



## Modelos matemáticos de parámetros reológicos y su influencia en el sistema de bombeo de fluidos no newtonianos

### Resumen

En la presente investigación se realizó un estudio de la influencia de los parámetros reológicos de las hidromezclas lateríticas con los parámetros energéticos de los sistemas de bombeo que garantizan la productividad en la obtención de sulfuro de níquel. A partir de estudios experimentales como técnicas de difracción de rayos-X, fluorescencia de rayos-X y análisis de tamaño de partículas se modelaron los comportamientos de la viscosidad aparente, el esfuerzo cortante inicial, el índice de consistencia másica y el índice de flujo. Lo anterior, en función de los siguientes factores: temperatura, contenido de sólidos, composición química y granulométrica. Los resultados evidenciaron que las suspensiones lateríticas se comportan como fluidos no newtonianos con plasticidad, debido a su carácter de materiales polidispersos, con un predominio de granulometría fina (partículas menores de 0,045 mm). Esto explica sus comportamientos reológicos, ajustables al modelo de Bulkley-Herschel a valores de temperatura de 28 a 90 °C y concentración de sólidos de 37 a 48 % (p/p). Se concluye que el uso de un modelo matemático que relaciona los parámetros reológicos de la pulpa laterítica y los parámetros energéticos del sistema de bombeo contribuye con la eficiencia energética de la alimentación de la pulpa requerida en el proceso de lixiviación ácida.

**Palabras clave:** hidromezclas lateríticas; mineral laterítico; modelos matemáticos; parámetros reológicos; temperatura.

## Mathematical models of rheological parameters and their influence on the pumping system of non-Newtonian fluids

### Abstract

The present paper presents a study of the rheological parameters influence of lateritic hydromixtures with the energetic parameters of the pumping systems, which guarantee productivity when obtaining nickel sulphide. Experimental studies such as X-ray diffraction techniques, X-ray fluorescence and particle size analysis were carried out to model apparent viscosity, initial shear stress, mass consistency index and flow index. The above, based on the following factors: temperature, solids content, chemical and granulometric composition. The results showed that the lateritic suspensions behaved as non-Newtonian fluids with plasticity, due to their character of polydispersed materials, with a predominance of fine granulometry (particles less than 0.045 mm), which explains their rheological behavior, adjustable to the Bulkley - Herschel model at temperature values of 28 to 90 °C and solids concentration of 37 to 48 % (w/w). It is concluded that the use of a mathematical model that relates the rheological parameters of the lateritic pulp and the energy parameters of the pumping system contributes to energy-efficiency of the pulp feeding in the acid leaching process.

**Palabras clave:** Lateritic hydromixes; lateritic mineral; mathematical models; rheological parameters; temperature.

## Modelos matemáticos de parámetros reológicos e sua influência no sistema de bombeamento de fluidos não-newtonianos

### Resumo

Na presente investigação, apresenta-se a influência dos parâmetros reológicos das hidromisturas lateríticas com os parâmetros energéticos dos sistemas de bombeamento que garantem a produtividade na obtenção de sulfato de níquel. A partir de estudos experimentais, tais como técnicas de difração de raios X, fluorescência de raios X e análise do tamanho de partícula, o comportamento da viscosidade aparente, o esforço de cisalhamento inicial, o índice de consistência de massa e o índice de fluxo são modelados. Acima, com base nos fatores a seguir: temperatura, teor de sólidos, composição química e granulométrica. Os resultados mostraram que as suspensões lateríticas se comportam como fluxos não-newtonianos com plasticidade, devido ao seu caráter de materiais polidispersos, com predominância de granulometria fina (partículas menores do que 0,045 mm), o que explica seu comportamento reológico, ajustável ao modelo de Bulkley - Herschel a valores de temperatura de 28 a 90 °C e concentração de sólidos de 37 a 48 % (p/p). Conclui-se que o uso de um modelo matemático que relaciona os parâmetros reológicos da polpa laterítica e os parâmetros de energia do sistema de bombeamento contribui para a eficiência energética da polpa de alimentação no processo de lixiviação ácida.

**Palavras-chave:** hidromisturas lateríticas; mineral laterítico; modelos matemáticos; parâmetros reológicos; temperatura.

## Introducción

En la extracción del níquel mediante lixiviación ácida a presión, el transporte de las pulpas (también denominadas hidromezclas) implica un elevado consumo energético, debido a su alta concentración de sólidos y a problemas operacionales. Por tanto, se hace necesario investigar los factores que inciden en la variación de las propiedades de las hidromezclas tanto en el consumo de energía eléctrica como en los parámetros operacionales. Algunos investigadores han dedicado sus estudios al campo de la reología de polímeros [1], [2] y de emulsiones de petróleo [3], [4], [5]. Otros han analizado el comportamiento reológico de suspensiones de minerales tales como bentonita [6], [7] goethita [8] y lateritas procedentes de distintos yacimientos [8], [9], [10].

Las tendencias más recientes en la reología son los sistemas multifases, la formulación del producto, la interfaz, microreología y microfluidos, así como sus aplicaciones en alimentos, polímeros, biopolímeros y cosméticos. Así lo confirman las sociedades y grupos de reología de España, Portugal, E.U, Canadá, Japón y Gran Bretaña [11]. De igual modo, la sociedad de reología de México confirma estudios de minerales biolixiviados en etapa experimental en la Universidad Nacional Autónoma de México [12].

Ahora bien, la pulpa laterítica (materia prima de la extracción de níquel) se caracteriza de acuerdo con las condiciones de la etapa del proceso. Posee diversas cualidades reológicas determinadas por sus propiedades mineralógicas, químicas, granulométricas y físico-mecánicas (densidad, viscosidad y su condición de plasticidad) que determinan su comportamiento como fluido estructurado. Estas pulpas muestran un comportamiento pseudoplástico y características plásticas, debido fundamentalmente a la concentración de sólidos [13], [14]. Este comportamiento incide negativamente en el transporte, ya que implica un aumento de la potencia de bombeo. Por tanto, la concentración total de sólidos, además de ser el factor de mayor incidencia en el comportamiento reológico no newtoniano, afecta el rendimiento del conjunto motor-bomba, cuya correcta valoración exige el conocimiento del modelo reológico, las características de la red hidráulica, potencia hidráulica (Nh) y potencia eléctrica (Nm) [15].

En estudios previos se reportan caracterizaciones realizadas a las pulpas lateríticas [10], [16] en yacimientos que difieren a los que se encuentran en explotación. De igual modo, esos resultados se obtuvieron en un viscosímetro rotatorio y fueron caracterizados como Bingham y Bulkley-Herschell, según las concentraciones de sólidos. Como estas son condiciones de operación diferentes a las actuales, se hace necesario comprobar si las nuevas caracterizaciones reológicas tienen influencia sobre los parámetros energéticos del sistema de bombeo, pues se utilizan valores que fueron obtenidos al inicio de la explotación o que consideran las hidromezclas lateríticas como fluidos newtonianos.

Por lo anterior, el presente trabajo tiene como objetivo determinar la influencia, a través de modelos matemáticos, de los siguientes parámetros reológicos: viscosidad aparente, esfuerzo cortante inicial, índice de consistencia e índice de flujo de las hidromezclas en función de la concentración de sólidos, la temperatura, la composición química y granulométrica en el intervalo de variación de estos factores en las condiciones de operación del sistema de bombeo y su influencia en los parámetros energéticos: cargas, pérdidas hidráulicas, potencia y eficiencia.

## Materiales y métodos

Para la realización de este trabajo se escogieron dos muestras compósito de pulpa laterítica, cada una de 20 L; se tomaron durante 12 h en días alternos. En la Tabla 1 se relacionan los puntos de muestreo y concentración de sólidos.

También se tomaron muestras de agua de reboso de los tanques de sedimentación para realizar las diluciones necesarias para la preparación de soluciones con diferentes porcentajes de sólidos 37, 40, 43, 46 y 48 % (p/p), los cuales incluyen los valores promedio de la industria, reportados según el control de operaciones.

**Tabla 1.** Contenido de sólidos de las muestras tomadas.

Muestras	Punto de Muestreo	% Sólidos (p/p)
MC1	Salida Espesador A	44,05
MC2	Línea de transferencia	40,67

## Análisis químico y mineralógico

La composición química de las muestras estudiadas fue determinada por el método de fluorescencia de rayos X, en un espectrómetro de fluorescencia de rayos - X PW 1480 (Philips, USA). Para las identificaciones de las fases mineralógicas se empleó difracción de rayos-X (DRX) según método policristalino; se utilizó el difractómetro de Philips, modelo PW 3710 (USA).

El número de mineral ( $N_{rmin}$ ) se calcula a partir del conocimiento de la composición química de la pulpa laterítica. Según el número de mineral determinado por la ecuación (1), su valor caracteriza el comportamiento de la pulpa en la sedimentación. Se ha comprobado que, cuando  $7 < N_{rmin} < 14$ , la pulpa tiene la sedimentación deseada [17].

$$N_{rmin} = \frac{\%Mg + \%SiO_2}{\%Co + \%Mn} \quad (1)$$

Porcentaje en la muestra de Sílice ( $SiO_2$ ), Magnesio (Mg), Cobalto (Co), Manganeso (Mn).

## Análisis granulométrico

La determinación de las distribuciones granulométricas de las muestras estudiadas se realizó mediante un analizador de tamaño de partículas del tipo ANALYSETTE 22 (Alemania) COMPACT, el cual permite obtener fracciones de partículas menores de 0,045 mm (325 mallas). Estas partículas no pueden ser determinadas mediante el uso de tamices, pero sí ejercen un efecto importante sobre el comportamiento de estas pulpas.

Existen varios modelos para describir la distribución granulométrica de partículas sólidas en procesos de reducción y de clasificación de tamaño. Entre ellos se encuentran los modelos de Gaudin-Schuhmann, de Rosin-Rammler-Sperling y de Gaudin-Meloy, entre otros. En investigaciones recientes [18], se ha determinado que el método más efectivo para el análisis granulométrico es el de Rosin-Rammler-Sperling. Sin embargo, se ha comprobado que ninguno es capaz de describir la granulometría de las materias primas del proceso de lixiviación ácida, por lo que se utilizó el modelo matemático usado por [17] [19] (2), capaz de describir la distribución granulométrica de estas suspensiones.

$$Y_N = \left( \frac{D_N}{(1-B_N) \cdot D_N + B_N} \right)^S \quad (2)$$

Donde,  $D_N = D_p/D_{50}$  y  $Y_N = Y_B/Y_{50}$ ;  $D_N$ : diámetro normalizado;  $Y_N$ : su correspondiente fracción normalizada;  $D_{50}$ : mediana de la distribución acumulativa;  $Y_{50} = 0,5$  (50 %  $p/p$ ) fracción de sólidos correspondiente a la mediana de la distribución;  $B_N$ : coeficiente adimensional.

No obstante, en este caso es imposible realizar un ajuste por mínimos cuadrados tradicional, debido a que el modelo no se puede hacer lineal respecto a  $s$  y a  $B_N$ . Según [20] el método más adecuado es el de Levenberg-Marquardt, sin embargo, es de compleja implementación computacional y necesita de asistencia humana permanente para garantizar su convergencia en cada caso. Esto constituye un obstáculo importante para que el valor de  $s$  pueda intervenir en la toma de decisiones en la práctica productiva diaria. Así, se desarrolló una aplicación informática que permite el ajuste del modelo [21]. Su aplicación en este trabajo demuestra que es adecuado para la modelación de la polidispersión de cieno carbonatado y de pulpa laterítica cruda, materias primas del proceso de lixiviación ácida.

## Mediciones reológicas

Para las mediciones reológicas se utilizó un viscosímetro rotacional marca HAAKE™ 550 (Thermo Fisher Scientific, USA). Con el viscosímetro se precalentó la pulpa, conectando una bomba de flujo para hacer recircular el agua a diferentes temperaturas. El viscosímetro tiene programadas diez velocidades diferentes y reporta los valores de gradiente de velocidad en  $1/s$ , el esfuerzo cortante en Pa, la viscosidad en  $mPa \cdot s$  y la temperatura en  $^{\circ}C$ . Su rango de velocidad es 0,5-800  $r/min$  con un error de  $\pm 0,1$  %.

## Procedimiento para determinar la potencia de bombeo requerida teniendo en cuenta los parámetros reológicos

Se propusieron los siguientes modelos matemáticos (3, 4 y 5) que permiten obtener el punto de operación en correspondencia con los requerimientos del caudal de la bomba centrífuga. Estos modelos se obtuvieron teniendo en cuenta los nomogramas de las bombas centrífugas instaladas, con un coeficiente de correlación igual a 0,95.

$$H = 29,78 + 0,0035Q - 0,000026Q^2 \quad (3)$$

Donde Q: flujo,  $m^3/s$ ; H: carga desarrollada por la bomba, m.

$$N_a = 0,00047 + 0,12Q - 7,873 E^{-5}Q^2 \quad (4)$$

Donde Q: flujo,  $m^3/s$ ;  $N_a$ : potencia de bombeo, kW.

$$\eta = 38,1562 + 0,2062Q - 0,8226H + 0,0014QH - 0,00024Q^2 - 3,9973E^{-5}H^2 \quad (5)$$

Donde Q: flujo,  $m^3/s$ ; H: carga desarrollada por la bomba, m;  $\eta$ : eficiencia de la bomba.

Teniendo en cuenta los datos del sistema, se aplicó el Balance de Energía Mecánica (BEM), según las ecuaciones de la metodología plasmada en [22] [23].

## Diseño experimental

Las propiedades reológicas o variables dependientes de especial interés para diseñar adecuadamente la operación eficiente del sistema de bombeo son:  $\mu_a$ : viscosidad aparente de la suspensión ( $Y1i, Pa \cdot s$ );  $\tau_0$ : esfuerzo cortante inicial ( $Y2i, Pa$ ); K: índice de consistencia ( $Y3i, Pa \cdot s \cdot n$ ) y n: índice de flujo ( $Y4i$ , adimensional).

Para llevar a cabo el estudio del comportamiento reológico de las hidromezclas lateríticas, se tomaron las siguientes variables independientes caracterizadas por los factores que definen sus características reológicas:  $s$ : parámetro característico de la granulometría (coeficiente de polidispersión),  $X_1$ ; %S: concentración de sólidos (%  $p/p$  de sólidos en la pulpa),  $X_2$ ; T: temperatura,  $X_3$ ;  $N_{min}$ : número mineral,  $X_4$ .

Debido a la complejidad para controlar las variables coeficiente de polidispersión y número de mineral, se diseñó un experimento factorial completo  $5 \times 7$  para las variables o factores concentración de sólidos y temperatura identificada. Para garantizar suficiente representatividad de las variables coeficiente de polidispersión y número de mineral, se seleccionó una muestra compuesta del objeto de estudio, de manera que el número total de muestras experimentales fue 70. Esto garantiza la representatividad de las otras dos variables independientes. Adicionalmente, se hicieron tres repeticiones para cada caso para asegurar la reproducibilidad de los resultados.

Las variables coeficiente de polidispersión y número de mineral, al igual que las variables dependientes, fueron medidas en las muestras. Los resultados reflejan que sus valores cubren los rangos históricos de las mismas que fueron obtenidos durante el control que realiza la empresa objeto de estudio mediante el sistema de control automatizado implementado.

## Resultados y discusión

### Composición química y mineralógica de las suspensiones lateríticas

Las principales fases mineralógicas que constituyen las menas lateríticas son: Goethita que contiene del 58 al 78 % del níquel presente en las lateritas [24] [25]. En la maghemita y magnetita se distribuye del 15 al 25 % y en las asbolanas la presencia de níquel está entre 12 y 17 %. El cobalto se distribuye del 80 al 90 % en las asbolanas, del 10 al 20 % en la maghemita y magnetita, y en menor porcentaje en la goethita.

Cabe destacar que, en los reactores del proceso de lixiviación en la tecnología ácida a presión, el níquel y el cobalto presentes en la fracción magnética prácticamente no se lixivian y crean dificultades tecnológicas que ocasionan pérdidas en las colas del proceso. En la Tabla 2 se observa la composición química de las muestras seleccionadas para el experimento.

Como puede apreciarse en la Tabla 2, estas pulpas poseen un alto contenido de hierro, característica típica de las lateritas en las que abundan los óxidos de hierro [26] [27]. En las muestras estudiadas la velocidad de sedimentación estuvo por debajo de 134  $mm/2h$ , menor que el promedio. Esto fue debido al alto contenido de sílice, magnesio y aluminio, elementos nocivos para el proceso de extracción de níquel y cobalto [28] [29]. La presencia de estos elementos incrementa el consumo de ácido sulfúrico, es decir, aumenta la relación ácido/mineral (RAM) durante la operación de lixiviación. Esto se traduce en un incremento del costo de producción por este concepto.

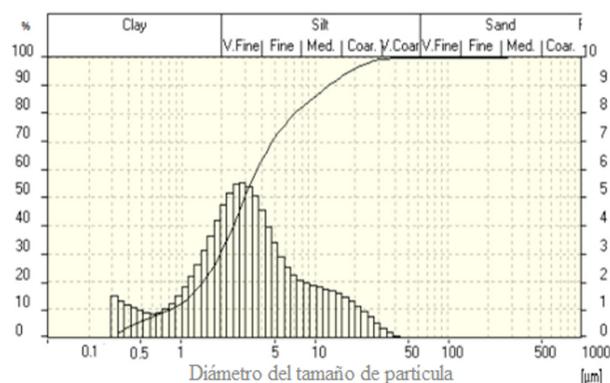
**Tabla 2.** Composición química de las muestras seleccionadas para el experimento.

Elementos	Muestras	
	MC1 (% p/p)	MC2 (% p/p)
Ni	1,21	1,22
Co	0,79	0,20
Fe	42,9	43,3
Mg	1,69	2,6
Al	4,41	4,44
SiO <sub>2</sub>	2,25	6,52
Cr	1,51	1,57
Mn	0,38	0,73
Cu	0,027	0,028
Zn	0,034	0,036
Ni + Co	2,00	1,53
Número de Mineral	3,97	12,19

En las determinaciones mineralógicas se detectó que la suspensión de laterita proveniente de la MC1 no contenía gibbsita. Por el contrario, la suspensión de MC2 alcanzó un 8 % de esta fase, con pequeñas diferencias en las cantidades de los óxidos de hierro, maghemita y magnetita (Figura 1). Se corroboró que en la laterita cubana, la goethita constituye la fase mineralógica principal, acompañada de otras fases secundarias como la gibbsita, la serpentina, la maghemita, la magnetita y otras en menores proporciones.

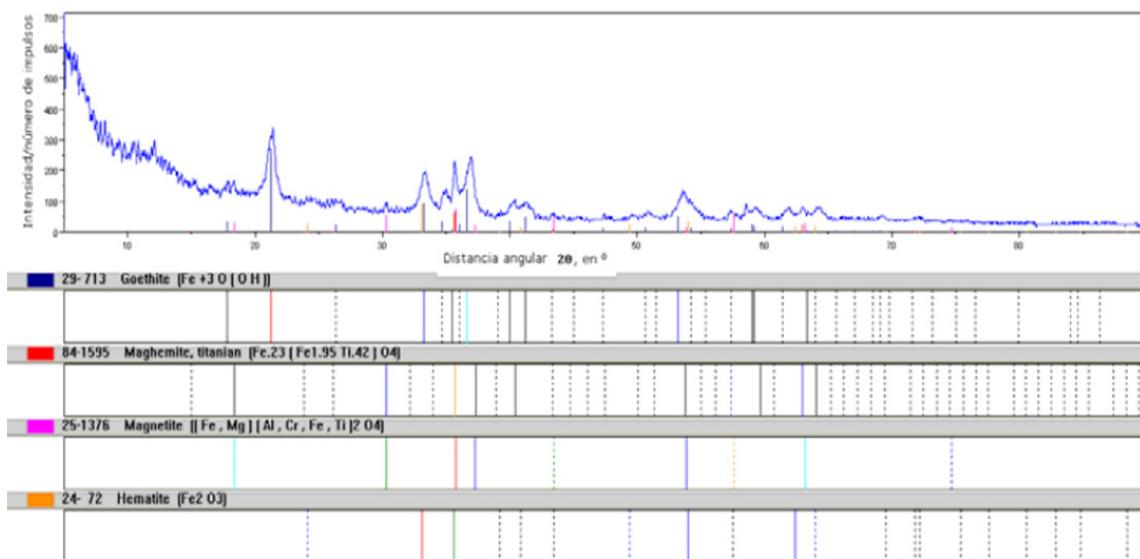
## Análisis granulométrico

Los resultados del análisis de distribución de tamaño de partículas minerales son similares a los reportados por Pérez [10], donde se plantea que la pulpa cruda de laterita posee un 30 % de partículas mayores de 0,045 mm (ver Figura 2).



**Figura 2.** Resultados del análisis granulométrico de la MC1

Como puede observarse, en las pulpas lateríticas existe un predominio de las fracciones finas de forma general: el 80 % de las partículas corresponde con el diámetro de partícula igual a 0,0068 mm. Estas partículas finas determinan la velocidad de sedimentación de este mineral, así como su comportamiento reológico. No obstante, estas hidromezclas tienen un comportamiento propio de sistemas polidispersos. Se comprobó que el modelo de polidispersión describe la distribución granulométrica de todas las muestras con elevados coeficientes de correlación (Tabla 3), a pesar de las pequeñas diferencias existentes entre ellas.



**Figura 1.** Difractograma de la pulpa laterítica de MC2.

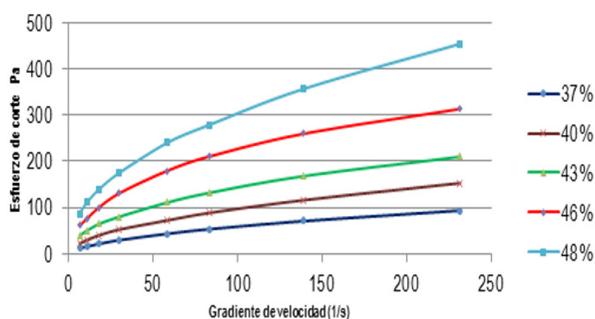
**Tabla 3.** Parámetros granulométricos que describen el modelo.

Muestras	D <sub>50</sub> μ <sub>m</sub>	B <sub>N</sub>	s	R
MC1	2,980	0,1738	0,55	0,9918
MC2	2,907	0,4354	0,85	0,9949

### Resultados experimentales de la reología en pulpa cruda y precalentada

Al representar gráficamente los datos experimentales de gradiente de velocidad ( $\dot{\gamma}$ ) contra esfuerzo de corte ( $\tau$ ), se trazaron las curvas de flujo a partir del diseño de una aplicación informática. Los resultados fueron ajustados al modelo Bulkley-Herschel para plásticos reales e indicaron la presencia de un esfuerzo de corte inicial (Tabla 4).

Los resultados obtenidos en el análisis de la muestra del espesor se observan en la Figura 3 y la Tabla 5. Allí se evidencia la tendencia de los parámetros reológicos al aumentar las concentraciones de sólidos a temperatura ambiente: se incrementa la viscosidad aparente, el esfuerzo cortante inicial y el índice de consistencia, mientras disminuye el índice de flujo.



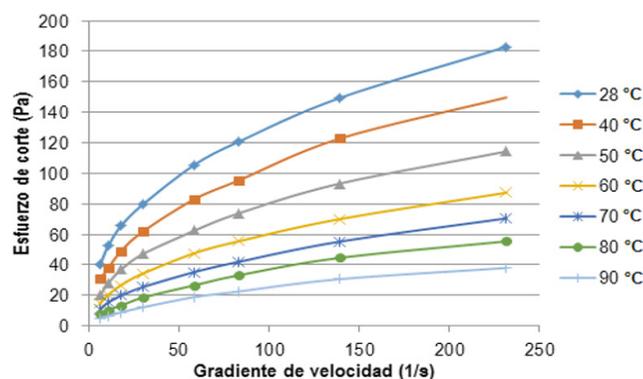
**Figura 3.** Curvas de flujo a diferentes concentraciones de sólidos a 28 °C, para la MC1

**Tabla 4.** Valores de esfuerzo cortante por réplicas con viscosímetro HAAKE™ 550.

Variables controladas			Esfuerzo cortante $\tau$					
% S	T (°C)	Gradiente de velocidad	Réplica 1 $\tau_1$	Réplica 2 $\tau_2$	Réplica 3 $\tau_3$	Media $\tau$	Desviación Estándar	Coefficiente de variación (%)
37	28	231,6	93,37	92,98	93,39	93,25	0,23	0,25
37	28	139	70,38	71,56	68,95	70,30	1,31	1,86
37	28	83,3	52,94	52,69	53,3	52,98	0,31	0,58
37	28	58,43	42,63	43,33	43,02	42,99	0,35	0,82
37	28	29,92	28,41	29,39	29,19	29,00	0,52	1,79
37	28	17,93	21,07	21,21	20,73	21,00	0,25	1,18
37	28	10,7	14,89	15	14,82	14,90	0,09	0,61
37	28	6,45	10,9	11,2	10,9	11,00	0,17	1,57

Este comportamiento es el esperado, demuestra las propiedades plásticas de las hidromezclas lateríticas y la influencia en la potencia de bombeo.

En la Figura 4 se representan las curvas de flujo correspondientes a la muestra MC2 de pulpa. En estos experimentos se varió la temperatura desde 28 a 90 °C, para un valor de concentración de sólidos fijo (43 % p/p).



**Figura 4.** Curvas de flujo de la muestra MC2: pulpa con 43 % p/p de sólidos precalentada a distintas temperaturas.

Las curvas de flujos para 37, 40, 46 y 48 % p/p de sólidos a diferentes temperaturas presentan un comportamiento similar. Para estas condiciones los resultados experimentales responden al Modelo de Bulkley-Herschell pseudoplástico, donde los coeficientes de regresión de los modelos mínimos cuadrados son mayores que 0,99. Se deduce que los valores de viscosidad aparente, el esfuerzo cortante inicial y el índice de consistencia disminuyen cuando aumenta la temperatura, mientras que los valores de índice de flujo aumentan. Este es el comportamiento típico esperado en la mayoría de los líquidos y suspensiones.

Se confirma entonces que, a altas temperaturas, las propiedades plásticas de las pulpas lateríticas disminuyen porque presentan un comportamiento con tendencia a materiales seudoplásticos caracterizados por partículas finas. De ahí que los problemas de alta viscosidad que en ocasiones se presentan con las pulpas lateríticas ocurran a temperatura ambiente.

**Tabla 2.** Composición química de las muestras seleccionadas para el experimento.

Concentración de sólidos (% p/p)	Viscosidad aparente (Pa·s)	Modelo ajustado	R
37	0,402	$\tau = 5,08 + 1,70 \left( -\frac{dVx}{dy} \right)^{0,74}$	0,9997
40	0,660	$\tau = 22,99 + 5,33 \left( -\frac{dVx}{dy} \right)^{0,67}$	0,9998
43	0,907	$\tau = 22,99 + 5,33 \left( -\frac{dVx}{dy} \right)^{0,67}$	0,9999
46	1,299	$\tau = 38 + 7,94 \left( -\frac{dVx}{dy} \right)^{0,66}$	0,9999
48	1,965	$\tau = 49,74 + 12,67 \left( -\frac{dVx}{dy} \right)^{0,65}$	0,9999

## Modelamiento matemático de las propiedades reológicas de las pulpas estudiadas

En las determinaciones mineralógicas se detectó que la suspensión de laterita proveniente de la MC1 no contenía gibbsita. Por el contrario, la suspensión de MC2 alcanzó un 8 % de esta fase, con pequeñas diferencias en las cantidades de los óxidos de hierro, maghemita y magnetita (Figura 1). Se corroboró que en la laterita cubana, la goethita constituye la fase mineralógica principal, acompañada de otras fases secundarias como la gibbsita, la serpentina, la maghemita, la magnetita y otras en menores proporciones.

Debido a que es necesario obtener expresiones concretas que permitan explicar el comportamiento de los parámetros reológicos en función de sus factores coeficiente de polidispersión, concentración de sólidos, temperatura y número mineral, con los resultados de los experimentos realizados se confeccionó una base de datos que permitió evaluar su comportamiento.

Se propone la modelación matemática de mínimos cuadrados mediante el software TIERRA Versión 2.0 que cumple con este propósito [30]. Sean los n datos (Pi;Yi) donde  $p=(X1, X2, \dots, XV)$  variables independientes, se quiere encontrar un modelo descrito por una ecuación  $Y_t=f(P)$  y, en particular, hallar una función f tal que, para cualquier índice i, los valores de f(Pi) sean cercanos a los valores Yi, variables dependientes [31].

A continuación se relacionan modelos matemáticos de mínimos cuadrados obtenidos:

$$\mu_a = -1,8231510 - 0,0245581 s + 0,0757792 \%S - 0,0124297 T + 0,0077888 N_{\min} \quad (6)$$

$$\tau_0 = -7,5155524 - 12,5114987 s + 2,0090722 \%S - 0,4978136 T + 5,5938357 N_{\min} \quad (7)$$

$$K = -7,7626341 - 0,5617544 s + 0,4372325 \%S - 0,1077145 T + 0,3126353 N_{\min} \quad (8)$$

$$n = 0,4832387 + 0,0416324 s + 0,0007904 \%S + 0,0022183 T - 0,0262450 N_{\min} \quad (9)$$

Tiene especial interés comprobar la sensibilidad de todo el procedimiento. Para ello se demostró a partir de datos medidos en la etapa experimental que, con pequeños cambios en los datos de entrada, se producen cambios de igual escala en los pronósticos hechos por los modelos de los parámetros reológicos propuestos (ver Tabla 6).

**Tabla 6.** Evaluación de la eficacia de los modelos.

Variables	Viscosidad aparente (Pa·s)	Esfuerzo cortante inicial (Pa)	Índice de consistencia (Pa·s <sup>n</sup> )	Índice de flujo
Modelo	0,964594	59,38624	10,79257	0,527516
Cálculo	0,985233	59,48153	10,5073	0,522997
Error %	2,09	0,16	2,71	0,86

Los modelos de mínimos cuadrados presentan inconsistencias predictivas cuando los valores de las variables independientes se alejan suficientemente de los rangos de los datos [32]. Estos modelos son válidos para pulpas lateríticas con concentraciones de sólidos de 37 a 48% p/p, temperatura de 28 a 90 °C, número de mineral entre 3 y 16 y coeficiente de polidispersión entre 0,5 y 0,9.

## Determinación de la potencia de bombeo requerida teniendo en cuenta los parámetros reológicos

Tomando como referencia los resultados de los modelos matemáticos de los parámetros reológicos y los modelos de los parámetros energéticos de la bomba, se determinó el punto de operación de las bombas centrífugas para diferentes concentraciones de sólidos en las condiciones actuales de operación (el flujo de extracción diseñado del tanque TK1 es de 454 m<sup>3</sup>/h). Los datos del sistema de bombeo de la pulpa cruda se muestran en la Tabla 7.

**Tabla 7.** Datos de red hidráulica.

Datos	Valor
Diámetro (m)	0,457
Longitud de tubería (m)	430,0
Pérdidas totales	10,84
Flujo volumétrico (m <sup>3</sup> /s)	0,126
Área (m <sup>2</sup> )	0,1639
$\Delta H$ (m)	9,50

Teniendo en cuenta los datos presentados en la Tabla 7, se aplicó el Balance de Energía Mecánica (BEM) (ver Tabla 8), según las ecuaciones de la metodología plasmada en [22] [23]. Para analizar la influencia de los parámetros reológicos se propuso descomponer el Bingham seudoplástico en dos: un Bingham plástico, con  $n=1$  en los modelos Bulkley-Herschel obtenidos (Tabla 8) y un Seudoplástico, con  $\tau_0 = 0$  en la misma ecuación (Tabla 9). Los resultados indican que si no se consideran las pulpas lateríticas como Bulkley-Herschel y con un esfuerzo cortante inicial necesario para que el fluido entre en movimiento (como se muestra en la Tabla 8), se seleccionan incorrectamente las bombas para el trasiego de este tipo de fluido.

En la Tabla 10 se puede apreciar que, a medida que aumenta la temperatura, se requiere menor potencia de bombeo y esto se debe precisamente a la influencia de la temperatura sobre los parámetros reológicos de la pulpa: los valores de viscosidad aparente y esfuerzo cortante inicial disminuyen. Entonces se comprueba que, conforme aumenta la temperatura, el índice de flujo de la hidromezcla laterítica aumenta, sin llegar a ser un fluido newtoniano.

**1<sup>er</sup> Modelo: Bingham Plástico****Tabla 8.** Resultados del BEM con  $n=1$ .

Concentración de sólidos (% p/p)	Número de Reynolds	Número de Hedstrom	Factor fricción de Darcy	Altura requerida red (m)	Altura de carga bomba (m)	Potencia de la bomba (kW)
37	4691,04	952028,8	0,52	14,72	24,70	73,18
40	1311,42	75754,38	0,6	16,99	26,97	83,88
43	585,20	21668,55	0,72	20,39	30,37	99,42
46	573,95	36559,29	1,08	30,59	40,57	140,18
48	303,52	7778,59	1,4	39,65	49,63	178,10

**2<sup>do</sup> Modelo: Seudoplástico****Tabla 9.** Resultados del BEM teniendo en cuenta  $\tau_0 = 0$ .

Concentración de sólidos (% p/p)	Número de Reynolds Generalizado	Factor de fricción de Fanning	Factor fricción de Darcy	Altura requerida red (m)	Altura de carga bomba (m)	Potencia de la bomba (kW)
37	259,78	0,0615	0,2463	6,97	16,95	43,11
40	145,09	0,1102	0,4410	12,49	22,47	58,87
43	89,89	0,1779	0,7119	20,16	30,14	81,43
46	79,62	0,2009	0,8037	22,76	32,74	91,32
48	75,05	0,2131	0,8526	24,15	34,13	97,27

**Tabla 10.** Resultados del BEM con  $n=1$ .

Concentración de sólidos (% p/p)	Temperatura (°C)	Número de Reynolds	Número de Hedstrom	Factor fricción de Darcy	Altura requerida por la red (m)	Altura de carga de la bomba (m)	Potencia de la bomba (kW)
40	28	987,34	21443,64	0,16	4,01	13,45	15,48
	70	2949,07	45157,03	0,06	2,72	10,63	8,69
	80	4281,83	94396,63	0,068	3,08	10,99	8,38
	90	4453,10	83888,46	0,04	1,81	9,72	7,67

## Conclusiones

Por medio de modelos matemáticos se determinó la influencia de los parámetros reológicos y los parámetros energéticos sobre las condiciones de operación del sistema de bombeo de una empresa que extrae níquel a partir de mineral laterítico mediante lixiviación ácida a presión. Los parámetros estudiados permiten resolver las ecuaciones que describen el comportamiento de las curvas características carga–descarga de las redes y de las bombas. Lo anterior contribuye a optimizar la operación en el punto de máxima eficiencia y a aumentar, en no menos de 3 %, el transporte de sólidos con un incremento promedio en la producción entre 1000-1500 t de Ni+Co/año y un ahorro de energía eléctrica de 30 MWh/año. La pulpa laterítica cruda y precalentada con contenido de sólidos entre 37 y 48 % p/p y temperatura entre 28 y 90 °C presenta propiedades plásticas que se ajustan a un modelo de Bulkley-Herschel para plásticos reales. A medida que aumenta la concentración de sólidos, se requiere de mayor potencia en las bombas, debido a que las hidromezclas adquieren un carácter de materiales polidispersos. Con un predominio de granulometría fina, como fue el caso estudiado, las bombas necesitan 50% más de potencia de bombeo ya que las pulpas actúan como un fluido no newtoniano.

## Referencias

- [1] M. Gomes and T. Marchese, "Ajuste de modelos reológicos mecánicos no creep de polipropileno, poliestireno e policarbonato: comparação com o mef" *Iberoamericana de polímeros*, vol. 14, no. 2, pp. 65-82, 2013.
- [2] Z. Li, J. Wang, R. Pérez-Camargo, A. J. Müller, B. Zhang, S. M. Grayson and W. Hu, "Non-monotonic molecular weight dependence of crystallization rates of linear and cyclic poly(epsilon-caprolactone)s in a wide temperature range" *Polymer International*, vol. 65, no. 9, pp. 1074-1079, 2016. DOI: <https://doi.org/10.1002/pi.5157>.
- [3] M. Briceño, J. L. Salager and J. Bertrand, "Influence of the Dispersed Phase Viscosity on the Mixing of Concentrated Oil-In-Water Emulsions in the Transition Flow Regime" in *International Symposium on Mixing in Industrial Processes – ISMIP4*, Toulouse, 2001. DOI: <https://doi.org/10.1205/02638760152721794>.
- [4] J. Pal and J. Masliyah, "Rheology of oil in water emulsions with added solids" *Can. J. Chem. Eng.*, vol. 68, no. 1, pp. 24-28, 1990. DOI: <https://doi.org/10.1002/cjce.5450680103>.
- [5] O. Vernáez, A. García, F. Castillo, M. L. Ventresca and A. J. Müller, "Oil-based self-degradable gels as diverting agents for oil well operations" *J. Pet. Sci. Eng.*, vol. 146, pp. 874-882, 2016. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2016.07.029>.
- [6] K. Bekkoura, M. Leyamab, A. Benchabane and O. Scrivener, "Time-dependent rheological behavior of bentonite suspensions: An experimental study" *J. Rheol.*, vol. 49, no. 6, p. 1329, 2005. DOI: <https://doi.org/10.1122/1.2079267>.
- [7] S. İşiçi, F. S. Güner, O. I. Ece and N. Güngör, "Investigation of rheological and colloidal properties of bentonitic clay dispersion in the presence of a cationic surfactant" *Prog. Org. Coat.*, vol. 54, no. 1, pp. 28-33, 2005. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.porgcoat.2005.03.002>.
- [8] B. C. Blakey and D. F. James, "Characterizing the rheology of laterite slurries" *Int. J. Miner. Process.*, vol. 70, no. 1-4, pp. 23-39, 2003. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0301-7516\(02\)00147-3](https://doi.org/10.1016/S0301-7516(02)00147-3).
- [9] I. Bhattacharya, D. Panda and P. Bandopadhyay, "Rheological behaviour of nickel laterite suspensions" *Int. J. Miner. Process.*, vol. 53, no. 4, pp. 251-263, 1998. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0301-7516\(98\)00003-9](https://doi.org/10.1016/S0301-7516(98)00003-9).
- [10] L. Pérez-García, L. Garcell-Puyáns, A. L. Rojas-Purón and R. Simões-Angélica, "Mineralogía y reología de suspensiones minerales del proceso de lixiviación ácida a presión en Moa, Cuba" *Minería & Geología*, vol. 26, no. 4, pp. 16-35, 2010.
- [11] Universidade de Coimbra, "Challenges in rheology and product development Portugal" in *IBEREO '15*, Coimbra, Portugal, 2015.
- [12] Grupo Español de Reología, "5th Iberian Meeting on Rheology, IBEREO 2015" *BOLETÍN TRIMESTRAL INFORMATIVO*, Vols. octubre-diciembre, no. 0015, pp. 1-3, 2015.
- [13] L. Garcell-Puyáns, "Comportamiento reológico de las pulpas lateríticas" *Minería & Geología*, vol. 8, no. 1-3, pp. 19-23, 1991.
- [14] A. Cerpa, P. Tartaj, M. T. García-González, C. J. Serna and A. García, "Estudio comparativo del comportamiento reológico de muestras lateríticas de diferentes yacimientos que procesa la Empresa Moa Niquel S.A." *RLMM*, vol. 23, no. 1, pp. 3-8, 2002.
- [15] G. Hernández and L. Rojas, "Eficiencia energética en accionamientos para el hidro-transporte de colas lateríticas" in *VII Conferencia Internacional de Aprovechamiento de los Recursos Minerales (CINAREM)*, Moa, Cuba, 2013.
- [16] A. Cerpa, M. T. García-González, C. J. Serna and P. Tartaj, "Relationship between the colloidal and rheological properties of mineral suspensions" *Can. J. Chem. Eng.*, vol. 79, no. 4, pp. 608-611, 2001. DOI: <https://doi.org/10.1002/cjce.5450790420>.
- [17] G. H. Pérez, *Modelo matemático que correlaciona los principales factores de influencia sobre el comportamiento reológico de las pulpas lateríticas*, Santiago de Cuba: Tesis Doctorado, Universidad de Oriente, 2010.
- [18] B. Álvarez Rodríguez, G. González García, A. L. Coello-Velázquez and J. M. Menéndez Aguado, "Product size distribution function influence on interpolation calculations in the Bond ball mill grindability test" *Int. J. Miner. Process.*, vol. 15, no. 10, pp. 16-20, 2016. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.minpro.2016.09.004>.
- [19] L. Pérez García and Y. G. P. L. R. Cardero Llópez, "Modelo matemático para describir la distribución granulométrica de la fase dispersa de las suspensiones de laterita" *Revista Tecnología Química*, vol. XXIX, no. 2, pp. 83-91, 2009.
- [20] Hyams Development, *CurveExpert*, Canada: Hyams Development, 1997.
- [21] G. Hernández-Ramírez, A. A. Legrá-Lobaina, L. Garcell-Puyans and R. Martínez-Rojas, "Evaluación de un modelo de polidispersión para la caracterización granulométrica de la pulpa laterítica y el cieno carbonatado" *Minería & Geología*, vol. 32, no. 3, pp. 47-59, 2016.
- [22] H. Gardea Villegas, *Bombeo de fluidos no newtonianos. caso de los lodos residuales*, México: Tesis de Doctorado, Universidad Nacional Autónoma de México, 2008.
- [23] L. Garcell Puyáns, *Flujo por tuberías de suspensiones minerales no newtonianas*, Santiago de Cuba: Universidad de Oriente, 2001.
- [24] W. Luo, F. Q., L. Ou, G. Zhang and Y. Lu, "Fast dissolution of nickel from a lizardite-rich saprolitic laterite by sulphuric acid at atmospheric pressure" *Hydrometallurgy*, Vols. 1-2, no. 171-175, p. 96, 2009. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.hydromet.2008.08.001>.

[25] A. Hernández Flores, A. A. Legrá Lobaina, R. A. Trujillo Codorniu and M. M. Toirac Suárez, "Beneficio de la mena laterítica: actualidad y perspectivas" *Minería & Geología*, vol. 26, no. 1, pp. 76-95, 2010.

[26] G. Agyei, *Distribución fraccional de las especies metálicas y mineralógicas de la mena niquelífera de un perfil del yacimiento Punta Gorda, Moa, Moa, Cuba*: Tesis de Doctorado, Instituto Superior Minero Metalúrgico "Dr. Antonio Núñez Jiménez", 2006.

[27] J. A. Proenza, "Mineralogía y geoquímica de Ni, Co, EGP, Sc, REE en yacimientos lateríticos" *Macla*, nº 20, pp. 3-9, 2015.

[28] S. Y. Martínez, *Caracterización de la relación entre las litologías del basamento, la mineralización resultante y los parámetros industriales en yacimientos de la empresa "Pedro Sotó Alba"*, Moa, Cuba: Tesis de Maestría, Instituto Superior Minero Metalúrgico de Moa 'Dr Antonio Núñez Jiménez', 2016.

[29] J. N. Muñoz-Gómez, A. Rodríguez-Infante and I. Barea-Pérez, "Variabilidad de los perfiles lateríticos en los yacimientos ferroniquelíferos de Moa" *Minería & Geología*, vol. 31, no. 2, pp. 21-33, 2015.

[30] A. A. Legrá-Lobaina, *Software Tierra. Versión 2.2*, Moa, Cuba: Instituto Superior Minero Metalúrgico de Moa, 2014.

[31] A. A. Legrá Lobaina, "La investigación científica. Conceptos y reflexiones" *Congreso Universidad*, vol. 1, no. 3, 2012.

[32] G. Hernández-Ramírez, A. A. Legrá-Lobaina and B. Ramírez-Serrano, "Modelos matemáticos para pronosticar parámetros reológicos de hidromezclas lateríticas" *Minería & Geología*, vol. 33, no. 4, pp. 384-400, 2017.

**Article citation:**

G. Hernández-Ramírez, A. A. Legrá-Lobaina, L. Rojas-Hidalgo, B. Ramírez-Serrano & A. Mariño-Pérez, "Modelos matemáticos de parámetros reológicos y su influencia en el sistema de bombeo de fluidos no newtonianos" *Rev. Colomb. Quím.*, vol. 47, no. 3, pp. 52-60, 2018. DOI: <http://dx.doi.org/10.15446/rev.colomb.quim.v47n3.70248>.