

Valoración de la garantía de pensión en las cuentas de ahorro individual en Colombia

José V. Restrepo

Máster en Finanzas, Universidad Eafit, Medellín, Colombia. Coordinador de Transferencia del Grupo de Investigación en Bioingeniería. Universidad Pontificia Bolivariana, Medellín, Colombia.

Correo electrónico: vatin@une.net.co

Juan C. Gutiérrez

Máster en Finanzas, Tecnológico de Monterrey, México. Profesor asistente del Departamento de Finanzas, Universidad Eafit, Medellín, Colombia.

Correo electrónico: jgutie31@eafit.edu.co

ASSESSMENT OF PENSION GUARANTEES IN INDIVIDUAL SAVINGS ACCOUNTS IN COLOMBIA

ABSTRACT: The behavior of the individual as a person who contributes, and as the future beneficiary of a pension, is a determining factor to quantify the effects that his or her density has on the individual savings system and on the ability to demand the different guarantees. That is why the objective of this work is to seek a view based on personal finance other than what has been presented in different studies in this field carried out not only in Colombia but at the international level, and to provide an approach to a solution for the problem of sustainability in retirement.

To calculate the magnitude of the guarantees, a procedure was developed that combines stochastic models with diffuse logic models and actuarial estimates. In this way, and supported by results from other studies, it was possible to determine the individual savings potential that could be achieved by each individual in terms of their gender and salary cohort and the possible existing deficit for achieving a minimum retirement pension.

The findings show that, under the conditions of low density of contributions, it is very difficult for the lower and middle income cohorts to be able to ensure a minimum pension without exhausting existing guarantees and without government participation.

KEYWORDS: Pension guarantees, salary path, density of contributions.

ÉVALUATION DE LA GARANTIE DE PENSION DE RETRAITE DANS LES COMPTES ÉPARGNE INDIVIDUELLE EN COLOMBIE

RÉSUMÉ : Le comportement de l'individu en tant que personne réalisant un apport, futur bénéficiaire d'une pension de retraite, est déterminant pour quantifier les effets de sa densité d'apports sur le système d'épargne individuelle et l'exigibilité de garanties différentes. Pour cette raison, ce travail cherche à obtenir à partir des finances personnelles une alternative à ce qui a été exposé par différentes études sur ce même thème, non seulement en Colombie mais aussi au niveau international, pour offrir une approche de la solution du problème de durabilité de la retraite. Pour le calcul de l'importance des garanties, un procédé a été développé combinant les méthodologies de modèles stochastiques avec les modèles de logique diffuse et le calcul actuariel. Ainsi, avec le support d'autres études, l'épargne individuelle potentielle de chaque individu, en fonction de son genre et de sa cohorte salariale, a pu être déterminée ainsi que le déficit possible existant pour arriver à une pension minimum de retraite. Les résultats obtenus indiquent que, dans les conditions de faible densité d'apports, il est très difficile pour les cohortes aux ressources moyennes ou peu élevées de s'assurer une pension minimum de retraite sans épuiser les garanties existantes et sans la participation du Gouvernement.

MOTS-CLEFS : Garanties des pensions de retraite. Trajectoire salariale, densité des apports.

AVALIACÃO DA GARANTIA DE PENSÃO NAS POUPANÇAS INDIVIDUAIS NA COLÔMBIA

RESUMO: O comportamento do indivíduo como pessoa que contribui, e futuro beneficiário de uma pensão, é determinante para quantificar os efeitos que sua densidade de contribuições tem sobre o sistema previdenciário e a exigibilidade das diferentes garantias. Por essa razão, neste trabalho procura-se buscar, a partir das finanças pessoais, uma visão alternativa ao exposto em diferentes estudos realizados sobre a matéria, não só na Colômbia como também em nível internacional, e brindar uma aproximação à solução do problema de sustentabilidade na aposentadoria.

Para calcular a magnitude das garantias desenvolveu-se um procedimento que combina metodologias de modelos estocásticos com modelos de lógica difusa e com o cálculo atuarial. Desta forma, e amparado pelos resultados de outros estudos, conseguiu-se determinar o montante individual potencial alcançável por cada indivíduo em função de seu gênero e sua faixa salarial e o possível déficit existente para conseguir uma pensão mínima de aposentadoria.

Os resultados encontrados indicam que sob as condições de baixa densidade de contribuições é muito difícil para as faixas de baixa e média renda garantir uma pensão mínima sem o esgotamento das garantias existentes e a participação do Governo.

PALAVRAS CHAVE: Garantias nas pensões. Faixa Salarial, Densidade de contribuições.

CLASIFICACIÓN JEL: G23.

RECIBIDO: diciembre de 2009 APROBADO: noviembre de 2010

CORRESPONDENCIA: José V. Restrepo, Carrera 45 # 7-159, Barrio Patio Bonito, Medellín, Colombia.

CITACIÓN: Restrepo, J. V. & Gutiérrez, J. (2011). Valoración de la garantía de pensión en las cuentas de ahorro individual en Colombia. INNOVAR, 21(41), 51-62.

RESUMEN: El comportamiento del individuo como persona que aporta, y futuro beneficiario de una pensión, es determinante para cuantificar los efectos que su densidad de aportes tiene sobre el sistema de ahorro individual y la exigibilidad de las diferentes garantías. Por esta razón, en el presente trabajo se intenta buscar desde las finanzas personales una visión alterna a lo expuesto en diferentes estudios que sobre la materia se han realizado, no solo en Colombia sino a nivel internacional, y brindar una aproximación a la solución del problema de sostenibilidad en el retiro.

Para calcular la magnitud de las garantías, se desarrolló un procedimiento que combina metodologías de modelos estocásticos con modelos de lógica difusa y con el cálculo actuarial. De esta forma, y reportado en resultados de otros estudios, se logró determinar el ahorro individual potencial alcanzable por cada individuo en función de su género y su cohorte salarial, y el posible déficit existente para conseguir una pensión mínima de retiro.

Los resultados encontrados indican que en las condiciones de baja densidad de aportes es muy difícil para las cohortes de bajo y medio ingreso asegurar una pensión mínima sin el agotamiento de las garantías existentes y la participación del gobierno.

PALABRAS CLAVE: garantías en las pensiones, senda salarial, densidad de aportes.

Introducción

Los regímenes pensionales obligatorios constituyen la estructura social que permite a un trabajador recibir una suma de dinero durante su etapa de retiro gracias a un ahorro realizado durante su período productivo. El sistema opera de la siguiente forma: por un lado, un porcentaje definido de los salarios de cada trabajador se deposita como un ahorro obligatorio. Por otro lado, el acumulado de todos se invierte en el mercado de valores generando una rentabilidad. Al final, la suma total entre los aportes del trabajador y los rendimientos financieros se entrega en una serie de pagos (anualidad) después de cumplir con unas condiciones legales de edad y de semanas de aporte, entre otras.

La mayoría de los países tienen legislaciones que regulan los mecanismos de recaudo, administración y posterior entrega de estos ahorros mediante diferentes sistemas. Por una parte, están los regímenes de prima media con beneficio definido, también conocido como PAYG (*Pay-As-You-Go*), de carác-

ter público, donde se depositan los aportes de todos los afiliados en una cuenta única administrada por el gobierno. Por otra, están los regímenes de cuenta individual con contribución definida, de carácter privado, donde se recaudan los aportes de cada afiliado y se depositan en cuentas individuales. En la mayoría de los países latinoamericanos se implantó el régimen de cuenta individual con contribución definida.

Sin embargo, los regímenes corren el riesgo de no cumplir con el objeto social propuesto. Según un informe del Banco Interamericano de Desarrollo, compilado por Crabbe (2005), la evolución de características socioeconómicas como: mano de obra, actividad económica, composición social, distribución salarial, entre otras, ha obligado a implementar reformas para facilitar el cumplimiento de las metas. Además, desde los puntos de vista macroeconómico, político y gubernamental, la volatilidad y los riesgos asociados a cada país han incrementado las dificultades para el logro de los objetivos propuestos por las reformas. Debido a estos riesgos, el sistema no ha logrado en un principio aliviar la carga que se tiene sobre la nación, en especial lo que corresponde a las pensiones por invalidez, jubilación o muerte del afiliado y la herencia de la pensión.

Una incorrecta estimación de estos riesgos puede ocasionar un desequilibrio fiscal que atente contra la estabilidad económica y social de la nación. Por ello, este estudio propone una metodología para la valoración de la garantía de pensión en las cuentas de ahorro individual de los fondos privados de pensiones obligatorias en Colombia a precios de mercado y fundamentada en la valoración neutral al riesgo. Se escoge el régimen privado de ahorro individual porque actualmente es el de mayor número de afiliados y el que recibe mayor número de nuevas afiliaciones. Igualmente, solo se consideran los individuos que estarán aportando únicamente a este régimen. La aplicación de esta metodología en esta investigación se orienta desde la conducta del individuo y no pretende evaluar las conductas de las administradoras del fondo, ni las decisiones tomadas por los organismos reguladores.

Este documento cuenta con cuatro secciones. En la primera sección se describe el funcionamiento actual del régimen de ahorro individual con contribución definida en Colombia. En la segunda, se expone el marco teórico, que incluye los diferentes riesgos del sistema y la revisión de la literatura existente sobre los métodos para su medición, haciendo énfasis en los antecedentes teóricos relativos a la valoración de garantías de pensión a precios de mercado. En la tercera sección se desarrolla el modelo principal propuesto para valorar dicha garantía, y para terminar, en

la cuarta, se exponen los resultados alcanzados, las conclusiones y recomendaciones.

Breve descripción del régimen de ahorro individual

El sistema general de pensiones en Colombia se compone de dos regímenes con diferentes características. El más reciente es el régimen de ahorro individual (RAI), integrado por las sociedades administradoras de fondos de pensiones o AFP. Estas entidades se crearon a partir de la Ley 100 de 1993, donde se estableció un régimen mixto con fondos de pensiones públicos y privados. El único fondo público (PAYG) ya existía y era administrado por el Seguro Social.

El porcentaje de cotización sobre el ingreso base de cotización (IBC) actualmente es del 16% para quienes devengan menos de 4 SMLMV, 17% para quienes devengan entre 4 y 16 SMLMV, y 18% para quienes devengan salarios superiores a 20 SMLMV. De este porcentaje, el 11.5% va directamente a la cuenta de ahorro individual. Es decir, en términos proporcionales, la relación Ahorro en Cuenta Individual/Aporte es de 71.9% (11.5%/16%) hasta los 4 SMLMV, 67.6% (11.5%/17%) para el intervalo entre 4-16 SMLMV, y 63.9% (11.5%/18%) para los salarios superiores a 20 SMLMV.

Los aportes se acumulan junto con los rendimientos generados por los aportes realizados con anterioridad y son los que en el momento de retiro se utilizan para calcular la pensión. Los aportes al Fondo de GPM (1.5% del salario del afiliado) son un seguro para cubrir el déficit en las cuentas que no alcancen el ahorro mínimo. Adicionalmente los afiliados que ganan más de 4 SMLMV deben aportar el 0.5% de su salario por el concepto de Fondo de Solidaridad Pensional, y 0.5% por concepto de Subsidio para Ancianos Pobres. Quienes devenguen más de 20 SMLMV aportan un 1.0% adicional por concepto de Subsidio para Ancianos Pobres.

Desde que comenzaron a funcionar en Colombia, el ahorro previsional acumulado en los fondos privados de pensiones obligatorias alcanzó los 60 billones de pesos en 2008, cifra que correspondía al 12,1% del PIB. Además, esta participación corresponde al 85% del total del ahorro previsional si se compara con las pensiones voluntarias y las cesantías, que participaban con el 9% y el 6%, respectivamente. También, el número de afiliados alcanzó los 8.5 millones, que equivale al 40% del total de la población económicamente activa para 2008. A nivel de participaciones, la distribución por género indica que el 58% de los afiliados a las AFP eran de sexo masculino y el restante 42% eran de sexo femenino. La tendencia muestra que la



participación del género femenino ha aumentado en los últimos años. Si se analiza por salarios, se encuentra que el 83% de todos los afiliados gana hasta dos SMLMV y el 65% de todos los afiliados hasta un SMLMV. Solo el 8% de todos los afiliados gana más de cuatro SMLMV.

Marco teórico

Los factores de riesgo identificados dentro del régimen pensional conforman tres grupos principales. El primer grupo de factores de riesgo es el de pensión mínima (también conocido como garantía de pensión mínima, GPM). En este grupo se considera la posibilidad de un déficit en la cuenta de ahorros de un afiliado en el momento de su retiro, que le impida adquirir la mínima pensión posible en el mercado. El segundo grupo de factores es el de rentabilidad mínima (también conocido como garantía de rentabilidad mínima, GRM). En este grupo, se analiza el faltante en el rendimiento obtenido por los ahorros de un afiliado contra una rentabilidad mínima exigida. El último grupo de factores es conocido como grupo de riesgos de supervivencia, que estudia los eventos donde el individuo sufre de un accidente o enfermedad que le genera una discapacidad permanente y lo obliga a terminar su vida laboral anticipadamente.

En este contexto, los diferentes trabajos realizados para la valoración de las garantías se pueden clasificar en dos grupos, según el enfoque dado por sus autores a la evolu-

ción del ahorro previsional. El primer grupo es el de aquellos modelos que se enfocan en la teoría de portafolio; el segundo grupo, el de aquellos modelos que se enfocan en el capital humano.

El primer grupo de autores tiene el interés de evaluar los riesgos desde las políticas y prácticas desarrolladas por las AFP y que afectan a aquellos individuos que cumplen con todos los requisitos mínimos para obtener su pensión de jubilación, como son la edad de jubilación y el mínimo número de semanas cotizadas. Los modelos de valoración realizados por este grupo se centran en estudiar la estructura de los fondos, los incentivos, las comisiones, las políticas de diversificación, los escenarios económicos, entre otros. Por lo anterior, la información relativa al ingreso de un afiliado y a las cohortes salariales solo es importante para determinar los crecimientos del ahorro y para identificar la población más descubierta.

Uno de los primeros trabajos desarrollados bajo estos parámetros fue propuesto por Zurita (1994). En su trabajo se modela el crecimiento de la cuenta de ahorro de un individuo que pertenece al régimen de pensiones chileno como una ecuación diferencial estocástica, donde la parte determinística la conforman los aportes y el acumulado de los ahorros con inclusión de rendimientos, y la parte aleatoria corresponde a la volatilidad de los rendimientos. Posteriormente, otros trabajos como el realizado por Penacchi (1999) sumaron otras ecuaciones estocásticas para modelar simultáneamente otras variables.

En Colombia, el trabajo más cercano a la metodología propuesta por Zurita fue realizado por Silva (2003), quien adoptó la misma ecuación estocástica, pero con unas adiciones. En primer lugar, el autor no consideró los salarios reales como constantes. Por el contrario, incluyó las sendas salariales obtenidas de los estudios de Parra (2001), clasificadas según la cantidad de SMLMV y distribuidas en deciles poblacionales. En segundo lugar, definió una sola densidad de cotización para todos los individuos suponiendo que a lo largo de la vida laboral existía una probabilidad de realizar cotización del 70%, representada mediante la siguiente ecuación:

$$dA = [rA(t) + \alpha N]dt + A(t)\sigma\sqrt{T}dw \quad (1)$$

Por otra parte, para el segundo grupo de autores, el enfoque consiste en valorar los riesgos que sobre el ahorro previsional son causados por el capital humano, asumiendo que las actividades administrativas y financieras de las administradoras de los fondos son las correctas, y que la ley les otorga las herramientas necesarias para cumplir con su función social. El riesgo del capital humano se entiende como la deficiencia en el aporte al ahorro previsional debido a que el aporte no es constante, sino inestable e insuficiente para alcanzar el ahorro mínimo debido a condiciones laborales inferiores o deficientes y a problemas de género.

El impacto en la sociedad de estos estudios generalmente es fuerte porque toca dimensiones económicas como son el salario mínimo y el desempleo, y sociales como es la dimensión género. Por el lado económico, no es justo colocar al trabajador menos calificado como el directo responsable de su propio déficit pensional, cuando en los países latinoamericanos la mayoría de ellos no tiene el control de su capacidad de generar recursos. Estudios en Colombia como los desarrollados por Arango *et al.* (2007) y López y Lasso (2008) demuestran las dificultades encontradas en las políticas económicas y laborales para intentar mantener y aumentar el poder adquisitivo de la clase obrera. Incluso sus estudios demuestran la existencia de un deterioro sistemático del poder adquisitivo real de los trabajadores con bajos niveles de educación. Otros estudios como los de Tamayo (2008) y Arango *et al.* (2009) explican la incidencia de factores como el desempleo y el trabajo informal en los ingresos.

En este enfoque, sobresale el estudio de Smetters *et al.* (2009), donde además de trabajar las cohortes salariales, propone un esquema de valoración neutral al riesgo independiente de los rendimientos extraordinarios obtenidos por los administradores de los fondos. Para la definición de las cohortes, su estudio toma las definiciones establecidas por la OACT (*Office of Actuary*) que estimaba el comportamiento salarial para cinco cohortes principales hasta el

2050. Con ellas se plantean simulaciones con aportes y comisiones para obtener la suma total del ahorro previsional de cada una de ellas.

Además, Smetters *et al.* (2009) realizan unas observaciones sobre las metodologías utilizadas para valorar las garantías. La primera observación es respecto a la utilización del valor de costo esperado contra el valor de mercado. Los autores consideran que la utilización de la metodología de costo esperado, al incorporar la expectativa de retornos adicionales contra los del mercado, está ignorando algunos de los riesgos existentes y, por ende, termina con una garantía subvalorada. La segunda observación es respecto al empleo del modelo de Black-Scholes (Hull, 2008) como metodología para la valoración de las garantías de las cuentas de ahorro previsional. La observación del autor se sintetiza en que esta metodología no se comporta bien cuando existe un cambio en el monto asegurado, como ocurre en los fondos de pensiones debido a los aportes periódicos realizados por los individuos. A esto se adiciona el factor de horizonte temporal que, al ser tan largo, implica segmentar la valoración de la garantía en intervalos de tiempo menores, con el riesgo de perder la información capturada del período anterior.

Por otro lado, un nuevo elemento importante para los estudios de las garantías del ahorro previsional son los modelos que se deben estudiar para el cálculo del retiro del individuo según la modalidad de pago seleccionada. Entre todas las modalidades, la de renta vitalicia es la más similar a una pensión mínima e incorpora un par de riesgos adicionales como son el de mortalidad y el de tasa de interés. Los cálculos para el pago de una renta vitalicia están contenidos en informes de cálculo actuarial definidos por diferentes aseguradoras y entidades gubernamentales. Sin embargo, Milevsky (2006) recopila diferentes metodologías que permiten obtener el acumulado requerido en la cuenta para comprar la renta vitalicia, según información específica como la edad, el género, el tiempo estimado de vida, entre otras. Cada una de estas estimaciones surge de la información publicada por la OACT y de modelos desarrollados por las aseguradoras.

En este orden de ideas, y en función de algunos elementos tomados de las anteriores descripciones, el presente trabajo se centra en desarrollar una metodología para la valoración de las garantías de pensión para el mercado colombiano utilizando la valoración neutral al riesgo propuesta por Smetters *et al.* (2009), pero incorporando elementos propios del sistema pensional colombiano y de los modelos estocásticos presentados por Zurita. El enfoque principal está en comprender cómo se desarrolla esta metodología de valoración.

Para cumplir este propósito, el ajuste a la ecuación estocástica consiste en la inclusión de las sendas salariales de cada cohorte $W_t^{g,E}$ en función del tiempo t , el género g y el nivel salarial E . El porcentaje de aporte del salario ϕ es igual al 12%. También se incluye la variable de probabilidad de cotización $\delta_t^{g,E}$ en función de las probabilidades de desempleo según la edad del individuo, el género y el nivel salarial. Esta variable multiplica la senda salarial para indicar si existieron aportes de cotización. La volatilidad σ solo se tiene en cuenta para el acumulado de los fondos, y se situó en un 3% en razón de las normas de rentabilidad mínima exigidas para el caso colombiano y la mayor caída observada (*drop-down risk*). El resto de la volatilidad está capturada en el proceso estocástico de la inflación y la tasa de interés libre de riesgo.

$$dA = (r_f^t A + \phi \delta_t^{g,E}) dt + A \sigma \sqrt{t} dw \quad (2)$$

Adicionalmente, existe alguna incertidumbre en algunas variables como son la inflación y la tasa libre de riesgo. Dado que la simulación se realiza para intervalos de tiempo de 40 años o más, es incorrecto que se asuman como constantes, pero también es incorrecto que sigan procesos totalmente estocásticos. Por lo anterior se propone para la inflación el uso de un proceso de generación controlado que refleje intervalos de incertidumbre no estocástica, ajustado a un conjunto de pertenencia con forma trapezoidal en donde se pueden tipificar tres tipos de comportamientos en función del grado de pertenencia dentro de un sistema de lógica difusa: por debajo de un límite inferior, entre el límite inferior y superior y por encima del límite superior. La lógica difusa permite incorporar a este modelo elementos racionales como son los intervalos del estado actual de un dato. De esta forma se espera que el resultado sea similar a lo reportado por el Banco de la República en sus informes periódicos sobre inflación esperada. Como referencia para la tasa de interés libre de riesgo se tiene presente el uso de la tasa Yield de los TES UVR 2015, de más largo plazo y de alta liquidez, existentes en el mercado, pero sujeta al dato de la inflación estimada por el Banco de la República. El valor de la tasa de interés, al igual que el salario y las demás variables, es nominal. Se reconoce la importancia de trabajar con tasas reales sobre las nominales en modelos de costos. Sin embargo, el objetivo del presente trabajo consiste en estimar un valor para el déficit de la garantía a precios de 2009 antes que establecer un valor para el futuro. Además, existe una tendencia de largo plazo en materia de reducción de las tasas reales a medida que aumenta la profundidad de los mercados. Por lo anterior, si bien considerar la evolución y proyección de las tasas reales es importante, dicha consideración no es necesaria para los objetivos de la presente investigación.

Simultáneamente, dentro de la simulación se debe incluir el comportamiento de los fondos de GPM y de solidaridad. Estos fondos, que se recaudan paralelamente al ahorro previsional, constituyen otro ahorro que en el futuro serviría para cubrir una parte o la totalidad de las garantías previstas. La suma que estos dos fondos alcancen permitirá determinar el verdadero déficit que la nación y las AFP enfrentan.

Finalmente, se valora la magnitud que debe alcanzar el fondo con el fin de satisfacer el costo de las anualidades con diferentes metodologías propuestas por Milevsky (2006).

Desarrollo

Inicialmente se procede con el estudio de la sensibilidad de algunas de las variables de entrada para el sistema. Para ello, se utilizó el modelo propuesto por Zurita empleando diez cohortes salariales en intervalos de un SMLMV, donde se pudo verificar la reacción de cuatro variables que son: los rendimientos globales de la cuenta de ahorro, el porcentaje de los aportes individuales, el rendimiento de los retiros (cálculo de una anualidad) y el nivel de aporte por salarios. Los resultados mostraron que la modificación del porcentaje de los aportes individuales no influye decisivamente en el resultado del ahorro obtenido, ni es el método más efectivo para reducir el déficit, y que el rendimiento global de la cuenta de ahorro es determinante, como era de esperarse.

Pero aún más interesante fue observar la importancia que tiene el valor de la anualidad en función de la tasa de rendimiento sobre el valor total de la cuenta de ahorro previsional. Un aumento en el rendimiento de una anualidad pagado por las aseguradoras incrementará las probabilidades de alcanzar el mínimo ahorro previsional especialmente en las cohortes con menor ingreso.

Partiendo de estos elementos, se divide el proceso de construcción del modelo en cuatro partes principales. La primera parte consiste en el cálculo del valor total necesario en la cuenta de ahorro al final del período de acumulación a partir del valor de una anualidad en el retiro. En la segunda parte se desarrolla una senda de cotización (densidad de cotización) como variable temporal que garantice el mínimo de semanas cotizadas a cualquier individuo. En la tercera parte se diseña el modelo de subconjuntos difusos que ayudarán a determinar la tasa de interés libre de riesgo a partir de la inflación esperada. Y en la cuarta parte se determinan las sendas salariales seguidas por las diferentes cohortes. Este conjunto de partes permitirán estimar el déficit de la cuenta de ahorro previsional, para después

descontarlo a la tasa libre de riesgo y obtener el valor del déficit a precios de hoy.

Para comenzar con el cálculo del valor total necesario de la cuenta de ahorros para la compra de una anualidad, se realizó un estudio de las tablas de mortalidad por género definidas para Colombia. Estas tablas fueron emitidas en el año 2007 para individuos con edades entre los 20 y 100 años¹. Estas tablas se construyeron a partir de una población inicial de 100.000 individuos de 20 años de edad $l(x)$, cifra que año a año va disminuyendo según la información de número de fallecimientos anuales $d(x)$. Además, incluyen información como la probabilidad $q(x)$ de morir en cada año y la esperanza de vida media, $e^0(x)$, a partir de cada año.

La cantidad de sobrevivientes contra la edad es de gran ayuda para determinar cuál es el mejor modelo de cálculo que se puede implementar para una anualidad. Entre los diferentes modelos existentes propuestos por Milevsky (2006) para la supervivencia, el que más se ajusta es el denominado Gompertz-Makeham (GoMa). Este modelo realiza un ajuste exponencial a las probabilidades de supervivencia suponiendo una distribución gamma. GoMa se diferencia de los esquemas tradicionales donde se analiza la probabilidad de supervivencia actual como el producto de las probabilidades de supervivencia anteriores (de grupos de edades más jóvenes) o en otros casos con modelos lineales o exponenciales bajo la suposición de la existencia de una distribución normal con media en la esperanza de vida.

La ecuación del modelo GoMa para calcular las anualidades que se pagan en el retiro depende de una distribución gamma incompleta, de los parámetros m y b encontrados y de la tasa de interés que pagan las aseguradoras. El resultado de esta ecuación es la cantidad de unidades monetarias que debe existir en la cuenta de ahorro previsional por cada unidad monetaria que se desea como pago anual. Expresado en unidades de SMLMV, el monto en la cuenta de ahorro previsional M equivale a multiplicar la anualidad obtenida en función de la tasa de interés r (real) y de la edad x por 13 (12 meses de pago más la prima). En el caso de los hombres, las variables de ajuste m y b fueron 103 y 15, respectivamente, y en el caso de las mujeres, las variables de ajuste m y b fueron 109 y 15, respectivamente. Las variables de ajuste fueron determinadas usando un método por aproximaciones sucesivas entre las tablas de

mortalidad y la distribución gamma. El error relativo total no sumó más del 3% en cada caso.

$$M = 13 \left[\frac{b\Gamma(-rb, b\lambda(x))}{e^{(m-x)r - b\lambda(x)}} \right] \quad (3)$$

El siguiente elemento por definir es el recorrido o senda de cotización de los individuos para que al final logren cumplir el mínimo de semanas requeridas. Una alternativa consiste en definir una densidad de cotización mensual que afecta los aportes realizados en una proporción equivalente al número de semanas trabajadas sobre el total posible. Esta aproximación, aunque lógica en su concepción, ignora el peso que tienen las cotizaciones en el tiempo al asumir que son constantes durante todo el ciclo de vida laboral. Otra técnica disponible para el desarrollo de esta senda es el uso de las probabilidades que existen entre los estados de empleo y desempleo. Entonces, se puede crear un modelo que calcule la probabilidad de estar empleado y desempleado, y generar una senda de cotización más ajustada a la realidad según estas variables demográficas.

En función de lo anterior, se desarrolla un modelo de senda de cotización que depende de la relación existente entre el máximo número posible de semanas cotizadas, el mínimo número de semanas efectivamente laboradas y el mínimo número de semanas para tener derecho a una pensión. Esta decisión se fundamenta en que para estimar las garantías importa más el cumplimiento de los requisitos mínimos de cotización (el número de semanas cotizadas) que el empleo o el desempleo. Sin embargo, la tasa de desempleo es útil para determinar los intervalos del ciclo de vida laboral donde existe mayor o menor densidad de cotización, como se observará más adelante.

Luego, y para generar la senda de cotización (densidad de cotización), se construye un modelo estocástico que genera diferentes rutas a partir de las probabilidades ajustadas en cada período. En este modelo aleatorio se asume que cada período tiene una duración de tres meses. Como se muestra en la ecuación (4), la probabilidad P_i de trabajar la siguiente semana es igual al cociente cuyo numerador es la diferencia entre el mínimo número de períodos por trabajar N_{min} y el número de semanas cotizadas N_c , y el denominador representa la diferencia entre el número total de períodos hábiles N_T y el número de períodos transcurridos i .

$$P_i = \frac{N_{min} - N_c}{N_T - i} \quad (4)$$

Sin embargo, el resultado del ejercicio anterior no está ajustado a la realidad del comportamiento laboral de una

¹ Las tablas se encuentran en la resolución número 1112 de 2007 emitida por la Superintendencia Financiera de Colombia, en la cual expresamente se actualizaron las tablas del sistema asegurador en Colombia.

persona, a pesar de que permite construir la senda laboral eficiente. En diferentes trabajos, como los realizados por Núñez (2005), Martínez (2003) y Viáfara y Uribe (2006), está demostrado que para diferentes momentos dentro del ciclo de vida laboral, una persona está sometida a diferentes expectativas de duración en el empleo y en el desempleo según su género, su nivel de educación, su actividad, su edad, entre otros. Cada una de estas expectativas modifican la densidad de cotización, permitiendo que la persona realice o no aportes a su cuenta de ahorro previsional.

Por tanto, para realizar este ajuste se comienza con las expectativas de duración del empleo y desempleo publicadas en las tablas del trabajo de Martínez (2003) para el Departamento Nacional de Planeación (DNP). En estas tablas existe una clasificación por edades en siete intervalos diferentes, de los cuales solo cinco intervalos son necesarios; más específicamente, aquellos que incluyen las edades entre los 20 y los 65 años.

Luego, esta duración se toma como la media para generar una distribución de probabilidad acumulada normal con una desviación estándar arbitraria equivalente a un año para el empleo y a diez semanas para el desempleo. Esta distribución de probabilidad acumulada evaluada con el tiempo transcurrido en cada estado, ya sea de empleo o de desempleo, arroja un valor que se multiplica con el complemento de la probabilidad obtenida del modelo básico de senda de cotización. El resultado de esta operación se suma a la probabilidad de la senda de cotización correspondiente.

Por el lado macroeconómico, la incertidumbre es la característica principal de todas las variables de cualquier sistema cuando los períodos son de muy largo plazo, como es el caso de las pensiones. En este trabajo, la incertidumbre existe en la tasa de interés, en el porcentaje de aporte, en la volatilidad de los modelos, entre otros. Estas variables, por su naturaleza, se simulan usando un modelo estocástico controlado por un sistema de lógica difusa.

Específicamente, el modelo de lógica difusa cuenta con diferentes subconjuntos y reglas para determinar el cambio en la tasa libre de riesgo. Se parte de la inflación y de la tasa libre de riesgo actual, y se realiza una simulación para determinar el cambio en la inflación en función de la variable aleatoria inflación y el cambio incierto (no estocástico) en la tasa libre de riesgo. La tasa de interés se considera incierta, con cambios periódicos y dependiente de la inflación, la cual, a su vez, se considera aleatoria, volátil e incierta sobre el componente real de la tasa libre de riesgo. Estos dos sistemas se realimentan entre sí para generar una senda de la tasa de interés en el tiempo.

En comienzo, se define para la variable inflación un conjunto difuso que contuviera la expectativa sobre la inflación reportada por el Banco de la República en sus informes periódicos sobre el aumento general de precios. Para el año 2009 la expectativa de inflación anualizada se estimó en el intervalo 4,5% a 5,5%. Por ello, se decidió que la figura adecuada para calificar el comportamiento de la inflación es una función de forma trapezoidal que asigne el máximo grado de pertenencia a los valores de inflación que estén dentro de la banda de la expectativa del banco.

Para la tasa de interés se escogió un conjunto difuso con forma triangular al que se denominó "normal" y que captura el comportamiento de los títulos TES UVR dentro de una expectativa de mercado que oscila alrededor del 6%. El uso de la forma triangular se compara en algún grado con el uso de los modelos de tasas de interés tipo Vasicek, debido a que permite estimar un valor puntual de máxima posibilidad de ocurrencia en torno al cual oscila el valor de la tasa de interés.

Seguidamente, el resultado del grado de pertenencia de cada uno de los subconjuntos se evalúa siguiendo una serie de reglas lógicas y de teoría de conjuntos para determinar una posible salida. Cada regla que se cumple indica cuál salida se debe seleccionar, y además con cuál grado de aplicación se debe hacer. Las salidas también son subconjuntos difusos que no se evalúan como grado de pertenencia sino como grado de aplicación.

De igual manera, para la modelación del cambio de la tasa de interés se definieron tres subconjuntos difusos de salida que siguen la metodología de Sugeno, donde no necesariamente debe existir *overlapping* de los conjuntos de salida. El resultado de evaluar todas las reglas y ponderar la salida arroja en cada ejecución un valor entre -100 puntos básicos y 100 puntos básicos. Luego, se introdujo un mecanismo de corrección con el fin de obtener una estandarización del cambio de la tasa de libre de riesgo en saltos de +/-25, +/-50, +/-75 y +/-100 puntos básicos.

En consecuencia, el resultado de evaluar todas las reglas y ponderar los grados de aplicación de cada uno de los subconjuntos difusos de salida constituye el valor del incremento o decremento de la tasa libre de riesgo. Los efectos de la variación de la tasa libre de riesgo son inmediatos sobre sí misma, pero actúan con rezago sobre el valor de la variación de la inflación $\Delta\pi_t$. Este rezago corresponde a un parámetro de influencia β negativo que multiplica a la diferencia entre la tasa libre de riesgo actual r_t y el promedio histórico de varios períodos anteriores de la tasa libre de riesgo \bar{r} , como se aprecia en la siguiente ecuación:

$$\Delta\pi_t = -\beta(r_t^f - \bar{r}) \quad (5)$$

El parámetro β es una variable de control que se utiliza para evitar una sobre realimentación y desbordamiento del modelo. Su función consiste en amortiguar el efecto del cambio en la tasa de interés libre de riesgo sobre la inflación. Este parámetro se escoge en función del número de promedios realizados sobre la variable tasa de interés libre de riesgo. En este caso, partiendo de seleccionar un promedio de diez meses de la tasa de interés, el valor de β se determinó en 0,2.

En forma complementaria, se reconoce la existencia de aleatoriedad en la inflación antes de su inclusión en el modelo difuso. Entonces, el camino que sigue la inflación se define con un modelo estocástico donde los cambios en esta son determinados por tres variables: una variable aleatoria que sigue una distribución normal estándar $W(t)$, el cambio en la inflación establecido por el cambio en tasa libre de riesgo $\Delta\pi_t$, y la volatilidad de la inflación que en los últimos años es baja, aunque para aumentar la dinámica del modelo respecto de esta última variable se fija la máxima variación en 10%, que es el máximo cambio observable en la inflación presentado en los últimos 20 años. En este orden, el tiempo transcurre en meses, acorde con las políticas del Banco de la República. La expresión que define este comportamiento es la siguiente:

$$\Delta\pi_t = \pi_t W(t) \sigma \sqrt{1/12} + \Delta\pi_t \quad (6)$$

Resulta importante precisar que para las sendas salariales se escogieron cinco sendas para cinco cohortes por cada género de acuerdo con dos criterios. El primer criterio es la distribución salarial de los afiliados en la AFP. Según esa distribución se tienen cuatro cohortes, que son: personas con 1 SMLMV (65% de los afiliados), personas con 2 SMLMV (18% de los afiliados), personas con entre 3 y 4 SMLMV (9% de los afiliados) y personas con más de 4 SMLMV (8% de los afiliados). Esto significa que de 100.000 simulaciones, 65.000 se deben hacer con la primera cohorte, 18.000 con la segunda cohorte, 9.000 con la tercera cohorte y 8.000 con la cuarta cohorte, suponiendo que esta distribución se mantiene constante a lo largo de todo el ciclo de vida laboral. Seguidamente, el criterio relevante es el comportamiento de las sendas salariales para diferentes cohortes descritas en el documento de Castro *et al.* (2009). Por simplicidad se eligió la trayectoria de las cinco cohortes más representativas, que son las cohortes con 1 SMLMV, 2 SMLMV, 3 SMLMV, 4 SMLMV y los mayores a 4 SMLMV.

Cabe destacar que ha sido necesario realizar un ajuste a las cohortes 3 y 4 debido a que no existe una discrimina-

ción sobre el número de afiliados que pertenecen a cada una de ellas. Por ello, y con el fin de mantener la tendencia decreciente en el número de afiliados de las cohortes 1 y 2, a la cohorte 3 se le asignó el 6% de los afiliados y a la cohorte 4 el 3% de los afiliados.

Resultados, conclusiones y recomendaciones

El resultado entregado por el modelo muestra que para los hombres existe un déficit (sin tener en cuenta los fondos de GPM y solidaridad) en la cuenta de ahorro previsional para las primeras cuatro cohortes, pero no en la quinta que es la de más alto ingreso. Por el contrario, en el caso de las mujeres, en todas las cohortes existe una probabilidad de déficit. La participación porcentual de las diferentes cohortes en el déficit se concentró en la cohorte número uno, tanto para hombres como para las mujeres, con el 84% y 80%, respectivamente (ver tabla 1, parte A).

Si se observan los datos con más detalle, el déficit total en el futuro de la primera cohorte, para el caso de las mujeres es menor que el mismo ítem para los hombres. Pero, si se divide este valor por el equivalente del salario mínimo en el futuro, se encuentra que el total de déficit en el futuro normalizado es mayor en las mujeres (ver tabla 1, parte B). La razón de esta discrepancia resulta del menor tiempo de cotización por parte de las mujeres.

El déficit per cápita normalizado, que resulta de dividir el déficit total normalizado por el número de personas afiliadas dentro de una cohorte, es un indicador para mostrar en promedio qué tan deficitaria es una cuenta. En general, se observa en la tabla 1, parte C, que para las mujeres los resultados son más elevados que para los hombres, lo que sugiere que una parte muy grande de las garantías se van a requerir para cubrir el déficit de las mujeres.

El resultado del déficit, como se observa en la última fila de la tabla 2A, es de 7,74 millones de SMLMV por cada 100.000 afiliados a los fondos. En la tabla 2B se observa que, luego de considerar el valor del salario mínimo actual, esta suma equivale a 3,84 billones de pesos. Si para finales del 2008 se tenía una población de 8,5 millones de afiliados a los fondos de pensiones obligatorias, esto significa que la suma total del déficit en los aportes podría ascender a los 326,55 billones de pesos, que equivalen al 64,9% del PIB de Colombia, estimado para 2009 por el DNP en 503,2 billones de pesos; pero solo bajo la suposición de que todos los 8,5 millones de afiliados cumplieren con los requisitos mínimos exigidos por la ley.

TABLA 1. Total déficit por cohorte (20.000 hombres y 20.000 mujeres).

A	Total déficit en el futuro. En SMLMV de 2009 para 20.000	Mujeres	Hombres	Porcentaje por cohorte del total del déficit (mujeres)	Porcentaje por cohorte del total del déficit (hombres)	Numero de individuos
	Cohorte 1	10.047.201	10.645.665	79,55%	82,62%	13.000
	Cohorte 2	2.035.907	1.889.317	16,12%	14,66%	3.600
	Cohorte 3	432.228	301.366	3,42%	2,34%	1.200
	Cohorte 4	114.467	48.221	0,91%	0,37%	600
	Cohorte 5	352	0	0,00%	0,00%	1.600
	TOTAL DÉFICIT	12.630.155	12.884.569			
	SALARIO MÍNIMO FUTURO EN SMLMV DE HOY	63,333228	78,669964			
B	Total déficit en el futuro. En SMLMV del futuro (37 años de cotización)	Mujer	Hombre	Porcentaje por cohorte del total del déficit (mujeres)	Porcentaje por cohorte del total del déficit (hombres)	
	Cohorte 1	158.640	135.321	79,55%	82,62%	
	Cohorte 2	32.146	24.016	16,12%	14,66%	
	Cohorte 3	6.825	3.831	3,42%	2,34%	
	Cohorte 4	1.807	613	0,91%	0,37%	
	Cohorte 5	6	0	0,00%	0,00%	
	TOTAL DÉFICIT	199.424	163.780			
C	Déficit en SMLMV del futuro por persona	Mujer	Hombre			
	Cohorte 1	12,20	10,41			
	Cohorte 2	8,93	6,67			
	Cohorte 3	5,69	3,19			
	Cohorte 4	3,01	1,02			
	Cohorte 5	0,00	0,00			

Fuente: elaboración propia.

TABLA 2A. Estimación del déficit actual en SMLMV por cada 100.000 afiliados (nominal 2009).

Cohorte	Mujeres	Periodo de descuento M 37 años	Hombres	Periodo de descuento H 42 años	100% (hombres y mujeres)	Mujeres (42%)	Hombres (58%)	Todos
	Valor déficit per cápita	Descontado DM	Valor déficit per cápita	Descontado DH	Número de afiliados por cohorte NAC	Total DM*NAC*42%	Total DH*NAC*58%	Total mujeres y hombres
Cohorte 1	772,98	107,07	819,97	86,96	65.000,00	2.923.098,73	3.278.230,97	6.201.329,69
Cohorte 2	569,48	78,88	537,04	56,95	18.000,00	596.370,29	594.579,49	1.190.949,78
Cohorte 3	398,00	55,13	330,44	35,04	6.000,00	138.930,06	121.949,14	260.879,21
Cohorte 4	270,61	37,48	157,59	16,71	3.000,00	47.230,36	29.078,15	76.308,51
Cohorte 5	39,12	5,42	0,00	0,00	8.000,00	18.206,67	-	18.206,67
							Total (Und. SMLMV)	7.747.673,86

Fuente: elaboración propia.

TABLA 2B. Estimación del déficit total del RAI en SMLMV (nominal 2009).

Déficit en SMLMV por 100.000 afiliados	7.747.673,86
Salario mínimo	496.000,00
Déficit en pesos por 100.000 afiliados	3.842.846.235.778,88
Afiliados total a las AFP	8.500.000,00
Déficit total del RAI	326.641.930.041.205,00

Fuente: elaboración propia.

Si se hacen efectivas las diferentes garantías sobre el déficit total acumulado en las cuentas, respetando la independencia de géneros, se encuentra el siguiente resultado (tabla 3A): para las mujeres, solamente con el fondo de GPM, el nivel de cobertura de la garantía alcanza el 44%, mientras que para los hombres, solamente con el fondo de GPM, el nivel de cobertura de la garantía alcanza el 72%. En este caso, el gobierno debería entrar a financiar

TABLA 3A. Estimación del peso de las garantías (50.000 afiliados por género).

50.000 afiliados por género	Déficit en SMLMV por 100.000 afiliados	Garantía GPM en SMLMV por 100.000 afiliados	Déficit con GPM en SMLMV por 100.000 afiliados	Porcentaje de déficit con GPM	Solidaridad en SMLMV por 100.000 afiliados	Déficit total por 100.000 afiliados en SMLMV y porcentaje de déficit final	
Operación	A	B	A-B=C	C/A	D	C-D=E	E/A
Mujeres	31.575.387,50	13.919.085,25	17.656.302,25	56%	5.143.843,75	12.512.458,50	40%
Hombres	32.211.422,50	23.304.727,50	8.906.695,00	28%	10.705.254,75	(1.798.559,75)	0%

Fuente: elaboración propia.

el 56% y el 28% del déficit total en mujeres y hombres, respectivamente. Este déficit final descontando a valores de 2009 totaliza 142,9 billones (tabla 3B), prácticamente equivalente al presupuesto nacional para la vigencia del 2009.

TABLA 3B. Total déficit no cubierto por GPM (en COP nominales 2009).

A	Déficit - Garantía por 100.000 afiliados	
	Mujeres (50.000 afiliados)	17.656.302,25
	Hombres (50.000 afiliados)	8.906.695,00
B	Déficit descontado en SMLMV por 100.000 afiliados	
	Mujeres (descontado 37 años)	2.445.749,95
	Hombres (descontado 42 años)	944.532,76
C	Suma déficit descontado en SMLMV (100.000 afiliados)	3.390.282,71
D	Salario mínimo	496.000
C*D=E	Subtotal en pesos para 100.000 afiliados	1.681.580.226.051,88
F	Múltiplo de 8,5 millones de afiliados	85,00
F*E	Déficit total en pesos no cubierto por GPM	142.934.319.214.409,00

Fuente: elaboración propia.

En virtud del déficit existente en las cuentas del género femenino, se realizó un cambio en el modelo para permitir a las mujeres trabajar hasta los 62 años y observar el efecto del aumento en tiempo de jubilación sobre el déficit en la cuenta de ahorro previsional (tabla 4). Los resultados mostraron que el déficit en la cuenta de ahorros cubierto solamente por el fondo de GPM pasaría del 44% al 62%. Esto le representaría a Colombia pasar de destinar 142,9 billones de pesos (28,4% del PIB) para cubrir las garantías de ambos géneros, a solamente 98,92 billones de pesos (19,7% del PIB). Esta es una reducción del 31% en costos para la nación.

Otra modificación que se realizó fue el cambio de la edad de inicio del ciclo de vida laboral de 20 años a 30 años para cuantificar la importancia del inicio temprano en los aportes; ejercicio similar al realizado con el modelo de Zurita. El efecto de este cambio se observa en el nivel de cobertura de los fondos de GPM y fondos de solidaridad.

Para el caso en donde únicamente se utiliza el fondo de GPM, la cobertura alcanzó solo el 40% para las mujeres y el 60% para los hombres. El déficit total generado en el fondo equivale a 170,3 billones (33,8% del PIB).

TABLA 4. Estimación del déficit con jubilación de mujeres a los 62 años (en COP nominales 2009).

A	Déficit de GPM en SMLMV	
	Mujeres (50.000 afiliados)	13.527.101,00
	Hombres (50.000 afiliados)	8.923.510,50
B	Valor descontado a R_f (SMLMV)	
B1	Mujeres (50.000 afiliados) a 42 años	1.407.131,47
B2	Hombres (50.000 afiliados) a 42 años	939.203,82
C=B1+B2	Suma total déficit en SMLMV	2.346.335,29
D	Salario mínimo	496.000,00
C*D=E	Déficit total para 100.000 afiliados en pesos	1.163.782.302.437,09
F	Multiplicador	85,00
G=F*E	Déficit total en pesos no cubierto por GPM	98.921.495.707.152,80

Fuente: elaboración propia.

La modificación final realizada permitió aumentar el número de semanas mínimas cotizadas de 1.325 semanas a 1.800 semanas (tabla 5) suponiendo una mejora en las condiciones laborales en todas las cohortes. Este ejercicio disminuyó considerablemente el déficit de los fondos de GPM y solidaridad en todas las cohortes de ambos géneros. En el caso de las mujeres, la cobertura del fondo de GPM alcanzó el 77%, mientras que en los hombres el cubrimiento llegó al 100%. El déficit generado se estimó en cerca de 35,5 billones de pesos (7,1% del PIB).

TABLA 5. Porcentaje de cobertura GPM vs. Semanas cotizadas y género.

% Cobertura de la GPM	Mujeres	Hombres
Semanas cotizadas		
1.325	44%	72%
1.500	55%	83%
1.800	77%	100%

Fuente: elaboración propia.

Solucionar el problema del déficit en las cuentas de ahorro previsional solamente desde la perspectiva del desempleo, incorporando mano de obra barata a la industria o transformando la mano de obra informal en formal, constituye un enfoque de solución que reportaría algunos beneficios. Sin embargo, este tipo de solución que permite a las AFP disponer de un capital adicional para mejorar las inversiones con el nuevo capital que viene de los nuevos cotizantes resulta ser una solución que no corrige el riesgo existente en el sistema, y posiblemente lo aumenta, ya que se incrementa la participación de las cohortes salariales con mayor riesgo de déficit en el futuro; mayor riesgo debido a su escasez de capital humano.

Ampliar la cobertura del sistema pensional es una meta que se debe lograr por parte de los organismos gubernamentales y las sociedades administradoras de fondos de pensiones, por el impacto social que ello representa, y porque todo ciudadano debería estar cubierto para tener una vejez digna. Sin embargo, cuando se permite el ingreso de otro grupo de cotizantes por el mecanismo de la relajación de las reglas, no necesariamente el beneficio social representa un beneficio para la nación. Por un lado, se abre aún más la posibilidad de que más individuos entren inmediatamente a realizar aportes a los diferentes fondos y, por ende, aumenta la cobertura; pero, por otro lado, se está cambiando el funcionamiento estructural del sistema pensional que incrementa los riesgos por incertidumbre, es decir, se abriría la posibilidad de que la sostenibilidad del régimen de ahorro individual se fundamente en el aumento de cotizantes (aumentar la cobertura universal); con el fin de contar con más individuos que aportan y que ayudan a aumentar la magnitud de las garantías futuras para beneficio de unos pocos.

Por consiguiente, una medida alternativa que se puede implementar para disminuir el déficit en las cuentas de ahorro previsional sería mejorar los aportes que se realizan a los fondos de GPM y fondos de solidaridad. La contribución de estos fondos a la disminución del déficit presente en las cuentas de ahorro, tanto de hombres como de mujeres, es considerable, pero aún insuficiente. Un aumento en el aporte a la solidaridad solo afectaría a las personas con alto poder adquisitivo, mientras que el beneficio solo se presentaría para aquellos con bajo nivel de ingreso, siempre y cuando las semanas cotizadas les permitan gozar de este privilegio. La percepción pública general de esta medida sería la de un subsidio en la jubilación que ofrecen los estratos altos a los estratos bajos. Esto permite reconocer que, desde la óptica de la equidad social, los subsidios son una forma de equilibrar la capacidad de generar ingresos (salario y capital humano) con respecto a los costos y gastos que plantea la subsistencia en la sociedad.

Quizás constituya una solución más adecuada para enfrentar el problema del déficit el diseño de políticas públicas tendientes a mejorar el capital humano de las personas para posibilitar mejores niveles de ahorro. Si se lograra disminuir en cinco puntos el porcentaje de afiliados a los fondos de pensiones que ganan 1 SMLMV, del 65% al 60%, y aumentar los que ganan 2 SMLMV en 5 puntos, del 18% al 23%, y además se garantizara el cumplimiento del mínimo de semanas cotizadas, el déficit en la cohorte inferior bajaría sustancialmente del 80% al 75% para las mujeres y del 82% al 78% para los hombres. Además, acciones de política que operen en este sentido permitirían mejorar el recaudo en las cuentas de ahorro previsional, posibilitarían una disminución en el déficit general en el momento de retiro y un aumento en los fondos de GPM, además de generar externalidades sociales positivas. Sin embargo, lograr esto representaría un costo adicional para las empresas y para la nación. Por tanto, se percibe la necesidad de estructurar una verdadera política estatal a largo plazo que permita mejorar la productividad de los trabajadores (especialmente los más jóvenes) con el menor ingreso a través de capacitación, que finalmente generen más recursos para la industria y se traduzca en mejores salarios para ellos. En este caso, es preferible mejor calidad en el empleo a más cantidad de empleo.

Más aún, también sería ideal revisar las edades de retiro de las mujeres. El costo de las anualidades para ellas, sumado al menor tiempo de cotización y los menores salarios, son los principales causantes del déficit. Por ello, se recomienda que las edades de las mujeres se igualen a las de los hombres en un futuro cercano. Aunque esta decisión es polémica porque la mujer es la que asume lo relacionado a los períodos de maternidad, cada año que pasa se hace más evidente una reforma en este sentido, debido a los cambios culturales en la sociedad, a la disminución de la tasa de maternidad y a la mayor participación del hombre en el crecimiento y desarrollo de sus hijos. Sin embargo, esta medida debe ir acompañada de la igualdad en los salarios y los derechos laborales de la mujer, que le permitan realmente competir en igualdad con los hombres, así como lo expresa Borrero (2007). Si no, la medida sería un castigo al género femenino.

Por otro lado, se deben otorgar herramientas a los aseguradores para que desarrollen los modelos de pagos mediante anualidades en forma firme y segura. El desarrollo de este mecanismo es clave para permitir que las diferentes cuentas de ahorro previsional dispongan de un capital suficiente para adquirir una renta vitalicia sin recurrir en exceso al fondo de garantía GPM. Esto implica que se deben producir modelos y tablas de mortalidad que reflejen con certeza la esperanza de vida de los colombianos. Tam-

bién es necesario estudiar las diferentes densidades de cotización presentes en las distintas cohortes salariales. Esta información posibilitaría el diseño de modelos financieros actuariales más precisos y consistentes, y, por tanto, más útiles para guiar la toma de decisiones.

Finalmente, si se busca mejorar el desempeño de las cuentas de ahorro previsional y su posterior utilización como financiador del retiro, se deben estudiar muy detalladamente los efectos directos e indirectos que puede originar el cambio en una política pensional sobre la conducta de la sociedad, el individuo y las AFP.

Referencias bibliográficas

- Arango *et al.* (2008). El salario mínimo: aspectos generales sobre los casos de Colombia y otros países. *Ensayos sobre Política Económica*, 26(56), 204-263
- Arango *et al.* (2009). La demanda de trabajo formal en Colombia: determinantes e implicaciones en política. *Borradores de Economía*, (563), 1-27
- Borrero, L. (2007). *La pensión de vejez de la mujer en Colombia*. AIOS (Asociación Internacional de Organismos de Supervisión de Fondos de Pensiones). Tesis de grado, Universidad de Alcalá.
- Castro, F., Piraquive, G., Reveiz, A. & León, C. (2009). Modelo de simulación del valor de la pensión de un trabajador en Colombia. *Borradores de Economía*, (553), 1-40.
- Crabbe, C. A. (2005). A quarter century of pension reform in Latin America and the Caribbean: Lessons learned and next steps. Washington, DC: IDB.
- Hull, J. (2008). *Options, Futures and Other Derivatives* (7th ed.). New Jersey: Prentice Hall.
- López, H. & Lasso, F. (2008). Salario mínimo, salario medio y empleo asalariado privado en Colombia. Un estudio exploratorio sobre la evasión al mínimo legal. *Borradores de Economía*, 484, 1-42. Banco de la República.
- Martínez, H. (2003). ¿Cuánto duran los colombianos en el desempleo y el empleo?: Un análisis de supervivencia. En *Archivos de Economía*, Documento 236. Departamento Nacional de Planeación.
- Milevsky, M. (2006). *The Calculus of Retirement Income: Financial Models for Pension Annuities and life Insurance*. New York: Cambridge University Press.
- Núñez, J. (2005). Éxitos y fracasos de la reforma laboral en Colombia. En *Documento CEDE 2005-43*. Universidad de los Andes.
- Parra, J. (2001). *SIMCRAI: Modelo de Simulación para Colombia de Régimen de Ahorro Individual*. S.c.: FEDESARROLLO para ASOFONDOS.
- Pennacchi, G. G. (1999). The Value of Guarantees on Pension Funds Returns. *The Journal of Risk and Insurance*, 66(2), 219-237.
- Silva, C. (2003). Garantía de pensión mínima en Colombia: el efecto de la volatilidad del retorno de la cuenta de ahorro individual. En *Documento CEDE 2003-17*. Universidad de los Andes.
- Smetters, K. *et al.* (2009). *Pricing Personal Accounts Benefit Guarantees. A simplified Approach*. NBER Reporter.
- Tamayo, J. (2008). La tasa natural de desempleo en Colombia y sus determinantes. *Borradores de Economía*, (491), 1-31.
- Viáfara, C. & Uribe, J. (2006). Duración del desempleo y canales de búsqueda de empleo en Colombia. En Cisdé, Universidad del Valle.
- Zurita, S. (1994). Minimum Pension Insurance in the Chilean Pension System. *Revista de Análisis Económico*, 9(1), 105-126.