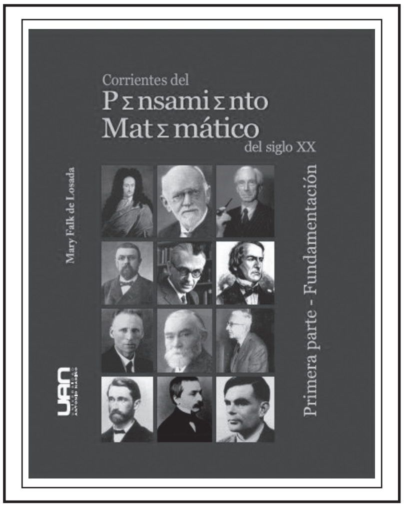
Corrientes de Pensamiento Matemático del siglo XX

Primera parte–Fundamentación

Mary Falk de Losada



Reseña escrita por Lorena Ruiz Serna *
* Directora Fondo Editorial UAN.

Bogotá: Universidad Antonio Nariño, Fondo Editorial, 2012, 282 p.; 20 x 24 cm. Incluye bibliografía. Idioma: español. ISBN obra completa: 978-958-8687-17-9. ISBN volumen: 978-958-8687-18-6.

Contenido. Los programas logicista, intuicionista y formalista / Antecedentes / El pensamiento de Gottlob Frege / La escuela logicista de la filosofía de la matemática / Fallas en el programa logicista de Russell / La filosofía intuicionista de la matemática / La escuela formalista de la filosofía de la matemática / De Poincaré a Gödel y Turing.

Resumen. Este libro pretende comunicar el espíritu de la matemática contemporánea a estudiantes y otras personas interesadas que no se han especializado en esta ciencia. Dentro del libro se abarca el desarrollo de la matemática y la lógica, desde los pitagóricos hasta la escuela estructuralista, con especial interés en aquellos temas que tienen particular inherencia en la epistemología. Es claro que los temas aquí tratados sobrepasan lo que se puede enseñar en un semestre universitario. Para ello, se ha dividido la obra en tres tomos de tal modo que uno cualquiera de ellos podría servir de texto, permitiendo que se traten los respectivos temas con algún detenimiento. Para el lector casual, se ha hecho una división de inspiración cronológica que refleja tres momentos de la epistemología del siglo XX, a saber, el lanzamiento y eventual fracaso de proyectos de fundamentación, la reelaboración de la matemática, ciencias naturales y humanas, y las artes desde una perspectiva estructuralista, y finalmente la inherencia del computador en un cambio de la cara de las matemáticas y el álgido tema de la inteligencia artificial, nuevos retos para la epistemología de fines del siglo XX y comienzos del XXI.

Materia geográfica. Lógica simbólica y matemática; Filosofía de las matemáticas; Siglo XX; Matemáticas –Fundamentos –Siglo XX; Matemáticas –Historia –Siglo XX; Matemáticos de la portada –Gottfried Leibniz –David Hilbert –Bertrand Russell –Henri Poincaré –Kurt Gödel –George Boole –Luitzen Egbertus Jan Brouwer –Gottlob Frege –Arend Heyting –Julius Wilhelm Richard Dedekind –Leopold Kroenecker –Alan Mathison Turing; Tít.

Presentación del libro. El presente escrito se inspira en una serie de cursos diseñados para discutir problemas epistemológicos de interés para estudiantes de la carrera de filosofía, desde la perspectiva de la lógica y la matemática. Aunque se hace aquí una presentación más general, estoy segura que se notará ineludiblemente estos orígenes académicos.

En estas páginas procuraremos retomar el hilo histórico de la maduración de la lógica matemática y estudiar los efectos de dicho proceso sobre el concepto que el matemático ha desarrollado de su ciencia en el siglo XX.

Los principales temas de la filosofía de la matemática del siglo XX tienen sus raíces en el siglo XIX; de hecho, están tan fuertemente arraigados en el siglo anterior que no es posible comprender las controversias y desacuerdos, ni las respuestas o reconciliaciones parciales sin recordar, aunque someramente, los acontecimientos epistemológicos de mayor importancia del siglo precedente.

No cabe duda que la matemática empezó el siglo XIX unificada internamente y portando una relación especial con las ciencias naturales que la mantuvo también unificada con ellas. Los exponentes de la escuela neopitagórica habían logrado reafirmar y dar nuevo testimonio y evidencia de la matemática como lenguaje y fundamento del universo, escenario en el cual las relaciones entre los entes físicos obedecen leyes matemáticas, el comportamiento de los elementos del mundo físico sigue lineamientos matemáticos, las leyes de la naturaleza son leyes matemáticas. Las ecuaciones diferenciales son ecuaciones del movimiento de los cuerpos en el espacio, la geometría euclidiana una descripción matemática del espacio y sus propiedades; la matemática expresa las verdades del mundo físico. La simbiosis percibida era total.

Dada esta situación, quizás el aspecto más sorprendente del siglo XX es que abrió sus puertas con tres grandes escuelas de filosofía de la matemática en abierta, si bien cordial, pugna, cada una avanzando sus ideas y refutando calurosamente las ideas y esquemas de las demás. En estas páginas intentaremos rendir cuentas de la disolución de la unidad fundamental, de las características de las escuelas de filosofía de la matemática que intentan consolidarse a principios del siglo XX, de sus fallas, evolución y fracaso, y de las consecuencias de éste último en términos de nuevos enfoques de la matemática que aparentemente se despojan de cualquier lazo residual con la metafísica.

Recordemos que la creación de las geometrías no euclidianas en la primera mitad del siglo XIX provocó un profundo cuestionamiento en la filosofía de la matemática y, en realidad, en toda la teoría del conocimiento humano. La existencia de varios sistemas geométricos, aparentemente bien fundamentados desde el punto de vista de su lógica interna, hizo cuestionar lo que se entendía por "verdad" dentro del conocimiento. Si ninguno de los sistemas revela imperfecciones lógicas, ¿cuál de ellos es verdad? Es decir, ¿cuál de ellos corresponde a la realidad? Paulatinamente se llega a la conclusión de que, desde el punto de vista de sus virtudes matemáticas, estas geometrías no pueden diferenciarse. La implicación ineludible es que la cuestión de verdad no compete a la matemática y el conocimiento matemático no es "verdadero".

Pero las cosas no paran allí; los sistemas creados eran espacios mutuamente excluyentes y con ellos se derrumbó toda la teoría de conocimiento tan cuidadosamente construida por Kant, la cual en realidad representaba una síntesis del pensamiento de su época junto con todas las épocas anteriores. La intuición, que a la vez capta y garantiza la verdad absoluta y apriorística de la geometría euclidiana, nos había engañado. Por otra parte, se cuestionó a fondo la filosofía pitagórica-platónica de la matemática que descansa sobre la correspondencia entre la matemática y sus leyes y las leyes del universo.

El impacto de las geometrías no euclidianas, en resumen, no se sintió solamente en la filosofía de la matemática, sino también en toda la teoría del conocimiento. Surge inmediatamente la pregunta: si hay conocimiento creado por el hombre independiente de la experiencia y no ligado con, ni gobernado por, un universo exterior, ¿cómo se puede controlar o delimitar dicho conocimiento y cómo podemos diferenciar entre conocimiento e imaginación?

Esta no es una cuestión trivial, claro está, y sería demasiado optimista creer que se ha resuelto en su totalidad. Intentaremos analizar las distintas formas en las que se ha tratado de reorganizar la teoría del conocimiento, especialmente dentro de la matemática, o mejor la filosofía de la matemática, sin pretender dar una solución definitiva. Estaremos explorando terreno que incluye las fronteras actuales del conocimiento humano, lo cual implica tratar preguntas abiertas y responderlas a medias.

Nuestra preocupación principal será la de comprender cómo la filosofía de la matemática ha intentado hacer frente a la crisis suscitada por la pérdida de la "verdad". Es claro que la metamorfosis de la correspondencia entre las leyes matemáticas y las del mundo externo tuvo que presionar sobre la creación de mecanismos internos de control. Naturalmente, esto implica un fuerte desarrollo de la lógica como instrumento principal de fiscalización interna de la ciencia.

Durante la segunda mitad del siglo XIX se experimentó un desarrollo extraordinario de la lógica simbólica, de la lógica de proposiciones y de la lógica de relaciones. Simultáneamente, en un esfuerzo por limitar y controlar el campo de acción de la intuición, se fortaleció el concepto aristotélico de ciencia demostrativa y en consecuencia directa, se desarrolló el movimiento axiomático. Por otra parte, la rebaja de categoría de la geometría euclidiana de verdad absoluta (y bien fundamentada deductivamente) a simple sistema alterno provocó un replanteamiento del criterio de existencia de los entes matemáticos, el cual había sido, hasta entonces, el poder darles una interpretación geométrica. Esto conjuntamente con la necesidad de erradicar paradojas presentes en el cálculo y atribuibles al uso intuitivo y vago de nociones geométricas, llevaría a una nueva fundamentación de la matemática con base en la aritmética.

Hacia finales del siglo surgieron algunos matemáticos quienes pretendieron no sólo fortalecer la lógica sino replantear radicalmente la cuestión ontológica y examinar el significado de 'existencia' en matemáticas, en breve, rendir cuentas sobre el estatus de los entes matemáticos. Algunos intentaron derivar toda la matemática de la lógica pura, donde por derivar queremos decir construir a partir de nociones definidas en términos de la lógica pura con la ayuda de las leyes de inferencia que forman la base de esa misma lógica. Ese grupo, cuyos máximos exponentes fueron el alemán Gottlob Frege y el inglés Bertrand Russell, recibió el nombre de escuela logicista. Se caracteriza por su convicción de que la lógica es la base, la fuente, la niñez de la matemática, desacreditando a la geometría o al espacio como modelo fundamental o fuente generadora de los "entes" matemáticos, y por su convencimiento de que las leyes de la lógica encierran o constituyen verdades absolutas.

Frente al ataque de los logicistas y motivado por los abusos por ellos cometidos y ciertas inconsistencias en su programa, se formó un grupo de matemáticos que defendió el papel de la intuición en la creación de la matemática y negó que la matemática puede reducirse a una simple combinatoria de los principios de la lógica. Esta escuela, denominada intuicionista, se ubica en la línea de pensamiento de Kant. Sostiene que la matemática es una creación de la mente humana y que la intuición matemática tiene plena certeza sobre la solidez del sistema de los números naturales. Para los intuicionistas 'existir' quiere decir haber sido construido o calculado por la inteligencia humana partiendo de la base de los números naturales.

Por último, la matemática entra al siglo XX con una escuela que hereda las principales características del movimiento axiomático, particularmente el afán por restringir o reubicar el papel de la intuición en el quehacer matemático; se trata de la escuela formalista encabezada por el gran matemático alemán David Hilbert. Este grupo de matemáticos buscaba una demostración de la consistencia absoluta de la matemática, partiendo de la base de que la matemática se desarrolla simultánea o paralelamente con la lógica y que la actividad matemática se restringe a la manipulación de símbolos carentes de todo significado intuitivo por medio de reglas de transformación explícita y formal. Para los formalistas algo 'existe' en un sistema matemático si su introducción en la teoría no implica contradicción. Según el enfoque de los formalistas, tan pronto se dote a un conjunto de símbolos con algún significado proveniente de las ciencias físicas o la intuición, ya no se está haciendo matemáticas sino que se está desarrollando la ciencia a la que pertenecen los significados. Por medio de esta metodología se quiso sortear las dificultades introducidas por las antinomias generadas originalmente en la teoría de conjuntos y que tuvieron sus raíces en la aceptación del infinito actual, reservando para la intuición un campo propio de acción denominado 'teoría de la demostración' y por otra parte aislar la naturaleza misma de la matemática, su esqueleto, del gran cuerpo de conocimiento dependiente de ella, o sea, de sus aplicaciones a las demás ciencias.

Tendremos oportunidad de mirar las características de estas tres filosofías de la matemática con más detenimiento en las páginas que siguen. Por el momento nos basta observar la divergencia entre las distintas soluciones dadas a la crisis iniciada por las geometrías no euclidianas, la falta de consenso en la comunidad matemática.

Al trazar la evolución de la matemática y la filosofía de la matemática en el siglo XX, encontraremos unos retos fundamentales para la teoría del conocimiento. En primer lugar, veremos el eventual fracaso de los programas formalista y logicista ante los teoremas de Gödel, publicados en 1931, en los cuales se demuestra que todo sistema formal contiene proposiciones no susceptibles ni de demostración ni de refutación dentro del mismo sistema, proposiciones denominadas 'formalmente indecidibles'. El impacto de los teoremas de Gödel va mucho más allá de la destrucción de las metas de estas dos escuelas, porque pone en claro que las tradicionales clasificaciones de "verdadero" y "falso" son insuficientes para los sistemas formales. De allí sólo hay un paso a las lógicas no tradicionales, o lógicas no aristotélicas. La lógica se encuentra, en las primeras décadas del siglo XX, en el mismo lugar que ocupó la geometría cien años atrás, sujeta a una axiomatización algo arbitraria. En particular, surge la lógica polivalente y se sugieren lógicas que se basarían en la probabilidad de que una proposición sea verdadera. La lógica simbólica clásica es a las nuevas lógicas lo que la geometría euclidiana es a la topología, la geometría proyectiva, etc.

Más de setenta años han pasado desde el sacudón causado por los teoremas de Gödel. Es de esperar que la comunidad científica haya podido reflexionar sobre las más profundas implicaciones de estos resultados en la filosofía de la ciencia. En particular, hacia finales de la década de los treinta ya surgía una nueva escuela, activa principalmente en Francia, conocida como la escuela estructuralista. Se aprecia en ella la herencia de las escuelas logicista - en su generalidad implacable y énfasis en transformaciones - y formalista - en su insistencia en prescindir de atribuir significado a los símbolos que se manipulan.

En particular, en la segunda parte de esta trilogía miraremos el estructuralismo en la matemática, la física y otras ciencias naturales (ciencias en el sentido clásico de la palabra). De allí mencionaremos el estructuralismo en ciencias menos tradicionales, como la lingüística, la antropología y la psicología. Estas deben gran parte de su estatus como ciencias a la generalidad absoluta que Bertrand Russell atribuyó a las nociones lógicas. En particular, estudiaremos la "epistemología genética" de Jean

Piaget, exponente primario de la escuela estructuralista. También se explorará el estructuralismo en las artes, muy particularmente en la música, y su relación íntima con la estética.

Casi simultáneamente con la publicación de los teoremas de Gödel se logran concretar unas teorías adecuadas concernientes a la física de la actividad subatómica, que se han agrupado bajo el nombre de mecánica cuántica para contrastarla con la mecánica newtoniana. Esto, combinado con la teoría general de la relatividad de Einstein enunciada con una década de anterioridad, impone restricciones, o mejor limitaciones teóricas insuperables, al conocimiento del mundo físico de igual manera como Gödel impuso limitaciones insuperables sobre el conocimiento formal. Cualquier intento serio por desarrollar una epistemología contemporánea tendrá que mantener muy en cuenta estos nuevos rumbos de la ciencia física y de la ciencia formal. Específicamente, estudiaremos en este contexto la formalización de la probabilidad, su utilización en la teoría cuántica, el principio de incertidumbre de Heisenberg y su relación con la relatividad general. En este proceso las categorías tradicionales de descripción de eventos en el "espacio" y el "tiempo" sufren un destino similar a las categorías de verdadero y falso dentro de la lógica.

Siempre en proyectos como éste, que buscan abarcar mucho, hay dos peligros. El celebrado peligro de "apretar poco" y el inevitable de dejar muchas cosas muy interesantes por fuera. Se ha proyectado un tercer tomo que se ocupará de la inteligencia artificial, que representa un innegable reto a una teoría epistemológica comprehensiva. Este no es simplemente un tema interesante, sino que se encuentra ligado con temas que nos interesan ya que la base teórica de la construcción de una máquina dotada con inteligencia es la llamada máquina de Turing, desarrollada principalmente para introducir criterios viables de decidibilidad y consistencia a la lógica post-Gödel. La naturaleza de la máquina de Turing hizo factible crear una máquina dotada con muchas lógicas, capaz de dominar cualquier sistema formal. Igualmente, el computador por naturaleza propia posee una memoria enciclopedista. Éste está cambiando la misma manera en que se hace matemáticas, y la naturaleza de la matemática que se hace. No puede quedar sin explorar también la posibilidad de dotar una máquina con intuición y las implicaciones que tal proyecto tiene en cuanto a la comprensión humana de sus propios procesos de pensamiento, deducción y decisión.

Con esto nos hemos ubicado dentro del proceso y la problemática históricos y no queda más remedio que concretar detenidamente las ideas que hemos bosquejado.

MARY FALK DE LOSADA es B.A. Mathematics por el Manhattanville College, Purchase, N.Y. en 1964, MSc. En matemáticas la Cambridge, Mass. en 1965 y Doctora en Matemática por la Universidad de Illinois en Chicago en 1970. Ex profesora titular de la Universidad Nacional de Colombia. Ex rectora de la Universidad Antonio Nariño (2001-2010). Trabaja actualmente en problemas históricos, filosóficos, metodológicos de la educación matemática y diseño curricular. Co-Fundadora de las Olimpiadas Colombianas de Matemáticas para Estudiantes de todos los niveles de la secundaria. Fundadora de las Olimpiadas Iberoamericanas de Matemáticas (para estudiantes de secundaria). Actual Directora en Colombia de las Olimpiadas de Matemáticas, Física y Computación. Tiene más de una docena de libros y más de medio centenar de artículos en revistas especializadas. Ha recibido numerosos reconocimientos nacionales e internacionales.