INGENIERÍA Y DESARROLLO

Hidrotransporte de pulpa de papel en un canal abierto de sección circular

Hydrotransport of paper pulp in an open channel of circular section

Hernán Javier Gómez Zambrano*

* Ingeniero Civil. Magíster en Recursos Hidráulicos de la Universidad Nacional de Colombia. Docente de tiempo completo de la Universidad de Nariño. *hgomez@udenar.edu.co*

Correspondencia: Calle 18 con carrera 50. Ciudad Universitaria Torobajo, Pasto (Colombia).

Número 25
Enero-Junio, 2009
ISSN: 0122-3461

Resumen

Este artículo presenta los resultados de la investigación experimental llevada a cabo sobre el transporte hidráulico de mezclas en canales abiertos. Se investigó acerca de las mezclas no sedimentables compuestas de pulpa de papel y agua en un canal abierto de sección transversal circular. El objeto de la investigación fue determinar las pérdidas de energía debido al flujo de agua y pulpa de papel, a fin de proponer una metodología para el diseño de canales abiertos a mezclas. A causa del desarrollo experimental se construyó un montaje de laboratorio en el cual se adaptó un canal circular con pendiente variable. Como resultado se lograron obtener nuevas ecuaciones para el coeficiente de fricción de Darcy-Weisbach y el coeficiente de fricción de Manning, que relacionan estos coeficientes con las propiedades del agua, con las de la mezcla y la pendiente del canal. Con las ecuaciones obtenidas en la investigación, el autor propuso una nueva metodología para el diseño de canales que transporten mezclas de agua y pulpa de papel.
Palabras claves: Factor de fricción, mezclas, pulpa de papel.

Abstract

This article presents the results of the carried out experimental investigation on the hydrotransport of mixtures in open channels. The author investigated non settling mixtures composed of pulp of paper and water in an open channel of circular cross section. The object of the investigation was to determine the energy losses due to the flow of water and pulp of paper and to propose a methodology for the design of open channels for mixtures. For the experimental development an assembly of laboratory was built in which a circular channel with variable slope was adapted. As a result it was possible to obtain new equations for the coefficient of friction of Darcy-Weisbach and the coefficient of friction of Manning, which relate these coefficients with the properties of the water, those of the mixture and the slope of the channel. With the equations obtained in the investigation the author it proposed a new methodology for the design of channels that they transport mixtures of water and paper pulp.
Key word: Friction factor, mixtures, paper pulp.

Fecha de recepción: 29 de agosto de 2008
Fecha de aceptación: 24 de marzo de 2009

INTRODUCCIÓN

Por lo general, el hidrotransporte es un medio de transporte realizado a través de conductos tanto en flujo a presión como en flujo a superficie libre; el sistema a presión es más usado para cubrir grandes distancias y el flujo a superficie libre para distancias cortas. Por estos sistemas se suelen transportar mezclas que son clasificadas como no sedimentables de comportamiento no newtoniano y sedimentables de comportamiento newtoniano. Este medio

de transporte puede ser usado en la evacuación de lodos de sistemas de tratamiento de aguas residuales y de plantas de purificación de agua; en el manejo de mezclas, en la industria de procesos químicos; en la industria de la minería; del papel, entre otras. El problema abordado consiste en que las mezclas fibrosas (pulpa de fruta, alimento triturado para la comida de animales, fango de aguas residuales, pulpa de papel, etc.), a pesar de que no contengan un porcentaje alto de sólidos pueden fluir en regímenes no newtonianos. La teoría clásica para calcular las pérdidas de energía debido al flujo subestima su valor, requiriéndose procedimientos científicos más rigurosos para explicar el comportamiento del flujo de dichas mezclas.

Para aportar solución a este problema se llevó a cabo una investigación experimental con el fin de estudiar las pérdidas de energía y establecer una metodología de diseño para el transporte de lodos en canales abiertos de sección circular. A fin de simular las condiciones del lodo proveniente de aguas residuales y producto de las plantas de purificación, la mezcla escogida para el estudio fue la pulpa de papel y agua, debido a las implicaciones de mal olor y químicos corrosivos que poseen los lodos reales. Por otro lado al usar dicha mezcla, los resultados de la investigación se pueden aplicar también en la industria del papel y otras similares.

Los estudios llevados a cabo sobre el transporte de una mezcla en canales son muy escasos; los pocos que se han reportado están enfocados al transporte de suspensiones en tubos a presión, como lo reporta Abulnaga [1], quien expone brevemente este tema proponiendo ecuaciones para hallar la pérdida de energía en el flujo de pulpa de papel y agua en tubos a presión. Graf [2] suministra otro tipo de ecuaciones para calcular las pérdidas de energía debido al flujo de mezclas no sedimentables compuestas por agua y sólidos muy finos en tubos a presión.

Para cumplir el objeto de la investigación, se llevaron a cabo ensayos prácticos en el laboratorio mediante un montaje que permite instalar diferentes secciones de canal con diferentes pendientes. Se usó un canal circular de vidrio transparente de 144 mm de diámetro interno. La mezcla se hizo con papel de impresión picado y licuado en agua con gravedad específica del papel seco de 0.745, dosificado en concentraciones de hasta 3.42% en volumen seco de papel con respecto al volumen total de la mezcla.

Para el análisis se tomó como base la teoría clásica del flujo uniforme en canales, que se modificó permitiendo encontrar nuevas ecuaciones para el factor de fricción de la ecuación de Darcy-Weisbach y el coeficiente de fricción de Manning en función de la concentración volumétrica, el peso específico de la mezcla, el peso específico del papel y la pendiente del canal. Estas ecuaciones posibilitaron la construcción de una novedosa metodología para el diseño de canales de sección transversal circular, a utilizarse como medio de transporte de mezclas.

REVISIÓN DE LITERATURA

A continuación se presentan algunos conceptos dados por Abulnaga [1] y Graf [2] sobre el flujo de mezclas en tubos con flujo a presión; aunque la aplicación de dichos conceptos no está muy clara y tampoco se pueden usar en canales abiertos, son importantes porque exponen otra forma de abordar el cálculo de la pérdida de energía del flujo de una mezcla no sedimentable. Las mezclas no sedimentables son aquellas compuestas por agua y sólidos, en las cuales las partículas sólidas siempre viajan en suspensión, incluso, cuando el régimen de flujo es laminar.

Concepto de Abulnaga

Para el cálculo de la pérdida por fricción h_f en un tubo con flujo a presión, que transporta pulpa de papel en agua, Abulnaga [1], presenta la siguiente ecuación:

$$h_f = K_1 f \frac{LK_o V^2}{D_I} \tag{1}$$

Donde, h_f en m, L es la longitud del tubo en m, V es la velocidad media del flujo en m/s, D_I es el diámetro interno del tubo en m. El factor de corrección K_o depende del tipo de pulpa, así: K_o = 1.00 para papel de madera blanda no blanqueada con sulfito y para pasta de madera blanda triturada no endurecida, K_o = 0.90 para papel de madera blanda blanqueada con sulfito y K_o = 1.42 para pasta de madera blanda triturada endurecida. K_1 es un factor de conversión de unidades, que para el sistema internacional K_1=3.28 s^2/m. Para calcular el factor f Abulnaga proporciona la siguiente ecuación:

$$f = \frac{3.97}{\mathrm{Re}_{MR}^{1.636}} \tag{2}$$

Teniendo en cuenta que la mezcla de pulpa de papel y agua se comporta como fluido no newtoniano, Abulnaga propone la siguiente ecuación para Re_{MR}.

$$\mathrm{Re}_{MR} = \frac{K_2 D_I^{0.205} V \rho g}{C^{1.157}} \tag{3}$$

Donde, C es *la* concentración volumétrica en decimales; g es la aceleración de la gravedad igual a 9.81 m/s^2; ρ densidad del fluido en kg_m/m^3; y K_2 es un factor de conversión de unidades, que para el sistema internacional $K_2=1.292*10^{-4}$ $s*m^{1.795}/N$. (Para el valor de ρg que corresponde al peso específico del fluido se recomienda tomar ρg = 9810N/m^3).

Concepto de Graf

El método propuesto por Graf [2] consiste en usar la ecuación de Darcy-Weisbach para calcular la pérdida de energía afectada por la relación γ_m/γ_m donde el factor de fricción f_m se halla con la ecuación de Colebrook-White, pero con el número de Reynolds de la mezcla; esto implica usar la viscosidad de la mezcla, que se ve afectada por la concentración. La pérdida de energía se puede cuantificar con la siguiente ecuación:

$$S_m = f_m \frac{V^2 \gamma_m}{2gD\gamma_w} \tag{4}$$

Donde γ_m y γ_w son el peso específico de la mezcla y del agua a temperatura T, respectivamente,V es la velocidad media, D el diámetro del tubo, y S_m es la pérdida de energía por unidad de longitud. El número de Reynolds para el flujo de la mezcla R_m se calcula como:

$$R_m = \frac{VD}{\nu_m} \tag{5}$$

Para el cálculo de la viscosidad cinemática de la mezcla ν_m se pueden usar ecuaciones clásicas, como las dadas por [2], [3] y [4], de las cuales se recomienda la ecuación (6) dada por Cheng [3].

$$v_m = \frac{2v_f}{2-3C} \tag{6}$$

Donde ν_m es la viscosidad cinemática de la mezcla. ν_f es la viscosidad cinemática del fluido. Esta ecuación es deducida suponiendo un paquete de esferas idénticas.

Otro método dado por Graf para cuantificar la pérdida de energía de fluidos puramente viscosos, clasificados como fluidos pseudoplásticos, es incluir el número de Reynolds generalizado R'_m para calcular el factor de fricción, como:

$$R'_m = \frac{\rho_m V^{2-n} D^n}{K^*} \tag{7}$$

Donde D es el diámetro del tubo, ρ_m es la densidad de la mezcla y K^* es dada como:

$$K^* = K 8^{n-1}\left(\frac{3n+1}{4n}\right)^n \tag{8}$$

Donde K es el índice de consistencia en unidades de viscosidad dinámica y n es el índice de comportamiento del flujo para fluidos pseudoplásticos. La dificultad es hallar el valor de K y n, ya que estos valores por lo general se reportan solamente para algún caso específico, por ejemplo Beltrán [5] da un valor de K=20 Pa-s, n = 0.575, para una concentración en peso de 4% de pulpa de papel en agua.

El factor de fricción para flujo laminar es dado como.

$$f_m = \frac{64}{R'_m} \tag{9}$$

Para flujo completamente turbulento en tubos lisos, Graf propone la ec. (10) para f_m.

$$\frac{1}{\sqrt{f_m}} = A' Log\left(R'_m \; f_m^{(1-0.5n)} + C'\right) \tag{10}$$

Donde A' y C' son constantes empíricas; desafortunadamente, sus valores no fueron reportados, lo que imposibilita usar las ecuaciones (7) a (10) para efectos prácticos de diseño o cualquier otra aplicación.

MATERIALES Y MÉTODOS

Para el desarrollo experimental se realizaron ensayos sistemáticos, que permitieron cuantificar de forma ordenada y consecutiva, los efectos que tienen la pendiente y la concentración sobre el factor de fricción adicional, debido a la inclusión de sólidos. Esto gracias al tipo de montaje disponible, que permitió variar la pendiente ordenadamente de mayor a menor o viceversa, y a que la preparación de la mezcla se hizo con la adición de pequeños volúmenes de pulpa de papel sobre un volumen fijo de agua para incrementar la concentración de manera secuencial y ascendente.

La realización de cada uno de los experimentos usó un montaje, como el indicado en la figura 1 y en la foto de la figura 2, que está compuesto de las siguientes partes: a) bomba centrífuga autocebante para manejo de mezclas de 3HP con impulsor semiabierto, b) estructura metálica y canal circular de vidrio de 6 metros de longitud, c) tanque metálico de succión y de mezclado, d) soportes en tubos metálicos niquelados de 3 pulgadas de diámetro, e) diferencial de una tonelada para subir y bajar el canal y f) tubería de impulsión.

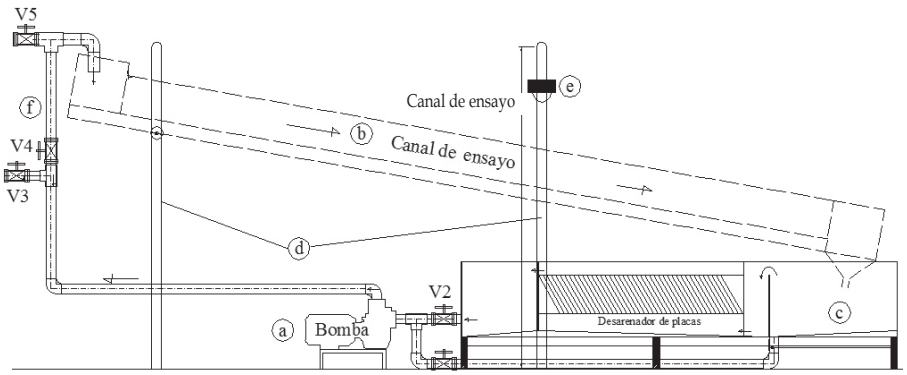

Figura 1. Esquema del montaje de laboratorio para transporte de mezclas en canales. (Localización Universidad de Nariño, Colombia).

Procedimiento para medir la pérdida de energía

Cada experimento se realizó mediante el siguiente procedimiento con base en la figura 1.

- Establecer una inclinación del canal para una pendiente máxima.
- Poner 100 litros de agua en el tanque de mezclado, al que se le agrega pulpa de papel con agua en cantidades controladas. Con anterioridad se calculan la humedad y el peso seco contenidos en la pulpa.
- Prender la bomba centrífuga hasta que la mezcla empiece a recircular y el sistema entre en equilibrio.
- Medir el valor de la pendiente del canal S_o, la temperatura T, la profundidad de la mezcla dentro del canal d y el caudal de la mezcla Q_m por método volumétrico.
- Variar la pendiente con ayuda del diferencial, dejando el caudal y concentración constantes, y medir las variables restantes del ítem anterior.
- Agregar pulpa de papel a la mezcla inicial para aumentar la concentración; repetir el procedimiento.

La profundidad de la mezcla dentro del tubo se midió en la sección central longitudinal del canal, tomando el promedio entre los valores máximos y mínimos que se presentaron debido a la ondulación de la lámina de agua a lo largo del canal.

Siguiendo el procedimiento descrito, se tomaron 39 datos, que varían las concentraciones entre 1.75% y 3.41%, las pendientes longitudinales del canal entre 1.75% y 17.73%, el caudal de la mezcla entre 0.00484m^3/s y 0.00618m^3/s. Para el n de Manning a tubo lleno con flujo de agua se calibró el tubo de vidrio, de lo cual se obtuvo un valor promedio de n_o=0.0063 s/$m^{1/3}$. En la tabla 1 se indican los datos obtenidos en laboratorio con el procedimiento de toma de datos descrito anteriormente.

Tabla 1
Valores experimentales obtenidos en el laboratorio

1	2	3	4	5	6	7
N.° datos	**Q_m [m^3/s]*10^{-3}**	**Q_s [m^3/s]*10^{-3}**	**C [-]**	**S_o [m/m]**	**T [°C]**	**d_{exp} [m]**
1	6.18	0.110	0.0175	0.15838	21.1	0.024
2	6.18	0.110	0.0175	0.12278	21.1	0.026
3	6.18	0.110	0.0175	0.08749	21.1	0.030
4	6.18	0.110	0.0175	0.05241	21.3	0.040
5	6.18	0.110	0.0175	0.01746	21.3	0.048
6	6.40	0.135	0.0206	0.02095	18.2	0.055
7	6.40	0.135	0.0206	0.05241	18.8	0.040
8	6.40	0.135	0.0206	0.08749	19.1	0.040
9	6.40	0.135	0.0206	0.12278	19.3	0.035
10	6.40	0.135	0.0206	0.14054	19.5	0.035
11	6.40	0.154	0.0235	0.14054	20.1	0.030
12	6.40	0.154	0.0235	0.11394	20.4	0.035
13	6.40	0.154	0.0235	0.08749	20.6	0.040
14	6.40	0.154	0.0235	0.05241	20.7	0.045
15	6.40	0.154	0.0235	0.01746	20.8	0.060
16	5.61	0.150	0.0260	0.01746	21.2	0.065
17	5.61	0.150	0.0260	0.04366	21.4	0.045
18	5.61	0.150	0.0260	0.06993	21.6	0.040
19	5.61	0.150	0.0260	0.10510	21.7	0.035
20	5.61	0.150	0.0260	0.15838	21.9	0.030
21	5.22	0.152	0.0283	0.15838	22.3	0.032
22	5.22	0.152	0.0283	0.13165	22.2	0.035
23	5.22	0.152	0.0283	0.09629	22.2	0.038
24	5.22	0.152	0.0283	0.07870	22.2	0.040
25	5.22	0.152	0.0283	0.03492	22.2	0.054
26	5.03	0.158	0.0304	0.03492	22.3	0.057
27	5.03	0.158	0.0304	0.06116	22.3	0.045
28	5.03	0.158	0.0304	0.09629	22.2	0.038
29	5.03	0.158	0.0304	0.13165	22.2	0.035
30	5.03	0.158	0.0304	0.17633	22.1	0.033
31	4.98	0.167	0.0324	0.17633	22	0.030
32	4.98	0.167	0.0324	0.14054	23	0.035

Continúa...

1	2	3	4	5	6	7
N.° datos	Q_m [m^3/s]*10^{-3}	Q_s [m^3/s]*10^{-3}	C [-]	S_o [m/m]	T [°C]	d_{exp} [m]
33	4.98	0.167	0.0324	0.10510	23.1	0.038
34	4.98	0.167	0.0324	0.06993	23.1	0.043
35	4.98	0.167	0.0324	0.03492	23.1	0.064
36	4.84	0.171	0.0341	0.03492	23.1	0.067
37	4.84	0.171	0.0341	0.06116	23.1	0.050
38	4.84	0.171	0.0341	0.08749	23.2	0.038
39	4.84	0.171	0.0341	0.12278	23.2	0.035

Medición del peso específico del papel

El material usado para el ensayo fue papel de impresión reciclado, que estaba impreso por una sola cara. El peso específico del papel se obtuvo mediante la relación peso sobre volumen para lo cual se midió el volumen del papel antes de licuarlo, colocando varios trozos de hoja de papel con área conocida en una prensa hasta que su volumen fuera el mínimo; luego se midió su espesor con un pie de rey, calculando el volumen como espesor por área; el mismo papel se pesó en una balanza de precisión de 0.01 gramos. El valor promedio del peso específico del papel, de tres muestras usadas, fue de 7308 N/m^3, (745 kg_f/m^3).

Figura 2. Fotografía del montaje de transporte de mezclas en canales: (1) tubo de vidrio de diámetro interno 144 mm y diámetro externo 150 mm, (2) tanque de llegada y (3) tanque de mezclado de 0.6 m x 0.6 m x 1m. (Propiedad: Universidad de Nariño, Colombia).

Medición de la concentración

Para obtener la pulpa de papel, se cortó el papel en pequeños trozos y luego se mezcló en una licuadora industrial; drenando el agua por gravedad se obtuvo una pulpa de papel con algún contenido de agua. Para medir la concentración se tomó una muestra de pulpa de papel con agua de la mezcla transportada, a la cual se le determinó su peso húmedo W_m; luego se precisó el peso seco de papel contenido en la mezcla W_p secándolo antes a una temperatura de 40 °C, por 24 horas; la concentración C se calculó como:

$$C = \frac{\gamma_w}{\gamma_p}\left(\frac{W_m}{W_p} + \left(\frac{\gamma_w}{\gamma_p} - 1\right)\right)^{-1} \tag{11}$$

Donde γ_p es el peso específico del papel. La relación entre C y el peso específico de la mezcla γ_m, se establece con la ecuación (12) dada por Duckworth [5].

$$\gamma_m = C\gamma_p + (1-C)\gamma_w \tag{12}$$

EVALUACIÓN DE RESULTADOS

Cálculo de la pérdida de energía

Usando los datos medidos en laboratorio, se encontró el valor del factor de fricción de la mezcla f_m, con la ecuación de Darcy-Weisbach adaptada para una canal de sección circular en un tubo parcialmente lleno, dada como:

$$f_m = 8\frac{gR_H S_m}{V_m^2} \tag{13}$$

Donde R_H es el radio hidráulico de la sección transversal mojada, S_m corresponde a la pendiente longitudinal del canal igual a S, $V_m = Q_m/A$, A es el área de la sección transversal mojada del canal.

Por otro lado, se establece una relación funcional adimensional entre el factor de fricción de la mezcla f_m, y el factor de fricción del agua f_w, C, γ_m y γ_p. Para hallar la relación se partió de la hipótesis de que el coeficiente

de fricción de la mezcla es igual a la suma del coeficiente de fricción del agua más el coeficiente de fricción producido por los sólidos, ($f_m = f_s + f_w$), lo que equivale aplicar la ley de linealidad de la fricción. Como se conoce experimentalmente f_m y f_w, se puede calcular f_s introduciendo los parámetros adimensionales $(f_m - f_w)/f_w$ y $\Pi 1 = C(\gamma_p/\gamma_m)$. Al hacer la representación gráfica de los datos experimentales, se obtiene la variación indicada en la figura 3.

En la figura 3 se puede observar que el valor de f_s/f_w aumenta con el incremento de $\Pi 1$ y disminuye cuando aumenta la pendiente, especialmente, para valores de $\Pi 1$ altos. Se puede inferir que la pendiente del canal tiene menor influencia en f_s/f_w cuando los valores de $\Pi 1$ son menores que 0.2. La correlación entre la variable dependiente f_s/f_w y las variables independientes S y $\Pi 1$ se obtuvo por medio de regresión lineal múltiple (RLM) aplicada a los 39 datos experimentales, con los siguientes coeficientes de regresión β_0=5.6048, β_1=-0.3456 y β_2=3.2820, el coeficiente de determinación R^2 = 0.575, el coeficiente de determinación ajustado R_{aj}^2 = 0.554 y el error estándar de estimación de 0.66011.

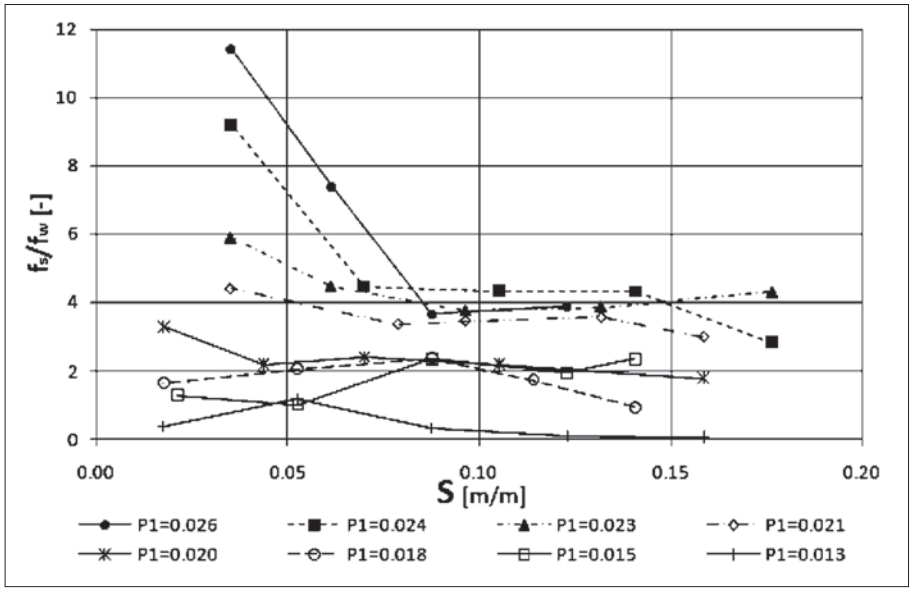

Figura 3. Variación de la relación de factores de fricción f_s/f_w con la pendiente del canal S y el parámetro adimensional, ($\Pi 1$=P1), $\Pi 1 = C(\gamma_p/\gamma_m)$ con datos experimentales

El análisis de varianza proporciona los siguientes datos:

Fte.Var.	G.L.	Suma de cuadrados	Cuadrado medio	F_o	Valor-p
Regresión	2	7.193525	3.596763	27.73565	0
Error	41	5.316886	0.1296801		
Total	43	12.51041			

Reemplazando los coeficientes obtenidos por la RLM, en la ecuación ($f_f/f_w = 10^{ß0} S^{ß1} \Pi 1^{ß2}$) se obtiene la ecuación (14).

$$\frac{f_m}{f_w} = \left[1 + 10^{5.6048} S^{-0.3456} \left(C \frac{\gamma_p}{\gamma_m} \right)^{3.2820} \right] \qquad (14)$$

En donde γ_p en N/m^3, γ_m en N/m^3, C en decimales y S en m/m, f_w se calcula con la ecuación de Colebrook-White, suponiendo que la velocidad del agua es la misma que la velocidad de la pulpa de papel.

Con objeto de adaptar la ecuación clásica de Manning para el diseño de canales con flujo de agua limpia al diseño de canales con flujo de una mezcla, es necesario relacionar el factor de fricción f_m con el factor de fricción de Manning n_m como se indica en la siguiente ecuación:

$$n_m = R_H^{1/6} \sqrt{\frac{f_m}{8g}} \qquad (15)$$

Partiendo de la suposición de que el radio hidráulico de la mezcla es igual al radio hidráulico del agua limpia y si se reemplaza el valor de f_m de ec. (14) en ec. (15), se obtiene una ecuación para el factor de fricción de Manning dada como:

$$n_m = n \left[1 + 10^{5.6048} S^{-0.3456} (\Pi 1)^{3.2820} \right]^{½} \qquad (16)$$

Donde n es el coeficiente de Manning para agua limpia en tubo parcialmente lleno o lleno, según sea el caso. Reemplazando ec. (16) en ecuación de Manning para canales abiertos se obtiene una ecuación útil para el diseño de canales con flujo de mezcla agua y pulpa de papel dada por ec. (17).

$$Q_m = \frac{AR_H^{2/3} S^{1/2}}{n\left[1+10^{5.6048} S^{-0.3456} (\Pi 1)^{3.2820}\right]^{1/2}} \quad (17)$$

Donde Q_m, es dado en m^3/s. Como se puede observar en la ec. (17), una vez conocido $\Pi 1$ y S el diseño de canales con flujo de una mezcla se simplifica a uno similar, como si fuera agua limpia.

Planteamiento y validación de la metodología de diseño

A continuación se propone y se valida la metodología para el diseño de canales en tubos circulares parcialmente llenos que transportan mezclas. Teniendo en cuenta que para el diseño de un canal circular el proceso exacto se vuelve iterativo, y a fin de obviar este procedimiento un poco dispendioso, se usan las ecuaciones explicitas dadas por Akgiray [6], que predicen los valores de las relaciones hidráulicas para tubos circulares parcialmente llenos de forma explícita con mucha precisión. Para el dimensionamiento del canal se sigue la siguiente metodología que usa la ecuación de Manning modificada para la mezcla de pulpa de papel y agua.

1) Datos conocidos: caudal de agua limpia: Q_L [m^3/s]. Caudal del papel: Q_s [m^3/s]. Pendiente del canal: S [m/m]. Diámetro del tubo: D_o [m]. Factor de fricción de Manning para agua limpia a tubo lleno: n_o [$s/m^{1/3}$]. Temperatura del agua: T [°C]. Peso específico del papel γ_p [N/m^3]: Para aplicar la metodología de diseño con los datos obtenidos en laboratorio, el caudal sólido de papel se calculó usando el valor conocido del caudal total de la mezcla y la concentración, como $Q_{s0} = CQ_L/(1-C)$, pero para un diseño práctico este valor debe ser conocido de antemano.
2) Concentración volumétrica: $C=Q_s/(Q_L+Q_s)$ [-].
3) Peso específico del agua calculado según la temperatura: γ_w [N/m^3].
4) Peso específico de la mezcla con ecuación (12): γ_m [N/m^3].
5) Caudal de la mezcla a tubo lleno por medio de ecuación (17): Q_{mo} [m^3/s].
6) Relación de caudal de la mezcla con el caudal de la mezcla a tubo lleno: R_Q [-].

$$R_Q = \frac{Q_L + Q_s}{Q_{mo}} \quad (18)$$

7) Ángulo Δ [rad] dado por la ecuación de Agiray que se representa en la figura 4.

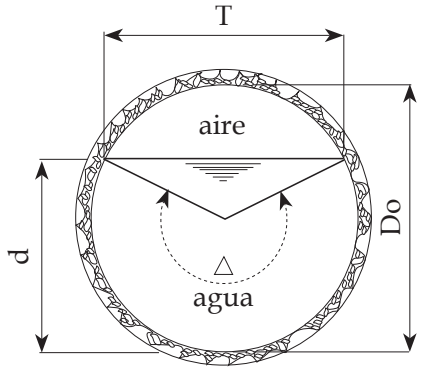

Figura 4. Esquema de la sección transversal del tubo

$$\Delta = 4.084\left(\frac{\pi R_Q}{4^{5/3}}\right)^{3/13}\left\{1 + 2.03\left[\text{Sen}^{-1}\left(\frac{3.08\,\pi R_Q}{4^{5/3}}\right)\right]^{0.428} - 2.7*\left(\frac{\pi R_Q}{4^{5/3}}\right)^{0.423}\right\} \quad (19)$$

El valor de $Sen^{-1}[3.08(\pi R_Q/4^{5/3})]$ se debe dar en radianes.

8) Profundidad de la mezcla dentro del tubo: ***d*** [m].

$$d = \left(\frac{D_o}{2}\right)\left[1 - \text{Cos}\left(\frac{\Delta}{2}\right)\right] \quad (20)$$

9) Velocidad real del flujo: V_r [m/s]. Se calcula con la siguiente ecuación:

$$v_r = \frac{2\pi R_Q V_o}{\left(\Delta - \text{SENO}(\Delta)\right)} \quad (21)$$

Donde, V_o es la velocidad a tubo lleno en [m/s], calculada como $V_o = Q_{mo}/A$, Q_{mo} es el caudal a tubo lleno y A es el área transversal del tubo en [m^2].

Teoría clásica para el cálculo del factor de fricción de la mezcla

Para efectos comparativos, se calcula el factor de fricción de la mezcla dado por el diagrama de Moody para un tubo hidráulicamente liso, tomando el número de Reynolds de la mezcla adaptado a una sección no circular, tomado como $D=4R_H$, donde R_H es el radio hidráulico de la sección mojada del tubo parcialmente lleno. Para observar la diferencia que existe entre los valores experimentales de la mezcla y los valores obtenidos del diagrama de Moody, se representan gráficamente en la figura 5. Como se aprecia en esta figura, los valores dados por el diagrama de Moody son muy bajos comparados con los medidos en laboratorio.

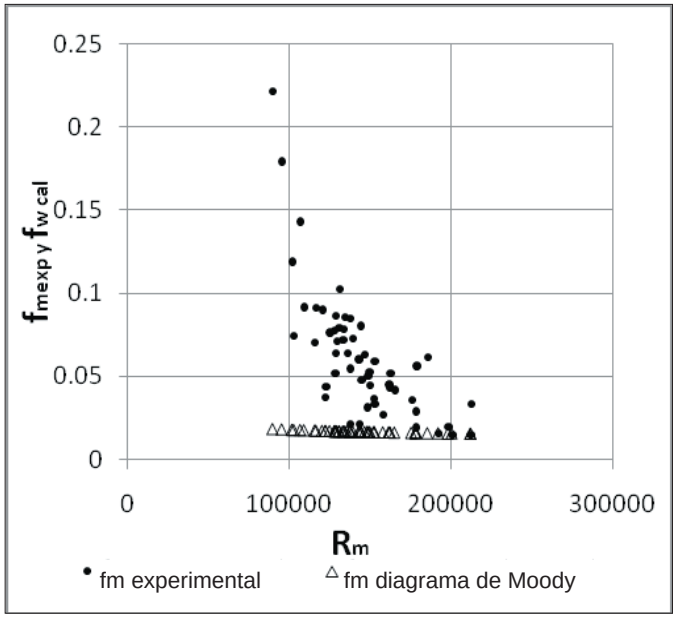

Figura 5. Variación de los factores de fricción, experimental y calculado con el diagrama de Moody, con el número de Reynolds de la mezcla.

Validación de la metodología con los datos experimentales

Para validar la metodología de diseño propuesta, se utilizan los datos experimentales; por ello se calculó la profundidad de la mezcla dentro del canal circular usando la metodología propuesta y se comparó con los datos medidos en laboratorio, tomados de la investigación de Gómez [7].

Para estimar el error de predicción de la metodología propuesta, se usó el criterio del error promedio $\overline{E}$, entre los valores experimentales y calculados, tomando como variable indicadora la profundidad de la mezcla dentro del tubo. El error de predicción E_i en [%] para cada dato se calculó con ec. (22).

$$Ei = \left| \frac{d_{exp} - d_c}{d_{exp}} \right| 100 \tag{22}$$

$\mathbf{d_{exp}}$ es el valor experimental de la profundidad de la mezcla dentro del tubo y d_c es el valor de la profundidad de la mezcla dentro del tubo calculado con la metodología propuesta. El error promedio $\overline{E}$ de todos los datos se calcula con ec. (23).

$$\overline{E} = \frac{\sum_{i=1}^{ND} (Ei)}{ND} \tag{23}$$

Donde ***ND= 39***, que corresponde al número de experimentos realizados. Los valores experimentales y calculados se indican gráficamente en la figura 5, en la cual se observa la buena correlación.

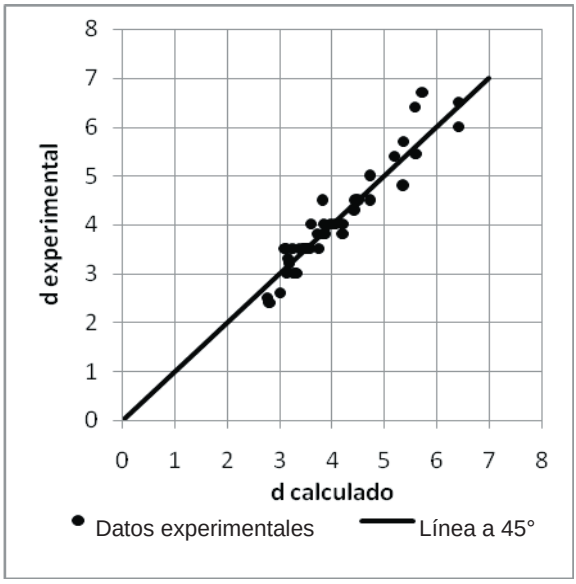

Figura 6. Valores calculado y medidos correspondientes a la profundidad de la lámina de la mezcla pulpa de papel-agua en el tubo.

CONCLUSIONES

Los valores experimentales del factor de fricción del flujo de la pulpa de papel y agua son mayores que aquellos calculados con la teoría clásica de la fricción, representada en el diagrama de Moody tal como se mostró en la figura 5. Esto indica el efecto de la concentración de la pulpa de papel sobre la pérdida de energía y la no conveniencia de usar la teoría clásica de la fricción para el cálculo de las pérdidas de energía en el flujo de mezclas.

La metodología de cálculo propuesta proporciona errores bajos de predicción en la profundidad de la mezcla (d_c) dentro del tubo, un error promedio de 6.0 %, que es aceptable para efectos prácticos de ingeniería, pues presenta buena correspondencia entre los datos calculados y los experimentales, como se indicó en la figura 6.

La metodología propuesta por el autor es posible usarla para el transporte de lodos en canales abiertos producto de las plantas de purificación y aguas residuales en rangos similares de las variables estudiadas en la presente investigación y para otras mezclas que tengan las mismas propiedades.

La ec. (14) demuestra que es posible sumar los efectos por separado de pérdida de energía por fricción, producida por diferentes sustancias que componen una mezcla, usando como criterio el coeficiente de fricción, ($f_m = f_s + f_w$); en este caso es válido aplicar la ley de linealidad de la fricción, ya que produce bajos errores de predicción.

REFERENCIAS

[1] B.E. Abulnaga, *Slurry Systems Handbook.* New York: McGraw-Hill, 2002, pp. 5.41 - 5.42.

[2] H.W. Graf, *Hydraulics of Sediment Transport*. New York: McGraw-Hill, 1984, pp. 421-503.

[3] N.S. Cheng, "Effect of concentration on settling velocity of sediment particles", *Journal of Hydraulic Engineering*, vol. 123, no. 8, pp. 149-152, Aug. 1997.

[4] R.A. Duckworth, "The Hydraulic Transport of Materials by Pipeline", *South African Mechanical Engineer* (Johannesburg), vol. 28, no. 8, pp. 291-306, 1978.

[5] R.P. Beltrán, *Introducción a la mecánica de fluidos*. Bogotá: McGraw-Hill/Uniandes, 1990, pp. 8.

[6] O. Akgiray, "Explicit Solutions of the Manning Equation for Partially Filled Circular Pipes", *Canadian Journal of Civil Engineering, Pharmaceutical News Index,* vol. 32, no. 3, pp. 490-499, Jun. 2005.

[7] H.J. Gómez Z., *Estudio del transporte hidráulico de mezclas agua-sólido en canales: Informe final de investigación*. Universidad de Nariño. VIPRI, Pasto, Colombia, 2008.