bogotá, 2003.
 25. Sen, A. *Inequality Reexamined*. New York: Clarendon Press. 1992.
 26. Silverman B. W. “Using Kernel Density Estimates to Investigate Multimodality”, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B, Methodological*, vol, 43, núm. 1, pp. 97-99, 1981.
 27. Valdivia, M. “Desigualdad regional en el centro de México. Una exploración espacial de la productividad en el nivel municipal durante el período 1988-2003”, *Investigaciones Regionales*, núm. 13, pp. 5-34, 2008.
 28. Zgodavová, K; Grmanová, E. “Quality of Life in the Enlarged European Union: a Comparison and Convergence”, Working Papers, Alexander Dubček University of Trenčín, 2005.