

## Revisión del estado del arte del problema de ruteo de vehículos con recogida y entrega (VRPPD)

Review of state of the art vehicle routing problem with pickup and delivery (VRPPD)

Pedro Pablo Ballesteros Silva\*

Antonio Escobar Zuluaga\*\*

*Universidad Tecnológica de Pereira (Colombia)*

---

\* Candidato a Ph.D en Ingeniería. Docente Titular. Coordinador de la Especialización en Logística Empresarial, Universidad Tecnológica de Pereira - UTP, Pereira-Risaralda. ppbs@utp.edu.co

\*\* Ph.D en Ingeniería Eléctrica. Docente Titular Universidad Tecnológica de Pereira - UTP, Pereira-Risaralda. aescobar@utp.edu.co

**Correspondencia:** Pedro Pablo Ballesteros Silva, 3137328871, Cra. 27# 10-02 Los Álamos.

## Resumen

En este trabajo se realiza una revisión bibliográfica del estado del arte del problema de ruteo de vehículos con entregas y recogidas (VRPPD: Vehicle routing problem with pickups and deliveries). Se presenta una clasificación de las diferentes variantes del problema, y de los trabajos e investigaciones realizados sobre el tema según sus autores, los modelos utilizados y los métodos de solución usados. También se analizan las tendencias futuras en modelamiento y técnicas de solución. El VRPPD es un problema del tipo MILP (programación lineal entera mixta) que involucra cantidades enteras y continuas, y que resulta ser NP-Hard en problemas con un número mediano o grande de clientes. En la búsqueda se hace énfasis en las variantes del problema que involucran variables asociadas al medio ambiente, y en particular con la reducción del impacto de gases de efecto invernadero. La revisión observa lo publicado hasta el año 2016.

**Palabras clave:** Entregas y recogidas, heurísticas, metaheurísticas, modelamiento, ruteo de vehículos y técnicas de solución exactas.

## Abstract

This paper presents a literature review of the state of the art vehicle routing problem with deliveries and collections (VRPPD: Vehicle Routing Problem with pickups and deliveries). Is performed a classification of the different variants of the problem, and the work and conducted research on the subject according to its authors, according to the models and the solution methods used. Also are analyzed future trends in modeling and solution techniques. The VRPPD is a problem of type MILP (Mixed Integer Linear Programming) involving whole and continuous quantities, and that turns out to be NP-Hard problems with a medium or large number of customers. The research does emphasis on variants of the problem involving variables associated with the environment, and in particular reducing the impact of greenhouse gases. The review notes that published until 2016.

**Keywords:** Deliveries and pickups, heuristics, metaheuristics, modeling, Vehicle Routing Problem and exact solution Methods.

*Fecha de recepción:* 7 de diciembre de 2015  
*Fecha de aceptación:* 1 de junio de 2016

## INTRODUCCIÓN

El problema de ruteo de vehículos con recogidas y entregas (VRPPD) es considerado como una extensión del problema clásico de ruteo de vehículos (VRP). El problema VRPPD fue tratado por primera vez por [1] en 1989, quien reconoce la posibilidad de entregas y recogidas simultáneas en el mismo nodo. El objetivo del problema es encontrar una serie de rutas para un conjunto de vehículos con costo mínimo para suministrar servicio a unos clientes de la manera más adecuada posible, que cumpla la restricción de que los vehículos tengan suficiente capacidad de transporte para los productos (o personas) que deben ser recogidos y/o entregados a cada cliente (nodo). Se debe partir de un depósito y llegar al mismo depósito. Se pretende hallar la solución óptima o soluciones subóptimas de buena calidad. Según [2], este es un problema de optimización combinatorial y la mayoría de sus versiones son de la clase NP- Hard, es decir que la solución no se puede encontrar en tiempo polinomial. Ver [3].

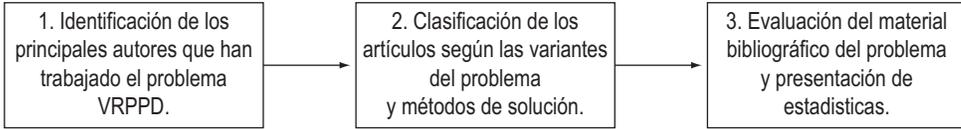
Existe una amplia información en la literatura especializada y una importante evolución del VRPPD y sus variantes, como se observa en [1], [3]-[28] y en el libro escrito por Paolo Toth y Daniele Vigo en 2014.

A lo largo del periodo de revisión (hasta 2016) se encuentran publicaciones con clasificaciones desde diferentes perspectivas: [20] trata el problema de ruteo de vehículos con entregas y recogidas, con ventanas de tiempo y contaminación y lo resuelve aplicando programación lineal entera mixta; [21] trabaja el problema con enrutamiento de petróleo con entregas y recogidas fraccionadas y utiliza el algoritmo de generación de columnas para su solución; [29] presenta como método de solución la programación lineal fraccional; [26] abordó recientemente el problema con restricciones bidimensionales de carga y aplicó para su solución un algoritmo de búsqueda local y heurística de embalaje de dos dimensiones para la generación de estructuras de carga factible.

Este artículo está organizado de la siguiente manera: introducción, metodología, clasificación y estadísticas de las variantes del problema VRPPD y sus métodos de solución, definición del problema, líneas de investigación, conclusiones y tendencias futuras.

## METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

En este trabajo se aplicó el procedimiento que se muestra en la figura 1:

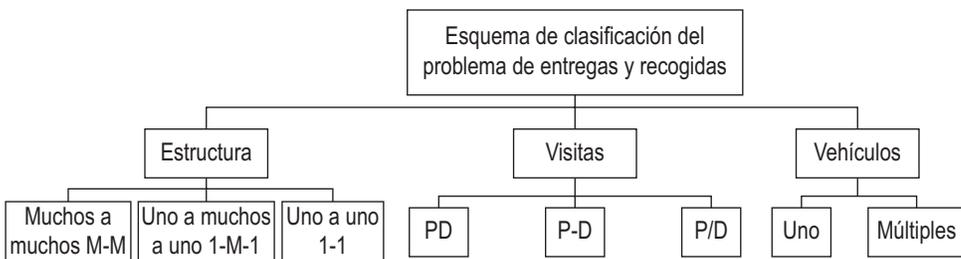


**Figura 1.** Metodología desarrollada durante la investigación

Para el paso 1 se consideró una muestra de 58 artículos del VRPD publicados hasta 2016 en las bases de datos internacionales. En dichas fuentes se seleccionaron los estudios y trabajos más relevantes para obtener información específica del estado del arte del problema. Los pasos 2 y 3 se presentan a continuación:

### CLASIFICACIÓN DE LAS DIFERENTES VARIANTES DEL PROBLEMA VRPPD Y SUS METODOS DE SOLUCIÓN

La taxonomía del VRPPD según sus variantes puede tener diferentes enfoques. En un primer enfoque en este trabajo se asume la propuesta de [4], que trata de un esquema basado en tres campos: estructura, visitas y vehículos, como se aprecia en la figura 2:



**Figura 2.** Esquema de clasificación del VRPPD

La estructura tiene tres subgrupos de problemas: *muchos a muchos*: “many to many”, donde cualquier vértice puede utilizarse como fuente o como destino. Un ejemplo de este caso es el problema de intercambio: “Swapping problema”; *uno-a muchos-a uno*: “one-to-many-to-one”, por ejemplo,

en la industria embotelladora, la distribución de bebidas y recolección de envases vacíos, y *uno a uno*: “one to one”, donde cada producto se considera una solicitud que proviene de un origen y tiene un destino definido. Esta situación se observa en las operaciones de mensajería y el servicio de transporte puerta a puerta.

*En las visitas* se presenta información sobre la operación de recogida (P) y entrega (D): PD cuando las operaciones se combinan; P-D cuando las operaciones se pueden hacer conjuntamente o por separado y P/D cuando cada cliente tiene una entrega o un envío requerido pero no ambos. La parte final del esquema está constituida por el *número de vehículos* utilizados en la solución del problema: puede ser uno o múltiples vehículos.

Entre 1999 y 2016 se desarrollaron muchas variantes del problema VRPPD, en las que se consideraron dos situaciones: *ambiente estático*, [4], que se presenta cuando todos los datos de entrada del problema son conocidos antes de la construcción o diseño de las rutas y el horizonte de planeación es limitado, y *ambiente dinámico*, [5], [30], donde algunos datos de entrada se conocen o se actualizan durante el periodo en el que se efectúan las operaciones de entrega y recogida de los productos. El horizonte de planeación en este escenario es ilimitado. La mayoría de los problemas de entrega y recogida se han centrado en el escenario estático y pocos autores han trabajado la parte dinámica del problema.

Otro enfoque del problema de ruteo de vehículos con entregas y recogidas selectivas incluye ventanas de tiempo (VRPDSPTW) y su objetivo es minimizar la diferencia entre los costos de enrutamiento y los ingresos asociados con las recogidas. En este escenario se encuentran cinco variantes del problema, descritas por [6], como puede observarse en la figura 3:

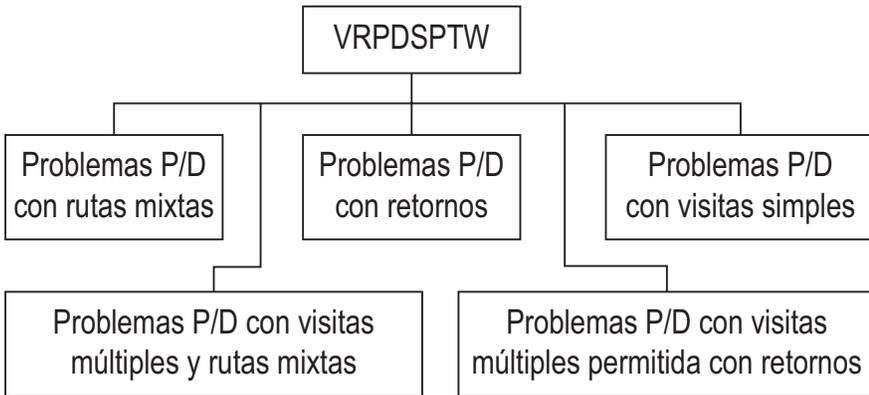


Figura 3. Variantes del VRPDSTW

Se encontró que hay autores, como [7], que pretenden mejorar la investigación del VRPDP con ventanas de tiempo para una industrial embotelladora. En el trabajo de [8] se encuentra un modelo matemático para el VRPSPD con ventanas de tiempo que penaliza los retrasos. Se aplica un algoritmo genético.

Para un manejo adecuado de las siglas, a continuación se relacionan las abreviaturas utilizadas en este artículo para los métodos de solución:

**Métodos exactos ME:** búsqueda directa de árbol: BDA, que contiene un algoritmo branch and cut: BC, branch and Price: BP [31], o branch and cut and Price: BCP; programación lineal: LP [32]; generación de columnas: CG; programación lineal entera mixta: MILP; programación dinámica: DP [33]; algoritmo basado en la versión multicorte en forma de L: ABLSMV, y programación lineal fraccionada: LFP.

**Heurísticas:** Heurística constructiva: HC; enrutamiento dinámico: ED; partición de recorrido: SR [34]; heurística para depósito simple y múltiple: DSM; trayectoria más corta: SP; heurística con ventanas de tiempo y tiempos de espera: HTWWT; heurística del vecino más cercano: NNH; heurística de búsqueda variable del vecino más cercano: VHSCN; heurística general para VRPPD GHVRPPD; heurística para recogidas y entregas selectivas del VRPPD PDSH; algoritmo NPFDS [35]; política dinámica del vecino más cercano: DNN; métodos heurísticos: HM; heurística de barrido: SH [36]; algoritmo de fraccionamiento para entrega y recogida: SADP; heurística híbrida: HH;

heurística de diseño de experimentos con entregas y recogidas fraccionadas: HDEDPS [37], y heurística constructiva multifase: CHM.

**Metaheurísticas M:** búsqueda local variable: VNS; búsqueda tabú reactiva: RTS [38]; búsqueda tabú: TS; recocido simulado mejorado: ISA; metaheurística híbrida: HM [39]; procedimientos de memoria adaptativa: APM [40]; algoritmo de colonia de hormigas: AC; algoritmo diferencial evolutivo: DEA; algoritmo de búsqueda local: LSA [41]; algoritmo genético, GA; algoritmo genético híbrido: HGA; algoritmo de coevolución: CA [42] - [44]; recocido simulado: SA; algoritmo memético: MA [46]; algoritmo híbrido: HA [47]; algoritmo evolutivo QEA: EQEAA, y búsqueda local iterativa: LSI.

**Métodos híbridos MH:** búsqueda local y búsqueda tabú: LS y TS [49]; procedimiento de inserción más barato y búsqueda tabú: CIP y TS [50]; programación lineal entera y heurística constructiva: ILP y CH; algoritmos exactos y métodos heurísticos: EA y HME; algoritmos GENVNS, búsqueda tabú con lista de candidatos y PR (encadenamiento de trayectorias) GENVNS-TS-CL-PR [51]; algoritmo genético y búsqueda tabú: GA y TS; programación entera mixta con trayectoria más corta: MILP-SP [48]; búsqueda adaptativa de vecindad y heurística de inserción: MILP-SAN-HI; programación entera mixta algoritmo genético y algoritmo modificado del ahorro: GA y MAS; heurística de búsqueda por vecindad variable: VHS, perturbación P y heurística del ahorro: AS VHS-P-AS; algoritmo de búsqueda local para 2L-SPD 2DP y heurística de embalaje de dos dimensiones para la generación de estructuras de carga factible: GSLF2DPGSLF; variable de vecindad descendente: VND, procedimiento generador de un conjunto inicial de soluciones: PGSIS, y fase de perturbación y refinamiento: PR VND-PGSIS-PR; procedimiento de entradas múltiples basado es esquemas fijos de optimización: MEPBFOS [58], y algoritmo genético: GA MEPBFOS-GA; programación lineal entera y mixta: MILP, búsqueda tabú: TS y algoritmo de branch and cut: BC: MILP-TS-BC; programación lineal entera mixta: MILP y gran búsqueda local adaptativa: GLAS MILP-GLAS.

Las abreviaturas utilizadas en este artículo para las variantes del problema son:

VRP con entregas y recogidas simultáneas con múltiples vehículos: m-VRPSPD; VRP con entregas, recogidas selectivas y ventanas de tiempo: VRPSPDWTW; VRP con entregas y recogidas aplicando ventanas de tiempo: TWPD; sistemas de

entregas y recogidas: PDP; VRP de vehículos simples y múltiples con entregas y recogidas simultáneas: VRPSPDSM; VRPPD con ventanas de tiempo y tiempos de espera: TWWTVRPPD; VRPPD con un solo vehículo y entregas y recogidas selectivas s-:VRPPPD; VRP con múltiples vehículos con fraccionamiento de carga para entregas y recogidas: m-VRPPDSL; VRPPD con entregas y recogidas aplicando ventanas de tiempo: TWVRPPD; VRPPD aplicando rutas de transporte: VRPPDSR; VRP con entregas y recogidas, ventanas de tiempo y contaminación: TWPDPRP; problema de enrutamiento de inventario multiproducto con opción de transbordo y enfoque verde: IRP; VRP con entregas y recogidas y problema de transbordo: PDPT; enrutamiento de petróleo y problemas de programación con recogidas y entregas fraccionadas: GPDP; VRP con entregas y recogidas sincronizadas: SPDP; VRP con entregas y recogidas con cargas completa FTPDP; VRP con entrega y recogida, ventanas de tiempo y múltiples pilas de productos: PDPTWMS; VRP con programación estocástica de dos etapas: MFRSPSD; VRP con recogidas y entregas con traslados: VRPPDPS; VRP para recoger inventario de plantas de capacidad limitada de almacenamiento: VRPPB; VRP capacitados con múltiples recogidas, entregas simples y ventanas de tiempo: CVRPMPDTW; VRP con entregas y recogidas simultáneas con tiempo límite: VRPSPDT; VRP con entregas y recogidas simultáneas y restricciones bidimensionales de carga: VRP2LSPD; Problema del agente viajero para entregas y recogidas multiproducto: m-PDTSP; Problema de ubicación de ruta de muchos a muchos con clientes de recogida y entrega: VRPM-CPD; problemas de ruteo multivehículo con entregas y recogidas y restricciones LIFO VRPPDPLT; VRP con recogidas y entregas, ventanas de tiempo, beneficios y solicitud de reservas: PDPTWPR; VRP con entregas y recogidas, demandas aleatorias y pedidos predefinidos del cliente: DRDPCO; VRP con carga completa en varios puntos de entrega y uno de recogida: FTVRP y VRPPD con cliente predefinido: VRPPDPC.

En la tabla 1 se pueden apreciar estas clasificaciones.

A continuación se presentan algunas estadísticas obtenidas de la tabla 1 sobre los 53 artículos evaluados en el periodo:

Con respecto a las variantes del problema: la variante más utilizada es VRPSPD, con 19 artículos, seguido de PDP, con 15, luego VRP con ventanas de tiempo, con 13, VRPPD, con 12. VRPSPDT fue propuesta por 6 investigadores. Algunas como IRP y VRP2L-2PD solo aparecen en la revisión una vez.

En relación con el método de solución: La composición porcentual de la aplicación de los metodos de solución sobre los 53 artículos es: Métodos exactos ME representan el 34 %, que corresponde a 18 artículos; Heurísticas constructivas (HC), 17 %, con 9 artículos; Metaheurísticas (M), 28 %, con 15 artículos, y Métodos híbridos (MH), 21 %, con 11 artículos.

En los métodos exactos, la búsqueda directa de árbol es la más utilizada. Solo hubo un artículo que empleó la programación lineal fraccionada.

**Tabla 1.** Clasificación de los artículos según variante del VRPPD y métodos de solución

CLASIFICACIÓN SEGÚN VARIANTE DEL VRPPD Y METODOS DE SOLUCIÓN			
Autores	Variante VRPPD	Método	Referencia/año
<b>BDA</b>			
Subramanian et al	VRPSPD	BC	[9]/2011
Mason et al	VRPPDSR	BCP	[10]/2014
Dell'Amico et al	VRPSPD	BP	[54]/2006
Gutierrez J. et al	VRPDSPTW	BP	[6]/2010
Berbeglia et al	PDPS	BP	[31]/2010
Gendreau et al	FTPDP	BC	[23]/2015
Cherkesly et al	PDPTWMS	BCP	[25]/2016
<b>DP</b>			
Psarafitis	PDP	DP	[33]/2011
<b>LP</b>			
Tzoreff et al	VRPPD	LP	[32]/2002
Huang et al	VRPSPD	LP	[11]/2012
Bard y Jarrah	PDP	CG	[56]/2013
Tajik et al	TWPDPRP	MILP	[20]/2014
Mirzapoour et al	IRP	MILP	[18]/2014
Rais et al	PDPT	MILP	[19]/2014
Hennig et al	GPDP	CG	[21]/2015
Gschwind	SPDP	CG,BCP	[22]/2015
Lei et al	MFRSPSD	ABLMSV	[57]/2014
Edirisinghe y James	VRPPB	LFP	[29]/2014
<b>HC</b>			
Min H.	m-VRPSPD	HC	[1]/1989
Mosheiov G.	VRPPD	SR	[34]/1998
Fabri y Recht	TWTVRPPD	LS	[30]/2006
Yang et al	VRPPDSR	Algoritmo NPFDS	[35]/2013
Dondo y Cerdá	VRPCD	SH	[36]/2013
Nowak et al	m-VRPPDSL	HDEDPS	[37]/2009
Polat et al	VRPSPDT	VHS-P-AS	[24]/2015
Zachariadis et al	VRP2L-SPD	2DPGSLF	[26]/2016

CLASIFICACIÓN SEGÚN VARIANTE DEL VRPPD Y METODOS DE SOLUCIÓN			
Autores	Variante VRPPD	Método	Referencia/año
<b>HC</b>			
Hernández et al	m-PDTSP	PGSS-P-R	[27]/2016
<b>M</b>			
Nanry y Barnes	VRPPDTW	RTS	[38]/2000
Meng y Guo	VRPSPD	HM	[39]/2008
Zachariadis	VRPSPD	APM	[40]/2010
Boubahri et al	VRPSPDTW	AC	[13]/2011
Mingyong y Erbao	VRPSPDTW	DEA	[14]/2010
Zachariadis y Kiranoudis	VRPSPD	LSA	[41]/2011
Chun-Hua et al	VRPSPDTW	CA	[8]/2009
Hou y Zhou	SVRPSPD	CA	[42]/2010
Serdar y Gen	VRPSPD	CA	[43]/2012
Wang y Chen	TWVRPFPD	CA	[44]/2013
Sahin et al	m-PDPSL	SA	[45]/2013
Ting y Liao	SPDP	MA	[46]/2013
Goksal et al	VRPSPD	HA	[47]/2010
Goksal et al	VRPSPD	HA	[55]/2013
Subramanian	VRPSPD	LSI	[15]/2008
<b>MH</b>			
Gribkovskia et al	s-VRPPPD	MILP, TS	[12]/2008
Lin C.K.	VRPSPDTW	MILP, SP	[48]/2011
Erdogan et al	PDTSP	LS y TS	[49]/2012
Mitrovic et al	PDPTWPR	CIP y TS	[50]/2004
Cruz et al	VRPSPD	GENVNS-TS-CL-PR	[51]/2012
Liu et al	VRPSPDTW	GA y TS	[16]/2013
Qu y Bard	HPDP	MILP-SAN-HI	[17]/2013
Rieck et al	VRPM-CPD	MEPBFOS y GA	[58]/2014
Yanik et al	CVRPMPD	GA, MAS.	[53]/2014
Benavent et al	VRPPDPLT	MILP, TS Y BC	[52]/2015
Li et al	PDPTWPR	GLAS y MILP	[28]/2016

En las heurísticas constructivas se nota heterogeneidad en su uso. Hubo 9 artículos con 9 técnicas diferentes.

En cuanto a las metaheurísticas, el método más empleado es CA.

En los métodos híbridos se aprecia el uso de métodos exactos con metaheurísticas, como en [12] y [52], y metaheurísticas con heurísticas constructivas, como en [53], para citar algunas combinaciones.

Con respecto a los modelos matemáticos se citan como ejemplo el empleo de dos índices los trabajos de [10], [19], [22], [23], [25]-[27], [29], [52]; con tres índices: [18], [20], [21], [24], [28], [53], [57] y con 4 el trabajo de [58].

## DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

Como puede observarse en la tabla 1, existe una buena cantidad de variantes del VRPPD. Por lo tanto, se decidió considerar en este artículo el modelo matemático básico del VRSPD, propuesto por [54] y aplicado por [9]. El objetivo de la solución es encontrar el conjunto óptimo de rutas que garanticen el cumplimiento de las restricciones que se muestran enseguida:

Las rutas que se definan deben comenzar y finalizar en el depósito; se deben satisfacer los requerimientos de todos los clientes al 100 % del nivel de servicio; cada cliente puede ser visitado solo una vez en la ruta óptima, y en cada uno de los clientes o nodos de la ruta el total de la carga transportada por los vehículos no debe exceder su capacidad.

El modelo matemático es:

$A$  = conjunto de arcos que consisten en los pares  $(i, j)$  e  $(j, i)$  para cada borde  $\{i, j\} \in E_k$ .

$G = (V_k, E_k)$  = grafo completo con vértices  $V = \{0, 1, 2, \dots, n\}$ , donde el vértice 0 representa el depósito y el resto corresponde a los clientes. Cada borde  $\{i, j\} \in E_k$  tiene un costo no negativo y cada cliente  $i \in V' = V - \{0\} = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ .

$d_i$  = cantidad de mercancía o producto que se debe entregar al cliente  $i$ .

$p_i$  = cantidad de mercancía o producto que se debe recoger al cliente  $i$ .

$c_{ij}$  = matriz de costos de viaje o distancias,  $i, j \in V$ .

$C = \{1, 2, \dots, m\}$  = conjunto de  $m$  vehículos homogéneos con capacidad  $Q$ .

$E_k$  = subconjunto de  $V_k * V_{k'}$ , que comprende todos los arcos posibles.

Variables de decisión:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{si el vehículo } k \text{ recorre el arco } (i, j) \in V \text{ de la ruta seleccionada.} \\ 0, & \text{en cualquier otro caso.} \end{cases}$$

$D_{ij}$  = cantidad de productos o mercancía pendiente por entregar, que es transportada en el arco  $(i, j)$ .

$P_{ij}$  = cantidad de productos o mercancía recogida, que es transportada en el arco  $(i, j)$ .

$Q$  = capacidad de los vehículos homogéneos.

La función objetivo, las restricciones y su descripción se presentan enseguida:

$$\min \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} C_{ij} X_{ij} \quad (1)$$

$$\sum_{j \in V} X_{ij} = 1 \quad \forall i \in V' \quad (2)$$

$$\sum_{j \in V} X_{ij} = 1 \quad \forall i \in V' \quad (3)$$

$$\sum_{j \in V} X_{0j} \leq m \quad (4)$$

$$\sum_{j \in V} D_{ji} - \sum_{j \in V} D_{ij} = d_i \quad \forall i \in V' \quad (5)$$

$$\sum_{j \in V} P_{ij} - \sum_{j \in V} P_{ji} = p_i \quad \forall i \in V' \quad (6)$$

$$D_{ij} + P_{ij} \leq Qx_{ij} \quad \forall (i, j) \in A \quad (7)$$

$$D_{ij} \geq 0 \quad \forall (i, j) \in A \quad (8)$$

$$P_{ij} \geq 0 \quad \forall (i, j) \in A \quad (9)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A \quad (10)$$

$$d_j x_{ij} \leq D_{ij} \leq (Q - d_i) x_{ij} \quad \forall (i, j) \in A \quad (11)$$

$$p_i x_{ij} \leq P_{ij} \leq (Q - p_j) x_{ij} \quad \forall (i, j) \in A \quad (12)$$

$$D_{ij} + P_{ij} \leq (Q - \max\{0, p_j - d_j, d_i - p_i\}) x_{ij} \quad \forall (i, j) \in A \quad (13)$$

$$x_{ij} + x_{ji} \leq 1 \quad \forall i, j, i < j, \in A \quad (14)$$

La función objetivo (1) minimiza la suma de los costos de viaje o las distancias recorridas en la ruta seleccionada. Con la restricción (2) existe garantía para que cada cliente pueda ser visitado solamente una vez en la ruta seleccionada. La restricción (3) hace que cada vehículo salga de cada nodo o cliente una sola vez en la ruta. Con la restricción (4) se asegura que cada vehículo se emplea una vez como máximo. Las expresiones (5), (6) y (7) son restricciones que garantizan la conservación del flujo de los productos entregados y recogidos en las rutas establecidas. La naturaleza de las variables de decisión y las condiciones de no negatividad se presentan en las restricciones (8), (9) y (10). Si se pretende obtener una desigualdad más fuerte para la no negatividad de la restricción (8), esta se puede sustituir por la desigualdad (11), como lo sustenta Gouveia en su trabajo publicado, cuya característica es el empleo de límites más estrechos. Siguiendo la misma estrategia anterior de utilizar desigualdades más fuertes para  $P_{ij}$ , se pueden sustituir las restricciones (9) por (12) y (7) por (13). Con la desigualdad (14) se logra que cada borde o arista no adyacente al depósito es recorrida como máximo una vez.

## LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN DETECTADAS EN LA REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

En un sentido estricto, prácticamente cada una de las variantes del problema VRPPD puede constituirse como una línea de investigación. A continuación se relacionan ciertas líneas de investigación tomadas de algunos trabajos recientes presentados entre 2013 y 2016:

Nuevo modelo para el VRPPD con vehículos heterogéneos y capacidad configurable [17]; optimización discreta con enjambre de partículas para el VRPSPD [55]; propuesta de una heurística eficiente para el m-VRPPD con cargas fraccionadas [45]; integración de las redes comerciales y residenciales para recogidas y entregas [56]; enfoque de optimización robusta para el VRPPD en condiciones de incertidumbre y efectos de contaminación [20]; problema de enrutamiento de inventario multiproducto, multiperiodo con opción de transbordo y enfoque verde [18]; nuevo modelo de programación entera mixta para el VRPPD con transbordo [19]; desarrollo de un modelo para el VRP con múltiples recogidas y un único envío [53]; problema de recogida de inventario de producción en varias plantas con capacidad limitada de almacenamiento [29]; enrutamiento en instalaciones móviles y problema de programación con demanda estocástica [57]; VRPPD con múltiples vehículos y restricciones LIFO [52]; VRP con entregas y recogidas sincronizadas [22]; enrutamiento de petróleo y problema de programación con recogidas y entregas fraccionadas [21]; VRPPD con restricciones bidimensionales de carga [26]; propuestas de modelos y algoritmos para el VRPPD con ventanas de tiempo y múltiples pilas de productos [25]; un enfoque heurístico híbrido para el problema del agente viajero con entregas y recogidas multiproducto [27]; VRPPD con ventanas de tiempo, beneficios y solicitud de reservas [28].

Estas líneas de investigación pueden hacerse extensivas a vehículos homogéneos y heterogéneos, con un único depósito y multidepósito, incorporando variables de efecto ambiental.

## CONCLUSIONES Y TENDENCIAS FUTURAS

Una primera versión del VRPSPD que data de 1989 fue propuesta por [1] y hasta la fecha se ha conocido su creciente evolución con el diseño de una

gran cantidad de variantes del problema, que ha permitido ampliar esta área de investigación.

Este artículo muestra una clasificación del VRPPD según algunas de sus variantes y métodos de solución aplicados. A medida que aumenta la complejidad del problema crece el interés de los investigadores por aplicar metaheurísticas o métodos híbridos en su solución.

Se pudo observar en el periodo analizado que la investigación en esta área converge a las variantes del VRPPD, incluyendo ventanas de tiempo, múltiples depósitos y vehículos, cargas fraccionadas y con transbordo. Además, en los últimos años se les ha dado importancia a los aspectos ambientales o verdes. Como caso especial se encontró un trabajo que sugirió la aplicación de la programación lineal fraccional para resolver el VRP para recoger inventario en plantas con capacidad limitada de almacenamiento.

En su gran mayoría los artículos revisados hacen referencia a situaciones reales, que hace que la aplicación de las técnicas de solución se torne más interesante.

Los nuevos modelos propuestos para el VRPPD deben permitir nuevos análisis de sensibilidad para evaluar la capacidad, los resultados del modelo utilizado y los impactos ambientales de los parámetros utilizados.

La tendencia de la heurística para el VRPPD ha permitido el desarrollo de nuevos algoritmos con un buen nivel de desempeño que por lo general requieren importantes tiempos de cómputo en sus procesos.

Nuestro aporte en este trabajo es motivar a los investigadores para que sigan diseñando y proponiendo nuevas variantes y métodos de solución para el apasionante VRPPD.

El 22 de abril de 2016, 175 países firmaron en la ONU el acuerdo para combatir el calentamiento global en el que se desestimula el uso de energías fósiles, que son altamente contaminantes como combustible. Por lo tanto, los nuevos modelos o variantes del VRPPD obligatoriamente deben incluir nuevas fuentes de energía con variables ambientales o verdes.

## REFERENCIAS

- [1] H. Min, "The multiple vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick up points", *Transportation Research*, vol. 23, n° 5. pp. 377-386, 1989.
- [2] J. K. Lenstra and A. H. G. Rinnooy Kant, "Complexity of vehicle routing and scheduling problems", *Networks*, vol. 11, n° 2, pp. 221-227, 1981.
- [3] P. Toth and D. Vigo, "The vehicle routing problem". *Society of Industrial and Applied Mathematics (SIAM) monographs on discrete mathematics and applications*, Philadelphia, USA, 2002, pp. 1-23, 109-149.
- [4] G. Berbeglia, J.F. Cordeau, I. Gribkovskaia, and G. Laporte, *Statics pickup and delivery problems*. Sociedad de Estadística e Investigación Operativa, Springer, 2007, pp. 1-31.
- [5] G. Berbeglia, J. F. Cordeau, and G. Laporte, "Dynamic pick up and delivery problems", *European Journal of Operational Research- ELSEVIER*. pp. 8-15, 2009.
- [6] G. Gutiérrez Jarpa, G. Desaulniers, G. Laporte, and V. Mariano, "A branch and price algorithm for the vehicle routing problem with deliveries, selective pickups and time windows", *European Journal of Operational Research- ELSEVIER*. pp. 341-349, 2010.
- [7] N. Liu, X Li, B. Mi, and H. Ma Zhang, "Improvement research on vehicle routing problem with simultaneous delivery and pickup with time windows for barreled water", *Industrial Engineering and Engineering Management- IEEE*, pp. 1347-1350, 2010.
- [8] L. Chun-Hua, Z. Hong, and Z. Jian, "Vehicle routing problem with time window and simultaneous pickups and deliveries", in *Industrial Engineering and Engineering Management, IE&EM '09, 16<sup>th</sup> International Conference on 2009*, 2009, pp. 685-689.
- [9] A. Subramanian, E. Uchoa, A. Alves Pessoa, and L. Satoru Ochi, "Branch and cut with lazy separation for the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery". *European Journal of Operational Research-ELSEVIER*, pp. 338-341, 2011.
- [10] R. Masson, S. Ropke, F. Lehuédé, and O. Péton, "A branch and cut and price approach for the pickup and delivery problem with shuttle routes", *European Journal of Operational Research-ELSEVIER*, vol 236, pp. 849-862, 2014.
- [11] Y. Huang, C. Shi, and L. Zhao, "A study on carbon reduction in the vehicle routing problem with simultaneous pickups and deliveries". The Institute of Electrical and Electronics Engineers - IEEE, 2012, pp. 302-307.
- [12] I. Gribkovskaia, G. Laporte, and A. Shyshou, "The single vehicle routing problem with deliveries and selective pickups". *European Journal of Operational Research-ELSEVIER. Part B 40*, pp. 2908-2924, 2008.

- [13] L. Boubahri, A. Addouche, and E. Mhamedi, "Multi-ant colonies algorithms for the VRPSPDTW". *Institute of Electrical and Electronics Engineers-IEEE*, 2011, pp. 1-6.
- [14] L. Mingyong and C. Erbao, "An improved differential evolution algorithm for vehicle routing problem with simultaneous pickups and deliveries and time windows", *European Journal of Operational Research-ELSEVIER. Engineering Applications of Artificial Intelligence*, pp. 188-195, 2010.
- [15] Subramanian, A., "Metaheurística iterada local search aplicada ao problema de roteamento de veículos com coleta e entrega simultânea". Master's Thesis, Programa de Pósgraduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, PB. Brazil. (in Portuguese), 2008.
- [16] R. Liu, X. Xie, V. Augusto, and C. Rodríguez, "Heuristic algorithms for a vehicle routing problem with simultaneous delivery and pickup and time windows in home health care". *European Journal of Operational Research-ELSEVIER*, pp 475-486, 2013.
- [17] Y. Qu and J. F. Bard, "The heterogeneous pickup and delivery problem with configurable vehicle capacity", *European Journal of Operational Research-ELSEVIER. Transportation Research. Part C. Emerging Technologies*, pp. 1-20, 2013.
- [18] S. M. J. Mirzapour, and Y. Rekik, "Multi-product multi-period Inventory Routing Problem with a transshipment option: A green approach". *European Journal of Operational Research- ELSEVIER. Production Economics*, vol. 157, pp.80-88, 2014.
- [19] A. Rais, F. Alvelos, and M. S. Carvalho, "New mixed integer-programming model for the pickup-and-delivery problem with transshipment", *European Journal of Operational Research - ELSEVIER*, vol. 235, pp.530-539, 2014.
- [20] N. Tajik, R. Tavakkoli, B. Vahdanib, and S. Meysam, "A robust optimization approach for pollution routing problem with pickup and delivery under uncertainty", *European Journal of Manufacturing Systems-ELSEVIER*, vol. 33, pp. 277-286, 2014.
- [21] F. Hennig, B. Nygreena, K. C. Furmanb, and J. Song, "Alternative approaches to the crude oil tanker routing and scheduling problem with split pickup and split delivery", *European Journal of Operational Research - ELSEVIER*, vol. 243, pp.41-51, 2015.
- [22] T. Gschwind, "A comparison of column generation approaches to the synchronized pickup and delivery problem", *European Journal of Operational Research - ELSEVIER*, vol. 247, pp. 60-71, 2015.

- [23] M. Gendreaua, J. Nossackb, and E. Pesch, "Mathematical formulations for a 1- full truckload pickup and delivery problem". *European Journal of Operational Research – ELSEVIER*, vol. 242, pp. 1008-1016, 2015.
- [24] O. Polata, C. B. Kalaycia, O. Kulaka, and H. Otto, "A perturbation based variable neighborhood search heuristic for solving the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery with time limit", *European Journal of Operational Research - ELSEVIER*, vol. 242, pp. 369-382, 2015.
- [25] M. Cherkesly, G. Desaulniers, S. Irnich, and G. Laporte, "Branch price and cut algorithms for the pickup and delivery problem with time windows and multiple stacks", *European Journal of Operational Research – ELSEVIER*, vol. 250, pp. 782-793, 2016.
- [26] E. Zachariadis, C. D. Tarantilis, and C.T. Kiranoudisb, "The vehicle routing problem with simultaneous pickups and deliveries and two dimensional loading constraints", *European Journal of Operational Research – ELSEVIER*, vol. 251, pp. 369-386, 2016.
- [27] H. Hernández, I. Rodríguez, and J. J. Salazar, "A hybrid heuristic approach for the multi-commodity pickup and delivery traveling salesman problem", *European Journal of Operational Research – ELSEVIER*, vol. 251, pp. 44-52, 2016.
- [28] Y. Li, H. Chen, and C. Prins, "Adaptive large neighborhood search for the pickup and delivery problem with time windows, profits, and reserved requests", *European Journal of Operational Research – ELSEVIER*, vol. 252, pp. 27-38, 2016.
- [29] N. C. P. Edirisinghe and R. J. W. James, "Fleet routing position-based model for inventory pickup under production shutdown", *European Journal of Operational Research – ELSEVIER*, vol. 236, pp. 736-747, 2014.
- [30] A. Fabri and P. Recht, "On dynamic pickup and delivery vehicle routing with several time windows and waiting times", *European Journal of Operational Research-ELSEVIER. Part B 40*, pp. 335-350, 2006.
- [31] G. Berbeglia, J. F. Cordeau, and G. Laporte, "Dynamic pickup and delivery problems" *European Journal of Operational Research-ELSEVIER*, pp. 8-15, 2010.
- [32] T. E. Tzoreff, D. Granot, F. Granot, and G. Sobic, "The vehicle routing problem with pickups and deliveries on some special graphs", *European Journal of Operational Research-ELSEVIER*, pp. 193-229, 2002.
- [33] H. N. Psaraftis, "A multi-commodity, capacitated pickup and delivery problem: The single and two vehicle cases", *European Journal of Operational Research-ELSEVIER*, pp. 572-580, 2011.

- [34] G. Mosheiov, "Vehicle routing with pickup and delivery: tour partitioning heuristics", *European Journal of Operational Research-ELSEVIER*, vol. 34, n°. 3, pp. 669-684, 1998.
- [35] P. Y. Yang, J. F. Tang, Y. Yu, and J. X. Pei, "Minimizing carbon emissions through vehicle routing and scheduling in the shuttle service of picking up and delivering customers to the airport", *European Journal of Operational Research-ELSEVIER. Part B 40*, pp. 424-432, 2013.
- [36] R. Dondo and J. Cerdá, "A sweep heuristic based formulation for the vehicle routing problem with cross-docking". *European Journal of Operational Research-ELSEVIER, Part B 40*, pp. 293-311, 2013.
- [37] M. Nowak, O. Ergun, and C. White III Chelsea, "An empirical study on the benefit of split loads with the pickup and delivery problem", *European Journal of Operational Research-ELSEVIER, Part B 40*, pp. 734-740, 2009.
- [38] W. Nanry and J. W. & Barnes "Solving the pickup and delivery problem with time windows using reactive tabu search", *European Journal of Operational Research-ELSEVIER, Part B 34*, pp. 107-121, 2000.
- [39] L. Meng and X. Guo, "A new hybrid metaheuristics for the vehicle routing problem with simultaneous pick-up and delivery", *Institute of Electrical and Electronics Engineers-IEEE*, pp. 1198-1202, 2008.
- [40] E. Zachariadis, C. Tarantilis, and C. Kiranoudis, "An adaptive memory methodology for the vehicle routing problem with simultaneous pick-ups and deliveries", *European Journal of Operational Research-ELSEVIER*, pp. 401-411, 2010.
- [41] E. Zachariadis and C. Kiranoudis, "A local search metaheuristic algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous pickups and deliveries", *Experts Systems with Applications: An International Journal*, vol. 38, n° 3, pp. 2717-2726, 2011.
- [42] L. Hou and H. Zhou, "Stochastic vehicle routing problem with uncertain demand and travel time and simultaneous pickups and deliveries", *Institute of Electrical and Electronics Engineers - IEEE, Industrial Engineering and Engineering Management*, 2010, pp 32- 35.
- [43] A. Serdar Tasana and M. Gen, "A genetic algorithm based approach to vehicle routing problem with simultaneous pickup and deliveries", *European Journal of Operational Research- ELSEVIER. Computers & Industrial Engineering*, pp. 755-761, 2012.
- [44] H. Wang and Y. Chen, "A coevolutionary algorithm for the flexible delivery and pickup problem with time windows", *European Journal of Operational Research-ELSEVIER. International Journal of Production Economics*, pp. 4-13, 2013.

- [45] M. Şahin, G. Çavuşlar, T. Öncan, G. Şahin, and T. Aksu, "An efficient heuristic for the multi-vehicle one to one pickup and delivery problem with split loads", *European Journal of Operational Research-ELSEVIER. Transportation Research Part C. Emerging Technologies*, pp. 169-188, 2013.
- [46] C. Ting and X. Liao, "The selective pickup and delivery problem: formulation and a memetic algorithm", *European Journal of Operational Research-ELSEVIER, International Journal of Production Economics*, pp. 199-211, 2013.
- [47] F. Goksal, F. Altıparmak, and I. Karaoglan, "A hybrid particle swarm optimization for vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery", *Industrial Engineering and Engineering Management - IEEE*, pp. 1-6, 2010.
- [48] C. K. Y. Lin, "A vehicle routing problem with pickup and delivery time windows, and coordination of transportable resources", *European Journal of Operational Research-ELSEVIER, Part B 40*, pp. 1596-1609, 2011.
- [49] G. Erdogan, M. Battarra, G. Laporte, and D. Vigo, "Metaheuristics for the traveling salesman problem with pickups, deliveries and handling costs", *European Journal of Operational Research-ELSEVIER*, pp. 1074-1086, 2012.
- [50] S. Mitrović Minić and G. Laporte, "Waiting strategies for the dynamic pickup and delivery problem with time windows", *European Journal of Operational Research-ELSEVIER, Transportation Research Part B. Methodological*, pp. 635-655, 2004.
- [51] R. C. Cruz, T. C. B. Silva, M. J. F. Souza, V. N. Coelho, M. T. Mine, and A. X. Martins, "GENVNS-TS-CL-PR: A heuristic approach for solving the vehicle routing problem with simultaneous", *European Journal of Operational Research- ELSEVIER, Electronics Notes in Discrete Mathematics*, pp. 217-224, 2012.
- [52] E. Benavent, M. Landeteb, E. Motaa, and G. Tiradoc, "The multiple vehicle pickup and delivery problem with LIFO constraints", *European Journal of Operational Research 243- ELSEVIER*, pp. 752-762, 2015.
- [53] S. Yanik, B. Bozkaya, and R. deKervenoael, "A new VRPPD model and a hybrid heuristic solution approach for e-tailing", *European Journal of Operational Research 236- ELSEVIER*, pp. 879-890, 2014.
- [54] M. Dell'Amico, G. Righini, and M. Salani, "A branch-and-price approach to the vehicle routing problem with simultaneous distribution and collection", *Transportation Science*, vol. 40, n° 2, 235-247, 2006.
- [55] F. P Goksal, I. Karaoglan, and F. Altıparmak, "A hybrid discrete particle swarm optimization for vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery", *European Journal of Operational Research-ELSEVIER, Computers & Industrial Engineering*, pp. 39-53, 2013.

- [56] J. F. Bard and A. I Jarrah, "Integrating commercial and residential pickup and delivery networks: A case study", *European Journal of Operational Research-ELSEVIER*, pp. 706-720, 2013.
- [57] C. Lei, W. Hua Lin, and L. Miao, " A multicut L-shaped based algorithm to solve a stochastic programming model for the mobile facility routing and scheduling problem", *European Journal of Operational Research - ELSEVIER*, vol. 238, pp. 699-710, 2014.
- [58] J. Rieck, C. Ehrenberg, and J. Zimmermann, "Many to many location routing with inter-hub transport and multi-commodity pickup-and-delivery", *European Journal of Operational Research - ELSEVIER*, 236, pp. 863-878, 2014.