CARDIOLOGÍA DEL ADULTO - TRABAJOS LIBRES

Medidas fractales cardiororácicas en radiografías de tórax

Cardiothoracic fractal measurements in thoracic X-rays

Javier Rodríguez, MD.⁽¹⁾; Jorge Lemus, MD.⁽²⁾; Julio Serrano, MD.⁽²⁾; Elkin Casadiego, MD.⁽¹⁾; Catalina Correa, PSY.⁽¹⁾.

Bogotá, DC., Colombia.

La geometría fractal caracteriza de manera adecuada las formas irregulares de la naturaleza; por ello, para obtener una descripción matemática objetiva de la irregularidad de la cavidad torácica, es necesario hacer uso de ésta.

Mediante el método de *box-counting* se midieron las dimensiones fractales de los objetos definidos de 20 radiografías de tórax de individuos sanos, 10 de mujeres y 10 de hombres entre 18 y 32 años de edad, en la cuales se comparó la primera y segunda cifra significativa entre las dimensiones fractales de los tres objetos definidos.

Las dimensiones fractales de las placas evaluadas con la primera cifra significativa, resultaron diferentes o iguales en los tres objetos evaluados, o bien iguales para dos de los tres objetos fractales, mientras que en la segunda cifra significativa fueron diferentes en los tres objetos fractales al mismo tiempo, además la mayor diferencia máxima entre los valores de las islas es de tres décimas. Estudios posteriores con radiografías de pacientes con diferentes patologías permitirán realizar una generalización de la metodología desarrollada para su aplicación clínica.

PALABRAS CLAVE: fractal, dimension fractal, radiografía de tórax.

Fractal geometry measures in a proper way the irregular forms of nature. For this reason, we must use it in order to obtain an objective mathematical description of the thoracic cavity's irregularity.

By means of the *box counting* method, fractal dimensions of defined objects of 20 thoracic X-rays from healthy individuals were measured. 10 were men and 10 were women, between 18 and 32 years. A comparison was made between the first and the second significant cipher among the fractal dimensions of the three defined objects.

The fractal dimensions of the radiographies evaluated with the first significant cipher turned out to be different or equal in the three evaluated objects or equal for two of the three fractal objects, while in the second significant cipher these were different in the three fractal objects at the same time; besides, the biggest maximal difference between the islands' values were of three tenths.

Posterior radiological studies of patients with different pathologies will allow realizing a generalization of the technology developed for its clinical application.

KEY WORDS: fractal, fractal dimension, chest radiography.

(Rev. Col. Cardiol. 2005; 12 : 129-134)

(1) Grupo INSIGHT, Bogotá, DC., Colombia.

(2) Hospital Militar Central, Bogotá, DC., Colombia.

Correspondencia: Javier Rodríguez, MD. Laboratorio grupo INSIGHT. Correo electrónico: grupoinsight2025@yahoo.es

Recibido: 18/03/05. Aceptado: 14/09/05.

Introducción

La geometría fractal fue desarrollada por Benoît Mandelbrot para medir objetos irregulares (1, 2); su grado de irregularidad se mide con las dimensiones fractales. La curva de Koch es un objeto con estructura fractal que exhibe una de las propiedades de los fractales matemáticos, la sibilisemejanza. Esta propiedad consiste en que las partes constituyentes son como la totalidad, sin superposición de las mismas (2-4). Otro tipo de objetos irregulares son los fractales salvajes, que se caracterizan por la ausencia de sibilisemejanza, y no se consideran como fractales estrictos. Ejemplos de este tipo de fractales son las costas (5), el cuerpo humano y sus componentes como la ramificación coronaria (6), bronquial, circunvoluciones y neuronas del cerebro, y otros que han sido analizados en diversos estudios (7-9).

La teoría fractal ha permitido realizar caracterizaciones cuantitativas y objetivas de otras estructuras del cuerpo humano, así como de su funcionamiento (10-13), y en algunos casos ha proporcionado herramientas más acertadas en la diferenciación de salud y enfermedad con aplicación experimental y clínica. En un modelo experimental de reestenosis en porcinos, Rodríguez y colaboradores (7) aplicaron dimensiones fractales a arterias coronarias e hicieron una diferenciación matemática entre las arterias sanas y las enfermas, a partir del concepto de armonía matemática intrínseca en el cual se establecen las relaciones matemáticas entre las partes componentes de un objeto y su totalidad, con una metodología similar a aquella que se aplicó en este trabajo.

Este mismo grupo de investigación creó una nueva metodología de evaluación de la ramificación coronaria izquierda (6), haciendo una caracterización matemática de arteriografías de pacientes con presencia y ausencia de enfermedad arterial oclusiva severa, a partir de dimensiones fractales consecutivas evaluadas con los conceptos de variabilidad y diferencia neta durante la dinámica cardiaca. En investigaciones sobre morfología y fisiología tumoral, Pohlman y colaboradores (13), y Lefebvre y Benali (14), encontraron que la aplicación de medidas fractales a mamografías digitales, puede disminuir el número de diagnósticos falsos positivos. Mediante dimensiones fractales, Gazit y Baish (15) mostraron que la arquitectura y fisiología tumorales presentaban mayor irregularidad que las de tejidos normales en tumores andrógeno-dependientes de ratones.

La radiografía de tórax es una técnica que forma imágenes por proyección, que permite detectar anor-

malidades pulmonares que cambian la morfología del corazón, el mediastino, los pulmones y las paredes óseas. En la actualidad es una técnica fundamental en la clínica, la cual se emplea siempre que se tiene sospecha de enfermedad cardiotorácica (16, 17). Para cuantificar su medida se utiliza el índice cardiotorácico, que se calcula midiendo la distancia entre la parte más externa del borde derecho y la parte más externa del borde izquierdo del corazón; este número se divide por la anchura del tórax en su punto más ancho a nivel de los diafragmas, desde el margen interno del borde costal izquierdo hasta el margen interno del borde costal derecho. La silueta cardiaca se considera normal si su índice cardiotorácico es menor del 50% y enferma si es mayor del 60% (18). Existe un rango de incertidumbre en el cual no es posible realizar afirmaciones diagnósticas, conocido en la práctica clínica convencional como área gris (16-20), que se encuentra entre el 50% al 60%. Por ello, hoy por hoy la experiencia del examinador es la herramienta más utilizada con la que se cuenta para determinar el tamaño del corazón en una radiografía de tórax.

Objetivo general

Desarrollar una nueva metodología de caracterización matemática de radiografías de tórax aplicando la geometría fractal, a partir de radiografías de pacientes sanos.

Objetivos específicos

- Determinar los objetos geométricos medibles dentro de la radiografía de tórax.
- Evaluar los objetos definidos mediante el método de *box-counting*.
- Calcular las dimensiones fractales de los objetos definidos.
- Comparar las medidas de dimensión fractal de las radiografías evaluadas determinando relaciones matemáticas para cualquier placa.

Justificación

El desarrollo de medidas matemáticas objetivas basadas en una geometría adecuada para el estudio del cuerpo humano y sus componentes, permitirá obtener caracterizaciones cuantitativas de la radiografía de tórax, independientes de la subjetividad del médico, hecho que constituye un avance para obtener una metodología diagnóstica de aplicación clínica.

Material y métodos

Población de estudio

Este es un estudio descriptivo exploratorio, en el que se escogieron 20 pacientes adultos sanos, 10 hombres y 10 mujeres, entre 18 y 32 años de edad.

Para corroborar el estado de salud de los pacientes seleccionados, se revisaron sus historias clínicas, se determinó el índice cardiotorácico de las radiografías y se realizaron exámenes ecocardiográficos en el departamento de cardiología del Hospital Militar Central. Todos los casos presentaron índices cardiotorácicos menores al 50% y los parámetros de evaluación del examen ecocardiográfico se encontraron dentro de los rangos de normalidad (21, 22) (Tabla 1).

Hipótesis

El empleo de la geometría fractal en el desarrollo de una nueva metodología de caracterización de las placas de tórax aplicada a pacientes sanos, permitirá obtener medidas morfométricas objetivas y cuantitativas independientes de la experiencia o subjetividad del observador.

Metodología

Se tomaron 20 radiografías de tórax de pacientes sanos en posición anteroposterior, las cuales se incluyeron según los criterios de índice cardiotorácico y las medidas ecocardiográficas obtenidas confirmando la ausencia de patologías. A partir de la imagen que se obtuvo se definieron los objetos matemáticos a medir, denominados islas. Se construyeron dos rejillas, constituidas por cuadrados de 3 y 1,5 cm de lado respectivamente. Las rejillas se superpusieron a las radiografías (Figura 1) y se calculó el número de cuadros que tocaban las islas (Figura 2). Con estos datos se determinaron sus dimensiones fractales por el método de *box-counting* (3).

Para esta investigación se contó con la aprobación del comité de ética médica del Hospital Militar Central y con el consentimiento escrito de los sujetos que participaron en la investigación.

Análisis matemático de las medidas

Los resultados se evaluaron teniendo en cuenta la igualdad y/o diferencia para la primera y segunda cifras significativas simultáneamente entre las dimensiones fractales de los objetos medidos.

Tabla 1
DATOS DEL EXAMEN ECOCARDIOGRÁFICO

	ICT	VI diast.	VI sist.	Aorta	AI	Septum	P. Posterior	Vol. DVI	Vol. SVI	FE	Masa	Área AI	Área AD	T desacel.	R E/A
1	0,4	3,6	2,6	2,5	3	0,6	0,6	52	12	0,67	40	9	10	220	1,5
2	0,42	4,9	3,6	3	3	0,7	0,78	120	39	0,68	83	15	14	130	1
3	0,39	3,9	2,7	2,4	2,3	0,7	0,7	62	32	0,6	58	14	9	240	1,4
4	0,39	4,4	2,9	2,4	2,8	0,8	0,7	79	35	0,64	57	13	13	220	1,2
5	0,44	4	2,2	2,7	2,9	0,8	0,9	50	26	0,75	68	12	15	210	1
6	0,44	4,7	3,8	2,9	3,6	0,76	1,02	72	23	0,70	90	14	13	220	1,4
7	0,40	4,2	3,2	2,2	2	0,7	0,8	93	40	0,70	73	13	12	180	1,2
8	0,42	4,8	2,3	2,2	2,7	0,7	0,7	73	27	0,65	70	18	16	200	1
9	0,46	3,8	2,9	2,3	2,7	0,75	0,61	54	20	0,6	58	14	13	200	1
10	0,43	4,5	2,8	3,3	2,3	0,7	0,8	44	17	0,61	72	10	13	250	1,1
11	0,45	5	3,9	2,3	2,5	0,8	0,8	90	32	0,60	88	14	12	160	1,6
12	0,46	4,4	3,3	2,9	2,8	0,8	0,6	61	28	0,7	50	9	9	210	1,2
13	0,4	5,3	3,9	2,1	2,4	0,8	0,8	111	63	0,7	90	11	10	200	1,2
14	0,43	4,6	3,2	2,8	2,8	0,6	0,7	61	15	0,62	60	10	10	230	1,2
15	0,42	3,9	2,3	2,4	2,5	0,99	0,74	70	30	0,72	90	10	10	180	1,3
16	0,5	4,4	3,1	2,6	2,5	0,8	0,7	90	35	0,64	52	16	14	250	1,3
17	0,42	5,2	3,4	3,1	2,6	0,9	0,9	43	22	0,65	99	11	12	165	1
18	0,4	5,1	4,2	2	2,1	1	1	98	43	0,7	68	13	13	200	1
19	0,43	4,5	2,8	2,9	2,4	0,7	0,75	102	27	0,7	56	11	14	180	1,2
20	0,43	4,9	3,2	2,4	2,9	1	0,9	98	32	0,7	92	14	12	240	1,4

Definiciones

Fractal: del latín *fractus*, interrumpido. Objeto irregular. Término que se define como sustantivo: objeto irregular, y como adjetivo: irregularidad.

Dimensión fractal: magnitud geométrica de los objetos cuya medida caracteriza la irregularidad de los mismos. La definición de dimensión fractal usada en esta investigación es la dimensión fractal de *box-counting*.

Dimensión fractal de *box-counting*

$$D = \frac{\text{Log}N(2^{-(k+1)}) - \text{Log}N(2^{-k})}{\text{Log}2^{-(k+1)} - \text{Log}2^{-k}} = \text{Log}_2 \frac{N(2^{-(k+1)})}{N(2^{-k})}$$

Donde:

D: dimensión fractal.

N: número de cuadros que tocan el objeto definido.

K: grado de partición de la cuadrícula.

Figura 1. Aplicación del método de *box-counting* en las radiografías de tórax.

Isla: objeto fractal definido por los contornos escogidos (Figura 2).

Isla 1: objeto fractal que se observa radio-opaco, limitado por los contornos que se dibujan en la placa de tórax del ventrículo y la aurícula izquierda, el botón aórtico y la aurícula derecha.

Isla 2: objeto fractal que se observa en la placa de tórax radiolúcida y está limitado por el contorno del borde interior de la pleura parietal de la cavidad

torácica en su parte externa y superior, en la parte medial por el borde externo de las vértebras torácicas y el contorno de la isla 1, y en la parte inferior por el diafragma.

Isla 3: objeto fractal total, unión de la isla 1 con la isla 2. Totalidad de la cavidad torácica.

Diferencia máxima: es el resultado de la resta entre la dimensión fractal de mayor valor y la de menor valor para las islas evaluadas en cada placa.

Figura 2. Composición de la radiografía de tórax: a. Isla 1, b. Isla 2, c. Isla 3.

Resultados

Se calcularon las dimensiones fractales de las islas definidas (Tabla 2). Las medidas fractales oscilaron entre 1,3457 y 1,8541 para la isla 1, entre 1,4694 y 1,8579 para la isla 2 y entre 1,3892 y 1,8120 para la isla 3.

Al comparar la primera cifra significativa de las dimensiones fractales de los tres objetos definidos, se presentaron diferencias en las placas 2, 6 y 13, e igualdad en las radiografías 5, 7, 8, 10, 11, 12, 14, 15 y 20. En las placas 1, 3, 9, 16, 17, 18 y 19 se observó que la igualdad de la primera cifra significativa sólo se presentó entre las dimensiones de las islas 2 y 3, y entre las dimensiones de las islas 1 y 2; la placa 4 fue la única en la que se presentó igualdad.

De esta manera, las dimensiones fractales de cada placa resultaron diferentes o iguales en los tres objetos evaluados, o bien iguales para dos de los tres objetos fractales respecto a la primera cifra significativa, mientras que en la segunda cifra significativa no se presentaron igualdades en los tres objetos fractales al mismo tiempo.

Al evaluar la diferencia máxima entre las dimensiones fractales de las tres islas para cada placa dentro de los casos que resultaron diferentes, se encontró que en seis de ellos –placas 1, 3, 4, 16, 17 y 19– es de una décima, en tres casos –2, 6 y 9– es de dos décimas y en dos casos –13 y 18– es de tres décimas. De esta manera, el mayor valor encontrado para la diferencia máxima en todos los casos es de tres décimas.

Tabla 2
DIMENSIONES FRACTALES DE LAS PLACAS DE TÓRAX

Placa No.	Dimensión fractal Isla 1	Dimensión fractal Isla 2	Dimensión fractal Isla 3
1	1,77760	1,66183	1,66183
2	1,45456	1,65207	1,59975
3	1,60768	1,76553	1,72855
4	1,44360	1,46948	1,38927
5	1,63076	1,67921	1,66572
6	1,85414	1,68280	1,72845
7	1,74846	1,76209	1,75866
8	1,63558	1,67807	1,66541
9	1,68182	1,85798	1,81203
10	1,64385	1,67807	1,66837
11	1,63742	1,65302	1,64865
12	1,55019	1,50734	1,51971
13	1,47804	1,72489	1,65992
14	1,71620	1,76671	1,75546
15	1,78240	1,72832	1,74322
16	1,71881	1,68093	1,69148
17	1,66296	1,72436	1,70876
18	1,34577	1,69426	1,61470
19	1,58496	1,64769	1,63226
20	1,63226	1,60804	1,61395

Discusión

Este trabajo es el primer estudio preliminar en el cual se obtiene una caracterización matemática objetiva de radiografías de tórax de pacientes sanos, basada en geometría fractal, para lo cual se desarrolló una nueva metodología de medición morfométrica de las radiografías de tórax a partir del cálculo y la comparación de las dimensiones fractales de las islas definidas.

Las placas sanas se caracterizan por una de estas tres condiciones: igualdad o diferencia en la primera cifra significativa, o igualdad en la primera cifra significativa de dos de los tres objetos definidos; la mayor diferencia máxima encontrada para placas sanas fue de tres décimas. De la misma manera, se evidenció que ninguna placa sana tiene igualdades en la segunda cifra significativa en los tres objetos. Esta metodología de aplicación de las dimensiones fractales es probablemente más objetiva y adecuada para medir las radio-

grafías de tórax, por basarse en una geometría adecuada a las características del objeto.

El análisis convencional de radiografías de tórax depende en gran medida de la experiencia y la subjetividad del médico. El índice cardiorácico es una medida euclidiana en la que se diferencia el estado salud o enfermedad a partir de un análisis estadístico. Presenta una región de incertidumbre, el área gris (18, 19), dentro de la cual no es posible establecer un diagnóstico. Este rango puede evaluarse con medidas más adecuadas al tipo de objeto estudiado como aquellas que proporciona la geometría fractal. Por ser esta una investigación en la que sólo se involucran pacientes sanos, no se obtienen caracterizaciones que diferencien salud de enfermedad; sin embargo, es un primer paso para concretar aplicaciones útiles en la interpretación de radiografías de tórax.

Por estar fundamentada desde una teoría geométrica, esta nueva metodología logra una caracterización matemática objetiva de cualquier placa sana, sin necesidad de utilizar modelos estadísticos ni grandes volúmenes de muestra para su análisis.

Aplicaciones futuras

Se desarrollará una generalización de esta metodología para cualquier placa sana y se buscará una aplicación a pacientes con afecciones cardiacas como cardiomegalia y/o hipertensión arterial crónica entre otras, lo que probablemente permitirá diferenciar individuos sanos de enfermos y desarrollar una medida morfométrica diagnóstica de aplicación clínica.

Conclusiones

La nueva metodología desarrollada con base en la teoría fractal, permite caracterizar de forma matemática las placas de tórax como una primera aproximación preliminar que requiere más estudio. Las medidas que se obtienen no dependen de la experiencia ni de la subjetividad del médico, y constituyen una medida morfométrica objetiva de cualquier placa sana.

Una placa sana se consideraría probablemente sana cuando haya diferencia o igualdad simultánea en la primera cifra significativa de las dimensiones fractales o igualdad para dos de los tres objetos fractales con respecto a la primera cifra significativa y además cuando la diferencia máxima entre las dimensiones fractales de sus islas sea menor o igual a tres décimas.

Las placas sanas posiblemente no presentan igualdades en las dos primeras cifras significativas simultáneamente en las tres islas calculadas.

Agradecimientos

Al Hospital Militar Central por su colaboración y su apoyo.

Bibliografía

- Mandelbrot B. Introducción. En: Los objetos fractales. Barcelona: Tusquets Eds. S.A.; 2000. p. 13-26.
- Mandelbrot B. The fractal geometry of nature. San Francisco: Freeman; 1972. p. 341-348.
- Peitgen H, Jurgens H, Saupe D. Limits and self similarity. In: Chaos and fractals. New Frontiers of Science. New York: Springer-Verlag; 1992. p. 135-182.
- Peitgen H, Jurgens H, Saupe D. Length, area and dimension. In: Chaos and fractals. New Frontiers of Science. New York: Springer-Verlag; 1992. p. 183-228.
- Mandelbrot B. ¿Cuánto mide la costa de Bretaña? En: Los objetos fractales. Barcelona: Tusquets Eds. S.A.; 2000. p. 27- 50.
- Rodríguez J, Álvarez L, Mariño M, Avilán G, Prieto S, Casadiego E, et al. Variabilidad de la dimensión fractal del árbol coronario izquierdo en pacientes con enfermedad arterial oclusiva severa. Rev Col Cardiol 2004; 11 (4): 185-192.
- Rodríguez J, Mariño M, Avilán N, Echeverri D. Medidas fractales de arterias coronarias en un modelo experimental de reestenosis. Rev Col Cardiol 2002; 10 (2): 65-72.
- Goldberger A, West B. Fractals in physiology and medicine. Yale J Biol 1987; 60: 421-435.
- Luzi P, Bianciardi G. Fractal analysis in human pathology. Annals New York Acad Sci 1999; 879: 255-7.
- Goldberger A. Fractal dynamics in physiology: alterations with disease and aging. PNAS 2002; 99: 2466-2472.
- West JB. Fractal physiology and chaos in medicine. In: Studies of nonlinear phenomena in life science. Vol 1. World Scientific; 2000.
- Goldberger A. Non-linear dynamics for clinicians: chaos theory, fractals, and complexity at the bedside. Lancet 1996; 347: 1312-1314.
- Polhman S, Powell K. Quantitative classification of breast tumors in digitized mammograms. Med Phys 1996; 23: 1337-1345.
- Lefebvre F, Benali H. A fractal approach to the segmentation of microcalcifications in digital mammograms. Med Phys 1995; 22: 381-390.
- Gazit Y, Baish JW. Fractal characteristics of tumor vascular architecture during tumor growth and regression. Microcirculation 1997; 4: 395-402.
- Katz D, Math K, Groskin S. Radiology secrets. Philadelphia: Hanley & Belfus, INC.; 1998.
- Henry WL, Gardin JM. Echocardiographic measurements in normal subjects from infancy to old age. Circulation 1980; 62: 1054-61.
- Milne E, Pistoletti M. Reading the chest radiograph. A physiologic approach. St. Louis: Mosby Year Book Inc.; 1993.
- Miller S. Cardiac radiology. The requisites. St. Louis: Mosby Year Book Inc.; 1996.
- Clark AL, Coats AJ. Unreliability of cardiothoracic ratio as a marker of left ventricular impairment: comparison with radionuclide ventriculography and echocardiography. Postgrad Med J 2000; 76 (895): 289.
- Gerstenblit G, Frederiksen J. Echocardiographic assessment of a normal adult aging population. Circulation 1977; 56: 273-8.
- Henry WL, Ware J. Echocardiographic measurements in normal subjects. Circulation 1978; 57: 278-85.