

# Modelo de cálculo de demanda de potencia eléctrica en sistemas de tracción tipo metro, tren y tranvía

## Electric Power Demand Model for Railway Traction Systems such as Subway, Train, and Tramway

Mario A. Ríos<sup>a</sup>, Gabriel García<sup>b</sup>

### PALABRAS CLAVES

Demanda de potencia eléctrica, demanda diversificada, esfuerzo de tracción, subestación rectificadora.

### KEY WORDS

Diverse demand, electric power demand, rectifier substation, traction effort.

### RESUMEN

Los sistemas eléctricos de transporte masivo (SETM) se han convertido en una de las alternativas para solucionar los problemas de movilidad en zonas urbanas o interurbanas. En este artículo, se presenta la teoría que permite modelar y determinar la demanda de potencia eléctrica de los SETM, la cual sirvió de base para el desarrollo de un modelo computacional. El artículo presenta dos ejemplos de aplicación, una línea de tranvía y una línea de metro, de donde se pueden observar requerimientos del suministro de energía de estos SETM a los sistemas de distribución eléctrica.

### ABSTRACT

The Electrified Mass Rapid Transit Systems (EMRTS) are one of the possible alternatives in solving mobility problems in urban and interurban areas. In this paper, we present the theory which allows modeling and determination of the EMRTS electric load, which serves as a base for the development of a computing model. The paper presents two examples of application: a tramway line and a subway line, from which we can observe the energy supply requirements of these EMRTS to the electric distribution system.

---

a Doctor en Ingeniería Eléctrica. Profesor asociado, Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica, Universidad de los Andes. Bogotá D.C., Colombia. ✉ mrios@uniandes.edu.co

b MSc. en Ingeniería Eléctrica, Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica, Universidad de los Andes. Bogotá D.C., Colombia. ✉ inggabriel25@hotmail.com

## INTRODUCCIÓN

Los sistemas de distribución de energía eléctrica (SisDis) son utilizados para abastecer la demanda de potencia de los sistemas eléctricos de transporte masivo (SETM). Por su parte, el metro, el tren de cercanías y el tranvía constituyen sistemas alternativos para la movilidad de pasajeros en centros urbanos. Sin embargo, su desarrollo implica grandes exigencias a los SisDis en cuanto a requerimientos de capacidad de suministro eléctrico. Actualmente, los SisDis de grandes urbes sin SETM son sistemas consolidados y fuertemente desarrollados; por lo que el desarrollo de un SETM constituye una gran incertidumbre para la proyección de la demanda de potencia y/o consumo de energía que los SisDis deberán proveer a los SETM.

Por lo anterior, es necesario para los SisDis calcular la potencia instantánea de los SETM en una línea de un SETM, por medio de modelos computacionales que contemplen parámetros como la longitud de la red, la aceleración, la variación de la velocidad, el frenado, el número de vagones, el número de pasajeros por vagón, el número de subestaciones rectificadoras (SSE) y las estaciones de pasajeros, entre otros, los cuales permiten simular las características físicas y eléctricas de estos sistemas de forma aproximada a un sistema real.

Este artículo presenta el modelo físico-matemático [1] para calcular el consumo de potencia de una línea de tracción y las características de la herramienta computacional desarrollada en Matlab [2]. Finalmente, se presentan dos ejemplos de aplicación: una línea típica de un tranvía y una línea de metro.

## MODELO MATEMÁTICO

Si bien existen modelos basados en consumo de energía, conocidos como modelos de potencia media horaria [3], para la planeación de sistemas de distribución es fundamental contar con modelos que permitan proyectar o determinar potencias instantáneas que consideren las interacciones entre los diferentes

vehículos (trenes) que transitan por una línea férrea de cualquiera de los SETM contemplados. El modelo aquí tratado se fundamenta en los principios físicos de tracción, lo que permite simular el consumo instantáneo de potencia eléctrica en función del comportamiento de las variables dinámicas. El modelo se desarrolla en forma paramétrica para su fácil implementación y aplicación.

### FUERZA NETA DE UN VEHÍCULO DE TRACCIÓN

Las curvas paramétricas de esfuerzo de tracción y frenado se fundamentan en la teoría de tracción implementada en locomotoras y trenes de alta velocidad. Existen tres factores que limitan el esfuerzo de tracción máximo ( $F_{max}$ ): i) el número de pasajeros que se encuentran a bordo del vagón, ii) la velocidad máxima del vehículo y iii) el consumo máximo de potencia. El esfuerzo máximo de tracción, utilizado por la aceleración y luego transferido al riel, está limitado por el total de la carga ( $m_m$ ) en los ejes, de la siguiente manera:

$$m_m = MT - (n_{aje} - n) \times p_{axle} \quad (1)$$

donde  $MT$  es la masa total del vehículo,  $n$  es el número de motores,  $n_{aje}$  es el número de ejes en el vehículo y  $p_{axle}$  es el peso por cada eje [1].

A su vez, la masa total del vehículo está dada por:

$$MT = p_v + (n_p \times p_{pas}) \times M_{DYN} \quad (2)$$

donde  $p_v$  corresponde al peso por vagón sin pasajeros,  $n_p$  es el número de pasajeros por vagón,  $p_{pas}$  es el peso promedio por pasajero (75 kg) y  $M_{DYN}$  representa la masa dinámica del tren que es la energía almacenada en las partes rodantes del vehículo, típicamente de 5-10 % [1].

El esfuerzo de tracción máximo, se calcula como:

$$F_{max} = \mu \times m_m \times g \quad (3)$$

donde  $\mu$  corresponde al coeficiente de fricción entre las ruedas y el riel, normalmente una constante de 15 % en trenes, metros y tranvías, y  $g$  es la gravedad [1]. Es importante destacar que los esfuerzos de tracción y de frenado son suministrados por el fabricante del vehículo.

La fuerza necesaria para mover un vehículo de tracción es igual a la  $MT$  del vehículo por la aceleración ( $a$ ). Esto es equivalente a la diferencia entre el esfuerzo de tracción  $TE(v)$ , la resistencia al movimiento  $RR(v)$  y el esfuerzo de frenado  $Be(v)$ , así:

$$F = m \times a = m \frac{dv}{dt} = TE(v) - RR(v) - B_e(v) \quad (4)$$

El esfuerzo de tracción en un vehículo eléctrico provee la propulsión necesaria para vencer la inercia y acelerar el vehículo. La resistencia al movimiento es la fuerza que se opone al movimiento del vehículo. Por último, el esfuerzo de frenado es usado para desacelerar el vehículo y detenerlo en su totalidad [4]. Por otro lado, la  $RR(v)$  se compone de dos fuerzas de acción: la llamada resistencia básica que es la fricción entre las ruedas del vehículo y el riel de conducción, y la resistencia aerodinámica, que representa las fuerzas de accionamiento externo en el vehículo [4, 5]. La  $RR(v)$  está dada por:

$$RR(v) = 10^{-3} \times (2,5 + 10^{-3} \times k(v + \Delta v)^2) \times MT \times g \quad (5)$$

donde,  $k \approx 0.33$  y  $\Delta v \approx 15$  km/h es la variación con respecto a la velocidad del viento.

La Tabla 1 presenta las fuerzas de acción (fuerza neta) de un tren, metro o tranvía que hace un recorrido entre dos estaciones de pasajeros para los cuatro regímenes de operación: parada, aceleración, velocidad constante y desaceleración. En parada y velocidad constante la suma de las fuerzas netas totales es cero y corresponde a velocidades iguales y mayores que cero [5]. Es importante mencionar que la fuerza gravitacional del vehículo se tiene en cuenta para vías férreas que contemplen pendiente.

Régimen de operación	Fuerza neta	Velocidad
Parada	$TE(v) - RR(v) - B_e(v) = 0$	$v = 0$
Aceleración	$TE(v) - RR(v) - B_e(v) > 0$	$0 \leq v \leq v_{max}$
Velocidad constante	$TE(v) - RR(v) - B_e(v) = 0$	$v > 0$
Desaceleración	$TE(v) - RR(v) - B_e(v) < 0$	$0 \leq v \leq v_{max}$

Tabla 1. Condiciones de fuerza y velocidad según regímenes de operación [5]

#### VARIABLES DINÁMICAS

Uno de los propósitos del modelo es contemplar la opción de utilizar el tiempo, el espacio o la velocidad como una variable independiente para los cálculos dinámicos. Como la fuerza neta del vehículo varía con la velocidad, la aceleración y desaceleración de un vehículo de tracción no es constante. Así, el modelo utiliza la velocidad como variable incremental independiente. La aceleración incremental se obtiene a partir de la fuerza neta y de  $MT$  del vehículo [5]:

$$a_i = \frac{F_i}{MT} \quad (6)$$

A su vez, el tiempo incremental de recorrido y la distancia recorrida en forma incremental son funciones de la velocidad y la aceleración, y están dadas por [5]:

$$t_{i+1} = t_i + \frac{v_{i+1} - v_i}{a_i} \quad (7)$$

$$s_{i+1} = s_i + v_i (t_{i+1} - t_i) \quad (8)$$

#### CONSUMO DE POTENCIA

La potencia consumida por un vehículo tipo tren, metro o tranvía depende de la velocidad y aceleración que tengan en cada instante de tiempo. La construcción de estas curvas están relacionadas con el esfuerzo de tracción, el volumen de pasajeros en las estaciones y las distancias entre estaciones de pasajeros [4, 6 y 7].

Para un SETM, el torque del motor y la velocidad son funciones lineales de la aceleración y de la velocidad angular. Por lo tanto, el consumo de potencia instantánea ( $P$ ) demandada por la carga (tren), en cada instante de tiempo, se puede obtener así:

$$P = m \times a \times V = (MT \times a + RR(v)) \times V \quad (9)$$

Este consumo de potencia aplica sólo para los primeros tres estados de operación, donde la velocidad es  $0 \leq v \leq v_{max}$  [6, 8]. Para el último estado de operación (desaceleración), en el que actúa el esfuerzo de frenado del vehículo, la potencia instantánea es función de un factor multiplicador  $\eta_B$  que describe la eficiencia del frenado regenerativo, que para este tipo de sistemas se considera en 30% [8, 9 y 10]:

$$P = B_e \times V \times \eta_B \quad (10)$$

## MODELO DE SIMULACIÓN

El consumo de potencia en una línea de un SETM está determinado por el número de trenes o vehículos férreos que circulan por la vía, por la demanda de pasajeros en cada estación y por el tiempo de despacho entre trenes. Con el objeto de simular este consumo, se desarrolló un programa en Matlab que contiene tres rutinas diferentes [2] y se basa en los modelos físico-matemáticos presentados en las secciones “Fuerza neta de un vehículo de tracción”, “Variables dinámicas” y “Consumo de potencia”.

### RUTINA PARA CÁLCULO DE CONSUMO INSTANTÁNEO DE POTENCIA

La primera rutina del programa calcula el consumo de potencia y el tiempo de viaje entre dos estaciones de pasajeros para un tren, en función de ecuaciones del modelo matemático descrito anteriormente, y teniendo en cuenta los regímenes de operación de la Tabla 1.

Durante el primer régimen de tiempo, el vehículo se mueve con aceleración constante; mientras la velocidad se incrementa. En el segundo régimen de operación, la aceleración deja de ser constante y comienza a decrecer; mientras que en el tercer régimen, el vehículo se mueve con velocidad constante hasta alcanzar la velocidad de crucero. Finalmente, en el cuarto régimen se comienza la operación de frenado con aceleración creciente negativa hasta un instante de tiempo que desacelera con una tasa constante para detenerse en la estación de destino [4, 6 y 7]. Si el número de pasajeros aumenta, aumenta también el esfuerzo de tracción máximo y disminuye el esfuerzo de frenado máximo en función de la velocidad.

El programa desarrollado considera como variables de entrada propias del sistema de tracción a simular la velocidad máxima, las curvas de esfuerzo de tracción y el frenado, parametrizados usando (1), (2) y (3), para su implementación en el modelo computacional.

Un aporte significativo del modelo de tracción simulado es la facilidad de utilizar las tecnologías del frenado regenerativo dentro del programa. Esta opción permite establecer el ahorro de energía de un SETM

cuando se dispone de éste en los trenes, como es el caso de la mayoría de los sistemas modernos de transporte eléctrico.

### RUTINA DE CÁLCULO DE FLUJO DE PASAJEROS

La segunda rutina es un algoritmo probabilístico para determinar el número de pasajeros por vagón para cada viaje y los tiempos de parada en cada estación de pasajeros. La rutina emplea información de la tasa de subida y bajada de pasajeros, y los tiempos promedio de subida y bajada por pasajero (1 a 2 segundos). El número de pasajeros en la primera estación se modela como una variable aleatoria [11]. A su vez, el número promedio de pasajeros que esperan en cada estación es modelado como una variable aleatoria definida por una función de distribución uniforme. Por lo tanto, el número de pasajeros de subida y bajada en cada estación es el número promedio de pasajeros por estación multiplicado por la tasa de subida y bajada según cada estación.

El número de los pasajeros que se encuentran dentro del vagón en el momento de arrancar el vehículo de cada estación es la diferencia entre pasajeros de subida y bajada, más el número de pasajeros que inicialmente se encontraban dentro del vagón al llegar a la estación [11]. Se establece además una capacidad máxima de pasajeros como límite.

### RUTINA DE CÁLCULO CONSUMO TOTAL DE POTENCIA ELÉCTRICA EN SUBESTACIONES RECTIFICADORAS

En la última rutina se calcula el consumo total instantáneo en cada una de las subestaciones rectificadoras o de tracción (SEE) que alimentan una línea (metro, tren de cercanías o tranvía). La línea de tracción contiene varias estaciones de pasajeros distanciadas entre 0,5-10 km, según el tipo de SETM. Los  $j$  vehículos son despachados según una programación, lo cual estipula la frecuencia de arribo a cada estación; estos tiempos van de 3 a 30 minutos, según el caso.

Este programa simula un número  $n$  de estaciones de pasajeros; se apela a la subrutina de movilidad (“Rutina de cálculo de flujo de pasajeros”) para determinar el flujo de pasajeros. Luego, se a la subrutina de

consumo de potencia activa y tiempo de viaje entre estaciones (“Rutina para cálculo de consumo instantáneo de potencia”) para simular el desplazamiento de un tren o vehículo a lo largo de la línea; así se obtiene el consumo de potencia y el tiempo total (incluyendo tiempos de parada en estaciones de pasajeros) que le toma en recorrer la vía férrea de un extremo a otro en los sentidos de ida y retorno. En último lugar, para un número de vehículos  $j$  en la vía, se determina el consumo de potencia de cada SSE en función de los vehículos conectados a la catenaria alimentada por cada SEE.

**EJEMPLOS DE APLICACIÓN**

**CONSUMO DE POTENCIA Y TIEMPO DE VIAJE ENTRE ESTACIONES DE PASAJEROS. CASO TRANVÍA**

Un vehículo de tracción tipo tranvía tiene como características típicas una tasa de aceleración de  $1,3 \text{ m/s}^2$ , una tasa de desaceleración  $1,5 \text{ m/s}^2$ , una velocidad promedio de  $36 \text{ km/h}$  y una velocidad máxima de  $70 \text{ km/h}$  [12]. La Figura 1a muestra el comportamiento de la aceleración y la velocidad para un ciclo de operación desarrollado por un tranvía que recorre una distancia de  $1 \text{ km}$  entre dos estaciones para tres escenarios de pasajeros (1, 100 y 202 pasajeros).

Se observa que la tasa de aceleración toma valores crecientes entre  $0,75 \text{ m/s}^2$  y  $1,0 \text{ m/s}^2$  para tranvías cuyo ciclo de trabajo tenga un mayor número de pasajeros dentro del vehículo. Igualmente, lo hace la tasa de desaceleración que toma valores entre  $0,8 \text{ m/s}^2$  y  $1,5 \text{ m/s}^2$  y cumple el mismo principio que la aceleración.

Si el objetivo es alcanzar velocidades máximas en las vías, el tiempo de viaje es mayor para tranvías que transportan un menor peso; esta característica es observada en los tres escenarios mostrados en dicha figura. Allí mismo, se observa que con un menor número de pasajeros a bordo del vehículo se reduce el tiempo de permanencia en el estado de velocidad constante pero los estados de aceleración y desaceleración requieren un mayor tiempo para alcanzar las velocidades deseadas. La Figura 1b muestra la aceleración y la velocidad de un tranvía que recorre dos estaciones de pasajeros con respecto a la distancia para los tres escenarios de pasajeros.

La Figura 2a muestra el consumo de potencia contemplando los cuatro estados de operación para los tres escenarios de pasajeros. Por ejemplo, para un recorrido con 202 pasajeros la potencia pico en la etapa de aceleración es de  $520 \text{ kW}$ , en la etapa de velocidad constante, el consumo de potencia es  $70 \text{ kW}$ ; y la potencia pico regenerada es de  $320 \text{ kW}$ , para un tiempo de viaje de  $70 \text{ s}$ . Si el vehículo tiene sistema de frenado regenerativo, muy común en los nuevos equipamientos, se observa que la energía regenerada en la etapa de frenado corresponde a un  $30\%$  con respecto al consumo de energía en las etapas de aceleración y velocidad constante.

El modelo computacional implementado puede simular los casos de frenado regenerativo o frenado por reóstato. La Figura 2b muestra el consumo de potencia al utilizar frenado por reóstato dentro de los vehículos o de las SSE; en ellos se observa que en la etapa de desaceleración la potencia no es regenerada por efectos de disipación de energía dentro del vehículo.

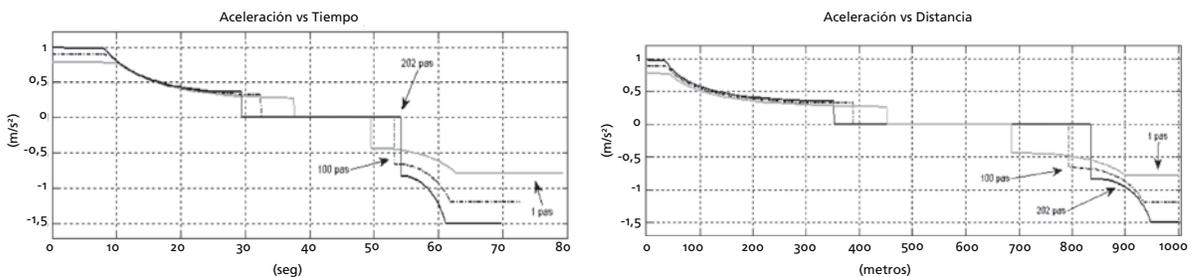


Figura 1. a) Curva aceleración vs. velocidad, b) Curva aceleración vs. distancia – Función pasajeros

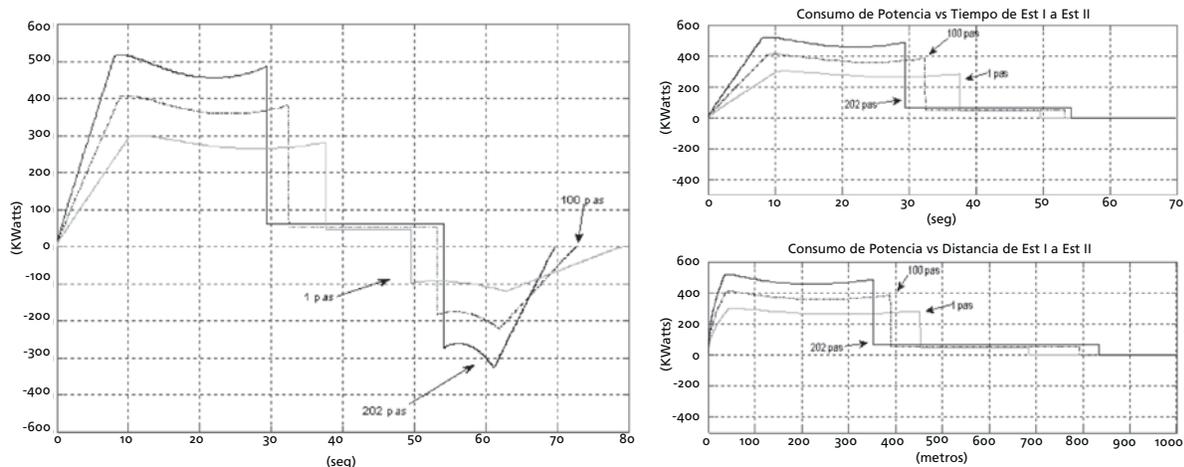


Figura 2. a) Consumo de potencia vs. tiempo con frenado regenerativo, b) Consumo de potencia vs. tiempo/distancia sin frenado regenerativo – Función del número de pasajeros

#### CONSUMO DE POTENCIA PARA VARIOS TRANVÍAS EN LA VÍA

Como ejemplo de las características de consumo de potencia eléctrica en una línea de SETM, se simuló una línea de tranvía de longitud total de 10,5 km en cada sentido, 10 estaciones de pasajeros, 1 km entre estaciones de pasajeros y 5 subestaciones de tracción. La línea se simuló con 21 trenes o vehículos, se consideró tanto el trayecto de ida como el de regreso y asumió un tiempo de despacho entre trenes de 2 minutos; es decir, máxima demanda de la línea.

Para la simulación, se empleó las curvas de esfuerzo de tracción y de frenado para un tranvía serie TMK2200 de la empresa Cotram, con una capacidad de 202 pasajeros por vagón y 6 motores de inducción de 67 kW, distribuidos en 3 bogíes ubicados en el chasis del vehículo [11].

La Figura 3a muestra el consumo de potencia de un solo tren o vehículo que hace un recorrido en doble sentido. La Figura 3b presenta la media móvil en intervalos de 1 minuto [13] del consumo de potencia instantánea de la 5ª subestación, para un tiempo de 67,9 minutos; ciclo de tiempo total que cubre un recorrido completo ida-regreso incluyendo paradas. Se puede ver que la demanda pico de potencia móvil es 941 kW, mientras que la demanda pico de potencia instantánea es 1723 kW.

El cálculo de la demanda de una SEE es función del tramo de línea (de la catenaria, específicamente) que es alimentado por cada SEE. Por tal razón, para cada instante de tiempo se requiere determinar la ubicación espacial de cada tren, el punto inicial y el final del segmento de línea o catenaria alimentado por la SEE. La Figura 4 muestra la distancia recorrida (doble vía 21 km) para 4 trenes o vehículos (por facilidad de ilustración en la figura) a lo largo de la vía vs. el tiempo que tarda cada tranvía en hacer todo el recorrido.

#### CONSUMO DE POTENCIA PARA UNA LÍNEA DE METRO

El sistema de metro contempla parámetros físicos y eléctricos similares a los utilizados por la línea de tranvía. Se simuló una condición de baja demanda, empleando valores típicos de estos sistemas: longitud del tramo de 11,25 km, 8 estaciones de pasajeros, 1,6 km entre estaciones de pasajeros y 4,0 km entre SSE, velocidad promedio de 70 km/h, velocidad máxima que alcanza un metro en una vía férrea de 100 km/h. Se asumió seis trenes en la vía y un tiempo de despacho de 10 minutos. La línea de metro contempla tres SSE a lo largo de la vía.

La Tabla 2 presenta el consumo de potencia pico y promedio de cada SSE, obtenida de la simulación del comportamiento al tener en cuenta las distancias atendidas por cada SEE.

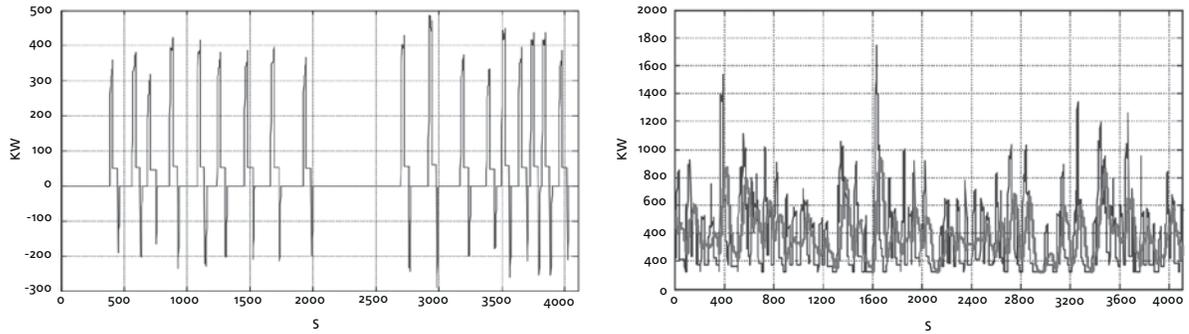


Figura 3. a) Consumo de potencia de un vehículo tranvía, b) Consumo de potencia en la SSE V

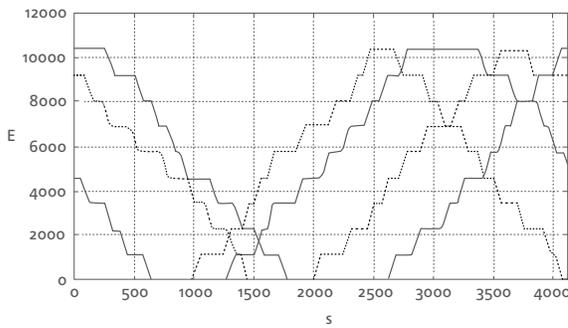


Figura 4. Distancia recorrida por cuatro trenes en una línea de tranvía

No. de la subestación rectificadora (SEE)	Distancia entre secciones aisladoras [km]	Consumo de potencia pico [kW]	Consumo de potencia promedio [kW]
SEE I	0 – 4,00	1404,56	425,28
SEE II	4,01 – 8,00	1522,34	431,91
SEE III	8,01 – 11,2	1374,18	372,92

Tabla 2. Demanda de potencia pico y promedio - Subestaciones del sistema metro

ANÁLISIS DE DEMANDA DIVERSIFICADA

La demanda máxima de una línea de cualquiera de los SETM dependerá del número de trenes que recorren de manera simultánea la línea. Asumiendo un tren como un usuario eléctrico, se puede elaborar las curvas de demanda diversificada de cada subestación. Estas curvas, ampliamente usadas en el planeamiento de los SisDis, indican la contribución promedio de cada usuario (en este caso cada tren) a la demanda máxima coincidente del grupo de usuarios. Está dada como:

$$y = \frac{1}{a + bx} + c \quad (11)$$

Los parámetros  $a$ ,  $b$ ,  $c$  se obtienen por medio de regresiones lineales que emplean los resultados de las simulaciones. La Tabla 3 presenta los coeficientes de las curvas de demanda diversificada para cada SSE del ejemplo del tranvía de la sección “Consumo de

No. de la subestación rectificadora (SEE)	a	b	c
SEE I	0,0036	0,0008	1,302
SEE II	0,0035	0,0009	1,231
SEE III	0,0042	0,0009	1,368
SEE IV	0,0040	0,0008	1,225
SEE V	0,0036	0,0009	1,101

Tabla 3. Coeficientes de la curva de demanda diversificada - SEE ejemplo tranvía

potencia para varios tranvías en la vía”. A su vez, la Figura 5 muestra las curvas de demanda diversificada de cada SEE para el caso a) línea tranvía de 5 SSE distribuidas a lo largo de la vía, b) línea de metro con 3 SSE atendiendo de 1 a 6 vehículos por SEE. Como se aprecia, las curvas son similares entre las diferentes subestaciones.

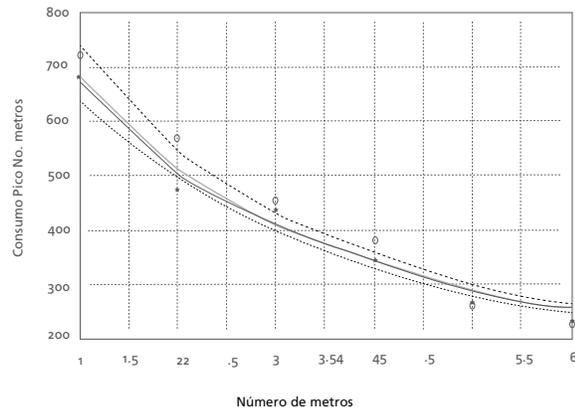
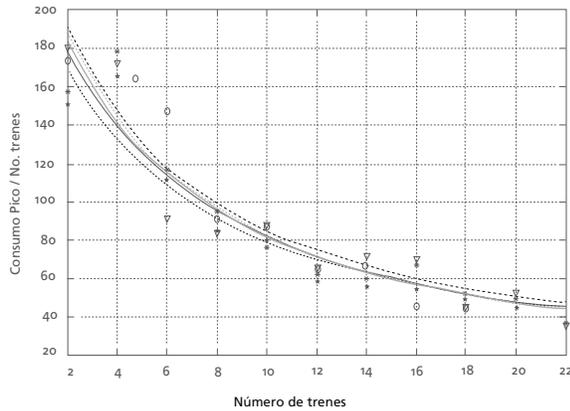


Figura 5. a) Curva de demanda diversificada - tranvía, b) Curva de demanda diversificada - Metro

## CONCLUSIONES

Este modelo permite a los ingenieros de planeamiento de SisDis establecer la demanda de los SETM por línea y así determinar los requerimientos de refuerzo del SisDis para atender la demanda asociada. El modelo se fundamenta en la interacción de las leyes y variables dinámicas de la física con las características eléctricas. Además, utiliza la velocidad desarrollada por el vehículo como variable incremental del sistema para simular los estados de operación de un SETM: aceleración, balanceo, velocidad constante y desaceleración.

El modelo es paramétrico y utiliza variables de entrada típicas tales como: el número de pasajeros por vagón, el número de estaciones de pasajeros, el tiempo de despacho y el número de subestaciones rectificadoras, con el propósito de simular el comportamiento de la carga dinámica de un SETM. Los parámetros son modificables para ajustarlos a cada caso particular.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen la financiación otorgada por COLCIENCIAS, SENA y CODENSA S.A. E.S.P. proveniente del Contrato de Cofinanciación No. 017-2007 celebrado con la Asociación Colombiana para el Avance de la Ciencia-ACAC, al proyecto de investigación “Modelos para el Planeamiento de Sis-

temas de Distribución con Alimentación a Sistemas de Transporte Eléctrico Masivo”.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

### [1] L. Buhrkall.

“Traction System Case Study. Electric Traction System”. *The 9<sup>th</sup> Institution of Engineering and technology Professional Development Course on Electric Traction Systems*. Manchester: Institution of Engineering and technology Professional, 2006, pp. 53-71

### [2] J.G. García, M.A. Ríos and G. Ramos.

(2009, 1-4 de septiembre). “A Power Demand Simulator of Electric Transportation Systems for Distribution Utilities”. *Universities Power Engineering Conference (UPEC), 2009 Proceedings of the 44th International*. Available: [http://ieeexplore.ieee.org/xpls/abs\\_all.jsp?arnumber=5429445](http://ieeexplore.ieee.org/xpls/abs_all.jsp?arnumber=5429445)

### [3] J.P. Perrin and C. Venard.

“Transports électriques urbains – Distribution d’énergie. Automatismes de contrôle”. D5-554, *Techniques de l’Ingénieur*, 1991. Available: <http://www.techniques-ingenieur.fr/base-documentaire/archives-th12/archives-reseaux-electriques-et-applications-tiadc/archive-1/transports-electriques-urbains-distribution-d-energie-automatismes-de-contrôle-d5554/>

- [4] **R. Vukan.**  
*Urban transit systems and technology*. New Jersey: Jhon Wiley & Sons, Inc. Hoboken, 2007. ISBN 978-0-471-75823-5, pp. 91-101.
- [5] **J.C. Jong and S. Chang.**  
 “Algorithms for Generating Train Speed Profiles”. *Journal of the Eastern Asia Society for Transportation Studies*, Vol. 6, 2005, pp. 356-371.
- [6] **C.S. Chen, H.J. Chuang, J.L. Chen.**  
 “Analysis of dynamic load behavior for electrified mass rapid transit systems”, *Industry applications conference*, Vol. 2, 1999, pp. 992-998.
- [7] **R.J. Hill.**  
 “Electric railway traction: Part 1 Electric traction and DC traction motor drives”, *Power Engineering Journal*, Vol. 8, No. 1, February 1994, pp. 47-56.
- [8] **P. Hsiang and S. Chen.**  
 “Electric Load Estimation Techniques for High-Speed Railway (HSR) Traction Power Systems”, *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, Vol. 50, No. 5, September 2001, pp. 1260-1266.
- [9] **J. Jong and E. Chang.**  
 “Models for Estimating Energy Consumption of Electric Trains”. *Journal of the Eastern Asia Society for Transportation Studies*, Vol. 6, 2005, pp. 278 - 291.
- [10] **L. Liudvinavičius and L. Lingaitis.**  
 “Electrodynamic Braking in High-Speed Rail Transport”. *Transport*. Vol. 22, No. 3, 2007, pp. 178-186.
- [11] **R. Fernández.**  
 “Tecnologías intermedias de transporte público. ¿Qué son, cuánto cuestan y qué capacidad ofrecen?”, *Ciencia Abierta*, Vol. 11, Dic., 2000. Disponible en: [http://cabierta.uchile.cl/revista/11/articulos/1\\_44/index.html](http://cabierta.uchile.cl/revista/11/articulos/1_44/index.html)
- [12] **P. Colignon and F. Cavenaile.**  
 “The Brussels Tramway 2000 whit Asynchronous Traction”, *Fifth European Conference on Power Electronics and Applications*, Vol.5, No. 13-16 September 1993, pp. 299-302.
- [13] **P. Martin. (2008, Nov.).**  
 “Train Performance & Simulation”, *The IET professional development course on electric traction systems*. Manchester, UK: Nov. 2008.