

Problemas del entorno y de la comunidad como fuentes de aprendizaje de la estadística*

por Yury Marcela Rojas**

Fecha de recepción: 27 de junio de 2009
Fecha de aceptación: 3 de diciembre de 2009
Fecha de modificación: 5 de marzo de 2010

RESUMEN

Esta investigación explora la manera en que estudiantes de noveno grado construyen aprendizajes sobre las características de una distribución de datos. Ellas trabajan investigando problemas que ellas mismas proponen y son significativos para la comunidad en la que están inmersas; en este caso, se interesan por entender la manera en que el estrato socioeconómico de dos grupos de niños de diferentes colegios influye en su nutrición. A partir de los datos obtenidos encontré que el trabajo en colaboración sobre un problema que tiene relevancia cultural es significativo para los estudiantes que lo proponen, y favorece la comprensión y reconocimiento de las características de una distribución y las formas de medirla.

PALABRAS CLAVE

Situaciones problema, distribución de datos, comprensión, constructivismo.

Community Based Problems as a Means to Understand Statistics

ABSTRACT

This article examines the way in which 9th graders learn about and come to understand data distribution and the related statistical notions of center and spread measures. It is based on a study in which the students in question identified and then collaboratively addressed problems affecting their community. Using two sample groups, the students examined how the existing socioeconomic structure of their community affects nutrition. From the data gathered I find that cooperatively defining and working on a problem that is culturally relevant and meaningful to the students aids their comprehension and recognition of data distribution and its measures.

KEY WORDS

Situational Problems, Data Distribution, Understanding, Constructivism.

Problemas do entorno e da comunidade como fontes de aprendizado da estatística

RESUMO

Esta pesquisa explora a maneira com que estudantes do nono ano constroem o aprendizado sobre as características de uma distribuição de dados. Elas trabalham investigando problemas que elas mesmas propõem e são significativos para a comunidade em que estão inseridas; nesse caso, se interessam em entender de que maneira a classe socioeconômica de dois grupos de crianças de diferentes colégios influi na educação deles. À partir dos dados obtidos descobri que o trabalho em colaboração a respeito de um problema que tem relevância cultural é significativo para os estudantes que o propõem, e favorece à compreensão e reconhecimento das características de uma distribuição e as formas de medirla.

PALAVRAS CHAVE

Situações problema, distribuição de dados, compreensão, construtivismo.

* El artículo se deriva de la investigación realizada como trabajo de grado de la Maestría en Educación, Centro de Investigación y Formación en Educación - CIFE, Universidad de los Andes.

** Licenciada en Matemáticas y Magister en Educación de la Universidad de los Andes (Bogotá, Colombia). Su centro de interés es la educación estadística. Actualmente es docente del Programa de Licenciatura en Educación con énfasis en Matemáticas de la Universidad Distrital (Bogotá, Colombia) y se encuentra vinculada al grupo de investigación del aprendizaje de la estadística. Participa en el desarrollo de proyectos de investigación y mejora de la educación, liderados por el Centro de Investigación y Formación en Educación (CIFE) de la Universidad de los Andes. Autora de *How Students Build Meaningful Learning upon Data Distribution?* En *Seventh Annual Education across the Americas Conference*. Nueva York: Columbia University, 2009. Correo electrónico: yurymrojas@gmail.com.

Este artículo reporta los avances y resultados cualitativos-cuantitativos de una investigación que buscó explorar la manera como estudiantes de un curso de noveno grado de un colegio privado femenino de Bogotá comprenden las características de una distribución de datos y algunas nociones estadísticas asociadas (medidas de centro y dispersión) cuando abordan en grupos que trabajan en colaboración un problema real planteado por ellas mismas, el cual se relaciona con su entorno y comunidad donde están inmersas. El desarrollo de la investigación se dio al margen de una experiencia de clase diseñada e implementada en un ambiente de aprendizaje consistente con los principios constructivistas.

Encontré que las prácticas que promueven el trabajo en colaboración sobre un problema (que en este caso se centró en la nutrición), que tiene relevancia cultural y significado para las estudiantes que lo proponen, favorecen la comprensión y reconocimiento de las características de una distribución, lo cual les permite realizar una interpretación con significado de las diferentes medidas estadísticas utilizadas para entender el fenómeno. Luego de la implementación de la innovación las estudiantes lograron usar algunas nociones estadísticas que les permitieron entender la organización, el comportamiento de los datos y su significado en cuanto a las variables que se estaban analizando y el contexto; aunque no se proponen conclusiones sobre el problema que abordaron, se caracterizan aspectos como el peso, la estatura, la dieta y el consumo de nutrientes, y se ven en la necesidad de buscar más información que les permitiera entender mejor las variables y lo que ocurre con la población de estudio.

MARCO TEÓRICO

Observando y reflexionando acerca de mis prácticas pedagógicas como docente de matemáticas, noté una inclinación de mi parte a eliminar o aislar el ruido ocasionado por la vida real en las actividades de aprendizaje. Con esto he contribuido a que se reduzca la habilidad de mis estudiantes para utilizar y transferir lo que ellos aprenden en la escuela respecto a la vida diaria. Al ignorar la conexión de las situaciones de la vida real con las actividades de aprendizaje de las matemáticas, no tenía en cuenta la forma como aprendemos de manera efec-

tiva, que en muchos casos se da resolviendo problemas que nos acontecen a diario. Además, estaba negando la posibilidad de que mis estudiantes entendieran matemáticas por medio de la vivencia de lo que significa ser y actuar como un profesional que las utiliza para resolver problemas propios de su quehacer. Como lo menciona Honebein (1991, 11), para superar este problema sería necesario que el diseño del currículo intentara mantener el contexto auténtico de las tareas de aprendizaje.

Lo anterior me motivó a cuestionarme acerca de lo que aprenden los estudiantes cuando abordan un problema real propuesto por ellos mismos; en este caso particular, uno que involucra el uso y desarrollo de conceptos de estadística descriptiva como herramientas para entenderlo y planear posibles soluciones. Es probable que cuando los estudiantes están inmersos en ambientes de aprendizaje orientados por principios constructivistas, que conectan el aprendizaje con la realidad, pueda lograr que mis alumnos aprendan estadística descriptiva al utilizarla comprensiva y significativamente como herramienta para entender o solucionar situaciones de su cotidianidad, desempeñándose auténticamente de manera semejante a como lo hacen algunos profesionales.

En el desarrollo de la investigación se concibe el aprendizaje desde una visión constructivista, entendiendo que quien aprende realiza un proceso propio de construcción de significado, y que éste ocurre permanentemente en las personas en sus contextos reales y medios de socialización. Ver el aprendizaje de esta manera requiere reconocer la importancia de la experiencia interactiva con el contexto físico que rodea al aprendiz (Piaget 1970) y la influencia que tienen los demás sobre el aprendizaje de un individuo (Vygotsky 1978). Igualmente, requiere entender que el aprendizaje se realiza naturalmente en actividades auténticas de la vida diaria (Boix-Mansilla y Gardner 1999; Ordóñez 2004). Así, los principios constructivistas empiezan a permitir la visualización de las características que debe tener el ambiente para que sea de aprendizaje efectivo.

Principios tales como la experiencia directa permiten que nuestros alumnos se conecten con los contenidos que interesan, a partir de actividades relacionadas con realidades y vivencias. Esto corresponde más auténticamente a la manera como llegamos a comprender (Ordóñez 2006) y también al modo como utilizamos el conocimiento para resolver problemas, tomar decisiones, transformar el mundo que nos rodea, o sea, para pensar y actuar con flexibilidad con lo que sabemos (Perkins 1998, 68).

El principio que habla de lo que se aprende en la interacción con otros, de manera que todos están al mismo nivel, implica que los procesos de socialización de las personas (tales como contrastar opiniones, oír a otros tratando de comprender y formular sus propias comprensiones) estimulen el aprendizaje de manera natural. El principio de que todo aprendizaje se basa en conocimientos previos implica realizar una conexión entre lo nuevo y lo ya existente en la mente de quien aprende, permitiendo revisar y evaluar comprensiones anteriores que pueden ser incompletas, ineficaces o erróneas.

La idea del aprendizaje en contextos auténticos contrasta con lo que nuestros alumnos tienen que hacer en un aula tradicional, que les exige llevar a la práctica una serie de conceptos que les han sido transmitidos previamente o son resultado de trabajar con casos hipotéticos dados por el profesor. Esto a menudo dista mucho de la experiencia real, limitando la posibilidad de exploración y el surgimiento de la capacidad crítica o analítica (Ordóñez 2006). Al respecto, Savery y Duffy (1991) consideran que los problemas de la vida real animan a los estudiantes a estar abiertos a explorar todas las dimensiones de un problema, y estimulan interrogantes reales. Ordóñez (2006) menciona que son los desempeños auténticos los que permiten una auténtica comprensión, ya que se relacionan con lo que hacen en la vida real quienes conocen y usan el conocimiento disciplinar: en el caso de las matemáticas, los profesionales que actúan en el mundo del día a día aplicándolas, y la gente común que entiende las matemáticas con que se encuentra en la cotidianidad.

Estos principios parecen plasmarse bien en algunas características presentes en los ambientes de aprendizaje mencionadas por Jonassen (2005): el rol activo del estudiante, quien actúa como un profesional que utiliza sus conocimientos, se siente responsable de los resultados y reflexiona acerca de lo que hace; lo colaborativo, en la manera natural como se resuelven problemas con la ayuda de otros; lo intencional, ya que el ambiente debe ayudar a que las situaciones de aprendizaje tengan algún fin o meta real de aprendizaje; lo contextual, cuando el aprendizaje se sitúa en tareas del mundo real que permiten una mejor comprensión y abren la posibilidad de transferencia a nuevas situaciones; y lo conversacional, debido a que, dado un problema, los aprendices buscan compartir sus ideas y conocer las opiniones de otros, de manera que constituyen una comunidad que construye conocimiento y que aprende de múltiples formas de ver el mundo y múltiples formas de enfrentar sus problemas.

Estos aportes del constructivismo indican también una reconsideración pedagógica de la estadística como disciplina, que ha venido ocurriendo ya desde hace unos años. Álvarez y Casado (1991), por ejemplo, proponen un grupo de estándares que reconocen que una persona recopila, descubre o crea conocimiento en el curso de una actividad que se realiza con un fin. También consideran que, debido a los cambios sociales y culturales, la sociedad basada acentuadamente en la tecnología y la comunicación requiere de destrezas que permitan manejar y organizar información facilitando tanto la toma de decisiones como la consideración de predicciones basadas en dicha información. Desde este punto de vista, la estadística no puede ser sólo leer e interpretar representaciones gráficas, sino describir e interpretar el mundo que nos rodea por medio de números, y constituye una herramienta para entender y resolver problemas.

Además, Gail *et al.* (2003) reconocen que para aprender con comprensión, activamente construyendo nuevo conocimiento desde la experiencia y desde el conocimiento previo, es necesario que los estudiantes se involucren en el desarrollo de sus propios cuestionamientos y exploren sus conjeturas. Esto permite el despliegue de habilidades de pensamiento crítico para responder preguntas con base en datos, la selección y uso de métodos estadísticos para analizarlos y la evaluación de afirmaciones basadas en datos, habilidades esenciales para todo ciudadano y consumidor de información.

Cobb y Moore (1997) consideran la estadística como disciplina metodológica, ya que no existe para sí misma sino para ofrecer a otros campos de estudio un conjunto de ideas y herramientas coherente para trabajar con datos. En la estadística, afirman ellos, es importante tener en cuenta el contexto, ya que éste provee de significado a los números. Por su parte, Nicholls y Nelson (1992, 224) consideran que los debates científicos muestran que la estadística representa un conocimiento controversial, que no puede ser presentado como un conjunto de conceptos universalmente aceptados ni dados a los estudiantes por medio de la autoridad de los profesores y los libros de texto. Ellos creen que si los estudiantes participan en controversias basadas en estadísticas, que es lo que hacen los científicos, tendrían que seleccionar las herramientas conceptuales adecuadas, defender sus puntos de vista, debatir, negociar y tomar decisiones.

De manera consistente con estas concepciones de la estadística y con los principios constructivistas, Derry, Levin y Schauble (1995, 82) consideran que una dificultad de la mayoría de cursos de estadística es que

están separados de la solución de problemas del mundo real. Al concebir la estadística como conocimiento controversial, se compromete a los maestros a centrarse en situaciones que ellos llaman estadísticamente auténticas. Estas situaciones logran serlo en la medida en que se desarrollan dos dimensiones: la de la relevancia cultural, que se refiere a la importancia que tengan los problemas reales que se puedan considerar desde la estadística para una sociedad determinada, y la de actividad social, donde el aprendizaje surge de una conceptualización, una negociación y una argumentación activas con otros. Los autores plantean que la autenticidad de una práctica pedagógica que involucre estas dos dimensiones promueve la capacidad de los estudiantes para razonar estadísticamente en escenarios auténticos.

Esta concepción de la estadística se ve reflejada en el desarrollo de experiencias de aula e investigaciones que pretenden documentar la manera como los estudiantes utilizan ciertos conceptos para resolver situaciones de tipo estadístico; por ejemplo, Reading (2004) halló que los estudiantes le dan más significado a la descripción de datos cuando están inmersos en un contexto y están orientados por un propósito que da sentido a la actividad, ya que el contexto real fomenta el uso de habilidades, como el uso de datos y gráficas para realizar explicaciones.

De manera similar, Petrosino, Lehrer y Schauble (2003, 131) notaron que existe una tendencia a creer que los estudiantes no pueden desarrollar sus propias investigaciones porque se requieren herramientas que ellos no tienen para interpretar los resultados, ocasionando que solamente investiguen preguntas hechas por el profesor y sigan procedimientos definidos. Los hallazgos muestran que los estudiantes de 4° planteaban una investigación hipotética, realizaban experimentos lanzando los cohetes, organizaban y analizaban los datos obtenidos de los lanzamientos y comparaban los resultados, aprendiendo a usar la distribución para razonar acerca de sus experimentos y comparar distribuciones usando como referencia las medidas de tendencia central.

Para profundizar en el estudio del aprendizaje de la distribución, Lehrer y Schauble (2002) continuaron con estos estudiantes. Cultivaron un tipo de plantas y analizaron su ciclo de crecimiento según la altura que iban alcanzando; la distribución se estructuraba en este contexto como una forma de determinar el valor verdadero de la altura de una planta, basada en un grupo de medidas. Los resultados reflejaron que cuando los niños analizaban la forma en la que se distribuían los datos,

surgían las características de la distribución como forma de describirlos, considerando en el análisis de los trabajos de los estudiantes la complejización de las estrategias, la incorporación de nuevos conceptos y aspectos que ellos nombraban, tales como los “huecos” entre los datos y los “grupos” que éstos formaban. Llegaron a afirmar que observar la forma de los datos era una manera de determinar su centro y su dispersión.

Una manera de vivenciar los aspectos mencionados anteriormente consistió en enfrentar a las estudiantes durante el desarrollo de una experiencia de aula proponiendo problemas de su comunidad que las problematizaran y sobre los cuales quisieran saber más. El estudio del problema elegido fue motivado por el trabajo que realizaban las estudiantes como profesoras voluntarias en el Centro Santa María, una fundación creada para niños con escasos recursos económicos y financiados por el colegio al que ellas asisten. Este último atiende una población con mejores condiciones socioeconómicas que el Centro, por lo que su proyecto de investigación se basó en los dos colegios. La conjetura propuesta por ellas fue que los estudiantes de 5° de estrato bajo, a diferencia de los de estrato medio-alto, tenían una mala nutrición por no tener el suficiente presupuesto para comprar alimentos que favorecieran una dieta balanceada.

Para informarse más acerca del problema las estudiantes reconocieron la necesidad de obtener información, lo que posibilitó el diseño de instrumentos, encuestas y entrevistas, con las cuales recolectaron datos que podían relacionar para sustentar o no su conjetura: el número de niños participantes, el estrato socioeconómico de sus familias, su edad, su estatura y su índice de masa corporal. Sin embargo, el interés fue más allá de confirmar la conjetura, hasta entender realmente el fenómeno estudiado. Luego de recolectar los datos las estudiantes empezaron a utilizar nociones estadísticas que les permitían describirlos, entender su comportamiento e interpretarlo en términos de las variables y lo que significaban para la población estudiada.

PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

La investigación abordó las siguientes preguntas acerca del aprendizaje de las estudiantes: ¿Qué aprenden de estadística descriptiva las estudiantes de 9° grado de un colegio femenino que atiende niñas de estrato socioeconómico medio-alto, en una clase de estadística en la que trabajan un problema real en colaboración? ¿Qué características de una distribución de datos llegan a comprender?

METODOLOGÍA

En el estudio se aplicó una metodología de investigación de tipo mixto identificando los aprendizajes sobre estadística descriptiva que las estudiantes construían. Se desarrolló una experiencia de aula diseñada consistente con los principios constructivistas, donde un curso de 23 estudiantes trabajó en grupos permanentes de tres durante cuatro meses, tres horas a la semana. La primera etapa de la experiencia incluyó el planteamiento del problema, la discusión acerca de su importancia, la formulación de posibles conjeturas acerca de sus causas, el diseño de un instrumento para obtener datos que las alumnas consideraron necesarios. Durante el proceso se realizaron algunas intervenciones para orientar la construcción de conceptos como el de variable estadística, tipos de variable y tipos de representaciones para diversas variables. En la etapa de organización y análisis de datos la discusión y la interacción entre las integrantes de los grupos fomentaron un continuo cuestionamiento acerca de los datos y su significado en el contexto del problema y de la población de estudio, lo cual las llevó a reconocer las características de la distribución (centro, dispersión, máximo, mínimo, frecuencia).

Para ver la forma como las estudiantes manifestaban la comprensión de las características de una distribución y sus medidas, elegí cuatro grupos al azar, a los cuales observé durante la intervención; los siguientes tipos de datos que obtuve los analicé de manera cualitativa triangulándolos entre sí:

- Grabaciones de audio y video de seis sesiones de trabajo de los cuatro grupos, dos al principio, dos en la mitad y dos hacia el final de la intervención, para obtener datos que reflejen de otra manera las manifestaciones de comprensión de las características de la distribución de datos. Transcribí las grabaciones y seleccioné algunos episodios significativos que evidencian tal comprensión.
- Grabaciones de audio y video de las presentaciones al final de la intervención de tres grupos escogidos al azar; en los hallazgos presentados por los grupos se recolectaron datos que reflejaran la comprensión que construyeron alrededor del análisis de los datos.

Una prueba inicial y otra final de conocimientos, que consistían en situaciones problema, las cuales analicé cualitativamente para identificar las comprensiones a las que llegaban, y cuantitativamente, usando la prueba Wilcoxon, para determinar si hay diferencias significativas entre los promedios de los puntajes.

RESULTADOS

LAS CARACTERÍSTICAS DE UNA DISTRIBUCIÓN DE DATOS

Los hallazgos tanto en la aplicación del instrumento como en el desarrollo de la innovación reflejan que las estudiantes llegan a comprender la dispersión y la tendencia central como características asociadas a la distribución de un conjunto de datos. Debido a esta comprensión se genera que en el análisis de datos se den nuevas formas de pensar en torno a dicho conjunto. Éstas se reflejan en el tipo de razonamiento que utilizan, el cual se hace complejo, pasando durante el proceso de un razonamiento de tipo aditivo a uno de tipo multiplicativo. Cobb (1999) nota que cuando los estudiantes participan analizando situaciones estadísticas en las que, por ejemplo, está inmerso el concepto de distribución, su razonamiento se caracteriza por ser de dos tipos. Un razonamiento aditivo acerca de los datos, en el cual los estudiantes dividen un conjunto de datos en partes (por ejemplo, intervalos) y razonan acerca del número de puntos de datos presentes en las partes del conjunto de datos, en términos de parte-todo, y un razonamiento multiplicativo, mediante el cual los estudiantes razonan acerca de las partes de un conjunto de datos como proporciones de un conjunto completo de datos.

El análisis cuantitativo de la aplicación del instrumento muestra que las estudiantes mejoran en el promedio de los puntajes obtenidos en la prueba (ver el Cuadro 1). Para ver qué tan significativo es el aumento, apliqué el test o prueba de Wilcoxon, el cual realiza una comparación de las diferencias entre los puntajes obtenidos, reflejando que existen diferencias significativas y positivas de la aplicación final respecto a la aplicación inicial de la prueba. Con el rango, se puede considerar que las estudiantes parten con ciertos conocimientos previos y aumentan sus comprensiones respecto al estado inicial; sin embargo, este proceso sigue en desarrollo. La desviación estándar muestra que respecto al promedio de los puntajes iniciales y finales, las diferencias individuales aumentan en general en el grupo, pero no son notorias.

TRABAJO EN COLABORACIÓN Y COMPRENSIÓN DE LAS CARACTERÍSTICAS DE UNA DISTRIBUCIÓN

Inicialmente, en la innovación las estudiantes se caracterizaban por tener muy poca comprensión de las características de una distribución; adicionalmente, las estrategias utilizadas para abordar el problema se caracterizaban por basarse en un razonamiento de tipo aditivo y una percepción local de los datos. Esto se refleja en

Cuadro 1. Estadísticas descriptivas y comparación estadística de promedios en la aplicación inicial y final de la prueba

	Rango		Media		Desviación estándar		Test Wilcoxon	
	Prueba inicial	Prueba final	Prueba inicial	Prueba final	Prueba inicial	Prueba final	Momento inicial (A)	Momento final (B)
Situación 1	(0,5-2,5)	(1,0 - 5)	0,159	3,564	0,5207	1,0751		B - A
Situación 2	(0 - 2,0)	(1,5 - 5)	0,205	3,968	0,5908	0,8289	Asymp. Sig (2-tailed)	0,000
Situación 3	(0,5-3,0)	(1,0-4,0)	1,159	4,014	0,9179	0,8946		
Situación 4	(0,8 -2,0)	(2,0-5,0)	0,955	3,886	0,8439	0,9167	Z	-8,158

acciones tales como fijarse en datos individuales de un conjunto, hacer descripciones de tipo verbal acerca del comportamiento de los datos diciendo “los pesos se caracterizan porque suben; luego bajan”, evidenciar sólo las frecuencias de los datos, calcular medidas estadísticas sin interpretarlas o darles significado en el contexto del problema.

Por ejemplo, cuando las estudiantes iniciaban el análisis de los datos que habían recolectado, observé que lograban identificar para qué les servían y qué median algunas estadísticas; sin embargo, sólo realizaban una comparación cuantitativa entre éstas, sin establecer relación con el contexto en el cual se estaba analizando la variable. En la siguiente interacción, las niñas no tienen en cuenta que la medida de la masa corporal puede tener interpretaciones diferentes, si se tienen en cuenta las condiciones socioeconómicas del grupo que se estudia. En este caso, aunque las cifras obtenidas del promedio de la masa corporal son diferentes, una tabla nutricional indicaría que un índice entre 1 y 20 es normal. Por otro lado, es probablemente entendible que los niños del Centro Santa María presenten mayor masa corporal, porque en su nivel socioeconómico es común el consumo de gran cantidad de carbohidratos, lo cual no es considerado muy saludable en el ámbito de las niñas del Colegio. Esto debería indicar a las investigadoras que comparar estos promedios cuantitativamente no es suficiente para entender el problema que les ocupa.

GRUPO 2

Estudiante 14: Bueno, en el Colegio el índice de masa corporal promedio es de 16,62,

o sea que está dentro de lo normal.

Estudiante 1: En el Centro, de hecho, es más alto; es de 17,63.

Estudiante 2: O sea que tienen más los niños del Centro que las niñas del Colegio, porque el número es más grande.

GRUPO 3

Estudiante 10: En los resultados de las encuestas tocaba sacar un promedio para saber más o menos un valor que reuniera a todos los demás.

Estudiante 20: Entonces vimos que el promedio, digamos, de las estaturas es muy parecido; sólo se diferencian en tres centímetros.

La comprensión y uso de las medidas estadísticas como forma de describir las características de una distribución se hacen más complejos en el desarrollo de la intervención, generando formas de razonar más difíciles sobre los datos. Al respecto, en las grabaciones de las presen-

taciones finales observé que cuando las estudiantes trabajan en problemas reales se ven en la necesidad de establecer una conexión entre los números (porcentajes) y lo que significan para la variable que están analizando de la población. En la siguiente interacción vemos cómo las estudiantes empiezan a cuestionarse, para ir más allá de la comparación numérica de las medidas; consideran que es necesario obtener más información acerca de la nutrición, ya que esto permitiría entender si existen o no diferencias en la nutrición de los dos grupos de estudiantes: a pesar de que el promedio en peso sea casi igual, “ambos tienen casi el mismo peso, 35, pero también lo comparamos mediante las comidas, mediante cada alimento que consumían porque era importante *saber con qué se nutrían*, no solamente si estaban difiriendo de peso o la estatura sino simplemente sabiendo si estaban comiendo muchas harinas o bastante verdura y proteínas, que eso influía bastante”. El conocimiento que generan permite a las estudiantes interpretar estas cifras (porcentajes), en un contexto nutricional, lo cual les posibilita asegurar que un alto porcentaje de harinas y un bajo porcentaje de proteínas, frutas y verduras generan que dos grupos de personas tengan el mismo peso pero diferencias notorias en su nutrición. Reflejándose una comprensión de que no basta sólo con hacer una comparación numérica entre las medidas.

GRUPO 2

Estudiante 14: Al sacar el promedio de la masa corporal vimos que los dos estaban [...] ambos tienen casi el mismo peso, 35, pero también lo comparamos mediante las comidas, mediante cada alimento que consumían, porque era importante *saber con qué se nutrían*, no solamente si estaban difiriendo de peso o la estatura sino simplemente sabiendo si estaban comiendo muchas harinas o bastante verdura y proteínas, que eso influía bastante.

Estudiante 2: Vimos que los niños del Centro Santa María comen más harinas, y no significa que estén gordos o flacos con respecto a los del Colegio, sino que simplemente las niñas del Colegio se nutren más porque comen más proteínas y tienen más variedad de lo que consumen.

“Centro: 80% harinas, 50% proteínas, 11% frutas y verduras, 60% de calcio

Colegio: 75% harinas, 69% proteínas, 37,5% frutas y verduras, 50% de calcio. Las alumnas del colegio

Santa María tienen una dieta más balanceada al consumir harinas, proteínas, frutas y verduras de manera más proporcionada que los alumnos del Centro. Además, gran parte de los niños del centro consume más harinas, y esto genera que tengan una mayor masa corporal que las niñas del Colegio, aunque en promedio sea normal”.

Complementando los hallazgos de las exposiciones, en el desarrollo de las sesiones finales las estudiantes empiezan a ver el conjunto de datos como una totalidad, lo que les permite establecer relaciones entre el total de los encuestados y una parte de éstos; lo anterior se evidencia en las interacciones del siguiente grupo, cuando dicen: “Bueno, 12 niñas de las 16 del Colegio dicen que en el desayuno incluyen los carbohidratos”. Para poder realizar una interpretación de los porcentajes de nutrientes que consumen los niños, las estudiantes se documentan acerca de la nutrición, hallando que el consumo de proteínas es en gran parte el responsable del crecimiento y mantenimiento de los músculos, “entonces el estado nutricional en el Centro Santa María está por debajo de las niñas del Colegio, aunque el peso sea el mismo, y como muestra, las proteínas no sólo hacen tejidos sino que liberan la hormona del crecimiento; por eso, las del Colegio son más altas”, lo que les lleva a concluir que aunque en promedio los dos grupos tengan el mismo peso, las diferencias respecto a la nutrición influyen en otras variables, como la estatura. La integración de varias medidas y el análisis que se hace en torno a éstas reflejan un avance en la comprensión de las características de una distribución.

GRUPO 2

Estudiante 1: Bueno, 12 niñas de las 16 del Colegio dicen que en el desayuno incluyen los carbohidratos; 11 de las 16 dicen proteínas, 5 frutas y verduras y 8 calcio. En el almuerzo, 13 dicen que consumen carbohidratos, 15 proteínas, 7 verduras y 7 líquido.

Estudiante 14: Digamos, podemos ver en el desayuno que al parecer en el Centro los niños [...] los encuestados del Centro no comen casi frutas y verduras en el desayuno, mientras que las niñas del Colegio sí; entonces puede haber dos cosas que influyan: primero, que las frutas y verduras normalmente tienen precios muy altos, y que además si no hay suficientes recursos económicos para comprar alimentos [...] pues estos pocos se van a invertir en alimentos que tengan un valor muy bajo.

Estudiante 1: Van a tratar de conseguir alimentos que van a dar más energía y sean más baratos: la panela, el arroz.

Estudiante 14: Y proteínas no tanto.

Estudiante 1: Y es uno de los nutrientes más importantes para el crecimiento.

Estudiante 14: Y son los más caros. Entonces, ya al hacer el análisis nos dimos cuenta que los niños del Centro comían más carbohidratos pero igualmente no se nutrían de manera adecuada.

Estudiante 1: La mayor diferencia está en las proteínas. Las niñas del Santa María comen más [...] cuando vimos que el peso era muy similar y la talla en general era mayor, un poco; en el Colegio vimos la dieta, y hay menos proteína en los niños del Centro Santa María.

Estudiante 14: Entonces sí, la cantidad de carbohidratos afecta el crecimiento.

Estudiante 2: Investigamos y nos dimos cuenta que los carbohidratos son necesarios para el crecimiento, pero la proteína también; la proteína es la encargada de generar tejidos del cuerpo, y de esa forma hacer que el cuerpo crezca [...] los carbohidratos son los encargados de darle la energía al cuerpo. Entonces consumen la energía necesaria para sus actividades diarias pero no la necesaria para crecer.

Estudiante 2: [...] entonces el estado nutricional en el Centro Santa María está por debajo [del estado nutricional] de las niñas del Colegio, aunque el peso sea el mismo, y como muestra, las proteínas no sólo hacen tejidos sino que liberan la hormona del crecimiento; por eso las del Colegio son más altas.

Otro ejemplo de las comprensiones que construyen las estudiantes y sus avances durante la innovación se evidencia cuando analizan el peso de los participantes de su estudio; en las sesiones iniciales, de manera similar a lo encontrado en la aplicación del instrumento, analizaban sólo algunos de éstos o describían de manera cualitativa la manera como estaban organizados.

GRUPO 2:

Estudiante 14: Sí, y con relación a su peso.

Estudiante 2: Tampoco sabemos el balance que tiene de nutrientes que está consumiendo.

Estudiante 14: Además, porque la encuesta que hicimos en el Colegio hay mucha más diferencia de los datos [...] hay como mayor variabilidad, mientras que en el Centro todos pesan aproximadamente lo mismo [...] los valores están mucho más cercanos.

Dado que están comparando dos conjuntos de datos (los pesos de las niñas del Colegio y las del Centro), las estudiantes empiezan a reconocer en la organización de los datos un aspecto relacionado con su dispersión, el cual expresan de manera cualitativa, cuando afirman que “en el Colegio hay mucha más diferencia de los datos [...] hay como mayor variabilidad, mientras que en el Centro todos pesan aproximadamente lo mismo [...] los valores están mucho más cercanos”; reconocer esa “cercanía o lejanía” de los datos implica empezar a ver su organización y describirla. Posteriormente veremos cómo sienten la necesidad de utilizar ciertas medidas para cuantificar esta organización.

El grupo 3 considera en la siguiente discusión una característica de los datos: “Es que hay como un promedio, están muy unidos los datos”, refiriéndose a que los valores que toman los datos son muy cercanos, estableciendo qué diferencia existe entre los datos y si ésta es notoria; sin embargo, la interpretación que le dan al promedio se relaciona más con la organización y los valores que toman los datos que con el concepto de representatividad.

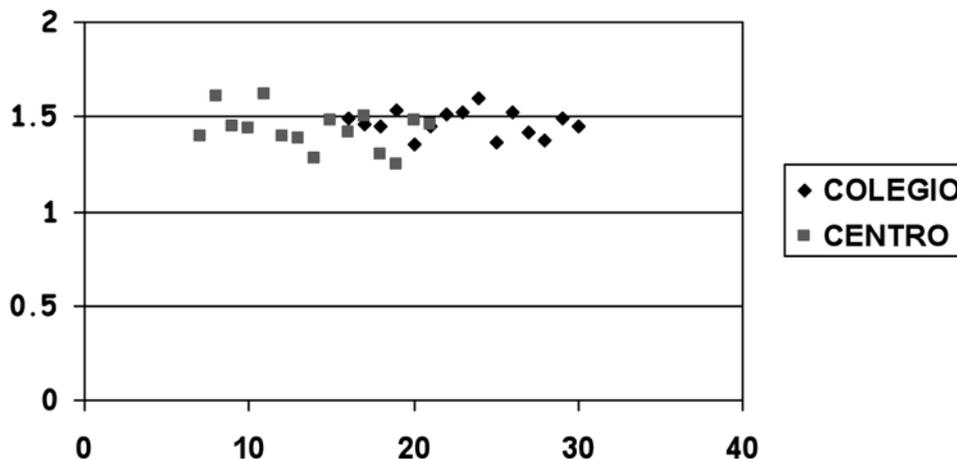
Estudiante 20: Del peso de los niños del Centro, el rango sería de 42 a [...] [Corrige] De 24 a 52.

Estudiante 10: Esos rangos son los que nos permiten determinar que no hay niños en el Centro muy flaquitos.

Estudiante 4: Es que hay como un promedio; están muy unidos los datos [...] en muy pocos casos se ve que la diferencia es muy notoria, con sólo ver los datos de la tabla se puede ver que están muy promediados.

En las sesiones finales las estudiantes narran aspectos característicos de la distribución que van más allá de una descripción cualitativa. Por ejemplo, el grupo 2 hace uso en la exposición final de una gráfica (ver el Gráfico 1).

Gráfico 1. Comparación de las distribuciones de las estaturas de los participantes de los dos colegios



Estudiante 2: Con respecto a la estatura [...] el consumo de ciertos alimentos influyó en el crecimiento de las niñas, aunque en el Colegio la media está en 1,46 metros, y en el Centro, 1,43; aunque no hay mucha diferencia, se puede ver que en el Centro está más abajo [...]

Estudiante 1: [...] y que con la desviación se puede ver que los datos están más agrupados en el Colegio que en el Centro; de esta manera, todos los niños del Centro tienen [...] en promedio 1,43 de estatura. Todos tienen bajita estatura, mientras que las niñas del Colegio tienen [...]

Profesora: ¿Todas?

Estudiante 14: ¡En general! [...] mientras que en el Colegio tienen 1,46. Están más dispersos los de las del Centro; una niña puede ser la más baja de todas y puede medir 1,43, y otra 1,50.

El análisis de los porcentajes de nutrientes que consumen los estudiantes presentado anteriormente le permitió al grupo 2 establecer una relación entre el consumo de proteínas y el crecimiento (estatura de los participantes). Cuando analizan los datos recolectados de la estatura, confirman que, aunque la diferencia no es muy notoria, los niños del Centro tienen en promedio una estatura menor (1,43 m) que las niñas del Colegio (1,46 m). Las estudiantes consideran el centro y la dispersión como características de la distribución; además de la comparación cuantitativa de las medidas, realizan

un contraste entre éstas para determinar si su interpretación y uso son adecuados. Es decir, consideran que hay diferencias en las medias de los dos grupos, y se tienen en cuenta, ya que al ver la desviación, aunque un conjunto se encuentra más disperso que el otro, no hay diferencias tan notorias que afecten los valores que toma el promedio.

INTERPRETACIÓN DE LAS MEDIDAS ESTADÍSTICAS EN UN CONTEXTO REAL

Al inicio de la innovación el grupo 3 interpretaba la desviación como algo que permitía ver qué tan alejados se encontraban los datos de la media observando cómo éstos se organizaban por encima y por debajo de esta medida; sin embargo, se les dificultaba interpretar qué significaba esta medida en cuanto a la variable que estaban analizando (peso); al final de la intervención las estudiantes logran interpretar estas medidas en cuanto a las variables que están analizando; por ello dicen: la desviación es mayor porque hay mayor diversidad en los pesos; igualmente, el grupo 2 utiliza palabras como “aglomerados”, “concentrados”, “junticos”, “dispersos”, para describir la distribución; la siguiente es la interacción del grupo:

Estudiante 10: El peso, vemos que tiene una media parecida: 35, 43 y 35, mientras que la desviación es de 7,39 en el Colegio, y la del Centro es de 5,9152.

Estudiante 20: Eso quiere decir que las del Colegio, sus datos están más *alejándose de la media*.

Estudiante 10: Dispersos [...] ¿La desviación mide la distancia entre los datos o la distancia entre la media? Dígame.

Estudiante 4: La desviación es la distancia respecto a la media.

Profesora: ¿Tú dices que es la distancia de un dato respecto a la media?.

Estudiante 20: No, es la distancia promediada de todos los datos hacia la media.

Estudiante 20: El promedio.

Estudiante 4: A mí me faltó decir promedio.

Estudiante 10: Es importante porque no es un solo dato sino todos los datos.

Profesora: ¿Para qué sirve la desviación cuando uno está haciendo análisis?

Estudiante 4: Para saber si los datos están agrupados.

[Interrumpe la estudiante 20: O están dispersados]

Estudiante 20: Por ejemplo, que los datos en el Colegio [...]

Estudiante 4: Están más dispersos.

Estudiante 20: O sea, están más dispersos, más alejados de la media.

Estudiante 4: No están tan concentrados como los niños del Centro.

Estudiante 10: Por lo que hay como más diferencia de las niñas.

Estudiante 20: Hay más diversidad entre los pesos que tienen las niñas, en cambio en el Centro están más juntos en un lugar [...] Bueno, no es un lugar [...]

Estudiante 10: Son más parecidos.

Estudiante 4: Son más aglomerados.

Estudiante 20: Bueno.

Estudiante 10: Son más concentrados.

Estudiante 20: Están más concentrados en un lado; en cambio, en el Colegio hay diversos tipos y diversas tallas, eso es lo que significa.

Además de considerar la distribución espacial de los datos, las estudiantes piensan que un valor numérico alto en la medida de la desviación del peso de los participantes indica que éste puede variar drásticamente en el grupo; ellas dicen: “Así como pueden encontrarse estudiantes que tengan un peso muy alto (por ejemplo, 40 kg), también pueden encontrarse estudiantes que tengan un peso muy bajo (por ejemplo, 20 kg)”. Esto les lleva a cuestionar la variabilidad de los datos y lo que significa respecto a la población que se está estudiando; finalmente, logran interpretar esta medida en el contexto del estudio afirmando que el hecho de que haya mayor variabilidad significa que hay unas estudiantes más gordas y otras más flacas. Vemos que la transición del cálculo de las medidas y las cantidades, a su interpretación, refleja una comprensión del fenómeno de estudio (la nutrición de los estudiantes de dos colegios con diferencias socioeconómicas), a través del reconocimiento de las características de la distribución, tales como el centro y la dispersión.

DISCUSIÓN

Los hallazgos de esta investigación reflejan que las estudiantes logran comprender las características de una distribución de datos y utilizar las medidas de centro y de dispersión como herramientas para medirlas. El avance más significativo de la innovación es lograr, como se muestra en las interacciones de los grupos, usar e interpretar las medidas a la luz de las variables que se están analizando considerando qué quieren decir acerca de las cualidades de las personas que se están estudiando en la investigación. Las estudiantes manifiestan esta comprensión cuando describen cualitativamente la manera en que se encuentran organizados los datos, el comportamiento que tienen (por ejemplo, primero subieron, luego bajaron), distinguiendo aspectos como “huecos” en la distribución, valores extremos, datos atípicos, entre otros. Estas descripciones reflejan una percepción de la variación en los datos, lo cual motiva el uso de ciertas medidas de tipo estadístico que les permiten describir y entender el conjunto de datos.

El instrumento utilizado me permitió obtener información acerca de la comprensión de las características de una distribución de datos y su avance durante la innovación; sin embargo, identifiqué que cuando las estu-

diantes abordan problemas previamente elaborados que dan los datos y tienen un contexto que no se relaciona con las experiencias de las estudiantes, esto genera que ellas lleguen como máximo a aplicar algoritmos y hacer un análisis de algunas de las medidas que se obtienen; no obstante, difícilmente las estudiantes generan otro tipo de aprendizajes; esto se debe a que las situaciones requieren el uso de ciertas medidas. Al respecto, Bakker y Gravemeijer (2004, 147) mencionan que algunos problemas estadísticos que se diseñan sólo le permiten al estudiante usar alguna de las medidas, de manera que no se requiere realizar acciones alternas al mero análisis de los datos; acciones como la formulación del problema, la recolección de datos, entre otras, son roles que los estudiantes deben desarrollar para lograr una mejor comprensión de las variables que intervienen; lo cual se dificulta cuando se presentan problemas simulados.

Cuando las estudiantes abordan sus propios cuestionamientos se ven en la necesidad de desarrollar otros aprendizajes previos a los del análisis de datos, los cuales se convierten en desempeños auténticos de un estadístico. Ben-Zvi (2005, 35) considera que los estadísticos operan a lo largo de tres dimensiones (*ciclos de investigación*; estos incluyen la selección y definición de un problema real, hacer un plan para abordarlo, recolectar datos, analizarlos y formular conclusiones. *Tipos de pensamiento*, se relacionan con las estrategias de resolución del problema. *Ciclos interrogativos y disposiciones*, tales como la imaginación, apertura al cambio de percepciones). Así, cuando las estudiantes trabajan en problemas reales en equipos en colaboración desarrollan de manera auténtica las dimensiones propuestas por Ben-Zvi, lo cual se relaciona con el desempeño auténtico de un estadístico.

Específicamente, considero que el trabajo en colaboración generó que las estudiantes avanzaran rápidamente en sus comprensiones. Presentar análisis, contrastar las ideas y someterlas a juicio, y generar argumentos que sustentaran las afirmaciones, son algunas de las prácticas que se consolidaron a lo largo de las interacciones y que favorecieron la identificación y descripción de las características de una distribución de datos.

Aunque en la innovación las estudiantes generaron comprensiones acerca de las características de centro y de dispersión, poco se avanzó respecto a la forma de la distribución, sin realizar consideraciones acerca del sesgo de ésta. Las representaciones (gráficos de dispersión) construidas por las estudiantes permitieron que ellas vieran aspectos asociados a la organización, den-

sidad y dispersión de los datos; sin embargo, considero relevante para próximas intervenciones trabajar con diferentes tipos de representaciones, tales como histogramas y gráficas de barras, que generen en las estudiantes discusiones en torno a la forma de la distribución.

Los resultados de esta investigación sugieren que es importante, como lo mencionan Gail *et al.* (2003), proveer a los estudiantes de ambientes de aprendizaje en los cuales se aborden situaciones reales en las que los estudiantes puedan potenciar algunas habilidades de estadísticos expertos. Cuando los estudiantes abordan sus propios cuestionamientos, problemas e inquietudes, se facilita que comprendan, le den sentido y significado al uso de las medidas y puedan establecer una conexión coherente entre éstas y lo que significan los aspectos que se están estudiando de la población. De esta manera, la estadística trasciende, dejando de ser una disciplina que enseña una serie de reglas y herramientas, y pasando a ser una disciplina que sirve para entender fenómenos del mundo real, dotando de significado a los números (Cobb y Moore 1997). ❧

REFERENCIAS

1. Álvarez, José y Jesús Casado. 1991. *National Council of Teacher of Mathematics*. Thales: Sociedad Andaluza de Educación Matemática.
2. Bakker, Arthur y Koeno Gravemeijer. 2004. Learning to Reason about Distribution. En *The Challenge of Developing Statistical Literacy: Reasoning and Thinking*, eds. Dani Ben-Zvi y Joan Garfield, 147-168. Nueva York: Kluwer Academic Publisher.
3. Ben-Zvi, David. 2005. Junior High School Students Construction of Global Views of Data and Data Representations. *Educational Studies in Mathematics* 45: 35-65.
4. Boix-Mansilla, Verónica y Howard Gardner. 1999. ¿Cuáles son las cualidades de la comprensión? En *La enseñanza para la comprensión: vinculación entre la investigación y la práctica*, ed. Martha Stone Wiske, 215-256. Buenos Aires: Paidós.
5. Cobb, George y David Moore. 1997. Mathematics, Statistics and Teaching. *The American Mathematical* 104, No. 9: 801-823.
6. Cobb, Paul. 1999. Individual and Collective Mathematical Development: The Case of Statistical Data Analysis. *Mathematical Thinking and Learning* 1, No.1: 5-43.

7. Derry, Sharon, Joel Levin y Leona Schauble. 1995. Stimulating Statistical Thinking through Situated Simulations. En *Handbook for Teaching Statistics and Research Methods*, eds. Mark E. Ware y Charles L. Brewer, 82-89. Londres: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
8. Honebein, Peter. 1991. Seven Goals for the Design of Constructivist Learning Environments. En *Constructivist Learning Environments: Case Studies in Instructional Design*, ed. Brent Wilson, 11-24. Nueva Jersey: Educational Technology Publications.
9. Jonassen, David. 2005. *Welcome to Design of Constructivist Learning Environments*, <http://tiger.coe.missouri.edu/jonassen/courses/CLE/main.html> (Recuperado el 26 de marzo de 2008).
10. Lehrer, Richard y Leona Schauble. 2002. Distribution: A Resource for Understanding Error and Natural Variation. *International Association for Statistical Educations* <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications.php?show=1> (Recuperado el 2 de octubre de 2008).
11. Gail, Burrill, Christine A. Frankin, Landy Godbold, y Linda Young. 2003. *Navigating through Data Analysis in Grades 9-12*. Reston: National Council of Teacher of Mathematic.
12. Nicholls, John y Ron Nelson. 1992. Students' Conceptions of Controversial Knowledge. *Journal of Educational Psychology* 84, No. 2: 224-30.
13. Ordóñez, Claudia. 2004. Pensar pedagógicamente, de nuevo, desde el constructivismo. *Revista Ciencias de la Salud* 4, No. 2: 15-30.
14. Ordóñez, Claudia. 2006. Pensar pedagógicamente, de nuevo, desde el constructivismo. *Revista Ciencias de la Salud* 4, No. 2: 15-30.
15. Perkins, David. 1998. ¿Qué es la comprensión? En *La enseñanza para la comprensión: vinculación entre la investigación y la práctica*, ed. Martha Stone Wiske, 68-91. Buenos Aires: Paidós.
16. Petrosino, Anthony, Richard Lehrer y Leona Schauble. 2003. Structuring Error and Experimental Variation as Distribution in the Fourth Grade. *Mathematical Thinking and Learning* 5, No. 2: 131-156.
17. Piaget, Jean. 1970. Piaget's Theory. En *Carmichael's Manual of Child Psychology*. ed. Paul Henry Mussen, 703-732. Nueva York: Wiley.
18. Reading, Chris. 2004. Student Description of Variation while Working with Weather Data. *Statistics Education Research Journal* 3, No. 2: 84-105.
19. Savery, John y Thomas Duffy. 1991. Problem Based Learning: An Instructional Model and Its Constructivist Framework. En *Constructivist Learning Environments: Case Studies in Instructional Design*, ed. Brent Wilson, 135-147. Nueva Jersey: Educational Technology Publications.
20. Vygotsky, Lev Semionovich. 1978. *Mind in Society*. Cambridge, MA: Harvard University Press.