

## Efecto de las técnicas de desacoplamiento en sistemas multivariables

Effect of decoupling techniques  
in multivariable systems

Rafael Orellana Prato\*

María Coronel Méndez\*\*

Rubén Rojas Sulbaran\*\*\*

*Universidad de Los Andes (ULA), Venezuela*

---

\* M.Sc. en Automatización e Instrumentación. Profesor Asistente, Departamento de Electrónica y Comunicaciones, Escuela de Ingeniería Eléctrica, Universidad de Los Andes (ULA), Venezuela. Línea de investigación asociada a control no lineal, sistemas multivariables, instrumentación electrónica, diseño y síntesis de circuitos digitales usando FPGA. rafael.orellana@ula.ve

\*\* M.Sc. en Automatización e Instrumentación. Profesor Asistente, Departamento de Circuitos y Medidas, Escuela de Ingeniería Eléctrica, Universidad de Los Andes (ULA), Venezuela. Línea de investigación asociada a control robusto, automatización, instrumentación industrial, diseño de circuitos integrados de señales mixtas analógicas-digitales. maria.coronel@ula.ve.

\*\*\* Ph.D en Ingeniería Biomédica. Profesor Titular, Departamento de Circuitos y Medidas, Escuela de Ingeniería Eléctrica, Universidad de Los Andes (ULA), Venezuela. Línea de investigación asociada a sistemas de control industrial y fisiológico, control robusto e instrumentación biomédica. rdrojas@ula.ve

**Correspondencia:** Rafael Ángel Orellana Prato, +584147386922, Av. Alberto Carnevali, Facultad de Ingeniería, Escuela de Ingeniería Eléctrica, Universidad de Los Andes, Sector la Hechicera, Mérida, Venezuela. Código postal 5101. E-mail: rafael.orellana@ula.ve

## Resumen

Este artículo presenta un análisis del desempeño de técnicas de desacoplamiento, considerando su efecto sobre el funcionamiento global del sistema y el desempeño del sistema de control. Se estudió el funcionamiento del sistema usando tres tipos de desacoplamiento, basados en: (i) ganancia estática (DGE), (ii) por aproximación del tiempo muerto (DTM) y (iii) por alimentación adelantada (DAA). Como caso de estudio se presenta el modelo de aproximación multivariable (2x2) de primer orden más tiempo muerto, de una columna de destilación Wood and Berry. Se estudió el desempeño de las técnicas de desacoplamiento ante errores de modelaje en los parámetros: ganancia (K), constante de tiempo ( $\tau$ ) y tiempo muerto ( $t_0$ ). Se evaluaron las técnicas de desacoplamiento mediante un esquema de control proporcional, integral y derivativo (PID), probando la robustez del sistema de control ante errores de modelaje para cambios en el valor de referencia. Se comprobó que para variaciones de ganancia (K) y constante de tiempo ( $\tau$ ), los desacopladores DAA producen mejor desempeño del sistema multivariable, en función del índice basado en la integral absoluta del error (IAE). El efecto ante variaciones del tiempo muerto ( $t_0$ ) es poco significativo, mostrando variaciones del IAE alrededor de 0,05% para cambios en el valor de referencia de la columna de destilación.

**Palabras clave:** Control, desacoplamiento, interacción, multivariable.

## Abstract

This paper presents a performance analysis of decoupling methods considering its effect in the global system and the control system performance. The system performance was studied using static gain (DGE), approximation dead time (DTM) and feedforward (DAA) decoupling methods. As study case a multivariable (2x2) first order plus dead time model of a Wood and Berry distillation column was used. The performance of the decoupling methods were analyzed for modelling errors in the parameters: static gain (K), time constant ( $\tau$ ) and dead time ( $t_0$ ). Decoupling techniques were evaluated using a PID control scheme strategy, testing the control system robustness against modelling errors and set point changes. It was proved that for static gain (K) and time constant ( $\tau$ ) parameter changes, the feedforward decoupling (DAA) presents better performance using the IAE criteria. The effects for dead time changes are not significative, showing IAE variations of 0,05% for distillation column set point changes.

**Keywords:** Control, decoupling, interaction, multivariable.

Fecha de recepción: 20 de mayo de 2016  
Fecha de aceptación: 14 de marzo de 2017

## I. INTRODUCCIÓN

En los sistemas de múltiples entradas y múltiples salidas (MEMS) la interacción entre las variables es una de las características que más afectan el diseño y sintonización de lazos de control. Se considera que existe interacción cuando una variable manipulada afecta a una variable controlada que no pertenece al mismo lazo de control.

Los sistemas MEMS que presentan fuerte interacción emplean técnicas de desacoplamiento de variables, cuyo objetivo es lograr que el comportamiento de cada lazo de control sea independiente de los otros lazos [1].

El desempeño del desacoplamiento depende de algunas características del sistema como no linealidades, elevados tiempos muertos, entre otras, que en algunos casos no permiten la implementación del mismo. Algunas veces se emplean técnicas de desacoplamiento que consideran los valores de estado estacionario basándose en la ganancia estática, despreciando el efecto de las características dinámicas. También es posible hacer el desacoplamiento mediante la cancelación de los términos que provocan la interacción, tomando en cuenta información de la respuesta dinámica del sistema [2].

El uso de técnicas de desacoplamiento junto a estrategias de control contribuye a mejorar el desempeño global del sistema multivariable. Desacopladores dinámicos por realimentación de estados en conjunto con compensadores, forman sistemas de control robustos y rechazan el efecto de perturbaciones externas en comparación con el uso de desacopladores basados en ganancias estáticas. Además, el diseño de controladores multivARIABLES descentralizados mejora el rendimiento del sistema control ante dichas perturbaciones, sin embargo, su funcionamiento se limita a las características dinámicas del proceso [3].

Por otro lado, se han establecido criterios y condiciones para diseñar desacopladores basado en realimentación estática de estados para sistemas multivARIABLES lineales. Estas condiciones se presentan en forma de dos matrices reales que permiten el diseño de compensadores para el sistema multivariable desacoplado, además, se hace extensivo para sistemas con realimentación de estados no regulares [4].

En el presente trabajo se estudia el desempeño del sistema multivariable usando técnicas de desacoplamiento basadas en ganancia estática y técnicas basadas en características dinámicas del sistema. Como caso de estudio se presenta un sistema multivariable de dos entradas y dos salidas (2x2) que representa el modelo de primer orden más tiempo muerto (POMTM) de una columna de destilación Wood and Berry [5].

Se evalúa el desempeño de las técnicas de desacoplamiento ante errores de modelaje en las ganancias estáticas ( $K_{ij}$ ), constantes de tiempo ( $\tau_{ij}$ ) y tiempo muerto ( $t_{0ij}$ ). Finalmente, se analiza el desempeño de las técnicas de desacoplamiento junto a una estrategia de control proporcional, integral y derivativo (PID), probando la robustez del sistema de control ante errores de modelaje en los parámetros del modelo.

## II. MARCO TEÓRICO

La Fig. 1 muestra el esquema clásico de control multivariable para un sistema de dos entradas y dos salidas (2x2). La interacción entre los lazos de control se representa por las funciones de transferencia  $G_{12}(s)$  y  $G_{21}(s)$ . Los controladores  $G_{C1}(s)$  y  $G_{C2}(s)$  actúan sobre los lazos directos de control modelados por las funciones de transferencia  $G_{11}(s)$  y  $G_{22}(s)$ . Un cambio en los valores de referencia del sistema de control multivariable  $R_{EF1}(s)$  y  $R_{EF2}(s)$  afecta la estabilidad y desempeño de los lazos de control.

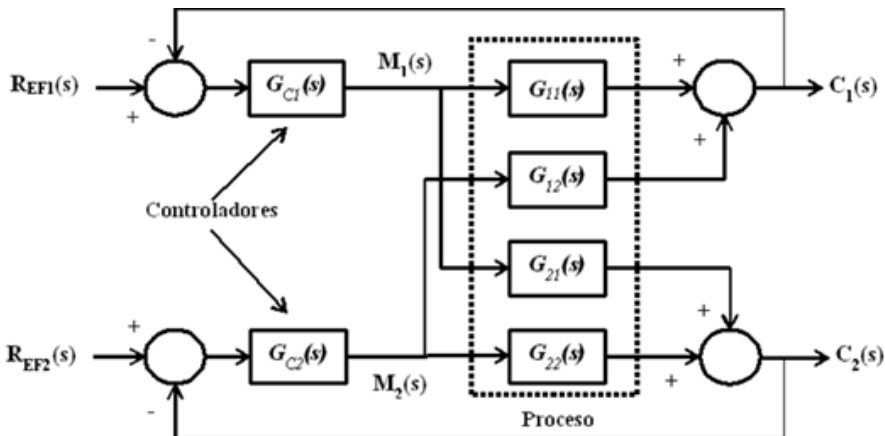


Figura 1. Sistema de control multivariable 2x2.

La matriz de ganancia relativa (MGR) es un método que permite normalizar las ganancias estáticas ( $K_{ij}$ ) y medir la interacción entre las variables controladas independientemente de las unidades [6], [7]. La MGR puede calcularse usando solo información del proceso en lazo abierto aplicando el teorema del valor final, para luego calcular el índice de interacción [8], [9]. Esto permite seleccionar como variables manipuladas-controladas aquellas cuyo valor de índice de interacción sea positivo y cercano a la unidad, cuanto más se aleje del valor unitario mayor es la interacción entre las variables [10], [11]. Sin embargo, esta selección no garantiza un buen desempeño del sistema de control debido a las interacciones entre los lazos del sistema [12].

Eliminar la interacción entre las variables controladas puede hacerse mediante el uso de un bloque desacoplador. Los desacopladores descomponen el sistema multivariable en múltiples subsistemas de una variable, permitiendo establecer un sistema de control multivariable con controladores independientes para cada lazo de control [12].

La Fig. 2 muestra el esquema general de un sistema de control multivariable 2x2 con desacoplamiento, y está formado por: el proceso ( $G(s)$ ), el bloque desacoplador ( $D(s)$ ) y los controladores ( $G_c(s)$ ). El bloque  $D(s)$  permite obtener un sistema diagonal  $G'(s)$  donde los controladores actúen de manera independiente, para un sistema 2x2 con desacoplamiento se debe cumplir que:

$$G'(s) = \begin{bmatrix} G'_{11}(s) & 0 \\ 0 & G'_{22}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_{11}(s) & D_{12}(s) \\ D_{21}(s) & D_{22}(s) \end{bmatrix} = G(s)D(s) \quad (1)$$

La matriz  $D(s)$  permite eliminar la interacción entre las variables que no pertenecen a un mismo lazo de control, buscando la cancelación de los términos que no pertenecen a la diagonal principal [10]. Sin embargo, existen características que degradan la acción de control y limitan el funcionamiento de los desacopladores, como no linealidades, elevados tiempos muertos entre otros, que hacen necesario realizar consideraciones para que el desacoplador sea realizable [10], [11].

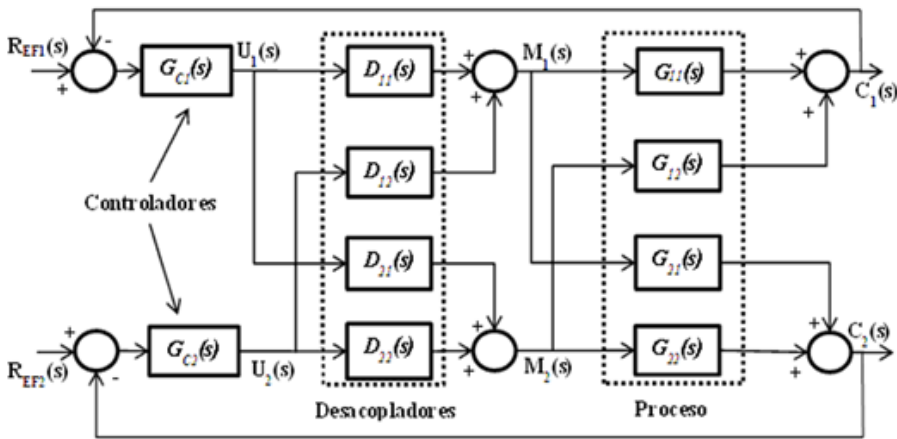


Figura 2. Sistema de control multivariable 2x2 con desacopladores.

### A. Desacopladores Tradicionales

El diseño de desacopladores tradicionalmente se basa en modelos que describen la respuesta transitoria y permanente del sistema multivariable. La matriz de función de transferencia de un proceso multivariable 2x2 para un modelo de primer orden más tiempo muerto (POMTM) puede ser descrita de la siguiente forma:

$$G(s) = \frac{C(s)}{M(s)} = \begin{bmatrix} \frac{K_{11}}{\tau_{11}s + 1} e^{-t_{011}s} & \frac{K_{12}}{\tau_{12}s + 1} e^{-t_{012}s} \\ \frac{K_{21}}{\tau_{21}s + 1} e^{-t_{021}s} & \frac{K_{22}}{\tau_{22}s + 1} e^{-t_{022}s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (2)$$

Donde  $K_{ij}$  representa las ganancias estáticas,  $\tau_{ij}$  las constantes de tiempo y  $t_{0ij}$  el tiempo muerto. Usando la ecuación (1) se calcula el bloque  $D(s)$  tal que:

$$D(s) = \begin{bmatrix} 1 & D_{12}(s) \\ D_{21}(s) & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Donde:

$$D_{12}(s) = -\frac{G_{12}(s)}{G_{11}(s)} \quad D_{21}(s) = -\frac{G_{21}(s)}{G_{22}(s)} \quad (4)$$

### B. Desacopladores basados en ganancias estáticas (DGE)

Existen casos en donde las dinámicas de orden superior no son un factor determinante en la interacción, por lo que se considera el diseño del bloque desacoplador basándose en los valores de estado estacionario del sistema [13]. El caso de un sistema de control multivariable 2x2, los desacopladores se calculan usando las ganancias estáticas [12]:

$$D_{12} = -\frac{K_{12}}{K_{11}} \quad D_{21} = -\frac{K_{21}}{K_{22}} \quad (5)$$

### C. Desacopladores dinámicos con aproximación del tiempo muerto (DTM)

El uso de tiempo muerto no es recomendable ya que forma parte del lazo de realimentación y disminuye la controlabilidad del lazo realimentado. Una aproximación que permite remover el tiempo muerto y mantener la acción de adelanto total en el desacoplador es [12]:

$$D_{12}(s) = -\frac{K_{12}}{K_{11}} \left( \frac{(\tau_{11} + t_{012} - t_{011})s + 1}{\tau_{12}s + 1} \right) \quad (6)$$

$$D_{21}(s) = -\frac{K_{21}}{K_{22}} \left( \frac{(\tau_{22} + t_{021} - t_{022})s + 1}{\tau_{21}s + 1} \right) \quad (7)$$

#### D. Desacopladores basados en alimentación adelantada (DAA)

Los desacopladores basados en alimentación adelantada (DAA) surgen de transformar la matriz de función de transferencia del sistema multivariable a su forma diagonal, cancelando los términos que producen la interacción haciendo uso de una matriz adicional que tendrá la función de desacoplamiento [2]. La matriz de función de transferencia 2x2 dada por la ecuación (2) se puede transformar en:

$$G(s) = G'(s)Z(s) \quad (8)$$

Donde:

$$G'(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{(\tau_{11}s + 1)(\tau_{12}s + 1)} & 0 \\ 0 & \frac{1}{(\tau_{21}s + 1)(\tau_{22}s + 1)} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$Z(s) = \begin{bmatrix} K_{11}(\tau_{12}s + 1)e^{-t_{011}s} & K_{12}(\tau_{11}s + 1)e^{-t_{012}s} \\ K_{21}(\tau_{22}s + 1)e^{-t_{021}s} & K_{22}(\tau_{21}s + 1)e^{-t_{022}s} \end{bmatrix} \quad (10)$$

La matriz  $Z(s)$  surge de la acción de transformar la matriz de función de transferencia del proceso  $G(s)$  en una aproximación diagonal  $G'(s)$ , por lo que cada lazo se puede analizar de forma independiente. Una aproximación válida para los términos del tiempo muerto en  $Z(s)$  es la expansión por serie de Taylor de primer orden [14]:

$$e^{-t_{0ij}s} \cong \frac{1}{t_{0ij}s + 1} \quad (11)$$

En este caso la salida del sistema es representada por:

$$C(s) = G'(s)Z(s)M(s) = G'(s)U(s) \quad (12)$$



El vector  $U(s)$  representa las variables manipuladas que van a controlar el sistema diagonal  $G'(s)$  y vienen dadas por la sintonización de una estrategia de control. Las variables de entrada  $M(s)$  al sistema multivariable se obtiene por:

$$M(s) = Z^{-1}(s)U(s) \quad (13)$$

En este caso la matriz que logra el desacoplamiento viene dada por la matriz inversa de  $Z(s)$ , la cual considera características dinámicas del proceso y la aproximación de tiempo muerto por expansión de serie de Taylor de primer orden. La Fig. 3 muestra el esquema de control multivariable usando desacopladores DAA.

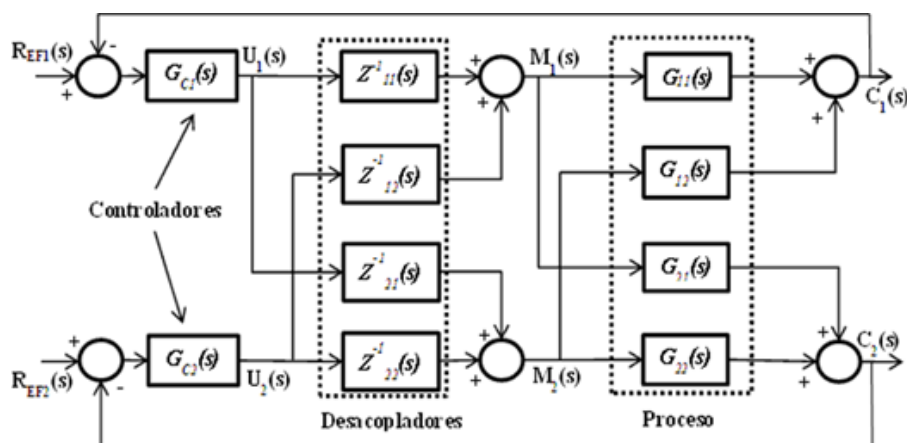


Figura 3. Sistema de control multivariable 2x2 con desacopladores DAA.

### III. METODOLOGÍA

Esta sección describe la metodología empleada para evaluar el desempeño de las técnicas de desacoplamiento usando un esquema de control PID para un sistema multivariable. Como caso de estudio, se utiliza un sistema multivariable 2x2 que describe el modelo POMTM de una columna de destilación metanol-agua Wood and Berry para el producto de tope y el producto de fondo [5]. La función de transferencia del sistema multivariable es la siguiente [15]:

$$\begin{bmatrix} X_T(s) \\ X_F(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{12,8}{16,7s + 1} e^{-s} & \frac{-18,9}{21s + 1} e^{-3s} \\ \frac{6,6}{10,9s + 1} e^{-7s} & \frac{-19,4}{14,4s + 1} e^{-3s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_1(s) \\ M_2(s) \end{bmatrix} \quad (14)$$

Donde  $X_T(s)$  y  $X_F(s)$  representan el porcentaje de las concentraciones de producto de tope y fondo de la columna de destilación, además,  $M_1(s)$  y  $M_2(s)$  son los flujos manipulados para controlar la concentración de los productos de la columna.

En primer lugar se calcula la MGR para seleccionar el mejor par de variables manipuladas-controladas. Seguidamente los desacopladores basados en ganancias estáticas (DGE), dinámicos con tiempo muerto (DTM) y de alimentación adelantada (DAA). Se realizan pruebas a lazo abierto en la integración del bloque desacoplador-proceso para cambios del tipo escalón de +10% en las entradas del bloque desacoplador ( $U_1(s)$  y  $U_2(s)$ ), evaluando el rechazo de las interacciones entre las variables de salida en términos de sobrepaso porcentual ( $M_p(\%)$ ) y tiempo de establecimiento ( $T_s$ ) para una tolerancia del 2% [16]. Se introducen errores de modelaje para las ganancias estáticas ( $K_{ij}$ ), constantes de tiempo ( $\tau_{ij}$ ) y tiempo muerto ( $t_{0ij}$ ) en un rango de  $\pm 20\%$ , y se analiza el rechazo de las interacciones en términos de  $M_p(\%)$  y  $T_s$ .

Finalmente, se muestra el desempeño del sistema de control multivariable PID. Para la sintonización de los controladores ( $G_{C1}(s)$  y  $G_{C2}(s)$ ) se obtiene el modelo POMTM del sistema diagonal  $G'(s)$  usando el método de la curva de reacción [12]. Los parámetros de los controladores PID se ajustan por el método de Dhalin para modelos POMTM [12]. Se analiza el rendimiento del sistema de control junto con las técnicas de desacoplamiento para cambios del tipo escalón en +10% del valor de referencia de los productos de tope y fondo, en función de  $M_p(\%)$ ,  $T_s$  y los esfuerzos de las señales de control  $M_1(s)$  y  $M_2(s)$ . Se introducen errores de modelaje en los parámetros  $K_{ij}$ ,  $\tau_{ij}$  y  $t_{0ij}$  en un rango de  $\pm 20\%$  y se analiza la respuesta usando el índice de desempeño IAE, debido a que las respuestas de las variables controladas presentan pocas oscilaciones en el régimen transitorio.

#### IV. RESULTADOS

La Tabla 1 muestra los valores obtenidos para la MGR. Se observa como el sistema presenta alto índice de interacción entre las variables. Según la MGR los mejores pares de variables manipuladas-controladas corresponden a  $(M_1, X_T)$  y  $(M_2, X_F)$ , es decir, con la entrada  $M_1$  controlar el producto de tope y con la entrada  $M_2$  el producto de fondo de la columna de destilación.

**Tabla 1.** Matriz de ganancia relativa (mgr) de la columna de destilación

	$M_1$	$M_2$
$X_T$	2,0094	-1,0094
$X_F$	-1,0094	2,0094

Para los desacopladores DGE los términos  $D_{12}$  y  $D_{21}$  de la matriz de desacoplamiento usando la ecuación (5) queda como:

$$D_{12} = -\frac{18,9}{12,8} = -1,48 \quad D_{21} = -\frac{6,6}{19,4} = -0,34 \quad (15)$$

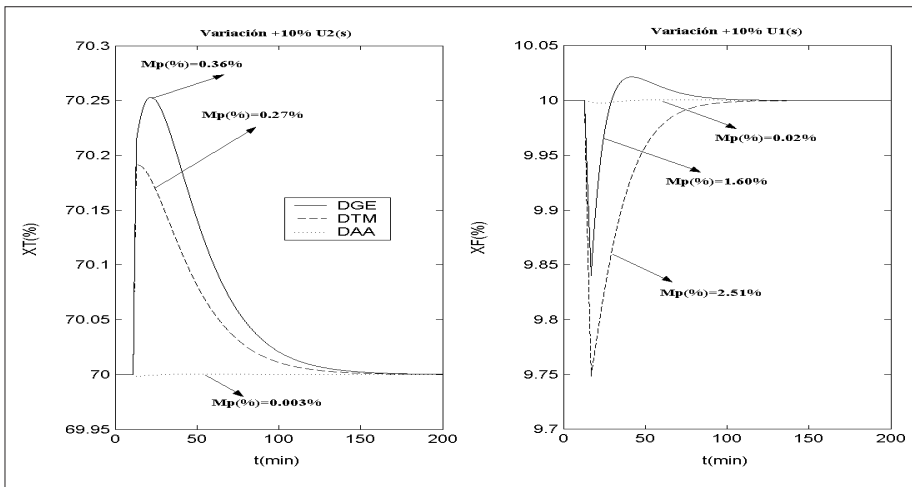
De manera similar para los desacopladores DTM se calculan  $D_{12}(s)$  y  $D_{21}(s)$  usando las ecuaciones (6) y (7):

$$D_{12}(s) = -1,48 \left( \frac{20,7s + 1}{21s + 1} \right) \quad D_{21}(s) = -0,34 \left( \frac{18,4s + 1}{10,9s + 1} \right) \quad (16)$$

La matriz de desacoplamiento por alimentación adelantada  $Z^{-1}(s)$  para los DAA se calcula usando las ecuaciones (10) y (11):

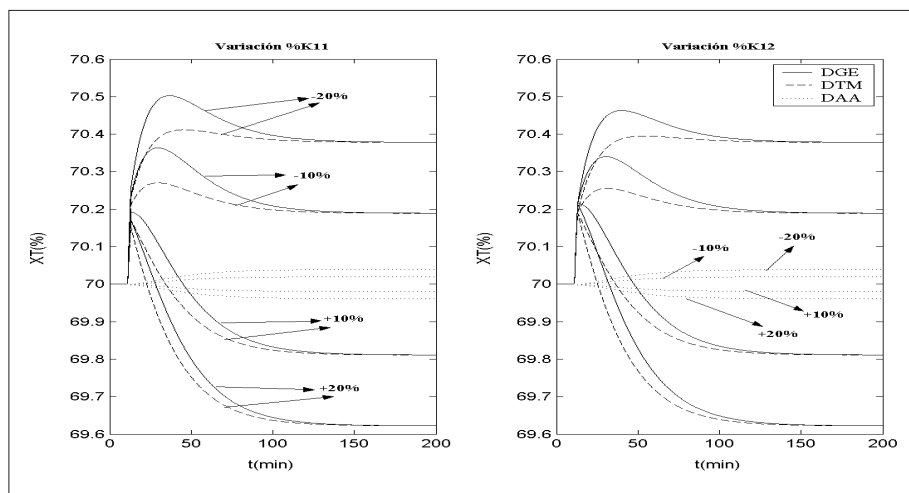
$$[Z(s)]^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{12,8(21s + 1)}{s + 1} & \frac{-18,9(16,7s + 1)}{3s + 1} \\ \frac{6,6(14,4s + 1)}{7s + 1} & \frac{-19,4(10,9s + 1)}{3s + 1} \end{bmatrix}^{-1} \quad (17)$$

La Fig. 4 muestra el desempeño de las técnicas de desacoplamiento para las salidas del producto de tope y fondo. Se observa como los desacopladores DAA reducen la magnitud de la interacción entre las variables de salida considerablemente, mostrando para  $X_T$  y  $X_F$  un  $Mp(\%)$  de 0,003% y 0,02% respectivamente, además, muestran un  $T_s$  de aproximadamente 140 min y 150 min para  $X_T$  y  $X_F$ . Con el uso de desacopladores DGE se observa mayor  $Mp(\%)$  de 0,36% y 1,60% para  $X_T$  y  $X_F$  respectivamente, sin embargo,  $T_s$  se hace menor para  $X_F$  con valor aproximado de 90 min. Para  $X_T$  el tiempo aumenta ligeramente a 150 min. Igualmente, el uso de desacopladores DTM aumenta  $Mp(\%)$  a 0,27% y 2,51% para  $X_T$  y  $X_F$  respectivamente.

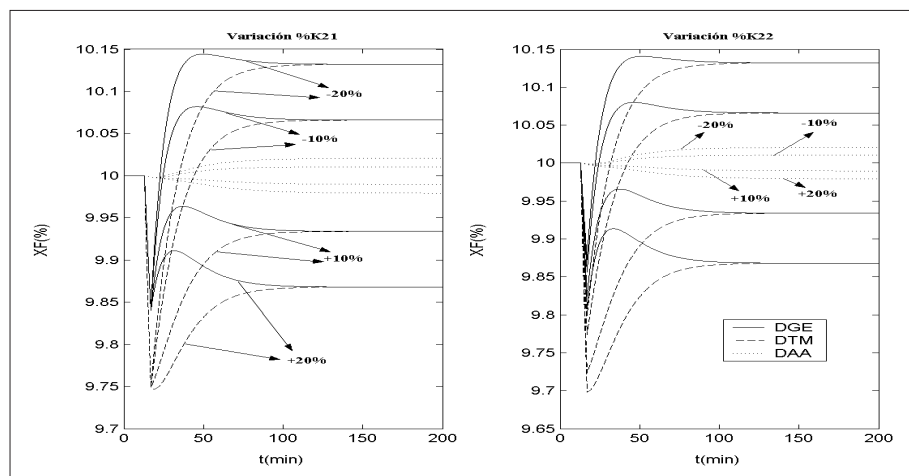


**Figura 4.** Producto de tope  $X_T$  y fondo  $X_F$  para cambios en las variables manipuladas  $U_1(s)$  y  $U_2(s)$ .

La Fig. 5 muestra la respuesta de  $X_T$  para variaciones en las ganancias estáticas ( $K_{11}$  y  $K_{12}$ ) en un rango de  $\pm 20\%$ . De manera similar la Fig. 6 muestra la salida  $X_F$  para variaciones en las ganancias estáticas ( $K_{21}$  y  $K_{22}$ ) en el mismo rango. Para ambos casos se observa que los desacopladores pierden su funcionalidad, por lo que errores de modelaje en estos parámetros comprometen el rendimiento de las técnicas de desacoplamiento. Sin embargo, el uso de DAA desvía en menor magnitud la salida del punto de operación, por lo que el uso de esta técnica junto con estrategias de control puede mejorar el rendimiento global del sistema.



**Figura 5.** Producto de tope  $X_T$  para variaciones de  $\pm 20\%$  en las ganancias estáticas  $K_{11}$  y  $K_{12}$ .



**Figura 6.** Producto de fondo  $X_F$  para variaciones de  $\pm 20\%$  en las ganancias estáticas  $K_{21}$  y  $K_{22}$ .

La Fig. 7 muestra el desempeño de las técnicas de desacoplamiento en la salida  $X_T$  para errores de modelaje en las constantes de tiempo ( $\tau_{11}$  y  $\tau_{12}$ ). Se observa como ambas técnicas rechazan el efecto de la interacción, sin embargo, el uso de DGE y DTM aumenta la magnitud de  $Mp(\%)$  y  $T_s$  teniendo un

mejor desempeño los DAA. La Fig. 8 muestra un comportamiento similar en la salida  $X_F$  para errores de modelaje en las constantes de tiempo ( $\tau_{21}$  y  $\tau_{22}$ ).

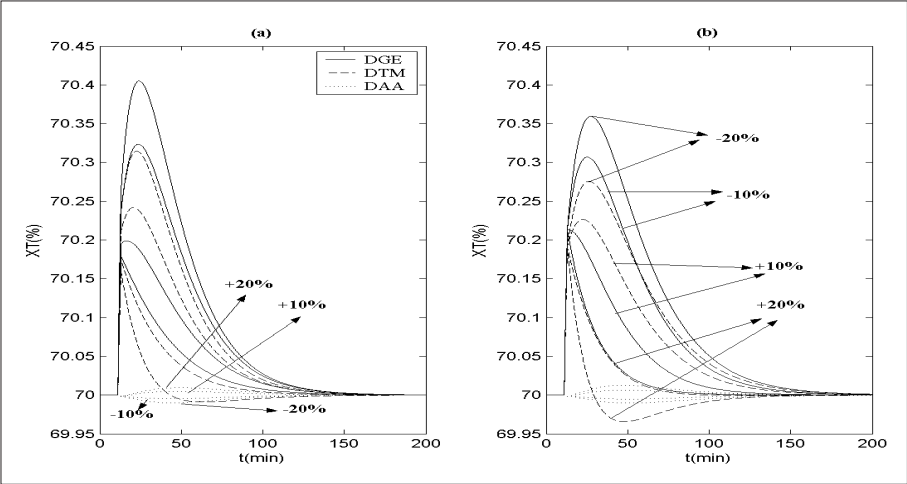


Figura 7. Producto de tope  $X_T$  para variaciones de  $\pm 20\%$  en las constantes de tiempo. (a)  $\tau_{11}$  (b)  $\tau_{12}$ .

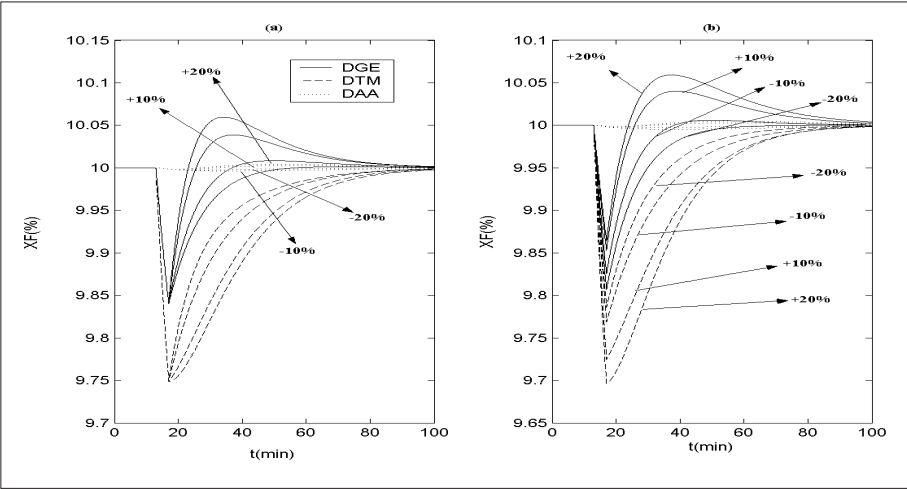


Figura 8. Producto de fondo  $X_F$  para variaciones de  $\pm 20\%$  en las constantes de tiempo. (a)  $\tau_{21}$  (b)  $\tau_{22}$ .

La Fig. 9 muestra las salida  $X_T$  y  $X_F$  para errores de modelaje en los tiempos muertos ( $t_{011}$ ,  $t_{012}$ ,  $t_{021}$ ,  $t_{022}$ ) del sistema multivariable. El efecto de estas variaciones en el desempeño de las técnicas de desacoplamiento es poco significativo, manteniendo el comportamiento descrito inicialmente en la Fig. 4. En este sentido se mantiene un mejor desempeño usando DAA logrando menor  $Mp(\%)$  y  $T_s$ .

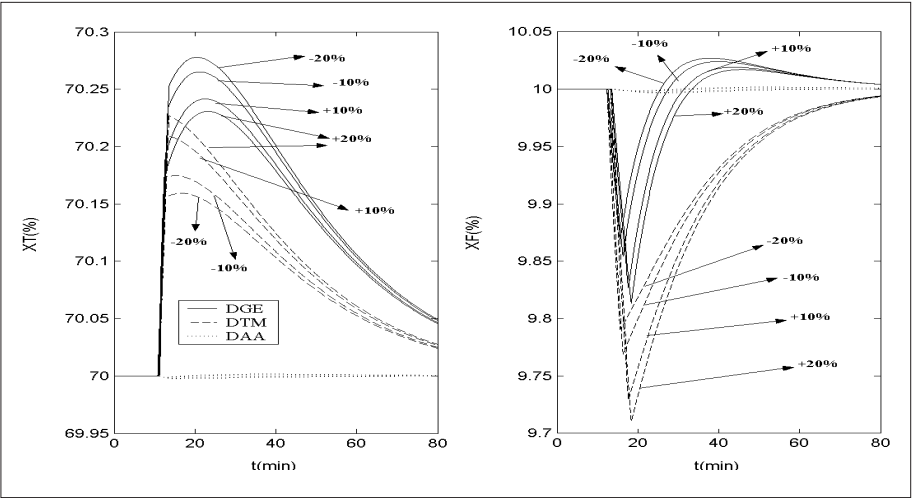


Figura 9. Producto de tope  $X_T$  y fondo  $X_F$  para variaciones de  $\pm 20\%$  en los tiempos muertos  $t_{0ij}$ .

La Tabla 2 muestra los parámetros del modelo POMTM del sistema diagonal  $G'(s)$  usando el método de la curva de reacción, mostrando ganancia estática ( $K$ ), constante de tiempo ( $\tau$ ) y tiempo muerto ( $t_0$ ) [12].

Tabla 2. Parámetros del modelo pomtm del sistema diagonal  $G'(s)$

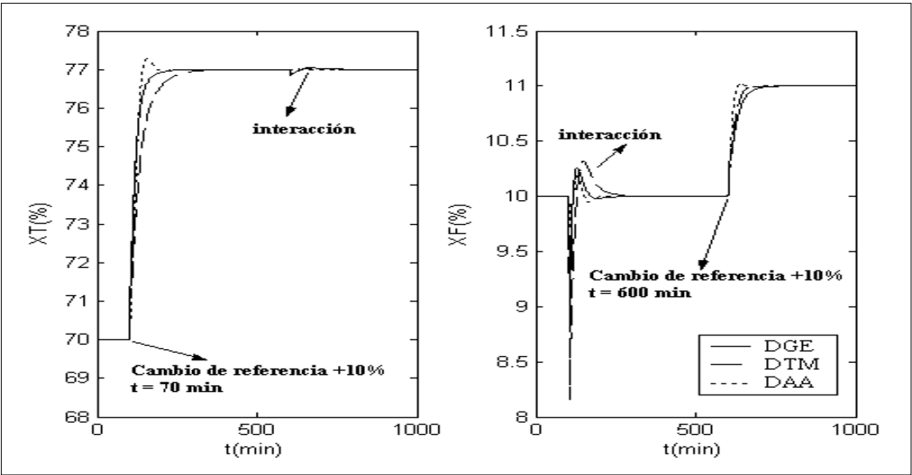
Parámetros de modelo POMTM	DGE		DTM		DAA	
	$G'_{11}(s)$	$G'_{22}(s)$	$G'_{11}(s)$	$G'_{22}(s)$	$G'_{11}(s)$	$G'_{22}(s)$
K	6,37	-9,65	6,37	-9,65	1,00	1,00
T	12,72	16,66	22,49	12,70	31,17	21,64
$t_0$	0,27	0,38	2,35	0,93	9,20	5,06

La Tabla 3 muestra los valores para los parámetros de sintonización de controladores PID usando las ecuaciones de Dhalin para la ganancia proporcional ( $K_p$ ), constante de tiempo integral ( $\tau_i$ ) y constante de tiempo derivativa ( $\tau_d$ ) [17]. En este caso  $G_{C1}$  representa el controlador para el lazo directo  $G'_{11}(s)$ , y  $G_{C2}$  el controlador para el lazo directo  $G'_{22}(s)$ .

**Tabla 3.** Parámetros de sintonización de los controladores PID

Parámetros de control PID	DGE		DTM		DAA	
	$G_{C1}$	$G_{C2}$	$G_{C1}$	$G_{C2}$	$G_{C1}$	$G_{C2}$
$K_p$	0,108	-0,070	0,109	-0,071	2,001	2,001
$\tau_i$	13,171	16,848	23,665	13,172	35,788	24,172
$\tau_d$	0,435	0,189	1,117	0,451	4,001	2,267

La Fig. 10 muestra el desempeño de un esquema de control PID junto con las técnicas de desacoplamiento para cambios de +10% en el valor de referencia, en  $t=100$  min y  $t=600$  min para  $X_T$  y  $X_F$  respectivamente.



**Figura 10.** Respuesta de las variables  $X_T$  y  $X_F$  ante cambios de referencia.

El uso de controladores PID junto con DAA mejora el desempeño del sistema de control en términos del IAE y  $T_s$ , ya que la técnica de desacoplamiento considera mayor información de la dinámica del proceso. Por otro lado, el uso de DGE y DTM reducen el  $M_p(\%)$  en las variables controladas  $X_T$  y  $X_F$ .

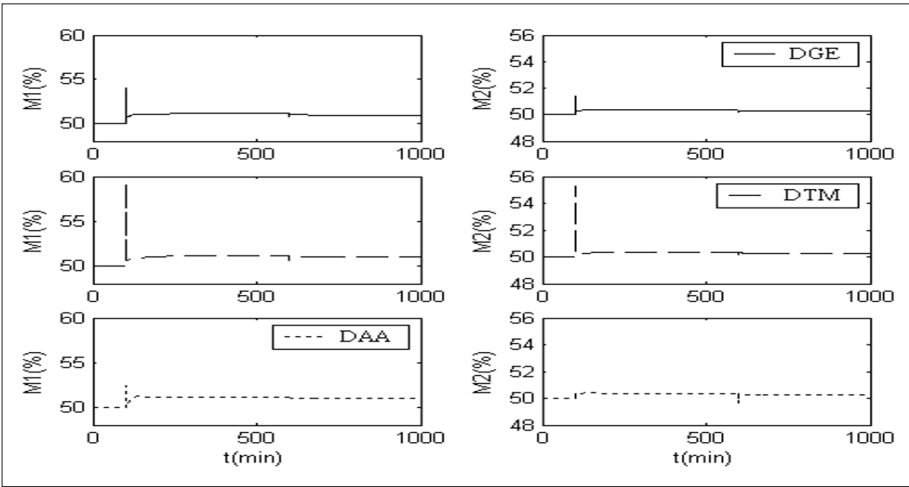


En la Tabla 4 se compara el desempeño de los lazos de control en términos de  $M_p(\%)$ , IAE y  $T_s$ .

**Tabla 4.** Desempeño del sistema de control multivariable ante cambios del valor de referencia

Parámetros de comparación	DGE		DTM		DAA	
	$X_T$	$X_F$	$X_T$	$X_F$	$X_T$	$X_F$
$M_p(\%)$	0,001	0,001	0,000	0,000	0,363	0,184
$T_s(\text{min})$	42,310	57,150	79,450	41,885	34,052	23,030
IAE	140,456	40,001	244,882	54,736	140,582	20,578

La Fig. 11 muestra el esfuerzo de las señales de control para los cambios del valor de referencia mostrados en la Fig. 10.



**Figura 11.** Esfuerzo de las señales de control  $M_1$  y  $M_2$  ante cambios de referencia.

El uso de un sistema de control PID junto con las técnicas DGE y DTM, introduce cambios acentuados en las señales de control que afectan el funcionamiento y la vida útil de los elementos finales de control. Este efecto es compensado con el uso de DAA los cuales introducen cambios suaves en las señales de control.

La Tabla 5 muestra el desempeño del sistema de control multivariable en función del porcentaje de variación del IAE para cambios del punto de operación (ver Fig. 10) y errores de modelaje en los parámetros  $K_{ij}$  y  $\tau_{ij}$ . Se observa como el sistema de control junto con la técnica DAA presenta menores variaciones del IAE, mejorando el rendimiento del sistema de control. Para este caso el rendimiento más pobre se muestra con desacopladores DTM.

**Tabla 5.** Desempeño del sistema de control multivariable ante errores de modelaje en  $k_{ij}$  y  $\tau_{ij}$

Variación de parámetros $K_{ij}$ y $\tau_{ij}$	%IAE					
	$X_T$			$X_F$		
	DGE	DTM	DAA	DGE	DTM	DAA
-20%	+23,60	+24,10	+11,68	+8,92	+8,18	-2,55
-10%	+10,48	+10,71	+1,65	+1,90	+3,59	-4,73
0%	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
+10%	-8,57	-8,75	+0,96	+0,05	-1,81	+8,11
+20%	-15,70	-10,03	+3,13	+1,44	-1,99	+17,42

V. CONCLUSIONES

El presente trabajo muestra el desempeño de diferentes técnicas de desacoplamiento en sistema multivariables, donde la técnica DGE es de más fácil diseño pero implica variaciones más acentuadas en las variables de salida, presentando mayor  $Mp(\%)$  en el rechazo de interacciones. Esto puede afectar la vida útil de los elementos finales de control cuando se someten cambios impulsivos continuamente. Por otro lado, el uso de desacopladores DTM y DAA reducen estas variaciones acentuadas en la salida, presentando este último menor  $Mp(\%)$ .

Evaluando errores de modelaje en los parámetros que definen al sistema, se comprueba que variaciones en las ganancias ( $K_{ij}$ ) y constantes de tiempo ( $\tau_{ij}$ ) son sensibles para el desacoplamiento, perdiendo su funcionalidad para esos errores de modelaje. En cuanto a errores de modelaje en el tiempo muerto ( $t_{oij}$ ), representa un parámetro poco significativo al evaluar el desempeño de las técnicas de desacoplamiento.

Finalmente, para un sistema de control multivariable PID, el desempeño mejora con el uso de DAA, generando señales de control más suaves que no afectan significativamente a los elementos finales de control. En referencia a la robustez del sistema de control ante errores de modelaje, para variaciones de  $K_{ij}$  y  $\tau_{ij}$  el uso de DAA consigue obtener menores variaciones del índice de desempeño IAE, siendo la técnica DTM la que presenta rendimiento más pobre. El efecto de variaciones de  $t_{oij}$  es poco significativo en el rendimiento del sistema de control.

## REFERENCIAS

- [1] W. Ho, T. Lee, O. Gan, "Tuning of multiloop proportional integral derivative controllers based on gain and phase margin specifications", *Industrial and Engineer Chemical Research*, vol. 36, no. 6, pp. 2231-2238, 1997. doi: 10.1021/ie960732t
- [2] P. Albertos, A. Salas, *Multivariable Control Systems: An Engineering Approach*. España: Springer, 2004.
- [3] D. Arati, S. Narayanan, N. Sivakumaran, "Complete decoupling of multivariable systems by means of dynamic state feedback", in *2015 International Conference on Smart Technologies and Management for Computing, Communication, Controls, Energy and Materials (ICSTM)*, 2015, pp. 299-306. doi: 10.1109/ICSTM.2015.7225431
- [4] E. Castañeda, J. Ruiz, "On the decoupling problem of linear multivariable systems by static state feedback", in *51st IEEE Conference on Decision and Control*, 2012, pp. 3227-3232. doi: 10.1109/CDC.2012.6426711
- [5] T. Marlin, *Process Control*. Estados Unidos: McGraw Hill, 1995.
- [6] E. Bristol, "On a new measurement of interaction for multivariable process control", *IEEE Transaction Automatic Control*, vol. 11, no. 1, pp. 133-134, 1966. doi: 10.1109/TAC.1966.1098266
- [7] H. Mao-Jun, C. Wen-Jian, L. Shao-Yuan, "New criterion for control loop configuration of multivariable processes", in *Control, Automation, Robotics and Vision Conference, (ICARCV 2004 8th)*, 2004, pp. 913-918. doi: 10.1109/ICARCV.2004.1468962
- [8] T. McAvoy, "Steady-state decoupling of distillation columns", *Industrial and Engineering Chemistry Fundamental*, vol. 18, no. 3, pp. 269-273, 1979. doi: 10.1021/i160071a012
- [9] Y. Fu, C. Tianyou, "Intelligent decoupling control of nonlinear multivariable systems and its application to a wind tunnel system", *IEEE Transactions on*

*Control Systems Technology*, vol. 17, no. 6, pp. 1376-1384, 2009. doi: 10.1109/TCST.2008.2005487

- [10] W. García, "Una propuesta de control por modo deslizante para sistemas multivariables con tiempo muerto", Tesis Maestría, Postgrado en Automatización e Instrumentación, Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela, 1998.
- [11] Y. Xia, P. Shi, G. Liu, D. Rees, J. Han, "Active disturbance rejection control for uncertain multivariable systems with time-delay", *IET Control Theory and Applications*, vol. 1, no. 1, pp.75-81, 2007. doi: 10.1049/iet-cta:20050138
- [12] C. Smith, A. Corripio, *Control Automático de Procesos*. México: Limusa, 1997.
- [13] J. Espinosa. (2014, Octubre 10) Control lineal de sistemas multivariables [En línea]. Disponible en: <https://es.scribd.com/doc/138850019/Control-Lineal-de-Sistemas-Multivariables-Jairo-Espinosa>
- [14] O. Camacho, C. Smith, "Sliding mode control: An approach to regulate nonlinear chemical processes", *ISA Transactions*, vol. 39, no. 2, pp.205-218, 2000. doi: 10.1016/S0019-0578(99)00043-9
- [15] R. Wood, M. Berry, "Terminal composition control of a binary distillation column", *Chemical Engineering Science*, vol. 28, no. 9, pp. 1707-1717, 1973. doi: 10.1016/0009-2509(73)80025-9
- [16] K. Ogata, *Ingeniería de Control Moderna*. México: Prentice Hall, 1998.
- [17] K. Åström, H. Tore, *Control PID Avanzado*. España: Prentice Hall, 2009.