Identificación de errores de difícil detección en estimación de estado en sistemas eléctricos usando algoritmos de optimización combinatorial

Multiple interacting bad data errors identification in state estimation using combinatorial optimization algorithms

Hugo Andrés Ruiz, Eliana Mirledy Toro, Ramón Alfonso Gallego[*]

Universidad Tecnológica de Pereira, Vereda La Julita, A.A. 97, Pereira-Risaralda, Colombia

(Recibido el 29 de agosto de 2009. Aceptado el 20 de abril de 2010)

Resumen

En este artículo se resuelve el problema de estimación de estado con presencia de errores de difícil detección usando algoritmos de optimización combinatorial. Se propone un procedimiento que combina la metodología clásica de estimación de estado con la teoría de puntos de apalancamiento, estos últimos se usan como factores de sensibilidad. La teoría de observabilidad se usa para penalizar la infactibilidad en la función objetivo. El modelo resultante se resuelve mediante las técnicas de optimización Búsqueda Tabú, Simulated Annealing, Particle Swarm y Algoritmo Genético Modificado Chu-Beasley. Con el fin de validar la metodología propuesta se utiliza como sistema de prueba el IEEE de 57 nodos. Los resultados obtenidos son de excelente calidad.

----- *Palabras clave:* Estimación de estado, puntos de apalancamiento, observabilidad, algoritmos de optimización combinatorial, sistemas eléctricos de potencia

Abstract

In this paper the state estimation problem including hard detection errors are solved using combinatorial optimization algorithms. A novel procedure that combines the classic estate estimation methodology with leverage points theory which are used like sensibility factors and the observability theory are used to penalize the infeasibility in the objective function. The resultant model is solved using several optimization techniques like Tabu Search,

* Autor de correspondencia: teléfono: + 57 + 6 + 313 71 22 ext. 105, correo electrónico: ragr@utp.edu.co. (R. Gallego)

Simulated Annealing, Particle Swarm, and the modified genetic algorithm of Chu-Beasley. In order to prove the proposed methodology the 57 nodes IEEE test system is used. The results obtained presents excellent quality.

----- *Keywords:* State estimation, leverage points, observability, combinatorial optimization algorithms, electrical power system

Introducción

La teoría de estimación de estado en los sistemas eléctricos de potencia (SEP) tuvo su inicio en la década de los 70 [1], desde entonces se ha utilizado para diversas aplicaciones de vital importancia entre los que se encuentran los centros de control de energía (CCE), en los cuales se estudia la operación de los sistemas eléctricos en tiempo real. También su aplicación se extiende a una serie de problemas entre los que se encuentran la detección de fuentes armónicas y la identificación de medidas erradas en sistemas de distribución, entre otras.

El estimador de estado en los CCE tiene por objeto determinar el estado correcto de operación del sistema que permita garantizar una operación segura de la red. Para cumplir con este propósito se cuenta con información disponible en la base de datos relacionada con la localización e interconexión de los componentes del sistema, y la información suministrada por el sistema de supervisión y adquisición de datos (SCADA) concerniente a la lectura de los instrumentos de medición. Adicionalmente, los CCE disponen de otro tipo de información que puede ser empleada en el proceso de estimación aunque no provengan de ningún instrumento de medición. Tal es el caso de la información basada en registros históricos o en pronósticos de demanda, conocidas como Pseudomedidas.

Dentro de los principales inconvenientes en el análisis en tiempo real de los sistemas de potencia se encuentra la determinación del estado actual de la red cuando la información proporcionada por los medidores contiene inconsistencias, generalmente atribuidas a problemas en la calibración de los equipos de medida, al tiempo de funcionamiento de los mismos o al ruido presente en la transmisión de la información. Por esta razón, antes de realizar una acción de control se debe identificar la información errónea para retirarla del conjunto de datos y obtener así resultados confiables. Para cumplir con dicho propósito la metodología clásica de estimación de estado denominada mínimos cuadrados ponderados (WLS) emplea un procedimiento de validez estadística y probabilística sobre el conjunto de medidas con el fin de depurar la información para estimar de manera precisa las variables de estado del sistema [2].

En la teoría de estimación de estado existen errores de tipo iterativo y conformativo, denominados también como puntos de apalancamiento, los cuales se caracterizan por su difícil detección al emplearse la metodología clásica WLS [3]. Mediciones con esta característica afectan medidas correctas con estrecha relación eléctrica, propiciando su eliminación. Como consecuencia se produce una pérdida de información que afecta la calidad de los resultados estimados por pérdida en el nivel de redundancia. En algunos casos puede ser imposible la determinación del punto de operación del sistema, debido a que la estimación realizada presenta problema de observabilidad.

Dado lo anterior, en este trabajo se modela el problema de estimación de estado con múltiples mediciones de difícil detección como un problema de optimización combinatorial. Para su solución se utilizan las técnicas de optimización combinatorial tales como: Búsqueda Tabú (BT), Simulated Annealing (SA), Particle Swarm (PS) y Algoritmo Genético Modificado Chu-Beasley (CB). En el procedimiento se usan factores de sensibilidad tomados de la teoría de puntos de apalancamiento

con el fin de reducir el espacio de búsqueda y se realiza un análisis de observabilidad para garantizar factibilidad. Se emplea como sistema de prueba el sistema IEEE de 57 nodos obteniéndose resultados de excelente calidad.

Estimación de estado

El estimador de mínimos cuadrados (WLS) obtiene los valores de las variables de estado *x* de tal manera que se minimice la suma de los errores individuales e_i. Para cuantificar el error presente en la estimación se emplea la expresión (1). Dentro del modelo matemático de la estimación de estado cualquier medición z_i se puede expresar como una función h_i, generalmente no lineal, de las variables de estado x_i más un término que representa el error e_i asociado con dicha medición [4].

$$J(\hat{x}) = \sum_{i=1}^{nm} W_{ii} \cdot \hat{e}_i^2 = [e]^t \cdot W \cdot [e] \qquad (1)$$

Donde $\hat{e}_i = \hat{z}_i - h_i(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ y W corresponde a la matriz de ponderaciones de las mediciones. Para minimizar la expresión anterior y construir el modelo matemático se debe cumplir con las condiciones de optimalidad de primer orden. El procedimiento general para el cálculo de las variables de estado del sistema es presentado en la figura 1.

Los resultados arrojados por el estimador de estado se someten a dos pruebas estadísticas. La primera corresponde a la *chi-cuadrado* ($\chi^2_{k,\alpha}$) y la segunda a la *t-student* ($t_{k,\alpha}$). Estas pruebas permiten detectar la presencia de errores y la identificación de datos anormales que afectan los resultados de la estimación.

Modelo matemático

La técnica clásica de estimación WLS en diversas implementaciones presenta resultados satisfactorios. Sin embargo, pueden existir mediciones que se caracterizan por su difícil detección por parte de la metodología clásica WLS como aquellas que poseen errores de tipo iterativo y conformativo, conocidas también como puntos de apalancamiento. Por consiguiente, la presencia de puntos de apalancamiento no permite la correcta identificación de las mediciones erróneas, esto debido a que sus residuos normalizados son pequeños no siendo detectados en la prueba t-student y por el contrario, mediciones correctas son identificadas como incorrectas y por tanto son eliminadas. Esto podría ocasionar problemas de mala estimación o de observabilidad por no contar con un amplio número de mediciones disponibles.

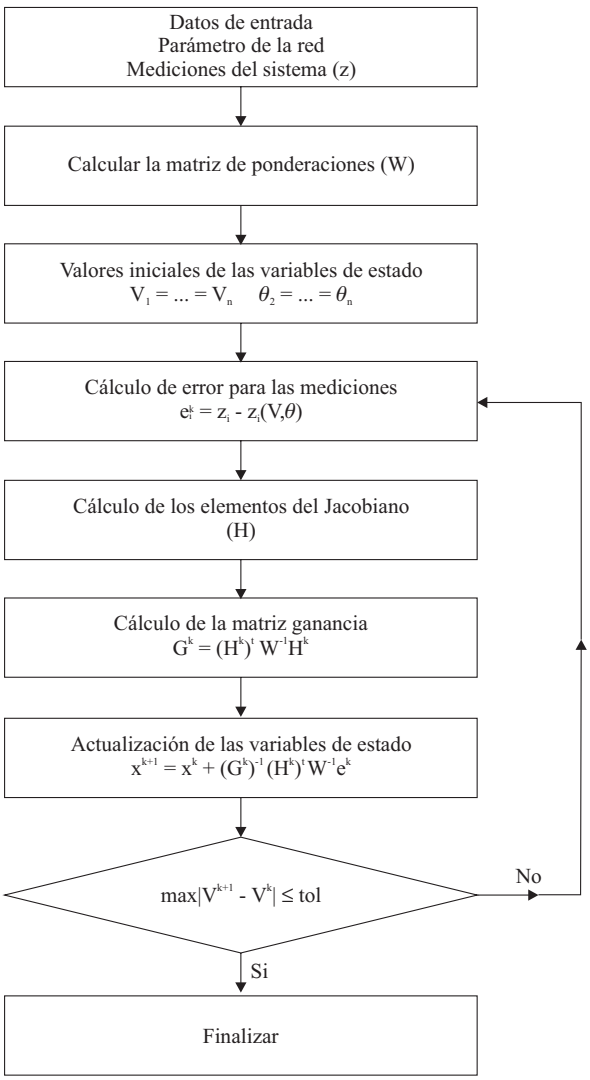

Figura 1 Algoritmo General para determinar las variables de estado

La identificación de errores en estimación de estado usando Algoritmos de Optimización Combinatorial (AOC) fue propuesta por A. Monticelli en [5]. En este se lleva a cabo un tratamiento de errores múltiples y de difícil detección. Este problema puede ser modelado como problema de optimización combinatorial y cuya función objetivo consiste en minimizar el error que se presenta por la presencia de mediciones incorrectas. La metodología propuesta para la correcta identificación de mediciones con presencia de errores de difícil detección usa de forma combinada técnicas metaheurísticas con la metodología clásica de estimación WLS. Los pasos a seguir en la solución del modelo matemático son los siguientes:

Codificación

En estimación de estado se cuenta con un conjunto de mediciones que en determinado momento algunas de ellas pueden no ser incluidas en el proceso de solución por presentar error. Para la representación de las mediciones en la propuesta de solución se utiliza una codificación de tipo binario. Por tanto, los posibles estados de un medidor z_i se definen por una variable que toma los siguientes valores:

$$z_i = \begin{cases} 0, \Rightarrow \textit{si la i-ésima medición presenta error} \\ 1, \Rightarrow \textit{si la i-ésima medición no presenta error} \end{cases} \quad (2)$$

Función objetivo

Para evaluar la calidad de la propuesta de solución y establecer la comparación entre las diferentes soluciones, se emplea la siguiente función objetivo:

$$f_{obj} = n_{bad} + \beta \cdot max\left\{J - \chi^2_{k,\alpha}, 0\right\} \quad (3)$$

n_{bad} Número de mediciones erróneas de la configuración.

J Suma ponderada de los errores al cuadrado.

$\chi^2_{k,\alpha}$ Valor suministrado por la prueba chi-cuadrado.

β Factor de conversión.

El valor de β puede ser constante o variable dentro del proceso. Opera como factor de conversión que permite establecer comparación entre el término $J - \chi^2_{k,\alpha}$ y n_{bad}. Se recomienda valores de β entre [0,01-0,05].

Definición de vecindad

Existen varias estrategias para definir la vecindad y cada problema adopta la propia. Para este caso se plantea una estrategia de cambio simple del estado. Si la medición está activa toma un valor de 1 y si la medición es inactiva, toma un valor de 0. Para esta aplicación el esquema de vecindad es el siguiente:

- Activar una medida en el vector solución.
- Desactivar una medición en el vector solución.
- Activar una medida y desactivar otra en el vector solución.

Factibilidad y observabilidad

El análisis de observabilidad tiene por objetivo verificar si la información disponible es suficiente para efectuar la estimación del sistema eléctrico. La observabilidad depende del número de mediciones y de su localización. El análisis de observabilidad en los SEP ha sido objeto de numerosos trabajos en años recientes. Los métodos propuestos de observabilidad se dividen en tres grupos: algebraica, numérica y topológica.

El método empleado en este artículo hace parte de los métodos de observabilidad numérica. Esta metodología fue presentada por A. Monticelli [6] y tiene como ventaja su fácil implementación y tiempo de cómputo. Este procedimiento establece que la observabilidad del sistema está relacionada con el rango de la matriz Jacobiana *H*. Si *H* es de rango completo, esta matriz es definida positiva y tiene solución única. Por

tanto, la condición necesaria de observabilidad se cumple si el número de mediciones linealmente independiente es igual o superior al número de variables de estado. Sin embargo, esta condición no es suficiente debido a que ante la ausencia de mediciones importantes podría convertirse el sistema en no observable u observable por partes (islas observables).

Este método fundamenta su análisis en el mal condicionamiento de la matriz de ganancia $\hat{G}$, la cual es calculada como $\hat{H}^t \cdot H$. A esta matriz se le aplica el proceso de triangularización. El sistema es observable si solo aparece un elemento nulo en la diagonal principal al final del proceso de triangularización como se puede apreciar en la figura 2. En caso de presentar más de un elemento diagonal nulo, el sistema es no observable. Dado lo anterior, la matriz $\hat{G}$ es singular y de esta forma no es posible llevar a cabo el proceso iterativo.

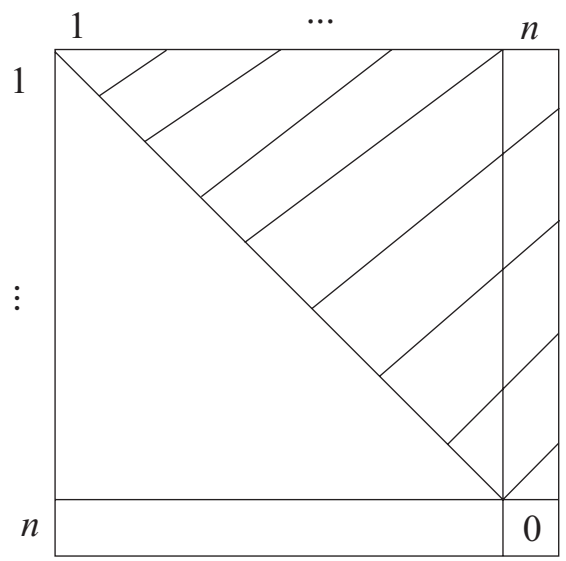

Figura 2 Factorización de la matriz ganancia

En el modelo matemático para garantizar la factibilidad de las alternativas de solución se aplica el análisis de observabilidad descrito anteriormente. En caso de presentarse alternativas infactibles estas son llevadas en cuenta en la función objetivo como un factor de penalidad.

Metodologías para detectar puntos de apalancamiento usadas como factores de sensibilidad

Para la detección de puntos de apalancamiento en un sistema eléctrico de potencia se consideran las metodologías presentadas en [7,8].

Método de Abur y Celik

Este método sigue el siguiente procedimiento:

- Calcular el Jacobiano modificado $\tilde{H} = W^{1/2} H$. Siendo H y W matrices del procedimiento clásico de estimación de estado.
- Calcular la matriz de varianzas estimadas modificada $\tilde{R} = \left(I - \tilde{P} \right)$.
- Calcular para cada medición i del total de mediciones m el subíndice γ.

$$\gamma_i = \sqrt{\frac{\left(I-\tilde{P}\right)_{ii} - \left(I-\tilde{P}\right)_{ii}^2}{m-1}} \qquad (4)$$

- Determinar el conjunto de mediciones S_i^{γ} que presentan una influencia significativa en la medición i. Para esto se compara el valor del subíndice γ_i con cada uno de los elementos de $\left(I-\tilde{P}\right)_{ij}$ que corresponden a la i-ésima fila de esta matriz. Se verifica si $\gamma_i < \left| \left(I-\tilde{P}\right)_{ij} \right|,\ j = 1,2,\cdots,m,\ i \neq j$.
- Finalmente se verifica para la medición i si el valor de $\left(I-\tilde{P}\right)_{ii}$ es menor que todos los valores de $\left(I-\tilde{P}\right)_{ii}\ \forall_j \in S_i^{\gamma}$. De cumplir lo anterior, la medición i es un posible punto de apalancamiento.

Método de Celik y Liu

Esta metodología considera reglas heurísticas para determinar candidatos a puntos de apalancamiento. Dada la matriz de varianzas estimadas de la metodología clásica WLS $R = \left(I - P \right)$, se verifica si:

a. Existen mediciones que cumplen con $P_{ii} > \mu_1$. Siendo $\mu_1 = 2n/m$, donde n el número de variables de estado y m el número de mediciones.

b. La reactancia de líneas conectadas a un nodo es menor o igual que μ_2.

Siendo μ_2 la reactancia promedio de todas las líneas de la red.

c. El número de vecinos de un nodo es mayor o igual que μ_3. Siendo μ_3 el promedio de nodos vecinos del sistema.

Una medición es candidata a punto de apalancamiento si cumple las siguientes condiciones:

1. Para una medición de flujo de potencia se verifica el cumplimiento de (a) y (b).
2. Para una medición de inyección de potencia se verifica el cumplimiento de (a) y (b) ó (a) y (c).

Soluciones al problema de estimación de estado usando algoritmos de optimización combinatorial

Algoritmos de optimización

Dentro de los AOC se encuentran las metaheurísticas, las cuales se definen como estrategias inteligentes que permiten encontrar soluciones de alta calidad en tiempos de cómputo razonables. Los AOC pueden ser clasificados como algoritmos exactos y aproximados [9]. Estos últimos, a su vez se clasifican como heurísticos y metaheurísticos. Los primeros son definidos como algoritmos constructivos mientras que los segundos se definen como estrategias inteligentes que permiten encontrar soluciones de alta calidad, dentro de los cuales puede localizarse el óptimo global, en tiempos de cómputo razonables.

Las metaheurísticas pueden ser implementadas con una o varias alternativas de solución. En el primer caso se sigue una trayectoria, en el segundo se considera una población para efectuar una búsqueda regional. En ambos procedimientos se establecen estrategias de intensificación y diversificación [10].

Para fines de clasificación en el presente trabajo se contemplan algoritmos basados en trayectoria y población. Los algoritmos Simulated Annealing [10] y Búsqueda Tabú [10] son implementados en este trabajo como de trayectoria única. El algoritmo genético modificado de Chu-Beasley [10] y Particle Swarm [11] tienen su fundamentación en el uso de población.

Metodología propuesta

El procedimiento para la identificación de múltiples mediciones con presencia de errores de difícil detección se presenta a continuación:

1. *Creación de la base de datos*. Las mediciones de cada sistema de prueba se obtienen después de realizar un estudio convencional de flujo de carga. En la identificación de las mediciones de difícil detección se emplea procedimientos de detección de puntos de apalancamiento. Posteriormente dichas mediciones son alteradas de forma aleatoria.
2. *Obtención de las alternativas de solución*. La generación de configuraciones iniciales se realiza ya sea de forma aleatoria o usando factores de sensibilidad. En el caso de emplear una metaheurística poblacional se combinan simultáneamente diferentes alternativas para la creación de la población inicial a fin de que dicha población presente diversidad.
3. *Aplicación del criterio de factibilidad a las alternativas de solución*. Para determinar la factibilidad de las diferentes alternativas de solución se emplea el procedimiento de observabilidad, el cual se aplica para todas las configuraciones. Con esta se determina el valor en el cual la alternativa de solución debe ser penalizada.
4. *Evaluación de la f.o. y estimación de estado*. A cada una de las configuraciones que cumplen con la condición de observabilidad

se les calcula el valor de la función objetivo empleando el procedimiento clásico WLS.

5. *Aplicación del método de optimización*. El procedimiento de optimización depende del tipo de metaheurística implementada, ya sea del tipo de trayectoria única (SA, BT) o poblacional (CB, PSO).

6. *Criterio de parada*. En caso de cumplir con el criterio de parada, la solución del problema corresponde a la incumbente encontrada durante el proceso de optimización. En caso contrario regresar al paso 3.

Pruebas y resultados

Para la validación de la metodología propuesta se emplea como sistema de prueba la red IEEE 57 nodos, 65 líneas y un total de 390 mediciones. Los procedimientos para detectar posibles puntos de apalancamiento identificaron en el sistema de prueba 129 mediciones candidatas, de las cuales 17 se alteraron para conformar la base de datos.

Con el fin de verificar la existencia de errores de difícil detección en el sistema de prueba, se implementa la metodología clásica de estimación de estado WLS. El proceso anterior identifica 97 mediciones como erróneas. Sólo 4 de las 17 mediciones alteradas anteriormente fueron correctamente identificadas. Al ser excluidas un número significativo de mediciones sin error, el sistema se transformó en no observable. Los algoritmos fueron implementados en Matlab ® 7.0 y ejecutados en un equipo de cómputo con procesador Pentium ® IV de 3 GHz y una memoria RAM de 1 Gb.

Los valores de los parámetros empleados en cada metaheurística son descritos en la tabla 1.

Para el segundo y tercer caso de prueba se hace uso de factores de sensibilidad a partir de la teoría de puntos de apalancamiento. En este se identifican correctamente todas las medidas que fueron incluidas con valores erróneos. Para la obtención del factor de sensibilidad 1 se hace uso del método de Abur-Celik y para la obtención del factor de sensibilidad 2 se hace uso del método de Celik-Liu. El esfuerzo computacional se disminuye en más del 50%. Los resultados se pueden observar en las tablas 3 y 4.

Para el primer caso de prueba no se hace uso de los factores de sensibilidad. En la tabla 2 se presentan los resultados. En este las metaheurísticas identifican mediciones correctas como siendo incorrectas a pesar de permitir un número alto de iteraciones. Se corrieron 20 casos de prueba y se determinaron valores promedio.

Tabla 1 Parámetros empleados en cada metaheurística

Tipo de metaheurística	*Parámetro*	*Valor*
CB	Cromosomas	30
	Participantes en torneo	2
	Tasa de recombinación %	100
	Tasa de mutación %	2,0
PS	Partículas	30
	Velocidad Inicial	0
	Factor de Inercia	0,4
	Cte de aceleración c1	1,3
	Cte de aceleración c2	0,6
BT	Valor umbral	0,75
	Duración Tabú	4
	Lista de candidatos	6
SA	Temperatura Inicial	85
	Longitud inicial cadena	70
	Tasa de enfriamiento	0,85
	Incremento de cadena	1,04
	Temperatura Final	4

Tabla 2 Resultados obtenidos sin emplear factores de sensibilidad

Metaheurística	*Estimaciones promedio*	*Estimaciones para obtener la incumbente*	*Mediciones detectadas de forma*	
			Correcta	*Incorrecta*
CB	776	682	17	10
PS	810	769	17	17
BT	785	593	17	7
SA	835	658	17	12

Tabla 3 Resultados obtenidos empleando factor de sensibilidad 1

Metaheurística	*Estimaciones promedio*	*Estimaciones para obtener la incumbente*	*Mediciones detectadas de forma*	
			Correcta	*Incorrecta*
CB	349	213	17	0
PS	415	349	17	0
BT	351	183	17	0
SA	368	272	17	0

Tabla 4 Resultados obtenidos empleando factor de sensibilidad 2

Metaheurística	*Estimaciones promedio*	*Estimaciones para obtener la incumbente*	*Mediciones detectadas de forma*	
			Correcta	*Incorrecta*
CB	360	207	17	0
PS	392	358	17	0
BT	319	197	17	0
SA	347	295	17	0

Como se observa de las tablas 3 y 4 los factores de sensibilidad mejoran sustancialmente la calidad de la respuesta al identificar correctamente las medidas con presencia de error, además reducen considerablemente el número de iteraciones. Para el cuarto caso se hace uso de la combinación de los dos factores de sensibilidad. Como se observa en la tabla 5 al ser utilizados ambos factores de sensibilidad se obtienen mejoras significativas en el tiempo de cómputo.

De las figuras 3 a 6 se presenta la evolución del proceso para el cuarto caso en el cual los dos factores de sensibilidad trabajan de forma cooperativa.

La figura 3 muestra la solución de la configuración de trabajo usando CB.

Tabla 5 Resultados obtenidos empleando ambos factores de sensibilidad

Metaheurística	*Estimaciones promedio*	*Estimaciones para obtener la incumbente*	*Mediciones detectadas de forma*	
			Correcta	*Incorrecta*
CB	115	79	17	0
PS	157	122	17	0
BT	129	88	17	0
SA	138	105	17	0

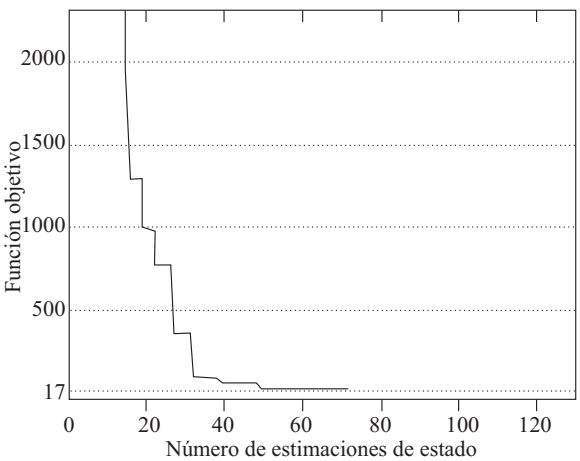

Figura 3 Proceso iterativo de la configuración solución usando CB

La figura 4 a) muestra la evolución de la configuración de trabajo usando PS. La figura 4 b) muestra la evolución de la configuración incumbente usando PS.

La figura 5 a) muestra la evolución de la configuración de trabajo usando BT. La figura 5 b) muestra la evolución de la configuración incumbente usando BT.

La figura 6 a) muestra la evolución de la configuración de trabajo usando SA. La figura 6 b) muestra la evolución de la configuración incumbente usando SA.

En la figura 7 se muestra un resumen con las diferentes metaheurísticas y factores de sensibilidad.

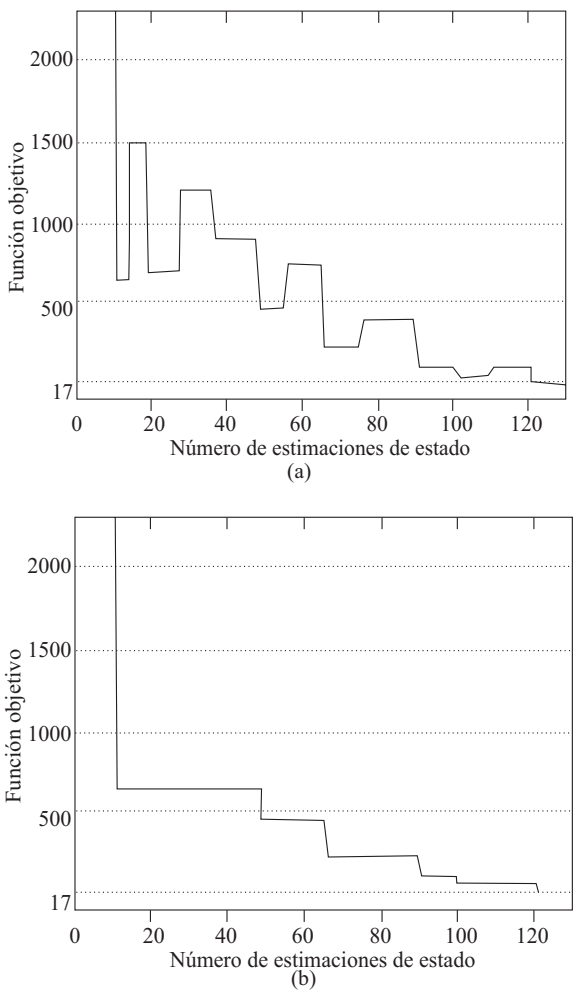

Figura 4 a) Proceso iterativo de la configuración solución usando PS. b) Proceso iterativo de la configuración incumbente

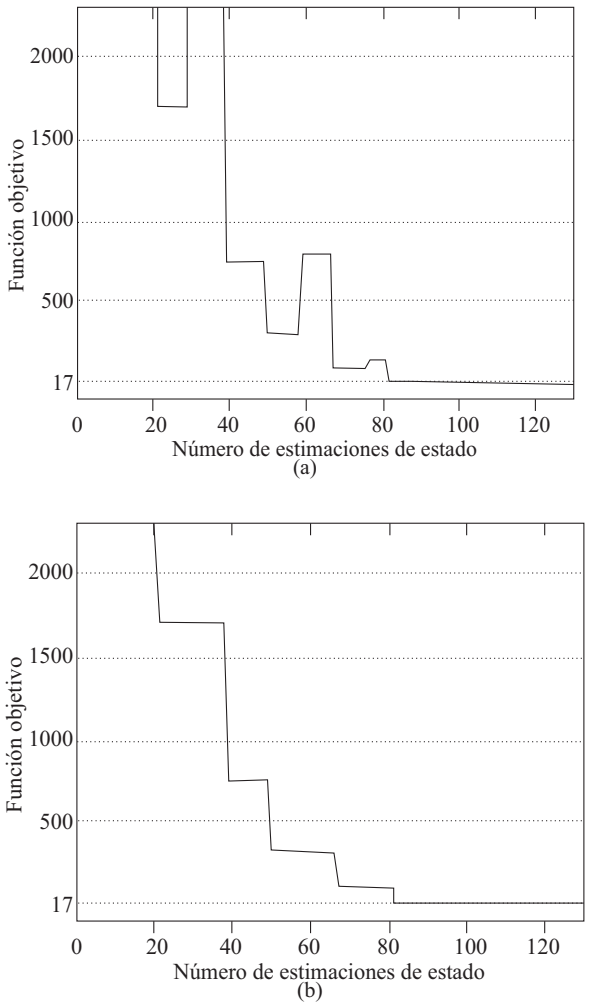

Figura 5 a) Proceso iterativo de la configuración solución usando BT. b) Proceso iterativo de la configuración incumbente

Conclusiones y recomendaciones

- El procedimiento clásico de estimación de estado WLS arroja resultados confiables en muchas de las implementaciones. Sin embargo, quedó demostrado que cuando existen errores de difícil detección la metodología convencional presenta inconvenientes en la identificación afectando considerablemente la calidad de los resultados, incurriendo en algunas ocasiones en problemas de observabilidad pese a disponer de un amplio número de mediciones al inicio de la estimación.
- Los procedimientos de identificación de puntos de apalancamiento al ser usados como factores de sensibilidad conjuntamente con las técnicas metaheurísticas, mejoran la calidad de la respuesta y el esfuerzo computacional.
- Los factores de sensibilidad pueden ser usados como inicializadores de la población inicial y como indicadores en el proceso de optimización.

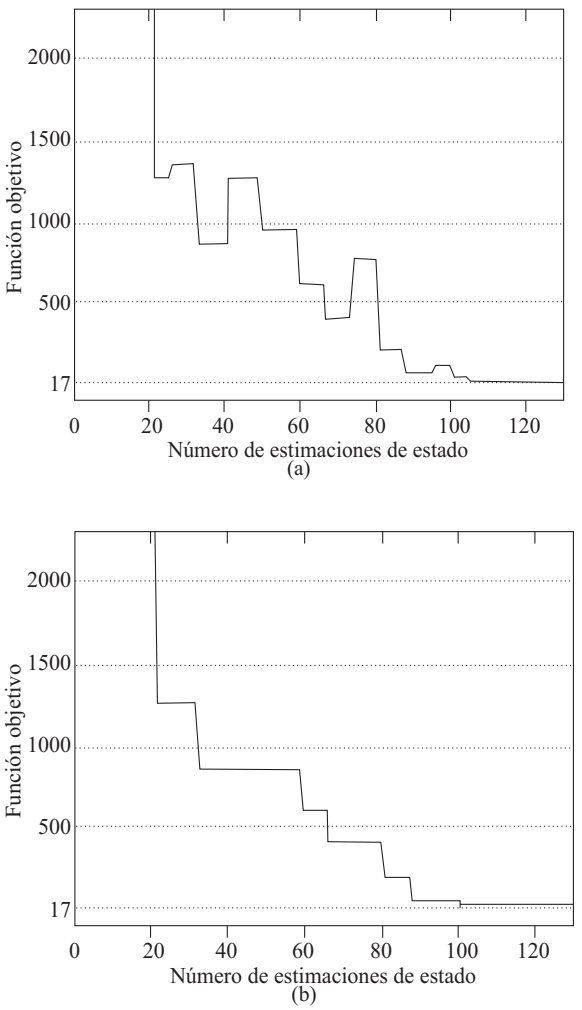

Figura 6 a) Proceso iterativo de la configuración solución usando SA. b) Proceso iterativo de la configuración incumbente

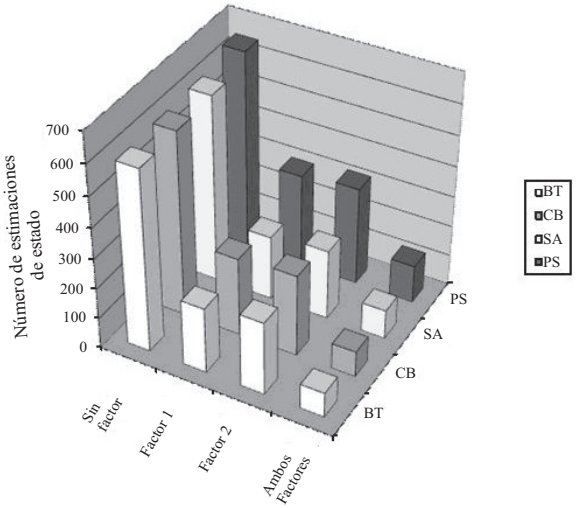

Figura 7 Resumen de los resultados obtenidos

- En la metodología propuesta la observabilidad permite a través de un procedimiento computacionalmente liviano garantizar la factibilidad de las configuraciones generadas.
- Al resolver la metodología propuesta sin hacer uso de los factores de sensibilidad la solución obtenida es de pobre calidad y el esfuerzo computacional se incrementa significativamente.
- El problema planteado es resuelto eficientemente con todos los métodos de solución aplicados BT, CB, SA y PS llegando en todos los casos a la solución óptima. Sin embargo, se observan algunas diferencias en el tiempo de proceso medido por la cantidad de estimaciones requeridas. De acuerdo a lo anterior el orden de menor a mayor esfuerzo computacional es el siguiente: CB, BT, SA y PS.

Referencias

1. F. C. Schweppe, J. Wildes. "Power System Static State Estimation: Parts I, II and III". *IEEE Trans. Power Syst.* Vol. 89. 1970. pp 120-135.
2. A. Monticelli. "Electric Power System State Estimation". *Proceedings of the IEEE.* Vol. 88. 2000. pp 262-282.
3. E. Asada, R. Romero, A. García. "Identifying multiple interacting bad data in power system state estimation". *Power Engineering Society General Meeting.* Vol. 1. 2005. pp. 571-577.
4. J. Grainger, W. Stevenson. *Análisis de Sistemas de Potencia*. Ed. Mc Graw Hill. 1998. pp. 603-647.
5. A. Monticelli, F. F. Wu, M. Yen. "Multiple bad data identification for state estimation by combinatorial optimization". *IEEE Trans. Power Delivery*. Vol. 1. 1986. pp. 361-369.
6. A. Monticelli, F. F. Wu. "Network observability: Theory". *IEEE Trans. Power Appatatus and Systems*. Vol. 104. 1985. pp. 1042-1048.
7. M. Celik, A. Abur. "A robust state estimator using transformations". *IEEE Trans. on Power Systems*. Vol. 7. 1992. pp. 106-113.
8. M. Celik, E. Liu. "An incremental measurement placement algorithm for state estimation". *IEEE Trans. on Power Systems*. Vol. 10. 1995. pp 1001-1009.
9. R. Gallego, A. Escobar, R. Romero. *Programación Lineal Entera*. Taller de publicaciones Universidad Tecnológica de Pereira. Pereira. 2008. pp. 1-250.
10. R. Gallego, A. Escobar, E. Toro. *Técnicas Metaheurísticas de Optimización*. Taller de publicaciones Universidad Tecnológica de Pereira. Pereira. 2008. pp. 1- 320.
11. J. Kennedy, R. "Eberhart. Particle Swarm Optimization". *Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks.* Vol. 4. 1995. pp. 1942-1948.