

Ciencias de la Tierra

Artículo original

Evolución de la teoría geocéntrica del movimiento del Sol y su uso en la primera circunnavegación del mundo

Evolution of the geocentric theory of the Sun's movement and its use in the first circumnavigation of the world

● J. Gregorio Portilla*

Observatorio Astronómico Nacional, Facultad de Ciencias, Sede Bogotá, Universidad Nacional de Colombia

Resumen

El objeto de esta comunicación es poner de relieve la incidencia de la teoría solar de Hiparco-Ptolomeo en la predicción de la ubicación del Sol, que se constituyó luego en una técnica de posicionamiento usada por los marineros del Renacimiento, en particular en la expedición de Magallanes-Elcano, primera en circunnavegar el mundo. Se describen también las modificaciones de forma que recibió dicha teoría a lo largo de la Edad Media y las tablas del Sol que fueron elaboradas a partir de ella. Se analizan, en particular, las tablas de Abraham Zacuto y se discute su efecto en las efemerides solares que surgieron a comienzos del siglo XVI.

Palabras clave: Teoría solar; Abraham Zacuto; Fernando de Magallanes; Latitud geográfica; Ptolomeo.

Abstract

The purpose of this communication is to highlight the impact of the solar theory of Hipparchus-Ptolemy on predicting the position of the Sun, which later became a positioning technique used by Renaissance sailors, particularly during the Magellan-Elcano expedition that completed the first circumnavigation of the world. The modifications the theory underwent during the Middle Ages and the solar tables developed from it are also described. In particular, the tables of Abraham Zacut and their effect on the solar ephemerides that emerged at the beginning of the 16th century are analyzed and discussed.

Keywords: Sun theory; Abraham Zacut; Ferdinand Magellan; Geographic latitude; Ptolemy.

Introducción

El mundo conmemoró recientemente los quinientos años de la primera circunnavegación en torno al planeta Tierra (Sánchez, 2021; Luque & Miranda, 2020). La travesía, que contó originalmente con cinco embarcaciones y se extendió por casi tres años (de 1519 a 1522), tenía el propósito original de alcanzar Asia, específicamente las islas de las Especias, siguiendo una ruta con dirección a occidente, es decir, más o menos lo que se había propuesto Cristóbal Colón (1451-1506) casi tres décadas atrás; sin embargo, implicaba hallar primero un acceso al “mar del sur”, pues ya se sabía que la mayoría de los terrenos descubiertos por el genovés no eran otra cosa que un enorme continente convertido en un obstáculo que impedía el acceso a ese mar descubierto por Vasco Núñez de Balboa (1475-1519) en 1513. Los dos propósitos de la expedición tuvieron éxito, coronados por un logro que se constituyó en una verdadera gesta: la primera expedición en llevar anclas con rumbo hacia el poniente y regresar al mismo punto viniendo del levante. El periplo supuso la pérdida de varios de los barcos y reclamó la vida de numerosos de sus integrantes, incluido su primer comandante, el marino portugués Fernando de Magallanes (1480- 1521). A su muerte, lo sucedió en la jefatura Sebastián Elcano (1476-1526), de nacionalidad española (Obregón, 1988). Un viaje de tal naturaleza era el resultado de los notables avances de

Citación: Portilla JG. Evolución de la teoría geocéntrica del movimiento del Sol y su uso en la primera circunnavegación del mundo. Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. 47(184)678-692, junio-septiembre de 2023. doi: <https://doi.org/10.18257/raccefyn.1940>

Editor: Elizabeth Castañeda

***Correspondencia:**

José Gregorio Portilla Barbosa;
jgportillab@unal.edu.co

Recibido: 16 de junio de 2023

Aceptado: 28 de agosto de 2023

Publicado en línea: 21 de septiembre de 2023



Este artículo está bajo una licencia de Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-Compartir Igual 4.0 Internacional

la navegación a finales del siglo XV y comienzos del XVI, los cuales permitieron refinar las técnicas de orientación y el conocimiento de la posición de las naves en mar abierto, con datos lo suficientemente confiables como para moverse de forma segura en medio del océano y desplazarse a través de él por semanas, incluso meses enteros, antes de recalar en algún sitio (Vieira, 2005).

El propósito de esta comunicación es ahondar en el estudio de la teoría del movimiento del Sol para la determinación de la latitud, puntualmente los datos con que contaron los marinos de la expedición de Magallanes-Elcano. Iniciamos con una breve exposición de conceptos de astronomía náutica para luego comentar los datos de observación de la declinación del Sol con los que contaron los pilotos de la expedición de Magallanes-Elcano. Seguidamente, se describe la teoría solar de Hiparco-Ptolomeo, tal y como este último la expuso en el *Almagesto*. Posteriormente, se describen los principales exponentes indios, y sobre todo árabes, que modificaron a través del tiempo los parámetros de dicha teoría e incluyeron la descripción de la trepidación, una variopinta explicación del movimiento del punto vernal que fue incluida en varias de las teorías solares medievales. Se continúa con un análisis de las tablas solares de Abraham Zacuto y su incidencia en varias efemerides solares surgidas a inicios del siglo XVI.

La determinación de la latitud

La determinación de las coordenadas geográficas es un asunto fundamental para cualquiera que se desplace apreciablemente a lo largo de una trayectoria sobre la superficie terrestre. El cálculo de la latitud con una exactitud razonable es, como veremos a continuación, relativamente sencillo por medios astronómicos. La longitud, sin embargo, demanda mucho más esfuerzo. En un inicio, esta coordenada se calculaba por “estima”, esto es, con base en la velocidad y el rumbo de la nave. Pero estos dos últimos parámetros fácilmente se ven sujetos a notables inexactitudes, por lo que el cálculo de la longitud implicaba, la más de las veces, imprecisiones apreciables. A medida que el tráfico marítimo aumentó, también crecieron los accidentes derivados de tal indeterminación, algunos de ellos con cuantiosas pérdidas en vidas humanas, lo que obligó a los gobiernos a incentivar la búsqueda de una solución práctica. Solo cuando el desarrollo tecnológico permitió la construcción de relojes que se adelantaban o retrasaban apenas unos pocos segundos en trayectos de varios meses —lo que ocurrió con la introducción del cronómetro marino construido por el inglés John Harrison (1693-1776) a mediados del siglo XVIII— se pudo considerar resuelta la determinación de esta coordenada.

Como es sabido, la latitud es aproximadamente igual a la altura de la estrella Polar con relación al horizonte. Pero no siempre es posible observar la estrella, bien por razones climáticas o porque, al situarse el observador en el hemisferio sur, ya no es posible localizarla, pues se encuentra debajo del horizonte. De modo que si el propósito es desplazarse por regiones ubicadas debajo del ecuador, hay que utilizar un proceso alternativo. Una técnica consiste en determinar la altura (h) de un cuerpo celeste en el momento en que se encuentra lo más alto posible con relación al horizonte, es decir, en el paso por el meridiano y, al conocer el valor del ángulo de separación del astro con relación al ecuador celeste, esto es, su declinación (δ), se establece la siguiente relación con la latitud (ϕ) de quien hace la observación (Figura 1):

$$h + \delta + \phi = 90^\circ, \quad (1)$$

mediante la cual se obtiene directamente la latitud. En principio, la observación puede hacerse en las noches con las estrellas, cuya declinación es, en una primera aproximación, constante, pero la observación de objetos puntuales y poco brillantes, aunada al bamboleo constante de la nave desde donde se hacen las medidas, hace difícil la lectura; lo mismo puede decirse de los planetas, con la complicación adicional de que estos se mueven con respecto a las estrellas por lo que su declinación cambia notoriamente a lo largo del tiempo.

La Luna y el Sol son objetos brillantes y relativamente fáciles de observar, pero también son cuerpos celestes que se mueven con respecto a las estrellas de fondo, lo que exige saber de antemano cómo cambia su declinación con el tiempo. Sin embargo, por su movimiento

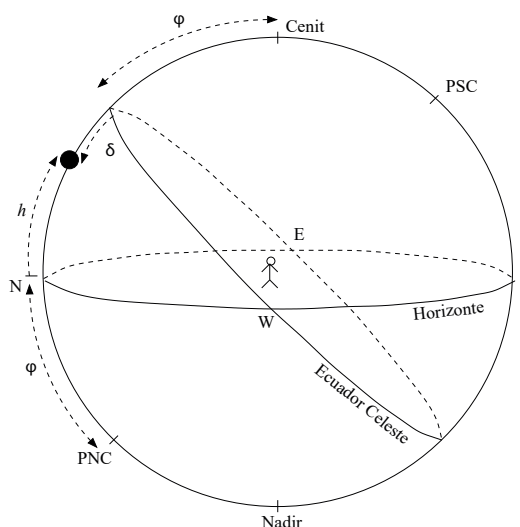


Figura 1. Astro en culminación superior. En ese instante se establece una relación entre su altura, h , la declinación, δ , y la latitud del observador, φ . PNC y PSC representan, respectivamente, el polo norte y el sur celeste; las letras N, E, S y W, designan los puntos cardinales.

un tanto difícil de predecir, de rápido desplazamiento, y la imposibilidad de su observación en ciertos días del mes, la primera constituye un objeto poco apropiado para el propósito que se busca. De modo que lo más práctico es observar el Sol, que tiene la ventaja de que su movimiento es comparativamente mucho más fácil de conocer y de predecir.

La altura es una cantidad que ha de medirse en el momento en que el astro (el Sol) se encuentra en la altura máxima con relación al horizonte; la declinación se consulta en un almanaque astronómico, o algo que haga sus veces, y su valor ha de corresponder a la fecha en que se realiza la medición. De ahí que sea conveniente disponer de un conocimiento lo más correcto posible del movimiento del Sol a lo largo del año, esto es, del valor de su declinación a lo largo del tiempo.

Los datos de declinación del Sol en el viaje de Magallanes

Gracias a las narraciones escritas de varios de los sobrevivientes, se conocen numerosos aspectos del viaje de Magallanes-Elcano (**Obregón**, 1988). Este último redactó una carta escueta a Carlos V informando de las generalidades del viaje. Asimismo, el marino Martín Méndez anotó varios sucesos relacionados con la estadía en las Molucas. Antonio Pigafetta (1480-1531), por otro lado, escribió una narración entretenida, aunque con algunas exageraciones, en la que aportó detalles de interés científico. También Francisco Albo llevó una bitácora de viaje con un claro énfasis en la especificación de la ruta realizada, al punto de que no registró el deceso de Magallanes. Además, se dispone de algunas cartas y relatos consignados por otros sobrevivientes (**de Elizalde**, 2019).

Si bien es cierto que la narración de Pigafetta contiene 42 valores de latitud y 10 de longitud, para lo que interesa aquí, la bitácora de viaje de Albo merece nuestra completa atención, pues abunda en valores de latitud con los correspondientes datos de altura del Sol en el momento del cruce por el meridiano y, lo que es fundamental en este estudio, de los datos de las declinaciones del Sol, de manera que, a partir de ahora, nos concentraremos exclusivamente en ella. Las medidas de altura registradas en la bitácora de Albo se realizaron con los siete astrolabios o los 21 cuadrantes de madera con los que la expedición contaba al momento de zarpar (**Obregón**, 1988). Albo no utilizó en ningún lado la palabra latitud, en su lugar consignó otros términos para referirse a ella (altura [del polo], apartamiento [de la línea ecuatorial], elevación [del polo], paralelo); algo semejante ocurre con el proceso de la medida de la altura meridiana del Sol, a la que se refiere simplemente como “tomar” el Sol.

En la bitácora no se menciona ninguna otra observación de un cuerpo celeste para inferir la latitud, incluso cuando la expedición se situó en el hemisferio norte donde la observación de la Polar es posible.

Albo comienza su narración ya habiendo cruzado el Atlántico y situado en el hemisferio sur, más exactamente en las costas de Brasil, a una latitud de 7° sur. A partir del miércoles 30 de noviembre comienza a ofrecer datos de altura del Sol, su declinación y la latitud calculada con esos valores a través de la ecuación (1) o sus variantes (Proverbio, 1994). En la narración se consignan un total de 158 valores en los que están explícitos, así como los valores de h , δ y φ . También registra 216 valores de latitud adicionales, que no vienen acompañados por datos simultáneos de altura y declinación solar, lo que puede deberse a que sencillamente no los anotó o, más probablemente, a que los calculó por estima basado en la velocidad y el rumbo del barco. No es de extrañar, con base en las dificultades inherentes a la lectura del astrolabio o el cuadrante, que los datos de la altura meridiana del Sol anotados por Albo son, salvo contadas excepciones, valores enteros; cuando expresa minutos de arco, da los valores en fracciones de cuarto de grado. Para el caso de la declinación, que es el dato a resaltar, siempre lo anota en grados y minutos de arco, lo que plantea el siguiente interrogante: ¿de dónde tomó Albo los valores de la declinación solar para cada día del año?

Eso nos lleva a uno de los aspectos centrales de este escrito: ¿cuál era el conocimiento del movimiento del Sol que los marinos del Renacimiento tenían para poder calcular con antelación el valor de su declinación? Para responder a esto es preciso enfatizar que el momento histórico que nos ocupa es anterior al surgimiento de la revolución copernicana y newtoniana, esto es, antes del posicionamiento del heliocentrismo como una visión alternativa de la conformación de los cuerpos del sistema solar. En otros términos, los astrónomos de la época seguían calculando las posiciones de los cuerpos celestes con base en la teoría geocéntrica, propuesta por astrónomos griegos al menos desde el siglo IV a. C. Según esta, cada cuerpo celeste giraba alrededor de una Tierra inmóvil, describiendo una órbita circular (o combinaciones de órbitas circulares), y lo hacía con velocidad estrictamente uniforme. Si bien es cierto que los planetas describen trayectorias sobre la esfera celeste que, por sus detenciones y retrogradaciones, son difíciles de explicar en términos de esas dos características, los astrónomos griegos elaboraron propuestas de carácter geométrico que permitían una explicación plausible del movimiento observado, lo que habla muy bien de su ingenio y perspicacia.

Cuidadosas observaciones habían revelado que el movimiento del Sol no es uniforme a lo largo del año. Hiparco de Nicea, en el siglo II a. C., notó que al astro rey le tomaba 94,5 días ir del equinoccio de primavera al solsticio de verano, pero tardaba dos días menos en trasladarse de ese solsticio al siguiente equinoccio (Duke, 2008; Jones, 1991). Esos valores los adoptó Ptolomeo dos siglos y medio después como puntos de referencia para elaborar una teoría del movimiento del Sol, teoría que sería acogida, salvo detalles menores, por la sucesión de astrónomos que hicieron sus observaciones en los siguientes 13 siglos, incluidos aquellos que calcularon las declinaciones del Sol que permitieron el posicionamiento de los marineros del viaje de Magallanes. Así pues, es indispensable hacer un breve comentario de la teoría solar de Hiparco-Ptolomeo.

El modelo solar de Hiparco-Ptolomeo

Esta teoría supone que el Sol (S) (**Figura 2**), se mueve en una órbita circular con centro en C a una velocidad uniforme. La Tierra (T) no se ubica en el centro sino desplazada ligeramente hacia un lado; ello permite que, aunque el ángulo γ sea función lineal del tiempo, el ángulo θ , que es el que da cuenta del desplazamiento del Sol observado desde la Tierra, no lo sea. Ptolomeo, como Hiparco, calculó, con las diferencias de tiempo ya anotadas, no solo que la distancia TC corresponde a $1/24$ ($\sim 0,0417$) del radio, sino que, además, el apogeo del Sol (A) está desplazado en un ángulo de $24,5^\circ$ con respecto a la posición del Sol en el solsticio de verano (V), tal y como se indica en la **figura 2** (Toomer, 1998;

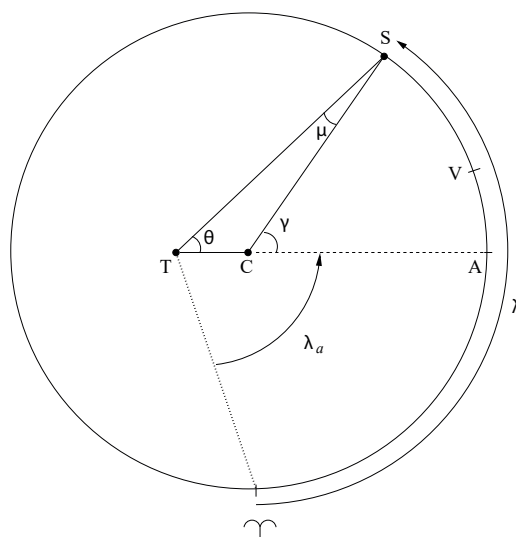


Figura 2. Descripción de la teoría solar de Hiparco-Ptolomeo. El Sol (S) se mueve uniformemente a lo largo de una circunferencia con centro en C. La Tierra (T) se encuentra desplazada ligeramente del centro. El símbolo Y representa el punto vernal

Maeyama, 1998; Hughes, 1989). Ptolomeo calculó el desplazamiento variable mediante la determinación del valor de la “anomalía solar”, denominada también “ecuación solar”, el ángulo μ , para lo cual suministró una tabla de estos valores en función del ángulo γ (Toomer, 1998); también utilizó como definición de año el tiempo transcurrido entre dos pasos sucesivos del Sol por el punto vernal, esto es, el año trópico, el cual halló igual a $T=365$ d, 5 h, 55 m, y 12,021 s, lo que significa que la velocidad angular media del Sol ($n = 360^\circ/T$) es igual a $0,98563527^\circ/\text{día}$.

Para calcular la posición del Sol en cualquier instante de tiempo t , Ptolomeo escogió una época de referencia (la fecha radix), t_0 , (el primer día de la era del rey babilonio Nabonassar, que equivale al 26 de febrero del 747 a. C.) y para este instante determinó el valor correspondiente de la posición del Sol, pero visto desde el punto C (γ_0). El incremento del ángulo γ para cualquier otro instante de tiempo (t) futuro, considerando cada hora, día, mes y año transcurridos, es inmediato, pues es función lineal del tiempo, de modo que por cada día transcurrido este ángulo se incrementa en $0,985636^\circ$. Ptolomeo facilitó la tarea al calculista estableciendo que debe añadirse a este ángulo el tiempo que se desee según los valores consignados en varias tablas (Toomer, 1998). Habiendo hallado el valor de γ en el tiempo t , se determina el ángulo θ , lo que se hace hallando el valor correspondiente de μ en la tabla ya referida. Al sumar los ángulos internos del triángulo STC (Figura 2), se tiene que:

$$\theta = \gamma - \mu,$$

de modo que la longitud aparente del Sol (λ) está dada por:

$$\lambda = \gamma - \mu + \lambda_a = \theta + \lambda_a, \quad (2)$$

donde λ_a es la longitud del apogeo con respecto al punto vernal (Y) e igual a $90^\circ - 24,5^\circ = 65,5^\circ$. La declinación δ del Sol se determina a través de la consulta de lo que Ptolomeo llamó la tabla de inclinación (Toomer, 1998), en la que tal valor se expresa en función de λ adoptando como valor de la oblicuidad de la eclíptica $\varepsilon = 23^\circ 51' 20''$.

El modelo del movimiento solar en la astronomía medieval

Entre lo realizado por Ptolomeo y consignado tanto en el *Almagesto* (Toomer, 1998) como en las *Tablas Manuales* (Jones, 2017; Tihon, Mercier & Chabás, 2013) y el inicio de las exploraciones marinas renacentistas transcurrieron aproximadamente 13 siglos. Durante ese tiempo las contribuciones de los sucesores de Ptolomeo fueron de forma y no de fondo.

El modelo siguió siendo el mismo. Lo que hubo fue toda una serie de modificaciones en los valores numéricos de los parámetros: la excentricidad, la fecha radix, la longitud del apogeo, etc., al igual que perfeccionamientos en el valor de la duración del año, de la oblicuidad de la eclíptica y, en algunos casos, la introducción del movimiento de oscilación del punto vernal (trepidación). Tales contribuciones se sucedieron primero en India y después en regiones ocupadas por adeptos del Islam.

El desarrollo de la astronomía india, especialmente en los métodos de cálculo, debe mucho a la astronomía griega (alejandrina), aunque eso no impidió que la mezclaran con ideas fantasiosas de su propia factura (**Dreyer**, 1953). Contaron con exponentes de la talla de Aryabhata (476-550) y Brahmagupta (590-670), cuyos aportes a los métodos matemáticos facilitaron la elaboración de los cálculos de posiciones de los cuerpos celestes, como el paso de la función “cuerda”, de factura griega, a las funciones trigonométricas que conocemos en la actualidad, el sistema numérico decimal, el manejo natural del cero y de los números negativos, etc. Si hemos de dar crédito a relatos embellecidos de muy larga data, tales conocimientos fueron transmitidos de la India a Bagdad a través de intercambios diplomáticos en la corte del califa Al-Mansur (712-775) (**Neugebauer**, 1956), creando el ambiente necesario para lo que se desarrolló en esa ciudad unas décadas después.

Es mucho lo que se conoce del desarrollo de la astronomía árabe a través de las zijes, es decir, la compilación de tablas sobre el movimiento de los planetas, el cálculo de eclipses, el catálogo de estrellas, etc., y las explicaciones anexas de cómo utilizarlas, aunque el nombre se hizo extensivo a los tratados astronómicos que incluyen tablas (**Morelon**, 2019). Los astrónomos que trabajaron bajo el auspicio del califa Al-Mamún (786-833) en Bagdad lograron afinar la forma de obtener los parámetros de la órbita solar. Advirtieron que el método de tres puntos utilizado en la teoría solar de Hiparco-Ptolomeo tenía la desventaja de que el movimiento aparente del Sol se ralentiza en el solsticio, lo que conllevaba a una lectura con una amplia indeterminación en el momento del fenómeno. Por ello se introdujo una modificación: la realización de las observaciones del Sol en los puntos intermedios entre los equinoccios y solsticios, esto es, cuando $\lambda = 45^\circ, 135^\circ, 225^\circ$ y 315° (**Samsó**, 1984). Esto condujo a una descripción más precisa del movimiento solar, reduciendo significativamente el valor de la excentricidad (casi un 25 % del hallado por Ptolomeo) y el notorio desplazamiento del valor de la longitud del apogeo del Sol a causa de la precesión.

La información más antigua que se tiene sobre el procedimiento para establecer la posición del Sol por parte de los árabes se encuentra en las zijes de Al-Juarismi (~780 - ~850). Aunque no sobrevivieron en su forma original en árabe, su contenido se conoce gracias a traducciones al latín que llegaron hasta nuestros tiempos, siendo la más conocida la de Abelardo de Bath (siglo XI), hecha a partir de una adaptación del astrónomo hispanoárabe Maslama al-Mayriti medio siglo antes (**King, et al.**, 2001). Si bien es cierto que las tablas exhiben la influencia de Ptolomeo, se nota también una influencia de la astronomía india. Los valores de los parámetros de la teoría solar que adopta Al-Juarismi comparados con los de Ptolomeo evidencian no solo el paso del tiempo (es decir, el avance de la longitud del apogeo debido a la precesión), sino el efecto de observaciones astronómicas llevadas a cabo con más rigurosidad y precisión: $e = 0,0393$, $\varepsilon = 23^\circ 51'$ (**Neugebauer**, 1962a); $\lambda_a = 81^\circ 15'$ (**Samsó**, 1984). No es de extrañar, tratándose de un autor musulmán, que haya adoptado como fecha radix la Hégira (julio 14 de 622).

Contemporáneos de Al-Juarismi son el grupo de Mumtahan, conformado por varios astrónomos, entre ellos Abi Mansur (?-830) y al-Marwarudhi (siglo IX), quienes realizaron observaciones solares tanto en Bagdad como en Damasco y determinaron los siguientes valores: $e = 0,0346$, $\lambda_a = 82^\circ 42'$ (**Mozaffari**, 2018). Estas cifras difieren en poco de las que obtuvo Al-Battani (~858-929) en Al Raqa (actual Siria). Aunque sus tablas, en general, denotan una fuerte influencia de Ptolomeo, los valores de la teoría solar reflejan un esfuerzo observacional notable heredado de la escuela de Bagdad, por ejemplo, Al-Battani obtiene: $e = 0,03466$, $\lambda_a = 82^\circ 18'$ (**Mozaffari**, 2018; **Goldstein & Chabás**, 2001), $\varepsilon = 23^\circ 35'$ (North, 1995), $n = 0,985651767^\circ/\text{día}$ (**Samsó**, 2012).

Aunque no constituye una alteración significativa de la teoría de Hiparco-Ptolomeo, es importante mencionar el concepto de “trepidación”, pues fue incluido en algunas tablas astronómicas medievales de trascendencia. Como se sabe, se atribuye a Hiparco el descubrimiento de la precesión de los equinoccios, entendida como un movimiento uniforme de la esfera de las estrellas fijas alrededor de los polos eclípticos, cuyo efecto es aumentar la longitud eclíptica de las estrellas. Tanto Hiparco como Ptolomeo hallaron un valor relativamente corto para la precesión, de apenas 1° por siglo (Toomer, 1998), cuando en realidad es de casi $1^\circ 24'$. Este fenómeno originó no pocas complicaciones en la antigüedad y en la Edad Media. Primero, dio lugar a dos estilos en la forma de expresar las coordenadas de los planetas, uno, el sideral, de origen indio, expresaba la posición de los planetas con relación a las estrellas y fue adoptado por algunos astrónomos árabes; el otro es el trópico, cuyo punto de referencia es el punto vernal, que fue el que adoptó Ptolomeo y la mayoría de los astrónomos árabes (Samsó, 2012; Chabás, 2014). Al margen de esto, y de acuerdo con un comentario de Teón de Alejandría (335-405), entre Hiparco y Ptolomeo surgieron algunos astrónomos que adoptaron una variante singular con respecto a la precesión: propusieron que este movimiento no era uniforme, que variaba a lo largo del tiempo y que, incluso, podía ser oscilante, avanzando unos grados en una dirección y, al cabo de cierto tiempo, deteniéndose para devolverse al punto de partida (Dreyer, 1953). Nadie ha ofrecido una explicación convincente sobre cuáles fueron los motivos que condujeron a tan inusual propuesta. Lo cierto es que tal movimiento, bien de velocidad variable o de oscilación periódica, tuvo eco entre algunos astrónomos árabes y fue perfeccionado hasta el punto de ser incluido en tablas astronómicas de amplio uso hasta mediados del siglo XVI. El fenómeno también se conoce como de “acceso y receso” o de “ecuación de la octava esfera”.

La formalización de la trepidación se atribuye a Thábit ibn Qurra (836-901) (Neugebauer, 1962b; Samsó, 1987), quien vivió en Bagdad, aunque hay investigadores que cuestionan tal información (Goldstein, 1994). La trepidación fue un rasgo que contagió notablemente la astronomía medieval (Mercier, 1977) y su complejo movimiento fue incorporado, incluso, en la construcción de esferas celestes (Gessner, 2021). Si bien fueron varios los astrónomos que no creyeron necesario su uso, sólo llegarían a erradicarse del todo a finales del siglo XVI cuando Tycho Brahe llegó a la conclusión de que se trataba de un fenómeno ficticio. El modelo de trepidación incluye el efecto “secular” y de mayor intensidad que es propiamente el de la precesión, esto es, el desplazamiento del punto vernal ($\tilde{\gamma}$), que llamaremos medio, en la dirección de la flecha segmentada de la **figura 3**. La trepidación propiamente dicha da cuenta de la distancia $\Delta\lambda$ que existe entre el punto vernal verdadero o “instantáneo” (γ) y un punto P ubicado en una pequeña circunferencia de radio r que tiene por centro a $\tilde{\gamma}$. El punto P está dotado de un movimiento uniforme a lo largo de dicha circunferencia a una determinada velocidad, y a través de él pasa un plano eclíptico que está en movimiento; el corte de esta eclíptica movable con el ecuador es lo que origina el punto vernal verdadero. Ese movimiento de P, determinado por el ángulo Ψ , que es función lineal del tiempo a lo largo de la circunferencia, es lo que permite explicar que el punto vernal verdadero experimente una velocidad variable. Tal movimiento implica que el valor de la oblicuidad de la eclíptica “instantánea” (ε) oscile alrededor del valor de la oblicuidad media ($\bar{\varepsilon}$) pero, dado que r es pequeño, se puede obtener $\bar{\varepsilon} \approx \varepsilon$.

En la **figura 3** se observa que mediante el teorema del seno de los dos triángulos esféricos rectángulos, cuyos vértices son γ -P-Q y $\tilde{\gamma}$ -P-Q, se puede obtener:

$$\text{sen } \Delta\lambda = \frac{\text{sen } d}{\text{sen } \bar{\varepsilon}}, \quad \text{sen } r = \frac{\text{sen } d}{\text{sen } \Psi},$$

y de ahí se llega a:

$$\text{sen } \Delta\lambda = \left(\frac{\text{sen } r}{\text{sen } \bar{\varepsilon}} \right) \text{sen } \Psi,$$

y dado que algunos autores acostumbran a colocar $\text{sen } r / \text{sen } \bar{\varepsilon} = \text{sen } B$:

$$\text{sen } \Delta\lambda = \text{sen } B \text{ sen } \Psi,$$

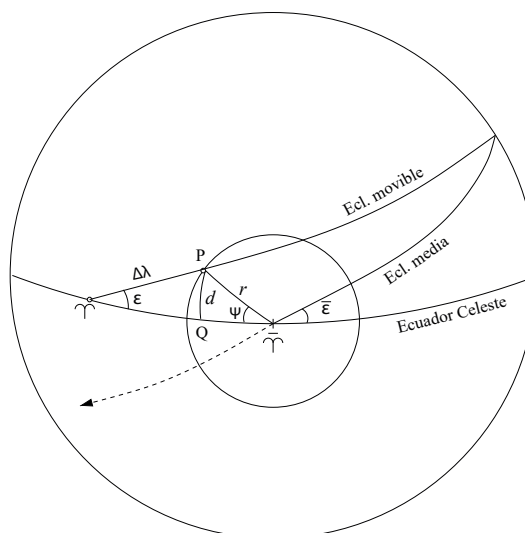


Figura 3. Modelo general de la trepidación. El fenómeno de precesión propiamente dicho hace que el punto vernal medio (Υ) avance a una velocidad uniforme en la dirección de la flecha segmentada. La trepidación propiamente dicha es la distancia $\Delta\lambda$ (Υ -P), que puede ser positiva o negativa.

donde B es un ángulo cuyo valor está comprendido entre 9° y 11° , pues al radio r se le asigna un valor en torno a $3,5^\circ$ y $4,4^\circ$. El valor del ángulo Ψ se ajusta de acuerdo con la velocidad que se le asigne al punto P, lo que a su vez se especifica otorgándole un periodo en años y una fecha en la que el punto P coincide con Q. Hallado $\Delta\lambda$, se obtiene la longitud verdadera del apogeo del Sol a partir de su longitud media $\bar{\lambda}_a$ a través de $\lambda_a = \Delta\lambda + \bar{\lambda}_a$.

Retornando a las teorías solares, a mediados del siglo XI ocurrió un avance importante en la descripción del movimiento del Sol. Varios astrónomos hispanoárabes apostados en Toledo, liderados por Az-Zarqali (1029-1100), realizaron observaciones solares al punto de descubrir el desplazamiento secular del apogeo del Sol, con un valor que no se aparta demasiado del que disponemos en la actualidad: $12''/\text{año}$ (Samsó, 1984; Mozaffari, 2018). Az-Zarqali e Ibn Sa'id (1029-1070), junto con otros astrónomos, redactaron las *Tablas toledanas* en torno al año 1069. El original en árabe no llegó hasta nosotros, aunque existen numerosas versiones en latín, la más conocida de las cuales es la de Gerardo de Cremona, redactada casi un siglo después. En ellas se nota una fuerte influencia de Al-Juarismi y Al-Battani, pues los parámetros de la órbita solar son casi idénticos, según el caso, a los que utilizaron estos astrónomos: $e = 0,0346$, $\lambda_a = 77^\circ 50'$, $\varepsilon = 23^\circ 35'$, $n = 0,9856086767^\circ/\text{día}$ (Toomer, 1968). El uso de las tablas toledanas se expandió a lo largo de la península ibérica y luego a través de Europa hasta convertirse en la herramienta computacional astronómica de uso común (Chabás, 2014).

Transcurrieron casi dos siglos para que apareciera, de nuevo en Toledo después de la reconquista cristiana de la ciudad, una versión mejorada de tablas astronómicas debido a la iniciativa de Alfonso X (1221-1284), llamado el Sabio, quien no solo introdujo en Castilla importantes reformas económicas y sociales, sino que, además, mostró interés en proteger y fomentar las artes y las ciencias, en particular la astronomía. Alfonso X reunió un notable número de astrónomos y traductores de diversas procedencias (Samsó, 2015), a quienes se atribuyen dos obras cruciales: *Los libros del saber de astrología* y las *Tablas alfonsíes*, ambas redactadas originalmente en castellano, lo que era poco usual para la época, aunque acorde con la visión nacionalista del rey. Los astrónomos alfonsíes se propusieron actualizar las tablas toledanas, lo que implicó la realización de nuevas observaciones, la introducción de una nueva fecha radix (el día de la coronación del rey Alfonso X), el cálculo de las posiciones de los planetas con el calendario juliano en lugar del calendario musulmán empleado en las tablas toledanas, así como otras modificaciones.

La redacción de las tablas alfonsíes, se debe especialmente a dos astrónomos judíos, Yehuda ben Moshe e Isaac ibn Sid, en torno a 1272. Aunque la versión original de las tablas en castellano no llegó hasta nosotros (Chabás & Goldstein, 2003), sí se conoce en ese idioma gran parte de los cánones, gracias a una copia hecha directamente de un manuscrito, hoy desaparecido, de comienzos del siglo XVI. Los valores adoptados para la órbita solar en las tablas alfonsíes son: $e = 0,0378$, $\lambda_a = 92^\circ - 94^\circ$, $n = 0,9856435^\circ/\text{d}$ (Samsó, 1984) y $\varepsilon = 23^\circ 32' 30''$ (Chabás & Goldstein, 2003). Las tablas, así redactadas, se conocen como tablas alfonsíes castellanas y llegaron a propagarse, aunque de forma poco extensiva, en Inglaterra y Francia. Pero es por la traducción al latín y algunas modificaciones llevadas a cabo en París a comienzos del siglo XIV (gracias a la intervención de Juan de Murs, Juan de Lignères y Juan de Sajonia), que el corpus alfonsino se difundió ampliamente en Europa hasta convertirse en la principal herramienta astronómica de consulta, y así lo siguió siendo hasta bien entrado el siglo XVI. Si bien se ha dicho que estas “tablas alfonsíes parisinas” introdujeron tantas variaciones, al punto de que son completamente independientes de las “tablas alfonsíes castellanas” (Pouille, 1988), varias investigaciones se han encargado de ofrecer argumentos para sostener que las primeras provienen de las segundas (Chabás & Goldstein, 2003; Samsó, 2019). Se conocen centenares de copias de las tablas alfonsíes parisinas, aunque difieren ligeramente las unas de las otras. Para lo que nos interesa aquí, la versión estándar se caracteriza por el uso de las coordenadas trópicas en lugar de las siderales y una modelación de la precesión a través de un término lineal (con un periodo de 49.000 años) conjuntamente con un término periódico para la trepidación (con un periodo de 7.000 años y una amplitud de $B = 7^\circ$) (Goldstein, 1994).

Abrahan Zacuto y los inicios de la astronomía náutica

Aunque las tablas alfonsíes se elaboraron en Castilla y con el tiempo se dispersaron profusamente a lo largo y ancho de Europa, se tiene evidencia de su uso en España sólo en su versión parisina a partir del año 1460 aproximadamente, cuando Nicolás Polonio, astrónomo probablemente de nacionalidad polaca, llegó para convertirse en el primer ocupante de la cátedra de Astronomía y Astrología de la Universidad de Salamanca. Polonio adaptó las tablas alfonsíes para el meridiano de esa ciudad, fundamentalmente como material de clase, que en dicho contexto se conocen como las *Tabulae Resolutae* para Salamanca (Chabás & Goldstein, 2000). De la mano de Polonio, la Universidad desplegó una intensa actividad astronómica en las siguientes dos décadas (Chabás, 1998). En medio de ese ambiente surgió Abraham Zacuto (1452-1515), la figura más sobresaliente de la astronomía ibérica de finales del siglo XV y digno representante de la larga tradición de los astrónomos de la comunidad hebrea, afincada principalmente en Francia y España. Zacuto escribió varios libros; sin embargo, aquel que le dio la fama se titula *Almanach Perpetuum*, redactado originalmente en hebreo en 1478 y, al cabo de pocos años, traducido al castellano, así como al latín y otras lenguas, incluso el árabe, aunque sólo pasaría por la imprenta hasta 1496. La necesidad de comentar su obra y su impacto en una sección aparte responde a que, muy probablemente, varias expediciones portuguesas y españolas de exploración utilizaron sus tablas originales, o con ligeras modificaciones, como principal herramienta para conocer la declinación solar en función del tiempo y establecer la latitud del lugar de la observación.

En lo que respecta a los valores de la posición del Sol, el *Almanach Perpetuum* contiene explícitamente las longitudes verdaderas del Sol al segundo de arco, dadas de día en día para los años 1473 a 1476 y con referencia al mediodía del meridiano de la ciudad de Salamanca (Zacuto, 1502). Esta representación, que hoy en día parece obvia, constituyó una gran ventaja, pues a lo largo de la Edad Media el estándar era presentar las longitudes no en función de la fecha explícita, sino de los grados de cada signo del zodiaco; de hecho, así se presenta en las tablas toledanas y alfonsíes. A continuación de las cuatro tablas de las longitudes solares, hay una tabla de declinación solar al minuto de arco en función de la longitud en valores de 30° (Figura 4), para lo cual hay que tener en cuenta

The image displays two historical astronomical tables from the *Almanach Perpetuum*. The left table, titled "Tabula prima solis cuius radij e anno 1473", provides solar longitude data for the first six months of the year 1473, organized by zodiac signs (marz, april, mayo, junio, julio, agosto) and their corresponding months. The right table, titled "Tabula declinationis planetarum et solis ab æquinoctiali" and "Tabula æquinoctialis solis", shows the solar declination as a function of its longitude, with columns for longitude and declination values.

Figura 4. Dos imágenes tomadas del *Almanach Perpetuum*. Izquierda: tabla de longitud solar para los primeros seis meses del año 1473. Derecha: declinación solar en función de su longitud

el mes correspondiente (0 corresponde a marzo, 1 a abril y así sucesivamente). Las tablas de longitud para estos cuatro años (una tabla por año de forma sucesiva) pueden utilizarse para los años siguientes en ciclos de cuatro, de manera que la de 1473 se puede utilizar para los años 1477, 1481, y así sucesivamente, teniendo la precaución de que por cada ciclo transcurrido debe adicionarse la “ecuación del Sol”, igual a $0^{\circ}1'46''$ /ciclo, valores contenidos en una tabla ubicada al lado de la de declinación. Puesto que la tabla de la “ecuación del Sol” se extiende hasta un valor de 34, los valores de la longitud y, por ende, de la declinación, pueden extenderse hasta el año 1609 (e incluso más si así se desea), lo que explica la “perpetuidad” de las tablas.

No debe sorprender la “perpetuidad” de varios almanaques medievales o renacentistas. El descubrimiento y el uso de ciclos para predecir la posición de los planetas se remonta a los babilonios (North, 1995), al menos desde el siglo VII a. C. Los griegos ya tenían este conocimiento, pues Hiparco estaba al tanto del valor de tales ciclos y Ptolomeo en el *Almagesto* los consigna como preámbulo de la descripción del movimiento de los planetas (Toomer, 1998). El uso de dichos ciclos, en particular del ciclo de cuatro años para la descripción del movimiento solar, fue adoptado por Azarquiel (siglo XI) y Jacob ben Makhir (siglo XIII), entre otros (Chabás & Goldstein, 2000).

Retornando al *Almanach*, Zacuto no ofrece un valor directo de la declinación solar para una fecha dada. Para conocerla se deben consultar, estrictamente hablando, tres tablas: una para hallar la longitud solar verdadera del año, mes y día en cuestión; este valor debe corregirse añadiendo otro valor conseguido en otra tabla que depende del número de ciclo desde 1473; con este valor corregido, se consulta otra tabla, ahora sí de declinación, pero en función de la longitud (Figura 4), para obtener, finalmente, el valor buscado, que la mayoría de las veces emerge de una interpolación. Como se ve es este un proceso tortuoso y susceptible al error. Ello explica la aparición, para finales del siglo XV, de tablas habilitadas para suministrar directamente la declinación solar en función de una fecha dada.

Se cree que las tablas con valores explícitos de la declinación solar surgidas a comienzos del siglo XVI tuvieron como fuente directa el *Almanach Perpetuum*. Todo parece indicar que tales valores de declinación surgieron de tablas ya existentes, basadas, a su vez,

en teorías solares construidas varios siglos atrás. Probablemente el trabajo más antiguo de que se tenga noticia con valores explícitos de declinación en función del tiempo sea el “*Regimento do estrolabio, tratado da sphaera*”, mejor conocido como *Regimiento de Múnich*, ya que el único ejemplar existente se encontró en esa ciudad; se desconoce la fecha de su impresión y el nombre de su autor, aunque se sabe que fue impreso en Lisboa. Contiene datos de coordenadas solares para un único año (que es bisiesto): la longitud solar, dada sólo en grados y la declinación, en grados y minutos (**Bensaúde**, 1912). Los análisis de los datos sugieren que el trabajo data de 1509 y que la tabla de coordenadas corresponde a 1508 o 1512 (**van der Werf**, 2017).

Unos pocos años después se redactó el *Regimiento de Évora*, un documento encontrado en esa ciudad portuguesa, que incluye varias tablas con coordenadas solares para cuatro años. La primera tabla corresponde al año bisiesto y coloca día a día valores de longitud y declinación en grados y minutos; para los siguientes tres años, referidos al primero, aparecen sólo los valores de declinación (**Bensaúde**, 1912). También se desconoce el nombre de su autor y la fecha de impresión. Esas mismas tablas de declinación son idénticas a las contenidas en el Livro de Marinharia de João de Lisboa que data de 1516 aproximadamente y en el de André Pires, de igual título pero de fecha de impresión desconocida (**van der Werf**, 2017), aunque **van der Werf** (2019), basado en un análisis estadístico, concluye que las tablas de declinación en el libro de Pires están en realidad basadas en el trabajo de Rigiomontano (ver más adelante). Pocos años después, en el *Reportorio dos Tempos*, editado en Lisboa en 1518 por Valentín Fernández, aparece una tabla de declinación idéntica a la contenida en el *Regimiento de Évora* correspondiente al año bisiesto (**Laguarda**, 1959). La obra *Suma de Geographia* de Martín Fernández de Enciso, data del año del inicio de la exploración de Magallanes-Elcano y contiene tablas de declinación solar al minuto de arco para cuatro años (expresados los dígitos en números romanos) y con referencia a un año bisiesto, tal como en las anteriores tablas (**Fernández de Enciso**, 1519). A partir de estas tablas que sobrevivieron hasta nuestros tiempos, puede inferirse que los autores apelaban a la “perpetuidad” de las mismas con base en un periodo de tipo cuatrienal bisextil (es decir, un periodo de cuatro años que incluye un bisiesto, como en el calendario juliano), de manera que no se consideraba la necesidad de especificar el año o, por lo menos, el intervalo para el que dichas tablas eran válidas y podían usarse con “confianza”; bastaba con señalar su sucesión con respecto al año bisiesto.

Un argumento que respalda que la fuente directa de estas tablas (con excepción quizá de la tabla de Pires) es el *Almanach* de Zacuto lo constituye el valor de la oblicuidad de la eclíptica que de ellas se infiere y que corresponde al valor extremo de la declinación solar en los solsticios. Tal valor se presenta en unas fechas con un intervalo que se sucede entre el 10 y el 14 de junio y el 10 y el 14 de diciembre, dependiendo del año. En todas ellas ese valor corresponde a $23^{\circ}33'$, que es el valor que la tabla de declinación de Zacuto toma como valor máximo. Como se recordará, este dato está apenas dos minutos por debajo del que ya había tomado Al-Battani a principios del siglo X y que subyace tanto en las tablas toledanas como en las alfonsíes. Aun así, es un valor excesivo si se ha de tener en cuenta que para finales del siglo XV la oblicuidad presentaba un valor de $23^{\circ}30'$ (**Wittmann**, 1979).

Como ya se anotó, en lo que atañe a la expedición de Magallanes-Elcano, los valores de declinación del Sol que portaban los pilotos se conocen sólo de forma indirecta y fragmentaria: son aquellos que anotó Albo en su derrotero. Es posible que tales valores hayan sido copiados de alguna tabla existente previamente, pero desconocida para nosotros; otra alternativa consiste en que tales valores fueron calculados específicamente para el viaje. Sea como haya sido, **Laguarda** (1959), basado en un análisis de los valores de declinación anotados por Albo, sostiene que tal listado es derivado del *Almanach Perpetuum*. Una simple comparación de los valores de declinación anotados por Albo en los primeros días de los años 1520 y 1522, indica que no fueron tomados de una tabla de un solo año, pues de lo contrario serían idénticos para una misma fecha, y no lo son; ello sugiere más bien una tabla del tipo cuatrienal. Además, al analizar los valores de

declinación en o cerca de un solsticio, para lo cual sólo es útil el de junio de 1522 por la frecuente sucesión de valores de declinación anotados (incluidos los días 10 y 14 con un valor de $23^{\circ}32'$), indican, por interpolación, que el valor extremo es de $23^{\circ}33'$.

Ahora bien, ese valor de la oblicuidad de la eclíptica sugiere que dichas tablas no fueron tomadas o adaptadas de las *Tabulae directionum et profectionum* redactadas por Johann Regiomontano (1436-1476) (**Regiomontano**, 1476). Allí están consignadas, entre otras, unas que permiten hallar la declinación de cualquier astro tanto en función de su longitud eclíptica, λ (grado a grado de 0 a 360°), como de su latitud eclíptica, β (grado a grado de -8° a 8°); evidentemente la declinación solar está contenida en los valores correspondientes a $\beta = 0$. Se evidencia que el valor de ε adoptado por Regiomontano en este trabajo de madurez fue de $23^{\circ}30'$, valor que, como ya se vio, coincide con el vigente en aquellos años, lo que sugiere que las observaciones del Sol de este autor y su colaborador Bernard Walther (1430-1504) fueron excelsas. Sin embargo, es dudoso que Regiomontano haya realizado observaciones extensivas del Sol para determinar parámetros de la órbita geocéntrica y, mucho menos, que hubiera construido a partir de ellos una nueva teoría del Sol. En todo caso, en 1474 publicó sus famosas *Ephemerides* (**Regiomontano**, 1474), que contienen tablas del Sol, de la Luna y los planetas, así como eclipses, para los años de 1474 a 1506. Allí consignó los valores de la longitud de los planetas y sus configuraciones, correspondientes a cada día del año, aunque no registró los datos de declinación. Los datos están distribuidos y presentados de forma tan clara que, a pesar de que ya se habían empleado antes (**Nothafft**, 2021), terminaron popularizando su obra hasta el punto de convertirse en el estándar de presentación de los almanaques astronómicos.

Al comparar los valores de la declinación del Sol anotados por Albo con los contenidos en los almanaques ya comentados, se evidencia que a pesar de su parecido no son idénticos, lo que ha llevado a sugerir que alguien los preparó especialmente para la expedición, y se han propuesto dos nombres: Ruy Faleiro (1455-1523) y Andrés de San Martín (?-1521). El primero fue un astrónomo y cosmógrafo portugués, colaborador de Magallanes que como este prestó sus servicios a Castilla cuando la corona portuguesa rechazó el plan de ambos de llegar a la Especiería por occidente. Aprobado el viaje por los españoles, Faleiro cayó en desgracia y fue declarado demente, probablemente sin justa causa, por lo que no pudo acompañar a Magallanes. En su reemplazo fue nombrado San Martín, de nacionalidad española, quien era “piloto del Rey” y, por ende, tenía los conocimientos necesarios de náutica y astronomía. Varias razones apuntan a que fue este último el encargado de elaborar los cálculos de la declinación solar para el inicio de la expedición, pero que se vio obligado a hacer nuevos cálculos ya bien en plena navegación (**Mena**, 2020; **Laguarda**, 1959).

De todo lo anterior se infiere que la fuente fundamental del cálculo de los valores de la declinación solar para los años de 1519 a 1522 fue, o bien el *Almanach Perpetuum* de Zacuto, o una modificación leve de una tabla derivada de éste que contenía explícitamente valores de declinación. Así las cosas, sería interesante examinar si es posible determinar los valores de excentricidad y de longitud del apogeo subyacentes en la elaboración de las tablas del Sol del *Almanach Perpetuum*. En una próxima comunicación se expondrá un método algebraico que permite encontrar los parámetros principales que subyacen en las posiciones del Sol dadas en el *Almanach Perpetuum*.

Conclusiones

Se ha presentado aquí apenas un bosquejo de los autores más connotados de las teorías, tablas o almanaques que permitieron predecir la posición del Sol para su uso posterior en la navegación, en particular de la expedición de Magallanes-Elcano, con el fin de mostrar el desarrollo y el estado del arte en el momento en que se emprendió. Por ello no se ahondó ni en las tablas de declinación ni en las teorías solares posteriores a 1520 (**van der Werf**, 2017), ni siquiera aquellas basadas en el modelo geocéntrico ni, mucho menos, las que surgieron con el advenimiento de las revoluciones copernicana y newtoniana.

Llama la atención que un modelo del movimiento del Sol que tuvo sus orígenes en el siglo II a. C. haya pervivido, por lo menos en sus rasgos generales, más de 13 siglos, a pesar de los observadores que durante ese lapso notaron las deficiencias del modelo e intentaron solventarlas. De todas maneras, para finales del siglo XV e inicios del XVI, los marineros que se internaban en mar abierto continuaban utilizando datos derivados de un modelo que apenas si había sufrido modificaciones, pues la única reforma que implicó algún grado de novedad (la trepidación) resultó ser una falacia. Los navegantes continuaron utilizando esas tablas, incluso después de publicados los trabajos de Copérnico que dieron origen a la elaboración de tablas planetarias (las pruténicas), tal vez debido al frío recibimiento inicial del heliocentrismo, que sólo recibió un impulso decisivo a comienzos del siglo XVII con la aparición de los trabajos de Galileo Galilei (1564-1642) y Johannes Kepler (1571-1630).

Sorprende, entonces, la ausencia de observadores apostados en Europa occidental que se hayan puesto a la tarea de refinar los parámetros de la órbita solar: Regiomontano observó el Sol y corrigió el valor de la oblicuidad de la eclíptica, pero al parecer siguió utilizando datos modificados de las tablas alfonsíes para sus *Ephemerides*. Tal vez ello se explica por el hecho de que los marineros del Renacimiento toleraban errores relativamente grandes en sus observaciones del Sol. **Marcondes de Souza** (1960) señala los errores en la determinación de la latitud basada en observaciones de altura por el meridiano cometidos por un cosmógrafo de las calidades de Duarte Pacheco a inicios del siglo XVI: algunos van desde 1 hasta 4 grados, lo que es excesivo si se considera que un error de 1 grado implica una indeterminación de cerca de 110 km.

No debemos olvidar que en la expedición de Magallanes-Elcano, por más que haya ajustado las tablas de declinación del Sol en algún punto del recorrido, Andrés de San Martín no tenía los medios para conocer la verdadera extensión del Pacífico ni, mucho menos, saber que al atravesar dicho océano y retornar a Europa desde el oriente la expedición perdería un día con relación al calendario con el que habían partido, por lo que los datos de declinación utilizados por Albo ya arrastraban un error de varios minutos de arco, pues correspondían a un día diferente. La incertidumbre derivada de los errores de observación, de los instrumentales y de los que conllevaban los datos astronómicos, se suplía, en gran medida, por el talento y la experiencia respaldada por la navegación de “estima”, lo que no resta ningún valor al aporte de las mediciones astronómicas que se irían refinando con el tiempo hasta el punto de seguir utilizándose hoy, en la era del posicionamiento con satélites artificiales.

Agradecimientos

El autor expresa su más sincero agradecimiento a los tres revisores anónimos, cuyos comentarios y sugerencias permitieron mejorar la versión original de este manuscrito. Esta investigación se enmarca en el proyecto Hermes 52596 de la Universidad Nacional de Colombia.

Conflicto de intereses

El autor declara no tener ningún conflicto de intereses.

Referencias

- Bensaúde, J.** (1912). *L'astronomie nautique au Portugal a l'époque des grandes de'couvertes*. Librería Académica de Von Max Drechsel.
- Chabás, J.** (1998). Astronomy in Salamanca in the Mid-fifteenth Century: The Tabulae resolutae. *Journal for the History of Astronomy*, 29, 167-175. <https://doi.org/10.1177/002182869802900209>
- Chabás, J.** (2014). Aspects of Arabic influence on astronomical tables in medieval Europe. *Suhayl, Journal for the History of the Exact and Natural Sciences in Islam*, 13, 23-40.
- Chabás, J., Goldstein, B. R.** (2000). Astronomy in the Iberian Peninsula: Abraham Zacut and the transition from manuscript to print. *Transactions of the American Philosophical Society*, 90, parte 2.

- Chabás, J., Goldstein, B. R.** (2003). The Alfonsine Tables of Toledo Vol. 8, Springer Science & Business Media.
- de Elizalde, A. K.** (2019) Ciencia, náutica y hombres en la primera circunnavegación. *Cuadernos de investigación histórica*, 36, 221-250. <https://doi.org/10.51743/cih.87>
- Dreyer, J. L. E.** (1953). *A History of Astronomy from Thales to Kepler*. Dover Publications.
- Duke, D.** (2008). Four lost episodes in ancient solar theory. *Journal for the History of Astronomy*, 39, 283-296.
- Fernández de Enciso, M.** (1519). *Summa de Geographia*. <https://dicter.usal.es/?obra=FernandezEnciso>
- Gessner, S.** (2021). Trepidation spheres: variant representations of the eight sphere and the debate about the movement of the apogees and the fixed stars in Alfonsine astronomy. *Centaurus*, 63, 714-754. <https://doi.org/10.1111/1600-0498.12412>
- Goldstein, R. B.** (1994). Historical perspectives on Copernicus's account of precession. *Journal for the History of Astronomy*, 1994, 189-197. <https://doi.org/10.1177/002182869402500302>
- Goldstein, R. B.** (1998). Abraham Zacut and the Medieval Hebrew Astronomical Tradition. *Journal for the History of Astronomy*, 29(2), 177-186. <https://doi.org/10.1177/002182869802900210>
- Goldstein, B. R., Chabás, J.** (2001). The maximum solar equation in the Alfonsine tables. *Journal for the History of Astronomy*, 32, 345-348.
- Hughes, D. W.** (1989). Hipparchus's, spring and summer and the ellipticity of the Earth's orbit. *Journal of the British Astronomical Association*, 99, 90-94.
- Jones, A.** (1991). Hipparchus's computations of solar longitudes. *Journal for the History of Astronomy*, 22, 101-125. <https://doi.org/10.1177/002182869102200201>
- Jones, A.** (2017). Ptolemy's handy tables. *Journal for the History of Astronomy*, 48, 238-241. <https://doi.org/10.1177/0021828617706254>
- King, D. A., Samsó, J., Goldstein, B. R.** (2001). Astronomical handbooks and tables from de Islamic world (750-1900): an interim report. *Suhayl, Journal for the History of the Exact and Natural Sciences in Islam*, 2, 9-105.
- Laguarda, R. A.** (1959). Las tablas náuticas de la expedición de Magallanes-Elcano. *Boletín de la Real Academia de la Historia*, 144, 57-73.
- Luque, E. J., Miranda, J.** (2020). *A 500 años de la primera vuelta al mundo: una mirada histórica a la expedición Magallanes-Elcano*. Universidad de Sevilla.
- Maeyama, Y.** (1998). Determination of the Sun's orbit: Hipparchus, Ptolemy, al-Battani, Copernicus, Tycho Brahe. *Archive for History of Exact Sciences*, 53, 1-49.
- Marcondes de Souza, T. O.** (1960). A astronomia náutica na época dos descobrimentos marítimos. *Revista de História*, 20, 41-63.
- Mena, C.** (2020). Conocer y dominar los astros. El piloto Andrés de San Martín y la expedición de Magallanes-Elcano. *Temas Americanistas*, 44, 197-231. <https://doi.org/10.12795/Temas-Americanistas.2020.i44.08>
- Mercier, R.** (1977). Studies in the medieval conception of precession. *Archives Internationales d'Histoire des Sciences Oxford*, 27, 33-71.
- Morelon, R.** (2019). *General survey of Arabic astronomy*. Encyclopedia of the History of Arabic Science, 1-19.
- Mozaffari, S. M.** (2018). An analysis of medieval solar theories. *Archive for History of Exact Sciences*, 72, 191-243. <https://doi.org/10.1007/s00407-018-0207-1>
- Neugebauer, O.** (1956). The transmission of planetary theories in ancient and medieval astronomy. *Scripta Mathematica*, 22, 165-192.
- Neugebauer, O.** (1962a). *The astronomical tables of Al-Khwarizmi*. Ejnar Munksgaard Publications.
- Neugebauer, O.**, (1962b). Thabit ben Qurra "On the solar year" and "On the motion of the eight spheres". *Proceedings of the American Philosophical Society*, 106, 264-299.
- North, J.** (1995). *The Norton History of Astronomy and Cosmology*. W. W. Norton & Company.
- Nothaft, C. P. E.** (2021). Ephemerides in high medieval Europe: the textual evidence. *Journal for the History of Astronomy*, 52, 33-52. <https://doi.org/10.1177/0021828620981432>
- Obregón, M.** (1988). *La primera vuelta al mundo*. Academia Colombiana de Historia, Plaza & Janés.
- Pouille, E.** (1988). The Alfonsine Tables and Alfonso X of Castille. *Journal for the History of Astronomy*, 19, 97-113. <https://doi.org/10.1177/002182868801900202>
- Proverbio, E.** (1994). Astronomical and sailing tables form the second half of the 15th century to the middle of the 16th century. *Memorie della Società Astronomia Italiana*, 65, 469-496.

- Regiomontano, J.** (1474). *Ephemerides*. <https://archive.org/details/ljs300/page/n1/mode/2up>
- Regiomontano, J.** (1476). *Tabulae Directionum et Projectionum* (manuscrito). <https://archive.org/details/ljs172/page/n1/mode/2up>
- Samsó, J.** (1984). Algunas notas sobre el modelo solar y la teoría de la precesión de los equinoccios en la obra astronómica de Alfonso X. *Dynamis: Acta Hispanica ad Medicinae Scientiarumque Historiam Illustrandam*, 4, 81-114.
- Samsó, J.** (1987). On the solar model and the precession of the equinoxes in the Alphonsine Zij and its Arabic sources. *International Astronomical Union Colloquium, Cambridge University Press*, 91, 175-183.
- Samsó, J.** (2012). “Dixit Abraham Iudeus”: algunas observaciones sobre los textos astronómicos latinos de Abraham ibn Ezra. *Iberia Judaica*, 4, 171-200.
- Samsó, J.** (2015). Al-Andalus, a bridge between Arabic and European science. *Alhadra*, 1, 101-125.
- Samsó, J.** (2019). Ibn Ishaq and the Alfonsine Tables. *Journal for the History of Astronomy*, 50, 360-365. <https://doi.org/10.1177/0021828619864472>
- Sánchez, A.** (2021). Making a global image of the world: science, cosmography and navigation in times of the first circumnavigation of Earth, 1492-1522. *Culture and History Digital Journal*, 10, 1-24. <https://doi.org/10.3989/chdj.2021.014>
- Tihon, A., Mercier, R., Chabás, J.** (2013). Ptolemy's Handy Tables. Tables A1- A2. *Aestimatio: Sources and Studies in the History of Science*, 10, 106-109. <https://doi.org/10.33137/aestimatio.v10i0.26026>
- Toomer, G. J.** (1968). A survey of the Toledan Tables. *Osiris*, 15, 5-174.
- Toomer, G. J.** (1998). *Ptolomey's Almagest*. Princeton University Press.
- van der Werf, S.** (2019). Nautical tables for Vasco de Gama, 1497-1500? *Journal for the History of Astronomy*, 50, 326-338. <https://doi.org/10.1177/0021828619864472>
- van der Werf, S.** (2017). History and critical analysis of fifteenth and sixteenth century nautical tables. *Journal for the History of Astronomy*, 48, 207-232. <https://doi.org/10.1177/0021828617705244>
- Vieira, A.** (2005). Náutica e cartografia náutica na origem da ciência moderna. *Navigator*, 1, 53-68.
- Wittmann, A.** (1979). The obliquity of the ecliptic. *Astronomy & Astrophysics*, 73, 129- 131.
- Zacuto, A.** (1502). *Almanach perpetuum celestium motuum: (Radix 1473)*. <https://purl.pt/22001/1/index.html#/1/html>