

Planificación jerárquica de la producción en un *job shop* flexible

Hierarchical production planning in the flexible *job shop*

Juan Carlos Osorio, Tulio Gerardo Motoa*

Escuela de Ingeniería Industrial y Estadística, Facultad de Ingeniería, Edificio 357, Universidad del Valle, Calle 13 No. 100-00, Ciudad Universitaria Meléndez, Cali, Colombia.

(Recibido el 5 de octubre de 2007. Aceptado el 29 de enero de 2008)

Resumen

El problema de la planificación y control de la producción se reconoce como un problema complejo dentro de las organizaciones dado que involucra la asignación de recursos escasos para lograr la satisfacción del cliente. Por tanto, es importante desarrollar metodologías que permitan alcanzar estos objetivos. El enfoque jerárquico para la planificación y control de la producción es una aproximación a este problema que se caracteriza por su capacidad de disminuir la complejidad y lograr buenas soluciones con economías de tiempo y requerimientos computacionales. En este artículo se presenta una propuesta jerárquica para resolver el problema de planificación y control de la producción en una configuración productiva del tipo *job shop* flexible. La solución propuesta, sin llegar a ser óptima dada la clasificación *NP-hard* del problema referido, es una buena solución tal como se demuestra en su validación.

----- **Palabras clave:** Planificación jerárquica, planificación de producción, programación de taller, taller flexible.

Abstract

Production planning and control are complex problems within manufacturing organizations since they consider the assignment of scarce resources to meet customer satisfaction. Therefore, it is important to develop methodologies

* Autor de correspondencia: teléfono + 57 +2 + 321 21 67, fax: + 57 +2 + 339 84 62, correo electrónico: josorio@pino.univalle.edu.co (J. Osorio).

to achieve this objective. The hierarchical production planning and control is a way to address the problem that can reduce its complexity and reach good solutions in reasonable computational time. In this paper, we present a hierarchical approach to solve the production planning and control problem in a flexible job shop configuration. Although non-optimal, as expected, we obtain good solutions as shown in the validation of the method.

----- *Keywords:* Hierarchical planning, production planning, job shop scheduling, flexible job shop.

Introducción

Tradicionalmente se ha considerado que la gestión de las operaciones está enfocada en el logro de objetivos aparentemente en conflicto, tales como: la satisfacción de los clientes, el control de los inventarios y la utilización de los recursos. Esto ha llevado al desarrollo de técnicas que permitan obtener una planificación y programación de las actividades de producción direccionadas en principio a alguno de dichos objetivos y en algunos muy pocos casos al logro simultáneo de al menos dos de ellos (enfoque multiobjetivo). Una de estas técnicas es el denominado enfoque jerárquico para la planificación de la producción. Este considera el problema de la planificación, descomponiéndolo en subproblemas interrelacionados de manera tal que al resolver los subproblemas se obtiene la solución al problema original, buscando disminuir la complejidad de su manejo y ganar velocidad de procesamiento junto con menores exigencias desde el punto de vista computacional, que si se abordara el problema total.

Existen también diferentes sistemas de producción de acuerdo con el flujo de los productos o los procesos. Entre ellos se pueden mencionar los sistemas continuos de fabricación, los sistemas *flow shop* o fabricación en línea y los sistemas *job shop* o taller de tareas. Particularmente, en los sistemas *job shop* se fabrican pequeños lotes de una gran variedad de productos; cada producto presenta una secuencia diferente tanto en las operaciones como en el flujo a través del taller, y además, en la mayoría de los casos estos sistemas operan bajo el esquema *make to order*, es decir, se fabrica contra la orden de pedido del cliente.

Las características antes mencionadas, hacen de los sistemas *job shop*, sistemas altamente complejos para la programación de las operaciones que se llevan a cabo en ellos. Su importancia se ve realzada en cuanto que son muchas las empresas medianas y pequeñas que trabajan con este tipo de enfoque de producción. Entre los sistemas *job shop* existe el denominado *job shop* flexible, el cual tiene como característica adicional que las diferentes operaciones pueden ser procesadas en

cualquier máquina de un conjunto de ellas existentes en el taller. Este trabajo se concentra en proponer una aproximación al problema de programación del *job shop* flexible (*flexible job shop scheduling problem*).

A continuación se presenta una discusión inicial sobre la planificación jerárquica, señalando los principales trabajos publicados al respecto. Igualmente se define el problema del *job shop* flexible y particularmente se trata lo relacionado con su programación. Finalmente se presenta una propuesta original sobre cómo abordar este problema desde la planificación jerárquica.

La planificación jerárquica de la producción

Es importante resaltar que la planificación de la producción es parte de lo que suele denominarse corrientemente como Sistema de Gestión de la Producción y las Operaciones (SGP). En ese sentido, la planificación está relacionada con otros componentes de este sistema tales como la programación (para algunos autores incluida en la planificación), la dirección y el control. Una empresa de manufactura debe planificar sus operaciones en distintos niveles y operar cada uno de dichos niveles buscando la mejor eficacia y efectividad para todo el sistema en su conjunto [1]. Adicionalmente, en las empresas de tipo manufacturero, la planificación de su operación se convierte en el núcleo central de dicho sistema. El problema de la planificación de la producción reviste un carácter complejo dada la cantidad de elementos que involucra y las múltiples interrelaciones existentes entre ellos; esto ha hecho que en torno a la solución del mismo se hayan desarrollado gran cantidad de trabajos. Algunos derivados de la práctica, tales como MRP (ERP), JIT y TOC. Otros con un carácter eminentemente académico, es decir, posibilidades de modelación y solución al problema con enormes dificultades al intentar introducir una representación cercana a la realidad y que suelen señalarse como modelos de planificación monolíticos, casi siempre modelos matemáticos. Como un punto intermedio entre los mencionados, surge una corriente

relativamente nueva con un grado de desarrollo importante en los últimos años y que se apoya en una visión jerárquica del sistema objeto de trabajo. Tal aproximación, denominada Planificación Jerárquica de la Producción (*Hierarchical Production Planning*), reconoce en el sistema de gestión de la producción diversos niveles u horizontes con problemas de decisión particulares, con un manejo agregado del tiempo y de los datos de las diversas entidades identificables, y con la exigencia fundamental de lograr sinergia entre las diferentes decisiones que se toman en tal sistema [2]. Los primeros trabajos que abordan el problema de la planificación de la producción desde la perspectiva jerárquica son los desarrollados por Hax y Meal [3]. Después de este trabajo, se presentaron otros que complementaban el mismo, especialmente en lo referente a la agregación y desagregación y al ambiente de manufactura específico [4, 5, 6] pero alrededor de la conceptualización y el sustento teórico del enfoque solamente aparecen trabajos serios al respecto hasta 1995 cuando Schneeweiss [7] presenta una estructura sólida y coherente de los modelos jerárquicos en las organizaciones, llevando su enfoque al contexto de los modelos de toma decisiones distribuidas y a los modelos de soporte a la toma de decisiones. Siguiendo el desarrollo de los modelos jerárquicos, Bitran y Tirupati [8] hacen una presentación interesante y completa acerca de los trabajos desarrollados en planificación jerárquica de la producción después del de Hax y Meal. Otros trabajos que son importantes de considerar dentro del contexto de evolución de los modelos jerárquicos y sus aplicaciones en el problema de planificación y control de producción, son los desarrollados por Nagi [9] y Mehra [10]. Los principales aportes del modelo desarrollado por Nagi están en la consideración de múltiples productos, la información aleatoria en la utilización de las máquinas y la prueba de optimalidad para el caso perfecto. Por su parte Mehra desarrolla un modelo cuyo objetivo es minimizar los costos de mantener inventarios de productos en proceso y productos terminados y los costos por órdenes pendientes, y complementa la formulación de su propuesta, incluyendo restricciones

de capacidad, ecuaciones de estado de inventarios y restricciones que aseguran la factibilidad del plan de producción agregado. En un trabajo posterior, Schneeweiss [11] desarrolla de manera más amplia los elementos del sistema jerárquico, que se pueden apreciar en el figura 1 presentando una propuesta sólida frente a uno de los aspectos más importantes, la anticipación, la cual es considerada como uno de los principales conceptos que define el fenómeno de la jerarquía, y pueden distinguirse cuatro tipos.

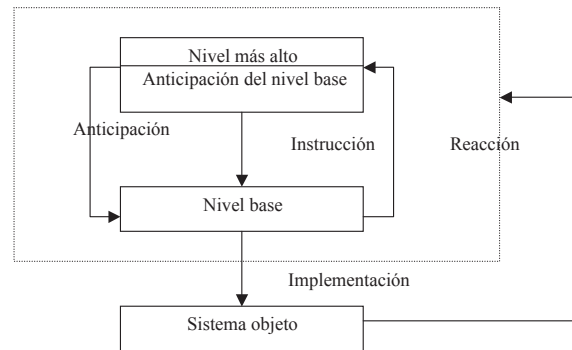


Figura 1 Interdependencia de los sistemas jerárquicos [7]

La anticipación perfecta en la cual, el nivel superior considera el efecto de sus decisiones en el nivel inferior, antes de definir la instrucción. En este caso, se modela completamente el comportamiento del nivel inferior para tomar la decisión del nivel superior.

La anticipación perfecta aproximada: el nivel superior considera algunos aspectos de su decisión en el nivel inferior antes de emitir la instrucción.

La anticipación implícita: igual que en la anterior, se contemplan algunos aspectos, en este caso más generales que los de la categoría anterior, antes de emitir la instrucción para el nivel inferior.

La anticipación no reactiva: no considera el efecto de las instrucciones en el nivel inferior antes de emitirlas.

Dentro de las aplicaciones en sistemas de producción se pueden comentar las presentadas en las re-

ferencias [12-26]. Todos estos trabajos, se aplican en ambientes reales de manufactura, y se sustentan especialmente por modelación matemática.

Los ambientes *job shop* y el problema del *job shop* flexible

Un ambiente *job shop* se caracteriza por la producción de lotes relativamente pequeños de una amplia variedad de productos, los cuales tienen muy poco grado de estandarización; en estos ambientes se emplean equipos de escasa especialización, los cuales se suelen agrupar en centros de trabajo a partir de la función que desarrollan. Estos equipos suelen ser versátiles y permiten ejecutar operaciones diversas lo cual genera la posibilidad de obtener una amplia variedad de salidas para el proceso [27]. Con respecto a la programación de las operaciones, la problemática existente en un *job shop* considera que los pedidos han de pasar por centros de trabajo (una máquina, un operario o un conjunto de ellos) diferentes para realizar distintas operaciones. Un pedido puede encontrar el centro de trabajo ocupado con otro pedido, o puede darse la situación contraria, es decir, que el centro de trabajo termine su operación y deba quedar esperando un próximo trabajo para continuar operando. La programación entonces busca cumplir con las fechas de entrega, reducir las esperas de los trabajos y llevar los tiempos ociosos al mínimo, lo cual es una tarea que revierte en complejidad.

En el problema específico del *job shop* se tiene que hay un conjunto de trabajos y un conjunto de máquinas. Cada trabajo consiste en una secuencia de operaciones, las cuales se realizan en una de las máquinas durante un tiempo definido (tiempo de procesamiento). Una vez iniciada la operación en una máquina, en general se asume que no se puede interrumpir. Cada máquina realiza solamente una operación a la vez. Un programa entonces, consiste en asignar y secuenciar las operaciones a las máquinas en un orden definido, de manera que el problema es encontrar el programa que satisfaga el criterio establecido, el cual generalmente está asociado con la terminación de todas las operaciones de todos los trabajos en el menor tiempo posible. Los criterios más

comunes mediante los cuales se valoran los objetivos de utilizar de la mejor manera posible los recursos y prestarle el mejor servicio al cliente en la programación de un *Job Shop*, incluyen minimizar los valores máximo y medio del tiempo de flujo, del tiempo de finalización (*makespan*), de la tardanza (*tardiness*) y del retraso (*lateness*), y minimizar el número de trabajos retrasados [28]. Si los trabajos no se consideran todos con igual importancia, puede encontrarse un valor ponderado aplicando un factor de ponderación propio para cada trabajo [29].

La dimensionalidad del problema del *job shop* viene dada por $n \times m$, siendo n el número de trabajos y m el número de máquinas, de tal manera que se tienen al menos $(n!)^m$ posibles soluciones generándose una explosión combinatoria al crecer n y m . El crecimiento exponencial del número de posibles soluciones hace que este problema sea reconocido como *NP-hard* [30]. La completa enumeración de todas estas posibilidades para identificar el programa óptimo no es práctico y supremamente demandante de recursos de computación. Se ha demostrado que este problema puede ser considerado *NP-Hard* aún para el caso de minimizar el *makespan* en un *job shop* con tres trabajos y tres máquinas si se permiten las interrupciones [31].

Por su parte el problema del *job shop* flexible es considerado como una variante del problema del *job shop* original, aunque tratado en la literatura de una manera mucho menor. Sin embargo, es un caso muy interesante y frecuente en los ambientes manufactureros, en el cual, los trabajos que se deben procesar pueden asignarse a cualquier máquina de un conjunto de máquinas establecido, donde los tiempos de operación o costos asociados al trabajo en las máquinas pueden ser diferentes. Por tanto, el problema del *job shop* flexible (*Flexible Job Shop Scheduling Problem: FJSSP*) es planear y organizar un conjunto de tareas que deben procesarse en un conjunto de recursos con restricción de operación. Según algunos autores este problema es más complejo que el del *job shop* debido a la necesidad de asignar las operaciones [32].

Generalmente se consideran dos pasos para la solución del FJSSP: primero, asignar las tareas a los recursos y después, secuenciar dichas tareas de acuerdo con la asignación realizada en el primer paso, lo que algunos autores han denominado equivocadamente modelos jerárquicos [33, 34]. Este enfoque debe entenderse como un modelo de planificación por niveles, que resultaría jerárquico solo en la medida en que contemplase algún tipo de agregación. Así como está planteado, en el primer nivel se hace la asignación de tareas a máquinas y en el segundo nivel, se secuencian las tareas en cada máquina. También existen trabajos donde se busca resolver el problema de asignación y secuenciación en un solo paso. Estos modelos suelen llamárseles monolíticos y se caracterizan fundamentalmente por incluir modelación matemática de gran complejidad no solo en su formulación, sino principalmente en su solución [32, 35-43]. Si bien el concepto de agregación no se trabaja en los artículos presentados, es importante destacar el planteamiento del enfoque jerárquico como alternativa a la solución del *job shop* flexible, lo cual no solamente abre posibilidades de futuras investigaciones, sino que sustenta de manera importante el esfuerzo asociado a la realización de este trabajo.

Respecto a los enfoques presentados como jerárquicos, nuevamente se resalta que la mayoría de ellos realmente son más trabajos por niveles. Sin embargo, sí existe un registro sobre un trabajo que utiliza el enfoque jerárquico para la solución de un *job shop* que aunque no se presenta como flexible, claramente lo es. Este trabajo se encuentra en el libro *Applied mathematical programming* de los profesores del MIT, Bradley, Hax y Maganti [44]. El problema en concreto, considera un *job shop* en la naval, donde es necesario tanto la definición de los recursos de manufactura (maquinaria y personas) que es claramente un problema de asignación, como el secuenciamiento de las órdenes. Los autores, plantean dos niveles para la solución. Un nivel agregado en el cual definen un plan agregado de producción que determina las necesidades de recursos (asignación de maquinaria y personas a las tareas) y después, con el

resultado del plan agregado van al nivel inferior y mediante un modelo de simulación resuelven el problema del *scheduling*. Aunque este trabajo no está referenciado en los artículos actuales sobre el *job shop* flexible, es indudable que se trata de un antecedente importante para este problema y realmente, uno de los pocos que se plantea un enfoque que se puede denominar jerárquico.

En general, la mayoría de los trabajos presentados corresponden a los últimos años, dado que la atención en el *job shop* flexible por parte de los investigadores está sustentado en las características actuales de los centros productivos, en los que la flexibilidad juega un papel fundamental y por tanto, se cuenta con máquinas multifuncionales que pueden procesar en cualquier momento cualquiera de los productos de la compañía. En este campo entonces, el terreno aún es muy fértil y el camino que resta por avanzar es mucho mayor que el recorrido.

Modelo para la planificación jerárquica de la producción en un *job shop* flexible

El modelo busca resolver el problema mediante la definición de dos niveles, cada uno de los cuales tiene asociado diferentes problemas de toma de decisiones. Antes de presentarlos, se configura el *job shop* flexible considerado para el modelo.

Configuración del *job shop* flexible

En el modelo propuesto se consideran I máquinas ($I = 1, 2, \dots, M$) y J trabajos ($J = 1, 2, \dots, N$). Ahora, en el nivel superior se conforman R centros de trabajo ($R = 1, 2, \dots, L$). Cada centro de trabajo está conformado por i máquinas ($i = 1, 2, \dots, m$) de tal manera que $i \in I$. A cada centro R se le asignan j trabajos ($j = 1, 2, \dots, n$) siendo $j \in J$. Cada trabajo j implica o operaciones ($o = 1, 2, \dots, k$) y cada operación o de un trabajo j tiene definido un tiempo de procesamiento en la máquina i , p_{oji}

En este problema además, se tienen las siguientes consideraciones:

- Todos los trabajos están disponibles para empezar a ser procesados en el instante $t = 0$.
- Todas las máquinas se encuentran listas para la operación en $t = 0$.
- No se permite la interrupción de los trabajos en las máquinas, es decir, que una vez inicia una operación en una máquina ésta solamente queda disponible hasta que la operación finaliza.
- Existe recirculación en el *job shop*, es decir, que un trabajo puede visitar una máquina en mas de una ocasión, permitiéndose inclusive que todas las operaciones de un trabajo sean procesadas en una única máquina.
- Hasta tanto una operación haya terminado su procesamiento, la máquina en la cual se este realizando dicha operación no se podrá considerar disponible para ningún otro trabajo.
- Todos los trabajos tienen la misma prioridad dentro del sistema.
- Una vez finalice el proceso de una operación en cualquier máquina, ésta automáticamente queda disponible para recibir la siguiente operación. No se consideran tiempos de alistamiento.
- Todas las máquinas pueden realizar todas las operaciones (flexibilidad total)
- Los tiempos de procesamiento de las operaciones en las máquinas son conocidos y determinísticos.
- El tiempo total de proceso para un trabajo J es la suma del tiempo de proceso de cada una de las operaciones que lo componen. No se consideran alistamientos ni tiempos de parada.
- Existe restricción de secuencia en las operaciones de cada uno de los trabajos J , es decir, que la operación $o_{j,2}$ solamente podrá comenzar a ser procesada en la máquina respectiva una vez finalice completamente la operación $o_{j,1}$.

- No se consideran tiempos de transporte para los trabajos entre una y otra máquina.
- Un trabajo solamente se considerará terminado en el momento en que todas sus operaciones hayan sido procesadas completamente.

El problema del nivel superior

En este nivel, el problema es solamente la asignación de los trabajos a los centros de trabajo, de manera que se minimice la sumatoria de los tiempos de ejecución, pero se busca también que los centros de trabajo estén balanceados, es decir, que no se recargue uno solo, puesto que si esto llega a suceder, el *makespan*, es decir, el máximo tiempo de terminación de todos los trabajos, tendería a incrementarse, puesto que el centro mayor cargado sería el que determine el último tiempo de terminación, por tanto, lo que se debe buscar es que todos los centros tengan una carga similar y de esa manera, el tiempo de terminación de cada uno sea equivalente, para lograr un mejor valor de *makespan*.

La agregación

El modelo propuesto presenta dos tipos de agregación, el de las operaciones en trabajos y el de las máquinas en centros de trabajo.

Agregación de las operaciones en trabajos

En este sentido, se considera que un trabajo tiene un tiempo de procesamiento equivalente a la suma de los tiempos de procesamiento de todas las operaciones que lo componen, sin contar tiempos de alistamiento o paradas en el proceso.

Respecto a la agregación de las máquinas, es un procedimiento más complejo, y para llegar a una agregación “buena” se realizaron varios experimentos, de los cuales se presenta el que finalmente arrojó mejores resultados. En este campo sin embargo, todavía hay muchas líneas para continuar la investigación.

Agregación de máquinas en centros de trabajo

Se agregan las máquinas de acuerdo con los valores máximo y mínimo de los tiempos de ejecución de los trabajos en cada una de ellas. Dichos valores son obtenidos en el proceso de agregación de los trabajos. Se plantea agrupar en un mismo centro las máquinas que presenten los valores mínimos con las que presenten los valores máximos, es decir, emparejamiento selectivo, para que haya una distribución de la variación y cuando se de la asignación de los trabajos, las operaciones tengan la probabilidad de ejecutarse en tiempos cortos en cualquiera de los centros de trabajo. Esta agregación además contiene en si la agregación de las operaciones en los trabajos y de hecho, es a partir del resultado de esta agregación que se conforman los centros de trabajo.

Otros aspectos sobre agregación

Con respecto a los resultados experimentales, se pueden plantear los siguientes principios básicos para obtener una agregación (específicamente en este caso, se refiere a la agregación de las máquinas) que permita una solución cercana al óptimo:

- *El número mínimo de máquinas en un centro, debe ser igual o mayor al máximo número de operaciones que conformen un trabajo.* Este principio se sustenta en el propósito de minimizar el *makespan*, puesto que a menor número de máquinas en el centro, se obligará al trabajo a visitar una máquina más de una vez. Aunque en el modelo la recirculación es permitida y puede generar buenos resultados, debe ser producto del análisis y no una restricción impuesta por el tamaño del centro de trabajo.
- *Un centro de trabajo, entre más grande, más opción de selección.* En la medida que el centro de trabajo tenga un número de máquinas mayor o igual que el máximo número de operaciones, garantizará más opciones de selección al momento de asignar las operaciones y por consiguiente, existe mayor

posibilidad de encontrar una secuencia que minimice el *makespan*.

- *Los centros de trabajo deben conformarse de manera tal que en uno mismo coexistan máquinas con tiempos de proceso altos y bajos para un mismo trabajo.* El centro debe representar el problema total de la mejor manera, por tanto, las máquinas que lo conforman no pueden en ningún momento ser las más rápidas o las más lentas, puesto que al buscarse un balance de cargas y un *makespan* mínimo, si se asignan trabajos a centros que presentan alta variación, el resultado final, el del problema global se verá afectado.
- *No se debe subestimar la sencillez en la agregación.* Una agregación basada en el conocimiento empírico, en la distribución de la planta o simplemente en el azar, puede generar una buena solución. Lo importante, es conservar lo previsto en los dos principios anteriores y buscar siempre entre varias alternativas.

El modelo para la asignación

Para resolver el problema del nivel agregado, se ha planteado un modelo de programación lineal que logra la asignación óptima de los trabajos a los centros, minimizando el tiempo total de terminación y balanceando la utilización de los mismos.

En el modelo se define una variable **Z** equivalente al *makespan*, de tal manera que

$$Z = \text{Max} \sum_{J=1}^N \sum_{R=1}^L T_{R,J} X_{R,J} \quad (1)$$

Donde $T_{R,J}$ son los tiempos de procesamiento del trabajo J en el centro R y $X_{R,J}$ es una variable binaria mediante la cual se define si el trabajo J se procesa o no en el centro R. Para el cálculo de los tiempos de procesamiento agregados, se consideran tanto la alternativa del promedio como la del producto del coeficiente de variación por el rango. En este modelo, esta propuesta presenta

buenos resultados para el *makespan*. Se busca el valor mínimo de Z mediante el siguiente modelo de programación lineal:

$$\text{Min } Z \quad (2)$$

$$\text{s.a: } Z \geq \sum_{J=1}^N T_{R,J} X_{R,J} \quad \forall R, R = 1 \dots L \quad (3)$$

$$\sum_{R=1}^L X_{R,J} = 1 \quad \forall J, J = 1 \dots N \quad (4)$$

$$X_{RJ} = \begin{cases} 1 & \text{si el trabajo } J \text{ se asigna al centro } R \\ 0 & \text{de lo contrario} \end{cases} \quad (5)$$

En (1) se tiene la definición del *makespan*, es decir, el máximo tiempo de terminación de todos los trabajos. Se ha definido (2) para buscar el valor mínimo mediante un modelo de programación lineal. Las restricciones presentadas en (3) garantizan un balance de los centros de trabajo y las de (4) garantizan que cada trabajo sea asignado a un solo centro. Es un modelo sencillo que genera $L+N$ restricciones y $(L*N)+1$ variables, donde L es el número de centros de trabajo creados en la agregación y N el número de trabajos que deben ser programados. Es una cantidad considerablemente menor que si se abordase el problema sin agregar y esta reducción de variables y restricciones favorece el tiempo de solución del modelo. El resultado del modelo entonces, es la asignación de los trabajos J a los centros R , el cual se convierte en una instrucción directa para el nivel detallado.

El problema del nivel detallado

En el nivel inferior o detallado, se realiza inicialmente la desagregación de los centros de trabajo en máquinas y de los trabajos en operaciones. Una vez se realiza esta desagregación, se tienen L subproblemas similares, en los cuales debe resolverse la asignación de las operaciones que conforman los trabajos - que fueron asignados en el nivel superior-, a las máquinas que conforman el centro de trabajo en el que dicho trabajo fue asignado; y una vez resuelta la asignación, se procede

a realizar el secuenciamiento de dichas operaciones en las máquinas (el problema del *scheduling*), para finalmente tener el programa de producción que define en qué momento y en cuál máquina se deben procesar las operaciones, que es en resumen el problema del *job shop* flexible.

Modelo para la asignación

Se define una variable z equivalente al *makespan* (en este caso es el *makespan* de las operaciones), de tal manera que:

$$z = \text{Max} \sum_{o=1}^k \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m p_{o,j,i} x_{o,j,i} \quad (6)$$

Donde la variable x_{oji} representa la decisión de procesar la operación o del trabajo j en la máquina i y p_{oji} es el tiempo de procesamiento de la operación o del trabajo j en la máquina i . Al igual que en el modelo de nivel superior se busca minimizar z .

Se tiene entonces:

$$\text{Min } z \quad (7)$$

$$\text{s.a: } z \geq \sum_{j=1}^n \sum_{o=1}^k p_{o,j,i} x_{o,j,i} \quad \forall i, i = 1 \dots m \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{o,j,i} = 1 \quad \forall o, o = 1 \dots k; \forall j, j = 1 \dots n \quad (9)$$

$$\begin{cases} x_{o,j,i} = 1 & \text{si la operación } o \text{ del trabajo } j \text{ se asigna a} \\ & \text{la máquina } i \\ & 0 \text{ de lo contrario} \end{cases} \quad (10)$$

En (8), se garantiza que la asignación busque un balance de las máquinas y además que se este logrando un *makespan* mínimo. Por su parte (9) garantiza que todas las operaciones sean asignadas y de hecho, que cada operación sea asignada a una sola de las máquinas.

Este modelo se debe correr tantas veces como centros de trabajo hayan sido definidos en la

agregación de máquinas en centros, es decir, **L** veces; de manera que todas las operaciones se asignen. Con todas las operaciones asignadas a una única máquina, el paso siguiente será la secuenciación de dichas operaciones en las máquinas respectivas.

Solución del *scheduling*

Este problema ha sido abordado de múltiples maneras a lo largo de la historia. El *job shop scheduling* es uno de los problemas combinatorios no polinomiales más investigados y el número de artículos y trabajos desarrollados en torno a su solución es enorme. Uno de los enfoques utilizados para la solución ha sido el empleo de modelos de simulación [45, 46], en los cuales se obtienen resultados interesantes para la solución del problema. Aunque dichos resultados no cuentan con garantía de optimalidad, pueden ser considerados buenos resultados, como podrá observarse en los resultados de la validación; además, debe consi-

derarse que el tiempo de respuesta es rápido y la herramienta flexible.

Es importante considerar que dado el carácter jerárquico del planteamiento, los problemas que se presentan para la simulación son relativamente pequeños y por tanto se puede esperar una buena solución del modelo, utilizando inclusive, el módulo de simulación para el job shop presentado en el programa WinQsb®.

Resultados y Discusión. Aplicación y validación del modelo

Para la aplicación del modelo se ha tomado el siguiente problema, el cual aparece en [34, 36]. Este problema consiste en 10 trabajos cada uno de ellos con tres operaciones que deben programarse en 10 máquinas, y la flexibilidad es total, es decir, que todos los trabajos pueden realizarse en cualquiera de las máquinas. Los datos se presentan en la tabla 1.

Tabla 1 Problema del *job shop* flexible 10 x 10 [34, 36]

	$O_{j,i}$	m1	m2	m3	m4	m5	m6	m7	m8	m9	m10
J1	O _{1,1}	1	4	6	9	3	5	2	8	9	5
	O _{1,2}	4	1	1	3	4	8	10	4	11	4
	O _{1,3}	3	2	5	1	5	6	9	5	10	3
J2	O _{2,1}	2	10	4	5	9	8	4	15	8	4
	O _{2,2}	4	8	7	1	9	6	1	10	7	1
	O _{2,3}	6	11	2	7	5	3	5	14	9	2
J3	O _{3,1}	8	5	8	9	4	3	5	3	8	1
	O _{3,2}	9	3	6	1	2	6	4	1	7	2
	O _{3,3}	7	1	8	5	4	9	1	2	3	4
J4	O _{4,1}	5	10	6	4	9	5	1	7	1	6
	O _{4,2}	4	2	3	8	7	4	6	9	8	4
	O _{4,3}	7	3	12	1	6	5	8	3	5	2
J5	O _{5,1}	7	10	4	5	6	3	5	15	2	6
	O _{5,2}	5	6	3	9	8	2	8	6	1	7
	O _{5,3}	6	1	4	1	10	4	3	11	13	9

	$O_{j,i}$	m1	m2	m3	m4	m5	m6	m7	m8	m9	m10
J6	O6,1	8	9	10	8	4	2	7	8	3	10
	O6,2	7	3	12	5	4	3	6	9	2	15
	O6,3	4	7	3	6	3	4	1	5	1	11
J7	O7,1	1	7	8	3	4	9	4	13	10	7
	O7,2	3	8	1	2	3	6	11	2	13	3
	O7,3	5	4	2	1	2	1	8	14	5	7
J8	O8,1	5	7	11	3	2	9	8	5	12	8
	O8,2	8	3	10	7	5	13	4	6	8	4
	O8,3	6	2	13	5	4	3	5	7	9	5
J9	O9,1	3	9	1	3	8	1	6	7	5	4
	O9,2	4	6	2	5	7	3	1	9	6	7
	O9,3	8	5	4	8	6	1	2	3	10	12
J10	O10,1	4	3	1	6	7	1	2	6	20	6
	O10,2	3	1	8	1	9	4	1	4	17	15
	O10,3	9	2	4	2	3	5	2	4	10	23

Los valores de la tabla corresponden a los tiempos de procesamiento de las operaciones en las máquinas. Como puede observarse, hay una gran variación entre estos valores, por lo cual una mala asignación de las operaciones a las máquinas puede generar grandes diferencias entre el valor del *makespan* que se obtenga con el valor óptimo. El valor óptimo de este problema es 7, y al aplicar el modelo propuesto, se llegó a obtener un valor en el *makespan* de 8, lo cual muestra que el modelo es efectivo para resolver el problema, más si se considera que lo hace con economía de tiempo y requerimientos computacionales. Se presenta la conformación de los centros obtenida para el valor de *makespan* referido y en las figuras 2 y 3 se muestran los resultados finales: Centro 1: máquinas m1, m2, m3, m4 y m5; Centro 2: máquinas m6, m7, m8, m9 y m10.

Otros problemas se solucionaron con este modelo, encontrándose resultados cercanos al óptimo, además se realizó una aplicación en un problema de flexibilidad parcial que pudo ser resuelto mediante el modelo.

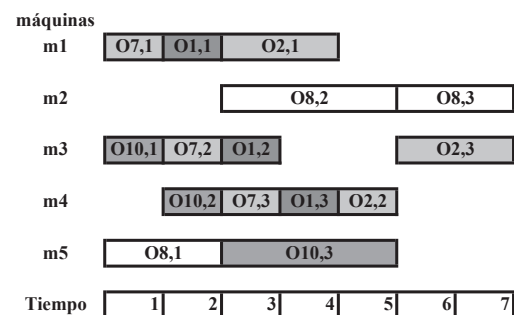


Figura 2 Resultado centro de trabajo 1 (agregación en dos centros) *makespan* 7

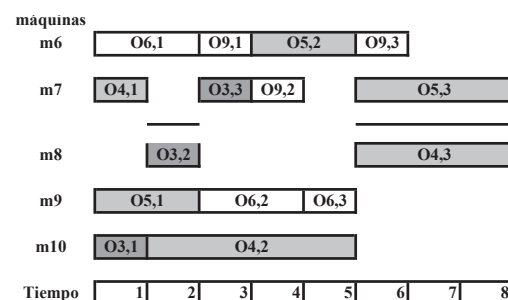


Figura 3 Resultado centro de trabajo 2 (agregación en dos centros) *makespan* 8

Conclusiones y propuestas para futuros trabajos

- Con respecto al enfoque jerárquico, se puede concluir que funcionó para resolver el problema del *job shop* flexible, lo cual es realmente significativo, si se tiene en cuenta que en la literatura existente no se había planteado hasta el momento un enfoque realmente jerárquico como el propuesto, es decir, que incluyera agregación de la información en el nivel superior con respecto al inferior.
- Otro elemento relevante, es la simplicidad del modelo, puesto que a diferencia de las investigaciones existentes en las cuales se evidencia un uso alto de metaheurísticos y procedimientos complejos, aquí se plantean soluciones más asequibles al mundo empresarial, y a la mediana o pequeña empresa, donde este tipo de configuración es muy común y por tanto, resolver el problema de una buena manera puede convertirse en un punto importante y diferenciador, que contribuya de manera significativa a la competitividad y permanencia de este tipo de negocios.
- Respecto a la agregación, la propuesta presentada permite obtener una buena solución, sin embargo, es importante continuar las investigaciones que permitan definir una agregación más eficiente mediante métodos más refinados y utilizando herramientas computacionales de mayor envergadura. Esto, con miras a acercar el modelo a una solución óptima, más como elemento académico que práctico, puesto que ya se mencionó anteriormente, que una ventaja de este modelo lo brinda su simplicidad.
- Con respecto a la agregación, también es importante destacar la sensibilidad del modelo frente a la misma (especialmente la de las máquinas en centros), ya que aún utilizando el mismo procedimiento para agregar, en el momento que cambie una máquina de un centro a otro, el resultado puede sufrir cambios importantes, por ello, debe experimentarse

más al respecto, de manera que se logren resultados más cercanos al óptimo mediante el refinamiento del modelo de agregación.

Referencias

1. R. B. Chase, N. J. Aquilano. *Dirección y administración de la producción y de las operaciones*. 6ª ed. Wilmington - Delaware. Ed. Addison- Wesley Iberoamericana. 1994. pp. 606 - 631.
2. G. Motoa, J. C. Osorio, J. P. Orejuela. *Planificación Jerárquica de la Producción (Hierarchical Production Planning)*. *El estado del arte y presentación de experiencias*. Documento de trabajo, Universidad del Valle, Cali. 2005. pp. 1 - 24.
3. A. Hax, H. Meal. *Hierarchical integration of production planning and scheduling*. Working paper. Massachusetts Institute of Technology. 1975. pp. 1 - 28.
4. G. R. Bitran, A. C. Hax. "On the design of hierarchical production planning systems". *Decision Sciences*. Vol. 8. 1977. pp. 28-55.
5. G. Bitran, E. Hass, A. Hax. "Hierarchical production planning: a single stage system". *Operations Research*. Vol. 29. 1981. pp. 717-743.
6. G. Bitran, E. Hass, A. Hax. "Hierarchical production planning: a two stage system". *Operations Research*. Vol. 30. 1982. pp. 232-251.
7. C. Schneeweiss. "Hierarchical structures in organizations: A conceptual framework". *European Journal of Operational Research*. Vol. 86. 1995. pp. 4-31.
8. G. R. Bitran, D. Tirupati. "Hierarchical production planning". Working Paper. *Sloan School of Management*. Massachusetts Institute of Technology. 1989. pp. 1 - 62.
9. R. Nagi. *Design and operation of hierarchical production management systems*. Thesis Report Ph.D. University of Maryland, Ph.D. 1991. pp. 91-13.
10. A. Mehra. *Hierarchical production planning for Job Shops*. Thesis Report Ph.D. University of Maryland, Ph.D. 1995. pp. 95-5.
11. C. Schneeweiss. "Distributed decision making - a unified approach". *European Journal of Operational Research*. Vol. 150. 2003. pp. 237-252.
12. T. Miller, J. Liberatore. "Evaluating strategic capacity decisions: the use of a hierarchical production planning

- system", *Industrial Management and Data Systems*. Vol. 93. 1993. pp. 29-34.
13. L. R. McDonnell, F.C. Lario Esteban, E. V. Salort, J. L. Burbidge. "Hierarchical model to design manufacturing systems applied to a metal - mechanic company". *Production Planning and Control*. Vol. 7. 1995. pp. 512-517.
14. L. Özdamar, N. Tetis, A. Ö. Atli. "A modified hierarchical production planning system integrated with MRP: case study". *Production Planning & Control*. Vol. 8. 1997. pp. 72-87.
15. L. Özdamar, M.A. Bozyel, I. Birbil. "A hierarchical decision support system for production planning (with case study)". *International Journal of Operational Research*. Vol. 104. 1998. pp. 403-422.
16. L. Weinstein, C.H. Chung. "Integrating maintenance and production decisions in a hierarchical production planning environment". *Computer and Operations Research*. Vol. 26. 1999. pp. 1059-1074.
17. M.E. Alemany. "Propuesta de Descomposición Jerárquica para una Empresa del Sector Cerámico". *Reporte Interno Grupo GIP*. Universidad Politécnica de Valencia. España. 2001. pp. 18 - 84
18. M.E. Alemany. "Proceso de Agregación de la Información para una Empresa del Sector Cerámico". *Reporte Interno Grupo GIP*. Universidad Politécnica de Valencia. España. 2001. pp. 20 - 79
19. M. M Qiu, L. D. Fredendall, Z. Zhu. "Aplication of Hierarchical production planning in a multiproduct, multi machine environment". *International Journal of Production Research*. Vol. 39. 2001. pp. 2803-2816.
20. G. Karumanasseri, S. Abourizk. "Decision support system for scheduling steel fabrication projects". *Journal of Construction Engineering and Management*. Vol. 128. 2002. pp. 392-399.
21. A. Respicio, M. E. Captivo, A. J. Rodríguez. "A DSS for Production Planning and Scheduling in the Paper Industry". DSI Age-2002. *International Conference on Decision Making and Decision Support in the Internet Age*. University College Cork. Cork, Ireland. 2002. pp.298-308.
22. I. Tisher, A. Carrión. "La planificación jerárquica y su aplicación a la cosecha de la caña de azúcar". *Ingeniería y Competitividad*. Vol. 4. 2003. pp. 42-52.
23. H. Tsubone, Y. Ishikawa, H. Yamamoto. "Production planning system for a combination of make to stock and make to order products". *International Journal of Production Research*. Vol. 40. 2002. pp. 4835-4851.
24. H. S. Yan. "Practical solution approaches to solve a hierarchical stochastic production planning problem in a flexible automated workshop in china". *IIE Transaction*. Vol. 35. 2003. pp. 113-115.
25. C. A. Soman, D. P. van Donk, G. Gaalman. "Combined make-to-order and make-to-stock in a food production system". *International Journal of Production Economics*. Vol. 90. 2004. pp. 223-235.
26. H. S. Yan, X. D Zhang, M. Jiang. "Hierarchical production planning with demand constraints". *Computers and Industrial Engineering*. Vol. 46. 2004. pp. 533-551.
27. J. A. Domínguez Machuca, M. J. Álvarez Gil, M. A. Domínguez Machuca, S. G. González, A. Ruiz Jiménez. *Dirección de operaciones-Aspectos estratégicos en la producción y los servicios*. McGraw Hill, España. 1995. pp. 142 - 151
28. A. S. Jain, S. Meeran. "A state of the art review of job shop scheduling techniques". Working paper, Department of applied physics, electronic and mechanical engineering. University of Dundee, Dundee, Scotland. 1998. pp. 1 - 48
29. D.Sipper, L. Robert, Bulfin Jr. *Planeación y control de la producción*. MacGraw Hill. México. 1998. pp. 398 - 428
30. A. S. Jain, S. Meeran. "Deterministic Job shop scheduling: past, present and future". *European Journal of Operational Research*. Vol. 113. 1999. pp. 390-434.
31. Y. N. Sotskov, N.V. Shakhlevich. "NP-hardness of shop-scheduling problems with three jobs". *Discrete Applied Mathematics*. Vol. 59. 1995. pp. 237 - 266.
32. K. Cansen, M. Mastrolilli, R. Solis-Oba. "Approximation algorithms for flexible job shop problems". *Proceedings of Latin America Theoretical informatics*. (LATIN 2000) LNCS 1776. 2000. pp. 68 - 77.
33. P. Brandimarte, M. Calderini. "A hierarchical bicriterion approach to integrated process plan selection and job shop scheduling". *International Journal of Production Research*. Vol. 33. 1995. pp. 161-181.
34. W. Xia, Z. Wu. "An effective hybrid optimization approach for multi objective flexible job shop scheduling problems". *Computers Industrial engineering*. Vol. 48. 2005. pp. 409 - 425.
35. M. Mastrolilli, L. M. Gambardella. *Effective neighborhood functions for the flexible job shop problem*. Working paper. IDSIA. Istituto Dalle Molle di Studi sull'Intelligenza artificiale. 2000. pp. 1 - 24

36. I. Kacem, S. Hammadi, P. Borne. "Pareto optimality approach for flexible job shop scheduling problems: hybridization of evolutionary algorithms and fuzzy logic". *Mathematics and computers in simulation*. Vol. 60. 2002. pp. 245 – 276.
37. I. Kacem. "Scheduling flexible job shops: a worst case analysis an evolutionary algorithm". *International Journal of Computational Intelligence and Applications*. Vol. 3. 2003. pp. 437 – 452.
38. J. K. Kim, K. Park, J. Ko. "A symbiotic evolutionary algorithm for the integration of process planning and job shop scheduling". *Computers and Operations Researchs*. Vol. 30. 2003. pp. 1151 – 1171.
39. C. Rigao, V. Amaral, M. Laguna. "Tardiness minimization in a flexible job shop: a tabu search approach". *Journal of Intelligent Manufacturing*. Vol. 15. 2004. pp. 103 – 115.
40. N. Zribi, I. Kacem, E. Elkamel. "Hierarchical Optimization for the Flexible Job-Shops Scheduling Problem". *11th IFAC Symposium on Information Control Problems in Manufacturing*. (Incom04). Brasil. 2004. pp. 1 - 7.
41. N. B. Ho, J. C. Tay. *Evolving dispatching rules for solving the flexible job shop problem*. Working paper. School of computer engineering, Nanyang Technological University, Singapore. 2005. pp. 1-8.
42. S.A. Torabi, B. Karimi, S.M.T. Fatemi Ghomi. "The common cycle economic lot scheduling in flexible job shops: The finite horizon case". *International Journal of Production Economics*. Vol. 97. 2005. pp. 52-65.
43. T. Ivan, T. Uozumi, Y. Morotome. "Hybrid evolutionary algorithm base real world flexible job shop scheduling problem: application service provider approach". *Applied soft computing*. Vol. 5. 2004. pp. 87 – 100.
44. H. Bradley, Magnanti. *Applied Mathematical Programming* Addison-Wesley. 1a ed. 1977. pp. 425 - 452.
45. G. R. Bitran, M. Dada, O. Luis, Sison Jr. *A simulation model for job shop scheduling*. Working paper. Sloan School of Management, Massachusetts Institute of Technology. (1983). pp. 1 - 73.
46. R. Tavakkoli-Moghaddam, M. Daneshmand-Mehr. "A computer simulation model for job shop scheduling problems minimizing makespan". *Computers and Industrial Engineering*. Vol. 48. 2005. pp. 811-823.