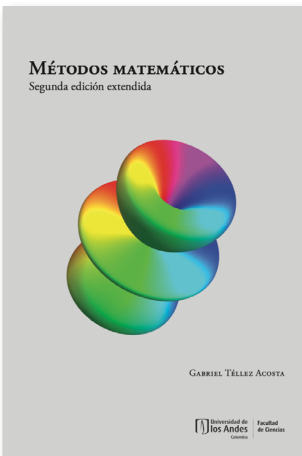
Rev. Acad. Colomb. Cienc. Ex. Fis. Nat. 46(179):574-576, abril-junio de 2022
doi: https://doi.org/10.18257/raccefyn.1711

Comentario bibliográfico



Gabriel Tellez-Acosta
Universidad de las Andes,
Bogotá Colombia 2022

Métodos matemáticos. Segunda edición extendida

Más que una construcción abstracta, la matemática constituye un lenguaje universal basado en la lógica y con un componente pragmático innegable. Entre las diferentes esferas que constituyen el conocimiento científico, la matemática tiene un papel importante, como sucede en las ciencias exactas, por su precisión y rigurosidad, características esenciales de la aplicación del método científico. Por ello, en la formación académica en campos como la física, la química o las ingenierías (mecánica, electrónica, informática, entre otras), tener destreza en el uso de herramientas de matemática básicas y avanzadas es de gran utilidad. Aunque hay obras de muy buena calidad que abordan varios de los temas tratados en el libro *Métodos matemáticos*, no siempre es fácil hallar un equilibrio entre la rigurosidad matemática y la aplicabilidad de estos métodos a problemas específicos como lo logra esta obra, la cual ha sido una herramienta esencial para el aprendizaje y la formación de lectores de diferentes disciplinas por su claridad, concisión y, sobre todo, por la forma agradable de presentar temas de matemáticas no necesariamente simples de abordar.

El documento está ordenado en diez capítulos articulados entre sí para facilitar su comprensión. Cada uno de ellos tiene una estructura bien definida en la que alternan la presentación de la teoría (definiciones, teoremas, lemas, etc.), ejemplos y ejercicios cuidadosamente elegidos. Dichos ejercicios se incorporan al final de cada capítulo a manera de retos para el lector, facilitando así la asimilación del contenido y la motivación para el autoaprendizaje. En el marco de esta estrategia, el autor recurre a una continua reflexión y asimilación del contenido a medida que se exponen los temas. El libro está escrito de tal manera que exige del lector interesado unos mínimos requerimientos de cálculo diferencial e integral. Además, es una obra muy versátil y puede ser una excelente fuente de consulta para lectores que ya conocen estos temas, o para docentes universitarios que estén interesados en emplearlo como guía.

La obra empieza con el estudio de funciones de variable compleja, haciendo énfasis en las propiedades de las funciones analíticas y holomorfas, e incluye las condiciones de Cauchy-Riemman pasando por una exposición de teoremas integrales como el de Cauchy y el de los residuos, que permiten resolver no solo integrales en variable compleja con integrandos que contengan polos, sino también aquellos de variable real que entrañan un especial desafío, pero que pueden resolverse de manera elegante en representación compleja mediante los teoremas mencionados. En la obra se hace un particular esfuerzo en las series de Laurent y su uso para calcular o identificar residuos, lo que es muy útil para la solución de problemas de magnetostática, (**Salazar *et al.,*** 2021)**.**

El libro prosigue con una exposición de la teoría de las distribuciones, presentando formalmente definiciones de los espacios y propiedades de esta generalización de las funciones, así como operaciones entre ellas que definen el álgebra de convoluciones. Aquí el autor presenta propiedades de derivación de funciones y distribuciones muy útiles en ciencias e ingeniería, como la función de Heaviside y el delta de Dirac, así como para el cálculo de valores principales, o parte finita, que involucran ciertas funciones. En esta sección se ilustra la aplicación de estos formalismos en teoría potencial, útil para la solución de problemas en electromagnetismo, gravitación y para la determinación de funciones de Green orientadas a la solución de ecuaciones diferenciales ordinarias no homogéneas con aplicaciones en circuitos, señales y sistemas lineales.

La obra aborda el tema de las series de Fourier haciendo una exposición estándar y compacta, enfocada en la descomposición de funciones y distribuciones periódicas en exponenciales complejas. En este capítulo el lector se sumerge en una variedad de aplicaciones en las que la expansión en series harmónicas, en particular, ayuda en la solución de ecuaciones diferenciales parciales lineales, como la ecuación de calor o la ecuación de onda, entre otras. En este contexto, el autor también presenta las transformadas de Fourier, resaltando su componente pragmático en la teoría de señales y en la relación de Plancherel-Parserval, en problemas de difracción de la luz, y en la ecuación de Poisson para una carga puntual en R^n. También se aborda la transformada de Laplace de funciones y distribuciones, demostrando claramente transformadas de derivadas y demás propiedades. La obra hace particular énfasis en el cálculo de la transformada inversa que, en ocasiones, resulta complicado por la naturaleza de las integrales a resolver. En este punto el autor expone técnicas muy útiles para el cálculo de transformadas inversas llevándolas al plano complejo, en el que el teorema de los residuos, con un adecuado contorno de integración, permite el cálculo exacto de estas transformadas inversas que, de otra manera, serían un desafío aún mayor.

Una de las características que tiene esta obra y que la diferencia de otras dedicadas a métodos matemáticos, consiste en un especial esfuerzo para mostrar los vínculos que tienen estos formalismos con otras áreas del conocimiento. En este sentido, el autor consagra un capítulo entero a las ecuaciones de la Física en el que expresamente ilustra cómo estas se aplican en la solución de problemas que los científicos han enfrentado históricamente. Entre las situaciones abordadas se encuentra la aplicación de la transformada de Fourier en la determinación de la función de Green con el operador de D'Alembertiano aplicado a la solución de la ecuación de onda no homogénea asociada al potencial electromagnético (**Jackson,** 1999), así como la aplicación de los polinomios de Legendre en la solución de la ecuación de Laplace en R^3; el uso de la función generatriz de estos polinomios para el potencial de Coulomb, con aplicaciones en expansión multipolar del campo eléctrico de distribuciones electrostáticas; la construcción de funciones esféricas y su relación con el momento angular en mecánica cuántica, el empleo de las funciones de Bessel y la trasformación de Hankel en problemas con simetría axial, entre otros. El libro continúa con una presentación de la teoría de Sturm-Liouville en la que se exponen de forma general las propiedades de ortogonalidad, ceros y comportamiento asintóticos de las soluciones, así como la construcción de las funciones de Green del operador autoadjunto definido en el problema de Sturm-Liouville en términos de sus valores y vectores propios. En mi opinión, esta forma de exponer la teoría permite visualizar de forma más general el contenido de los capítulos anteriores, como sucede con las funciones de Bessel, que son soluciones particulares del problema de Sturm-Liouville. Guardando estas conexiones, el libro continúa con una exposición de los polinomios ortogonales. Este tema fácilmente puede ser objeto de un libro entero, sin embargo, el autor presenta de una manera eficaz y compacta la teoría básica de polinomios ortogonales clásicos, incluidas las relaciones de recurrencia, los operadores de escalera, y la normalización de estos polinomios, entre ellos los polinomios de Gegenbauer (que comprenden como casos particulares los polinomios de Hermite, Laguerre y Jacobi), de Chebycheb y de Legendre, estos últimos de importancia en la solución de la ecuación de Schrödinger y del problema del potencial central, incluido el modelo cuántico del átomo de hidrógeno (**Cohen-Tannoudji *et al.*,** 1986).

El libro también ofrece una introducción al estudio de las soluciones de ecuaciones diferenciales cercanas a puntos singulares, en la que se destaca la presentación de la ecuación diferencial de Riemann y su reducción a la ecuación hipergeométrica que deriva en la presentación de la función hipergeométrica de Gauss, la cual es de gran interés dado que aparece en innumerables sistemas físicos, como los plasmas en dos dimensiones (**Shakirov,** 2011).

La obra finaliza con una presentación de las funciones elípticas: comienza con la función P de Weierstrass, las funciones theta, y las funciones elípticas de Jacobi, para terminar introduciendo las integrales elípticas de primero y segundo tipo. Aquí el autor propone al lector de manera pedagógica el empleo de las funciones elípticas para el análisis del péndulo simple no linealizado y el modelo de Ising bidimensional, lo que, desde mi óptica, es acertado porque ayuda a apuntalar el contenido mediante aplicaciones puntuales.

En resumen, el libro compila de una manera eficiente un gran número de temas relacionados con los métodos matemáticos, presentándolos de una manera concisa y clara, y conectándolos directamente con sus aplicaciones, lo cual lo convierte en una obra deleitable para comprender este extraordinario mundo de las matemáticas.

Robert Salazar
Ph.D en Física
Vicerrectoría de Investigación - Dirección de Ciencias Básicas
Universidad ECCI, Bogotá, Colombia

Referencias

Salazar, R., Téllez, G., Bayona-Roa, C. (2021). Expansion formula for the magnetic field of a periodically deformed circular current loop. *Physica Scripta*, *96*(12), 125502. https://doi.org/10.1088/1402-4896/ac1a4e

Jackson, J.D. (1999). Classical electrodynamics 3rd ed John Wiley & Sons, Inc., New York, NY. p. 240.

Cohen-Tannoudji, C., Diu, B., Laloe, F. (1986). Quantum mechanics, volume 1, Wiley-VCH, USA. p. 898.

Shakirov, S. (2011). Exact solution for mean energy of 2d dyson gas at $\beta = 1$. *Physics Letters A, 375* (6), 984-989. https://doi.org/10.1016/j.physleta.2011.01.004