

Aproximación por lógica difusa de la serie de tiempo “*demanda diaria de energía eléctrica*”

Forecasting time series. Short-term electrical power using fuzzy logic

Héctor Tabares^{1*}, Jesús Hernández²

¹ Departamento de Ingeniería Eléctrica, Facultad de Ingeniería. Universidad de Antioquia. Apartado Aéreo 1226, Calle 67 N.º 53-108. Medellín, Colombia

² Universidad Nacional de Colombia, Calle 59 N.º 63 - 20. Apartado Aéreo 568. Medellín, Colombia

(Recibido el 20 de junio de 2007. Aceptado el 6 de noviembre de 2008)

Resumen

En los recientes desarrollos de control difuso, el paradigma de aproximación universal ha sido muy común. Los sistemas difusos son aproximadores universales de una función continua en un compacto X . El objetivo de este trabajo consiste en hallar una función $F(x)$ obtenida con Lógica Difusa (LD) que permita mapear el consumo de energía eléctrica, sector residencial, en la ciudad de Medellín. El vector de variable de entrada es la demanda total de electricidad en un período de 24 horas.

----- *Palabras clave:* Lógica difusa, demanda de electricidad.

Abstract

In recent developments of fuzzy logic, the paradigm of universal proximity is very common. The fuzzy systems are estimates of a continuous function in a X group. The objective of this work is to find out a $F(x)$ function with Fuzzy Logic (FL) that will allow to map out daily electrical power curves in a residential sector, in the city of Medellín. The variable input vector is the total electricity required for a 24 hour period (t).

----- *Keywords:* Fuzzy logic, daily electrical power curves.

* Autor de correspondencia: teléfono: + 57 + 4 + 250 57 57, fax + 57 + 4 + 263 82 82, correo electrónico htabares@udea.edu.co. (H. Tabares).

Introducción

El uso de reglas lingüísticas y razonamiento aproximado es el más simple y fácil a la hora de resolver algunos problemas concretos de control, sin necesidad de otras técnicas más sofisticadas. Su mayor ventaja es la capacidad de detectar situaciones incipientes, en comparación con la lógica binaria basada en umbrales, así mismo, incorpora el lenguaje común al diseño de sistemas de control, hecho que se tornó muy importante a la hora de incluir el conocimiento empírico de los operadores del proceso. El hecho de que los métodos difusos no requieran de un modelo analítico riguroso del sistema a controlar facilita en gran medida su proceso de diseño, en particular, en sistemas no lineales [1, 2]. Posiblemente la lógica difusa (LD) deba ser la vía, al menos inicialmente, para abordar el control de un proceso complejo, poco conocido y/o con especificaciones poco definidas. Los que por el contrario, se oponen al uso de la generalización de las técnicas difusas, consideran sus soluciones una mera interpolación con pocas garantías de conseguir un rendimiento óptimo en la mayor parte de los casos. No obstante, las herramientas difusas deben ser consideradas como una opción más en la resolución de problemas sin proclamar a priori su bondad en un entorno general. En este sentido, la LD intrínsecamente maneja información (datos) de tipo aproximado, o con incertidumbre. Las dos cuestiones fundamentales en un sistema difuso son: el tratamiento de la incertidumbre y la interpretabilidad (legibilidad). En cuanto a la primera, el sistema es completamente determinista, por lo que el argumento de que los sistemas difusos manejan información incierta o imprecisa no es aplicable. En cuanto a la segunda cuestión, para conseguir un buen ajuste suele ser necesario un gran número de reglas con un gran número de parámetros ajustables y, posiblemente con una forma ilegible de las funciones de pertenencia o modelos locales. Por otra parte, los sistemas difusos son favorables porque su comportamiento puede ser explicado con base en reglas difusas y de esta forma su desempeño puede ser ajustado modificando estas reglas. Sin embargo la adquisición

del conocimiento es difícil y, además, el universo de discurso de cada variable necesita ser dividido en intervalos, por lo que las aplicaciones de los sistemas difusos se restringen a problemas en los cuales el conocimiento esta disponible en un número de variables pequeño. De todas formas, la compilación de unas herramientas definitivas para el diseño de reguladores difusos todavía no esta clara, ni su diferencia con un compendio de técnicas de control no lineal. Mucho menos, si se intenta mantener la interpretabilidad de los resultados lingüísticos. La utilización de LD como herramienta de razonamiento aparece en los sistemas de diagnóstico y supervisión industrial cuando se dispone de la suficiente información para explicar reglas razonablemente exactas. En múltiples aplicaciones ha tenido un éxito significativo [3], algunas de tipo emblemático como los hornos de cemento [4] y el tratamiento de aguas residuales [5], y otras como el control de plantas solares [6] de difusión más reciente. En entornos con información deficiente, posiblemente sea más adecuado un enfoque probabilístico. En lo que respecta al pronóstico de la demanda de energía eléctrica, el control aplicando LD se hace codificando reglas dadas directamente por el operador. El objetivo de este trabajo es presentar una metodología de control basada en la LD para mapear el consumo de energía eléctrica horaria del sector residencial en la ciudad de Medellín. Por lo tanto, este artículo comienza haciendo una introducción a la LD. Seguidamente se plantea el problema a resolver. Luego se estudia la modelización propuesta usando LD, poniendo de relieve su superioridad para modelar fenómenos no lineales. Se finaliza exponiendo conclusiones relevantes de este trabajo investigativo.

Lógica difusa (LD)

Sin pretender ser exhaustivos hacemos una breve introducción a la LD. Se remite al lector interesado en profundizar en el tema a las referencias [7, 8]. La biología argumenta que el ser humano esta equipado con cinco sensores básicos conectados a una red neuronal que transmite la información captada hacia el cerebro donde es procesada, ge-

nerándose una respuesta de reacción o estímulo. La información percibida por los sensores, es comunicada por el ser humano usando expresiones como: “Escucho *MUY* mal”, “La iluminación *esta un poco tenue*”, “hace *MUCHO* frío”, etc. Es decir que para expresarse usa valores lingüísticos llamados difusos, en vez de valores numéricos continuos. Significa entonces que el elemento clave en el pensamiento humano no son número sino etiquetas lingüísticas. Por esa razón, se habla que la mente trabaja con lógica fundamentada en términos difusos, y a ello se le conoce como LD o Lógica Borrosa [9]. La LD es un tipo de lógica que identifica un intervalo de valores más allá que simples opciones de falso o verdadero. Con ella las proposiciones pueden ser representadas con grados de veracidad o falsedad.

La lógica multivaluada

Zadeth [10] en el año de 1965 aplicó la lógica multivaluada a la teoría de conjuntos, y determinó que los elementos de un conjunto pueden tener diferentes grados de pertenencia. Por ejemplo, un tanque con el 85% de su capacidad copada, tendría un grado de pertenencia al conjunto de tanques llenos con valor de 0.85, en el rango $0, \dots, 1$. Zadeth aplicó la lógica multivaluada a la teoría de conjuntos, estableciendo la posibilidad de que los elementos pudieran tener diferentes grados de pertenencia a un conjunto (por ejemplo, un vaso con el 90% del líquido, tendría un grado de pertenencia al conjunto de VASOS LLENOS de valor 0.9, en el rango $0, \dots, 1$). Zadeht presentó el término fuzzy (borroso) y expuso un algebra para los conjuntos fuzzy. Se deduce, que la LD trabaja con conjuntos [11- 13], que se determinan por sus funciones de pertenencia, que se denotan como $\mu_c(x)$ e indican el grado de pertenencia (entre 0 y 1) del elemento del valor x al conjunto C . Las operaciones entre conjuntos difusos se plantean en forma de operaciones borrosas entre sus funciones de pertenencia. Las más utilizadas son las de la Unión (\cup), Intersección (\cap) - Zadeh sugirió el operador *máximo* para la unión y el *mínimo* para la intersección de dos conjuntos borrosos, la correspondiente suma lógica borrosa (\vee), pro-

ducto lógico borroso (\wedge), el Complemento ($\bar{}$) y la negación borrosa para las funciones de pertenencia. Las funciones de pertenencia se pueden definir con diferentes formas, lo usual es la forma triangular con el valor de la unidad en el vértice.

Partición y definición difusa de las variables de entrada

Las variables de entrada difusas son definidas con funciones de pertenencia triangulares. A cada conjunto borroso se le asocia una etiqueta lingüística. La *fuzzificación* es el proceso que se realiza para calcular su grado de pertenencia a uno o varios de los conjuntos borrosos en que se divide la entrada.

El decisor o máquina de inferencia

Para manejar un sistema determinado, el analista debe identificar las reglas que lo gobiernan. Éstas son llamadas Base de Reglas, que es un conjunto de instrucciones de control del tipo *SI-ENTONCES* para señalar la acción a realizar. La forma general de la regla es:

$$R: \text{SI } (x \text{ es } A) \text{ ENTONCES } (y \text{ será } C) \quad (1)$$

La primera parte de la ecuación (1), regla (**SI**), se denomina *antecedente*, y contiene una o varias condiciones referidas a cada uno de los conjuntos borrosos a los que pertenece la entrada. La segunda parte (**ENTONCES**), denominada *consecuente*, contiene los conjuntos borrosos a los que deben pertenecer las salidas del sistema.

Partición y definición difusa del espacio de salida

De manera análoga a como se hizo para el espacio de entrada, las variables de salida también son definidas con funciones de pertenencia triangulares. A cada conjunto difuso de salida, se le asocia una etiqueta lingüística.

La defuzzificación de la salida consiste en obtener un valor numérico para cada una de las salidas del sistema. El Método del Centroides es la técnica de

defuzzificación más utilizadas. Consiste en crear para la salida del sistema una función de pertenencia a un nuevo conjunto, obtenido como unión de aquellos a los que pertenece parcialmente el valor de salida. Esta nueva función puede calcularse mediante la suma de las funciones de pertenencia de estos conjuntos, pero multiplicadas aritméticamente por el grado de pertenencia de la salida al subconjunto, que ya fue calculado en la fase anterior de evaluación de las reglas de control. Si, por ejemplo, se han activado dos reglas (R_i y R_j), obteniéndose que la salida (y) pertenece a los conjuntos C_i y C_j en los grados dados por los pesos de las correspondientes reglas, entonces la función de pertenencia del nuevo conjunto C , unión de los anteriores sería la ecuación (2):

$$\mu_c(y) = \text{Peso Regla } R_i \cdot \mu_{C_i}(y) + \text{Peso Regla } R_j \cdot \mu_{C_j}(y) \quad (2)$$

Otra posibilidad sería considerar las funciones originales simplemente limitadas superiormente por el valor de los pesos. En este caso, se estaría utilizando el producto lógico borroso, en lugar del producto aritmético, ecuación (3).

$$\mu_c(y) = \min(\text{Peso Regla } R_i, \mu_{C_i}(y)) + \min(\text{Peso Regla } R_j, \mu_{C_j}(y)) \quad (3)$$

Una vez obtenida la función de pertenencia global, se calcula el valor exacto de la salida como el centroide (centro de gravedad) de esta función, mediante la expresión general que se presenta en la ecuación 4:

$$y = \frac{\sum_{k=1}^n y_k \mu(y_k)}{\sum_{k=1}^n \mu(y_k)} \quad (4)$$

Aproximación universal de funciones

En los recientes desarrollos de control difuso, el paradigma de aproximación universal ha sido muy común. Los sistemas difusos son aproximados universales de una función continua $F(x)$ en

un compacto X de modo que la salida del sistema difuso $f(x)$ verifica, según ecuación (5), que

$$\forall x \in X, |F(x) - f(x)| < \varepsilon \quad (5)$$

Para cualquier ε con un número suficiente de reglas. En este contexto, los sistemas difusos, más que basados en un paradigma de razonamiento lógico, se interpreta como expresiones de la forma según ecuación (6):

$$u(x, \alpha_i, \beta_i) = \frac{\sum \phi_i(x, \alpha_i) f_i(x, \beta_i)}{\sum \phi_i(x, \alpha_i)} \quad (6)$$

Donde α_i y β_i son vectores de parámetros ajustables, que se determinan experimentalmente. Cuando f_i son funciones lineales, el modelo se denomina Takagi-Sugeno [14]. La expresión es equivalente a ciertas redes neuronales artificiales, de ahí que su estudio muchas veces se realice en el ámbito de sistemas neuro-fuzzy [15].

Planteamiento del problema

Pronóstico serie de tiempo caótica “*demanda de energía eléctrica en un periodo de 24 horas, sector residencial, en la ciudad de Medellín*”.

No cabe duda que la electricidad constituye una de las principales fuentes energéticas con las que cuenta la civilización. Su empleo abarca múltiples actividades que se extienden desde los usos puramente industriales hasta el consumo doméstico. Al respecto, la figura 1 presente la Demanda Total (DT) de electricidad en la ciudad de Medellín para un periodo de 24 horas, y la figura 2, la correspondiente para el Sector Residencial (DSR).

En un contexto mundial de creciente competencia, no se concibe una economía competitiva en el ámbito global sin un fluido eléctrico de calidad y a precios altamente competitivos. En este sentido las empresas generadoras de electricidad locales (EE.P.P.M, ISAGEN) tienen como principal responsabilidad el suministro instantáneo de electricidad que los consumidores demandan. El operador estudia el valor que toma la demanda eléctrica en cada momento, tratando de llegar a

la denominada *curva de carga*. Una vez conocido este dato, el operador se dirige a los centros de producción, indicándoles la carga eléctrica que deben de introducir en la red para garantizar la cobertura de la demanda y, al mismo tiempo, minimizar la sobreproducción y sus costos de eficiencia. Sin embargo, la demanda eléctrica es muy variable a lo largo de los años, meses, días e incluso horas. Estas características aportan una incertidumbre al sistema eléctrico que afecta de forma significativa el costo final de suministro. Para reducir este factor de costo, el gestor necesita conocer con precisión los mecanismos que hacen variar la demanda [16]. En este artículo se presenta un modelo usando LD capaz de ajustar una *Curva de Carga*. Se aplica en la predicción horaria de la demanda eléctrica del sector residencial en la ciudad de Medellín.

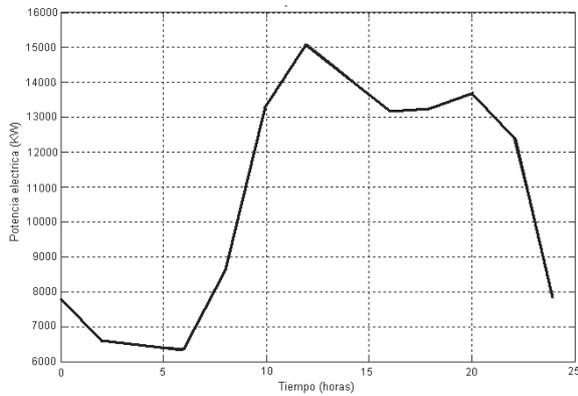


Figura 1 Demanda Total (DT) de electricidad diaria

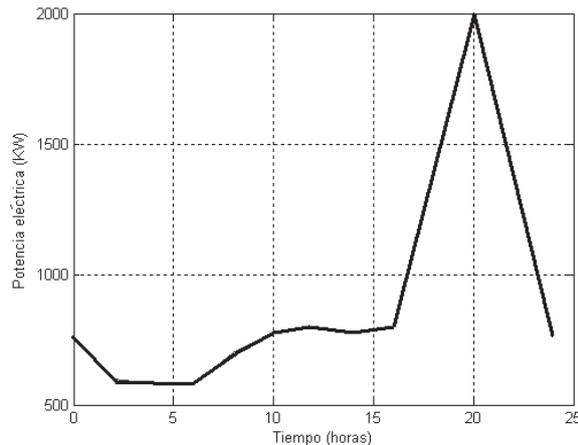


Figura 2 Demanda del Sector Residencial (DSR)

Partición y definición difusa de las variables de entrada y salida

En el sistema a controlar se consideran las variables t (Tiempo), DT (Demanda Total), DSR (Demanda Sector Residencial). Del análisis de las variables se puede concluir que t y DT son independientes, mientras que DSR dependerá de las dos primeras, como se ilustra en la figura 3.

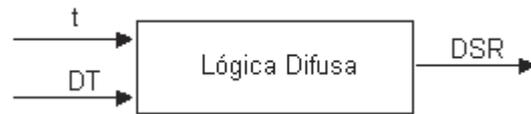


Figura 3 Variables Independientes t , DT y Dependiente DSR

Con el propósito de particionar el universo de discurso de cada variable, se elige un número de funciones simétricas de tal modo que se representen todos los estados que las variables toman. Cada conjunto con un ancho mínimo suficiente que permita obviar el ruido en la medición. Para no incurrir en estados pobremente definidos se utilizó un entrecruzamiento del 50% de tal modo que cada elemento quede representado en al menos dos funciones de pertenencia. Con esta configuración, se procedió a realizar múltiples pruebas de validación con 24 funciones de pertenencia repartidas simétricamente en el intervalo $[0, 16000]$ KW, pero los resultados de aproximación a la curva de carga no fueron suficientemente buenos. En un caso por la redundancia de resultados, fruto de la explosión combinatoria de funciones de pertenencia, y en otros por el mal ajuste obtenido con respecto a la función de carga. Se encontró finalmente que con 12 regiones o espacios triangulares se obtienen resultados aceptables. En la tabla 1 se describen los valores lingüísticos difusos asignados.

Las funciones de pertenencia para la variable de entrada t se presentan de manera detallada en las figuras 4 y 5.

Tabla 1 Valores y rangos para la variable de entrada *t*

Valores Lingüísticos	Rango	Descripción
Z1	0-2	Zona 1 (Madrugada)
Z2	1-7	Zona 2 (Madrugada)
Z3	6-10	Zona 3 (Mañana)
Z4	9-17	Zona 4 (Mañana -Medio día)
Z5	16-18	Zona 5 (Atardecer)
Z6	17-19	Zona 6 (Anochecer)
Z7	18-20	Zona 7 (Noche)
Z8	19-21	Zona 8 (Noche)
Z9	20-22	Zona 9 (Noche)
Z10	21-23	Zona 10 (Noche)
Z11	22-24	Zona 11 (Noche)
Z12	23-1	Zona 12 (Noche- Madrugada)

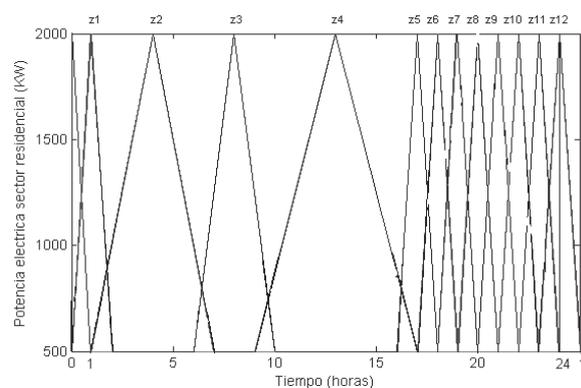


Figura 4 Función de pertenencia para la variable de entrada *t*

Las zonas 2 y 4 corresponden a períodos de 8 horas cada uno, donde la demanda de energía eléctrica es aproximadamente constante. Las demás zonas tienen un período de 2 horas con el propósito de obtener un ajuste más fino en la variación de la carga. Como en el caso anterior, se

realizaron diferentes pruebas para encontrar el número óptimo de funciones de pertenencia para las variables DT y DSR. Como resultado final se encontró que con 10 funciones es suficiente para manejar cada universo de discurso, que se especifican en la tabla 2.

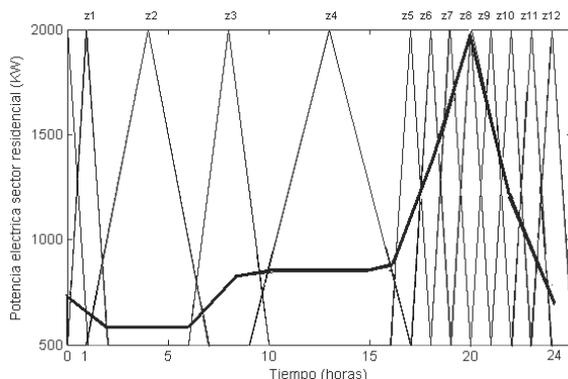


Figura 5 Especificación funciones de pertenencia según el perfil de la curva de carga

Tabla 2 Valores y rangos para las variables DT y DSR

Valores Lingüísticos	Rango	Descripción
Z0	0-500	Zona 0
Z1	500-700	Zona 1
Z2	600-800	Zona 2
Z3	700-900	Zona 3
Z4	1000-1200	Zona 4
Z5	1300-1500	Zona 5
Z6	1500-1700	Zona 6
Z7	1600-1800	Zona 7
Z8	1900-2100	Zona 8
Z9	2000-16000	Zona 8

Las funciones de pertenencia para la variable de entrada DT y DSR se ilustran en la figura 6.

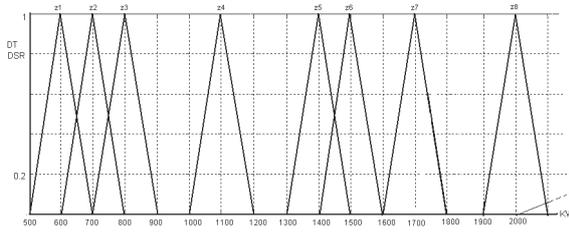


Figura 6 Función de pertenencia para las variables DT y DSR

Base de reglas con valores lingüísticos

El bloque llamado decisor o máquina de inferencia es donde se almacena el banco de reglas de control [17]. En lo que concierne a este artículo, son las órdenes que se deben de operar desde el centro de control, según el tiempo y los registros de la potencia total consumida, para satisfacer la demanda del sector residencial. (véase tabla 3)

Tabla 3 Matriz base de reglas

DT/t	Z1	Z2	Z3	Z4	Z5	Z6	Z7	Z8	Z9	Z10	Z11	Z12
Z0												
Z1		Z1										
Z2	Z2		Z2									
Z3				Z3								Z3
Z4					Z4						Z4	
Z5						Z5				Z5		
Z6									Z6			
Z7							Z7					
Z8								Z8				
Z9												

El corazón del anterior sistema es su base de conocimiento, que se obtuvo a partir de conversaciones con expertos en el proceso. En este sentido, la obtención de reglas a partir de datos esta relacionada con el paradigma de aproximación universal de funciones. Se verificó que el conocimiento estuviera bien estructurado, para evitar largos encadenamientos de reglas, y también se validó interna y externamente. La validación externa se refiere a que sus resultados sean los esperados. La validación interna se refiere a garantizar la ausencia de contradicciones, redundancias o incompletitud en la base de reglas. Cuando la información proviene de varias fuentes, esta validación es aun más necesaria.

Implementación software

Para implementar el controlador, se utilizó el toolbox de lógica difusa (*Fuzzy Logic Toolbox*) de MATLAB® versión 6.5 [18]. Por medio del *FIS Editor*, se puede seleccionar el número de entradas y salidas del controlador, así como también rotularlas. Con el objeto de realizar una segunda validación de los datos obtenidos en este artículo usando LD, realizar experimentos numéricos y pruebas de ensayo, se desarrolló el simulador software sobre Lógica Difusa usando el lenguaje de programación VC++ y titulado *LD_UdeA.exe*. La implementación software se encuentra en la dirección electrónica [19] de la Universidad de Antioquia. La interfaz del sistema se ilustra en la figura 7.

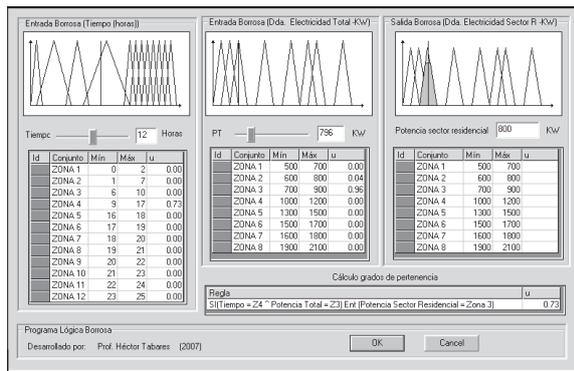


Figura 7 Interfaz programa LD_UdeA

Predicción

Una vez el sistema borroso ha aprendido las relaciones entre los datos presentados, estará preparado para llevar a cabo tareas de predicción. Ésta podrá realizarse sobre datos ya conocidos, utilizados para construir el modelo difuso, o alternativamente sobre datos nunca vistos. En el primer caso se constata la eficiencia del aprendizaje, es decir, en que medida el modelo borroso es capaz de replicar la serie objetivo al presentarle de nuevo los mismos datos. En cuanto al segundo caso, se podrá verificar la capacidad de generalización del modelo, y por tanto, validar su capacidad como instrumento de predicción.

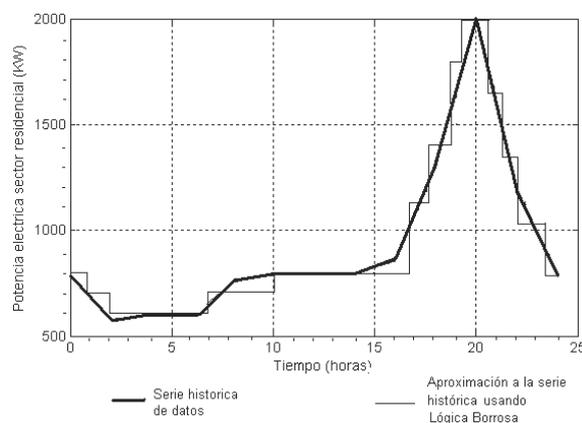


Figura 8 La línea continua representa la función de referencia. La línea discontinua representa la aproximación usando LD

En la figura 8 se puede apreciar que usando el simulador software desarrollado *LD_UdeA.exe*, y confirmados en segunda instancia usando *Fuzzy Logic Tollbox* de MATLAB®, el modelo LD obtenido reproduce con gran precisión la curva de carga original, con lo que se puede concluir que la aproximación resulta exitosa. Ésta misma idea es corroborada por el error cuadrático medio, el cual toma un valor de 7%. Con respecto a la capacidad predictiva del modelo y atendiendo la representación gráfica se puede apreciar que el perfil de la curva generada por el modelo LD se aproxima a la curva real con una precisión aceptable. En cuanto al error cuadrático medio, de la predicción (8%) tal y como era de esperar es ligeramente superior a su homólogo, siendo lo suficientemente reducido como para admitir la capacidad predictiva del modelo.

Conclusiones

El modelo LD propuesto predice la evolución horaria de la demanda de electricidad del sector residencial con una precisión del 8%. El número de funciones de pertenencia se encuentra limitado por la cantidad de información contenida en el histórico diario de demanda de energía eléctrica; sin embargo, si fuera posible aumentar el número de funciones de pertenencia se obtendrían aun mejores resultados para el pronóstico. Como trabajo futuro, se espera la adopción de la metodología propuesta como una herramienta para el pronóstico de series de tiempo (demanda de energía eléctrica en este caso) por parte de los agentes del mercado eléctrico colombiano y además su aceptación por parte de la comunidad académica como una nueva línea de investigación a desarrollarse, debido a su gran potencial para resolver un sinnúmero de problemas de ingeniería.

Referencias

1. A. Sala. "Fuzzy Systems evaluation: The inference error approach". *IEEE Trans. On Syst. Man & Cybernetics*. 1998. Vol. 28B. pp. 268-275.
2. EUSFLAT: European society for Fuzzy Logic and Technology. Disponible en: <http://www.eusflat.org/>. Consultada el 4 de Marzo de 2007.

3. H. Verbruggen, R. Babuska (editors). *Fuzzy logic Control: Advances in Applications*. Ed. World Scientific. Singapore. 1999. pp. 340.
4. L. Holmbald, J. Ostergaard. “Control of a cement kiln by fuzzy logic”. *Fuzzy Information and Decision Processes*. M.M. Gupta, E. Sanchez (editors). Ed. North-Holland. Amsterdam. 1998. pp. 398-409.
5. R. Tong. “Fuzzy control of the activated sludge wastewater treatment process”. *Automática*. 1980. Vol. 16. pp. 695-701.
6. F. Rubio. “Fuzzy Logic Control of a solar power plant”. *IEEE Trans. Fuzzy Systems*. 1995. Vol. 3. pp. 459-468.
7. J. Hilera. *Redes Neuronales Artificiales. Fundamentos, modelos y aplicaciones*. Ed. Alfa Omega. Madrid. 2000. pp. 132-153.
8. M. del Brio, A. Sans. *Redes Neuronales y Sistemas Difusos*. Ed. Alfa Omega. Madrid. 2002. pp. 241-349.
9. D. Dubois, H. Prade. *Fuzzy Sets and systems: Theory and Applications*. Ed. Academic Press. New York. 1980. pp. 121-133.
10. L. Zadeh. “Fuzzy logic”. *IEEE Computer*. 1998. pp. 1-83.
11. E. Cox. “Fuzzy Fundamentals” *IEEE Spectrum*. Vol. 29. 1992. pp. 58-61.
12. E. Trillas. *Fundamentos e Introducción a la ingeniería fuzzy*. Ed. Morón Electronics S.A. Madrid. 1992. pp. 22-89.
13. E. Trillas, J. Gutiérrez. *Aplicaciones de la lógica borrosa*. Ed. CSIC Nuevas tendencias. Madrid. 1994. pp 37-78.
14. T. Takagi, M. Sugeno. “Fuzzy identification of systems and its applications to modelling and control”. *IEEE Trans. On Systems. Man and cybernetics*. 1985. Vol. 15. pp. 116-132.
15. C. Zho, Q. Meng. “Dynamic balance of a biped robot using fuzzy reinforcement learning agents”. *Fuzzy Sets and Systems*. 2003. Vol. 134. pp. 169-187.
16. S. Grainger. *Análisis de sistemas de potencia*. Ed. McGraw-Hill. 2002. pp. 56-124.
17. J. Jantzen. “Tunning of Fuzzy PID Controllers”. *Tech. Report*. Vol. 1.1998. pp. 48-224.
18. L. Zadeh. *Fuzzy Logic Toolbox, User's Guide. Version 2*. Ed. The Math Works, Inc. 1998. pp. 12-55.
19. Facultad de Ingeniería, Universidad de Antioquia. Disponible en <http://jaibana.udea.edu.co/producciones/programas.html>. Consultada el 4 de Marzo de 2007.