

Modelo Estocástico de demanda de agua en edificaciones y la recolección y procesamiento de datos para su formulación

Stochastic Model for Water Demand in Edificacions and the Data Recollection and Processing for its Formulation

Juan Saldarriaga ^{(1)*}, Diego Páez ^{(2)*}, Daniel Vallejo ^{(3)*}

⁽¹⁾ M.Sc. Ingeniería Hidráulica. Profesor titular. jsaldarr@uniandes.edu.co.

⁽²⁾ M.Sc. Ingeniería. Profesor instructor. da.paez27@uniandes.edu.co.

⁽³⁾ M.Sc. (c) Ingeniería. Asistente de investigación. d.vallejo49@uniandes.edu.co.

* Centro de Investigación en Acueductos y Alcantarillados, CIACUA, Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental, Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia.

Recibido 3 de octubre de 2013. Modificado 3 de julio de 2014. Aprobado 9 de julio de 2014.

Palabras clave

Redes internas de distribución de agua potable, pulsos rectangulares, medición de consumos.

Resumen

Las redes internas de distribución de agua potable (RIDAP) son el último elemento de un sistema de distribución de agua potable. Estas deben proporcionar un adecuado servicio a los consumidores de tal manera que estos tengan acceso al recurso en cualquier momento. Para cumplir este requisito debe haber un correcto diseño de las RIDAP, lo cual implica entender cuál será el consumo de agua futuro y de qué manera se presentará. En este artículo se plantea una metodología para calcular los parámetros que determinan los patrones de consumo junto con calibraciones realizadas para un caso de estudio de RIDAP.

Key words

Residential water networks, Rectangular pulses, Demand measurements.

Abstract

Residential water networks (RWN) are the last segment of a water distribution system. These networks must supply the users with the correct amount and quality of water at any point in time. To achieve this, the correct design of RWN's implies a sound understanding of the future water demands and the way in which it will present itself. This paper proposes a methodology for calculating the parameters that define the water demand pulses and the calibration realized for a case study.

INTRODUCCIÓN

Para el adecuado diseño, análisis, modelado y rehabilitación de las redes de distribución de agua potable (RDAP) es necesario conocer parámetros relevantes de la red como rugosidad de las tuberías, posición y apertura de las válvulas y fugas (García, García-Bartual, Cabrera, Arregui & García, 2004). Una de las variables más sensibles en el comportamiento de las redes de distribución de agua potable (RDAP) es la variación de la demanda; esto mismo sucede para las RIDAP (Almadoz, 2003). Tanto para el diseño de nuevas redes, como para la implementación de técnicas de control (operación de redes) y rehabilitación de RIDAP, es indispensable contar con modelos de demanda que permitan predecir el comportamiento de la red y de la carga que esta debe soportar.

En los últimos años, sin embargo, han surgido algunas metodologías de diseño basadas en modelos estocásticos; estas definen tres características para describir la dinámica de consumo: la intensidad, la duración y la frecuencia de uso. Algunas de estas características son presentadas en Buchberger & Wu (1995) y en Alcocer-Yamanaka, Tzatchkov & Buchberger (2006); en ellas, los autores proponen el modelado de patrones de consumo como variables aleatorias. A partir de estas aproximaciones se ha desarrollado una línea de investigación que busca mejorar el desempeño de los modelos de demanda. Algunas de estas son presentadas por los autores anteriormente nombrados en donde proponen el modelado de patrones de consumo como variables aleatorias.

Aunque la gran mayoría de estas metodologías fueron ideadas para RDAP, su aplicabilidad puede extenderse sin mayor

problema a las RIDAP. Para esto, además de tener en cuenta las metodologías de diseño, se deben considerar algunas metodologías y técnicas para la adquisición y procesamiento de datos de consumo como los propuestos en Jacobs & Haarhoff (2004) y en Alvisi, Franchini & Marinelli (2003).

El primer objetivo de este artículo es resumir este tipo de acercamientos. Se mencionan las principales bases teóricas necesarias y, luego, se introducen los coeficientes usados, incluyendo su explicación y algunos ejemplos hallados en la literatura. El segundo objetivo de este trabajo es presentar una adaptación de lo anterior en RIDAP. Se explicará una metodología diseñada para recolectar y procesar datos. Esto permitirá determinar la dinámica de la demanda de agua en edificaciones. Además, se presenta el algoritmo utilizado para la obtención de múltiples pulsos rectangulares de consumo a partir de una sola señal de consumo en una edificación. Por último, se muestra el caso de estudio del Edificio Mario Laserna de la Universidad de los Andes; en él se pone en práctica lo anterior y se corroboran los resultados encontrados en la literatura.

MODELO DE DEMANDAS EN EDIFICACIONES

Las metodologías estocásticas de modelación de la demanda caracterizan el consumo de agua por medio de tres variables: intensidad, duración y frecuencia. Estas se pueden graficar mediante pulsos rectangulares, en donde cada rectángulo representa el uso de un consumidor (ver Figura 1). En esta se evidencia el momento en la escala de tiempo en que llega el usuario, la intensidad de uso del aparato hidráulico (Caudal) y el tiempo durante el cual este es usado. Como se expone en Buchberger & Wells (1996), estos pulsos rectangulares pueden ser modelados por medio de la teoría de Pulsos Rectangulares No Homogéneos de Poisson (PRNHP).

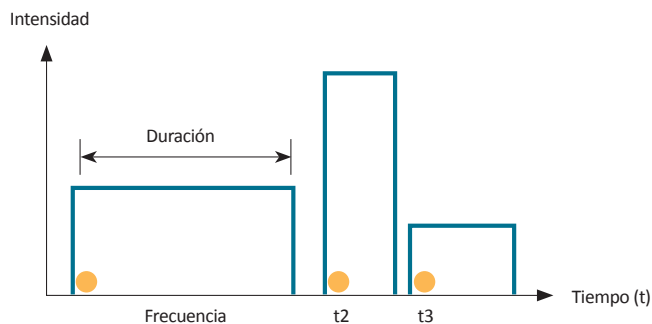


Figura 1. Pulsos rectangulares de demanda

La primera hipótesis que se utiliza a lo largo del documento es la suposición de que estas tres variables pueden ser modeladas como procesos estocásticos independientes; la segunda es que dos o más pulsos rectangulares no pueden empezar ni terminar al mismo tiempo. En García, García-Bartual, Cabrera, Arregui & García (2004), los autores proponen ciertas funciones de densidad de probabilidad (FDP) para cada

una de las tres variables que definen un pulso (intensidad, duración y frecuencia). En esta investigación, se corroboran estos resultados obteniendo el mismo tipo de FDP pero con parámetros diferentes ya que se evaluaron para una RIDAP. Como primer paso, se creó un algoritmo para la obtención de múltiples pulsos rectangulares de consumo a partir de una sola señal de consumo en una edificación. De acuerdo con mediciones y, teniendo en cuenta que un patrón de consumo típico está compuesto por un alto número de pulsos cortos sumados con un número bajo de pulsos de duración larga, la función de densidad de probabilidad más simple y ajustada para este tipo de comportamiento es la distribución exponencial, la cual está dada por:

$$f(T) = \alpha e^{-\alpha T} \quad (1)$$

en donde el valor esperado de un pulso está dado por $E(T) = \alpha^{-1}$.

La intensidad de los pulsos se modela siguiendo una distribución de Weibull con parámetros $\lambda(L/S)$ y un parámetro de forma β . Este modelo es ampliamente utilizado para modelar la intensidad de caudales en una RDAP. La FDP para la intensidad de los pulsos está dada por:

$$f(I) = \frac{\beta}{\lambda} \left(\frac{I}{\lambda}\right)^{\beta-1} e^{-(I/\lambda)^\beta}; I \geq 0 \quad (2)$$

La aparición de los pulsos varía con el tiempo debido a que estos ocurren cuando las personas que habitan cierta edificación demandan agua de la red. No se puede esperar que en la noche haya una tasa de llegadas igual a la de las mañanas o a aquella de las tardes; por esto, se supone que en función de la hora del día, existe una mayor o menor demanda del recurso. De esta forma, la frecuencia de aparición de los pulsos no debe ser constante, sino que debe seguir un proceso de Poisson con parámetro $\bar{\lambda}(t)$ dependiente del tiempo (proceso de Poisson no homogéneo).

El parámetro de intensidad de aparición de pulsos se denota como $v_j(t)$ y está dado por:

$$v_j(t) = C_j g(t) + \varepsilon(t), \quad (3)$$

donde $\varepsilon(t)$ es una variable aleatoria con media 0 y desviación estándar de σ , C_j es el valor esperado de llegadas en un día y $g(t)$ es un patrón que describe el comportamiento del consumo a lo largo del día. Teniendo en cuenta que $v_j(t)$ equivale a la tasa de llegadas para distintos instantes de tiempo, al integrarlo con respecto al tiempo debe ser igual a la tasa de llegadas para todo el periodo C_j :

$$\int_0^{24} g(t) dt = 1 \quad (4)$$

Y puede ser definido como:

$$g(t) = \frac{I}{I_0 k} [A_3 t^3 + A_2 t^2 + A_1 t + C_0] \quad (5)$$

donde C_0 es un coeficiente adimensional, y A_1 , A_2 y A_3 tienen unidades congruentes.

Para hallar la FDP del número de apariciones de pulsos de consumo, se puede usar un algoritmo computacional que deduce a partir de variables aleatorias uniformemente distribuidas. Este proceso resulta bastante dispendioso si se estudia directamente la distribución no homogénea de Poisson; sin embargo, se puede tomar un segundo camino analizando la distribución exponencial. Esta ruta alterna consiste en centrar el análisis en el tiempo entre apariciones, más que en las apariciones en sí. De esta forma, basta con usar la Función de Probabilidad Acumulada (FPA) de esta distribución para conocer cuál es la probabilidad de que en un intervalo de tiempo $(0, T]$ alcancen a llegar X número de usuarios:

$$F_M(m) = 1 - v_j e^{-v_j(t)m}$$

donde $v_j(t)$ corresponde al mismo valor del proceso no homogéneo de Poisson.

METODOLOGÍA

Como se mencionó anteriormente, este proceso fue diseñado y comprobado usando RIDAP. Los autores Buchberger et al. (2006), Alcocer-Yamanaka et al. (2006) y García et al. (2004), calibraron sus parámetros con información obtenida en zonas residenciales de Milford, Ohio y Valencia, España, y para ambos casos de estudio mostraron eficiencia a la hora de representar la dinámica. En esta investigación se buscó generar resultados similares para edificaciones. Por esto, aunque es posible adaptar el marco teórico para ser usado en RIDAP, el valor de las distintas variables debe ser cuantificado a partir de mediciones de campo propias.

El consumo de agua y los patrones en los que este ocurre varían mucho dependiendo del consumidor. El comportamiento de una zona residencial difiere de aquel en una zona industrial, comercial o empresarial; asimismo, entre ellos puede haber disparidades considerables. De ahí que las características de los pulsos no puedan ser únicas si no que varían dependiendo de la estructura analizada.

Por otro lado, se debe tener en cuenta que para determinar los parámetros de los pulsos, la muestra estudiada debe ser de tamaño considerable, ya que, el número de instalaciones hidráulicas y el número de usuarios influirá bastante en los resultados finales.

Una vez decidido el caso de estudio, se procede a definir el equipo de medición. Para esta investigación, el medidor de caudal utilizado fue un sensor ultrasónico no invasivo (Ultrasonic Portable Flowmeter UF801-P). Este utiliza un principio de medición basado en tiempos de tránsito del flujo por

ultrasonidos. Dicho principio consiste en el envío periódico de ondas, a través de las cuales el aparato realiza el cálculo de la velocidad (v) y el caudal (Q) del fluido por medio de la medición de la variación de los tiempos de tránsito (Δt) entre ondas consecutivas. Los datos son adquiridos cada segundo y almacenados en la memoria del dispositivo para luego ser procesados.

La preparación de la información para ser procesada comienza al pasar los archivos del software original, el cual recibe la información de los medidores, a una hoja de cálculo. Esta es ordenada por días u otro periodo de tiempo determinado, y se procede a eliminar información adicional entregada por el equipo que no tiene relevancia para estos análisis; de esta forma se deja únicamente el registro de la fecha y el caudal medido. Una vez se tiene esta información, se procede a corregir las imperfecciones presentes en la señal.

En total se encontraron tres tipos de errores; el primero de ellos fue denominado *Error Tipo Apagado*, y corresponde a momentos en los que el equipo no efectúa ningún tipo de registro. Esto se debe a que debido a su forma de operar, hay periodos de tiempo en los que éste se apaga y se reinicia automáticamente. Este evento es identificado asignando (-2) al valor del caudal en el segundo de falla. El segundo caso son los *Errores Tipo Medición*; estos corresponden a instantes en los que el equipo se encuentra activado, pero sufre algún tipo de alteración que hace que la alarma se dispare y que el registro se realice de forma incorrecta. En este caso, el registro no queda vacío como en el anterior, sino que se almacena un valor del caudal igual a 0 o valores muy pequeños por debajo del rango de medición ($0.01 \frac{L}{S}$, $0.02 \frac{L}{S}$). Estas alteraciones están relacionadas con las restricciones de operación, y pueden corresponder a la presencia de burbujas de aire en la tubería o fuertes turbulencias en la zona de medición, las cuales impiden la correcta lectura de la señal enviada por el medidor. Este evento es identificado asignando (-1) en el valor del caudal del segundo de falla. Finalmente, los *Errores Tipo Medición Negativa* corresponden a mediciones de caudal con signo negativo. Estos registros negativos no significan un cambio en la dirección del flujo, sino que el aparato está presentando un desfase en la medición; es decir, no se encuentra debidamente calibrado. Este evento es identificado asignando (0) en el valor del caudal del segundo de falla. Una vez se tienen estas bases de datos, se pueden realizar distintos gráficos que describan cualitativa y cuantitativamente el comportamiento de la demandas. Además, quedan listos para ser procesados y transformados en pulsos rectangulares, para así hallar los valores de los parámetros.

Para conseguir lo anterior, se llevaron a cabo tres etapas: *i*) los componentes de señal de alta frecuencia son eliminados de la señal medida. Para esto se utilizó un filtro FIR (Finite Impulse Response) pasa bajos, es decir, un filtro lineal de ventana que permite que pasen solamente las componentes de frecuencia bajas (las frecuencias de corte seleccionadas son 0.15Hz-0.45 Hz); *ii*) se calculó la derivada de la señal discreta. La derivada fue utilizada como medida del cambio

de la señal con el tiempo y activó un mecanismo que permitió identificar los pulsos (flanco de subida así como de bajada); *iii*) se calculó la integral de la señal durante una ventana de tiempo (que se movía sobre la señal de tiempo) para luego seleccionar las alturas (intensidades) de todos los pulsos detectados de tal manera que la integral de la suma de los pulsos se aproximaba a la integral de la señal original.

En la Figura 2 se presenta un ejemplo del procesamiento de datos usando el algoritmo planteado. En esta se puede observar que a pesar de que la suma de los pulsos no sigue exactamente la línea que representa los datos medidos en campo, sí constituye un buen acercamiento descriptivo de la misma. Las imperfecciones entre ambas curvas se deben, entre otras cosas, al filtrado de la señal y al hecho de que el índice de desempeño escogido mide la similitud entre las integrales de las señales. También es importante aclarar que se puede descomponer la señal medida de manera exacta, pero esto supone un número elevado de pulsos de duración corta, y esto, aunque matemáticamente posible, no respeta la lógica física del proceso.

Una vez los pulsos fueron identificados, se calculó para cada uno de ellos las tres propiedades que los describen: frecuencia, duración e intensidad. Con los datos de todos los rectángulos, se pudo organizar la información por intervalos, y de esta manera se generaron registros de frecuencia del valor de cada uno de los parámetros. Finalmente, utilizando el Toolbox en estadística de Matlab fue posible aproximar los datos presentados en los histogramas a funciones de distribución de probabilidad, similares a los presentados al principio de esta sección, y hallar los valores de los parámetros de cada una de ellas.

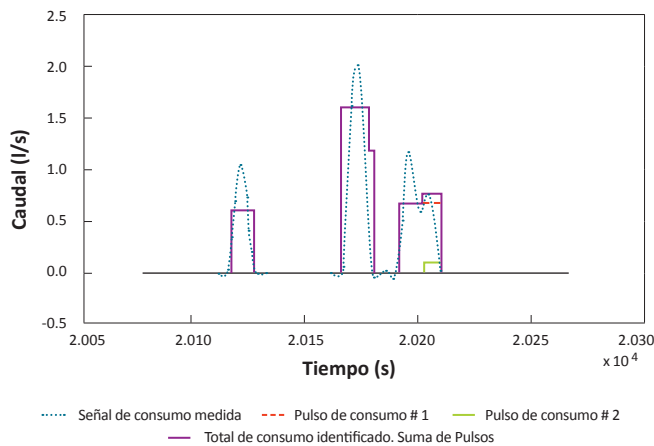


Figura 2. Descomposición de la señal en PRNHP

RESULTADOS

Como caso de estudio para probar la metodología propuesta, se seleccionó el Edificio Mario Laserna, sede de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de los Andes en Bogotá, Colombia. Para tomar esta decisión se tuvo en cuenta el tipo de

uso del mismo, el número de aparatos y conexiones hidráulicas disponibles, y sobre todo, el número de personas que diariamente lo transitan. La edificación cuenta con 8 pisos, más de 20 salones, 9 salas de computadores, 3 sótanos (en uno de ellos está ubicado el parqueadero y en otro el cuarto de bombas), la Biblioteca General Ramón de Zubiría, un auditorio con capacidad para 600 personas, más de 50 laboratorios y la totalidad de las dependencias administrativas de la Facultad de Ingeniería. El edificio Mario Laserna, además de tener un alto flujo de personas, también tiene una gran cantidad de aparatos de consumo de agua; cuenta con alrededor de 400 lavamanos y 120 sanitarios u orinales.

El sistema de abastecimiento de agua del edificio se divide en cuatro partes. La primera de ellas contiene todas las conexiones que permiten extraer agua del sistema de acueducto de la ciudad de Bogotá. La segunda contiene las distintas estructuras hidráulicas que permiten captar, almacenar y direccionar las aguas lluvias. La tercera parte, es el cuarto de bombeo que está ubicado en el Sótano 3; a este último llega tanto el agua potable de la red como la que ha sido captada en las precipitaciones, y en este punto se redistribuye a todo el edificio por medio de 4 rutas. La primera de ellas lleva agua potable a los pisos bajos (desde el sótano 2 hasta el cuarto piso), la segunda la lleva a los pisos altos (del cuarto al octavo piso). Finalmente las otras dos rutas llevan el agua filtrada (agua proveniente de precipitaciones), una, a los pisos bajos y la otra, a los altos.

El equipo de medición fue ubicado en la red de agua filtrada tanto para los pisos altos como para los bajos. Esta red es la encargada de suministrar el agua para los sanitarios y orinales de fluxómetro. Para los pisos bajos se realizaron mediciones durante 17 semanas, entre el lunes 31 de enero y el domingo 29 de mayo de 2011. Sin embargo, debido a una gran cantidad de imprevistos, para los cálculos posteriores solo se tiene en cuenta la información de 11 semanas. Para los pisos altos, se realizaron mediciones durante 9 semanas, entre el lunes 28 de marzo y el domingo 29 de mayo.

Con la información adquirida se observó que durante la madrugada, el consumo es nulo hasta que a primeras horas del día empieza a trabajar el personal de limpieza donde los pulsos comienzan aparecer. Minutos después, llegan los primeros estudiantes y la demanda promedio crece a medida que pasa el tiempo; durante el día este consumo aumenta y permanece casi constante. Finalmente, entre las 7 pm y las 9 pm, las curvas decaen drásticamente hasta que hacia las 10 pm la demanda es nula de nuevo. Para percibir fácilmente la fluctuación del caudal respecto al tiempo, se muestra en la Figura 3 la dinámica para periodos de 15 minutos, empezando a las 10:00:01 am. Los días presentados van desde el lunes 23 hasta el jueves 26 de mayo de 2011 para la red de agua filtrada de pisos bajos.

Después de representar la dinámica de la señal, se realizó el proceso de transformación de la curva a pulsos rectangulares usando el algoritmo propuesto. En la Figura 4 se puede ver la curva original sin las componentes de alta frecuencia,

los distintos pulsos que van apareciendo y finalmente la sumatoria de estos, que por medio del proceso de integración igualan al caudal proyectado por la señal. A pesar de que la señal medida y la reproducida no se comportan exactamente de la misma forma, se puede afirmar que los errores no son muy grandes y que la reproducción es aceptable. Sin embargo, estas imperfecciones en el procedimiento se traducen en limitantes que durante la investigación generan incertidumbre, sobre todo en los resultados finales.

Una vez se identificaron los pulsos, se procedió a evaluar sus propiedades estadísticas, para calcular (calibrar) los parámetros del modelo de PRNHP. En la Figura 5 se observa el histograma de frecuencias para la intensidad de los caudales de los distintos pulsos. Esta fue ordenada en intervalos de 0.1 L/s. También se observa que hubo algunos pulsos cercanos a los 3 L/s. Estos hacen referencia a dos o más aparatos que están siendo utilizados en el mismo instante; esta situación es de muy baja ocurrencia debido a que la duración promedio de descarga de estos aparatos es inferior a 2 segundos. En la Figura 6 se observa el histograma de frecuencias para la duración de los pulsos; esta fue ordenada en intervalos de 50

segundos. Por último, con base en los histogramas encontrados, se usó el Toolbox de Matlab, para encontrar la FDP que mejor describiera el comportamiento. Las funciones encontradas concuerdan con las reportadas en la literatura y solamente varía el valor de los coeficientes de cada una. En la Tabla 1 se encuentran los distintos parámetros que describen la intensidad, duración y frecuencia del consumo en el edificio Mario Laserna.

Tabla 1. Valores de los distintos parámetros que describen la dinámica demanda de agua en el caso de estudio

Categoría	Variable	Parámetro	Valor
Consumo	Intensidad	α	$0.09322s^{-1}$
	Duración	λ	$0.25 L/s$
Aparición	Poisson no Homogéneo	A_1	-90
		A_2	15.5
		A_3	-0.05
		C_0	445.25
		σ_r	6.6091

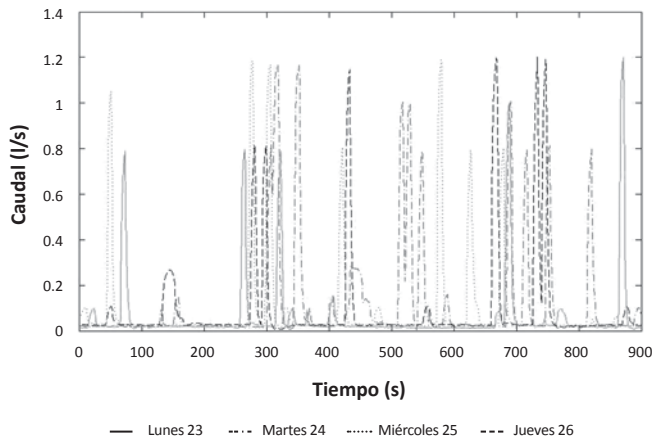


Figura 3. Dinámica de la demanda entre las 10:00:01 y las 10:15 am, para los días lunes 23, martes 24, miércoles 25 y jueves 26 de Mayo de 2011

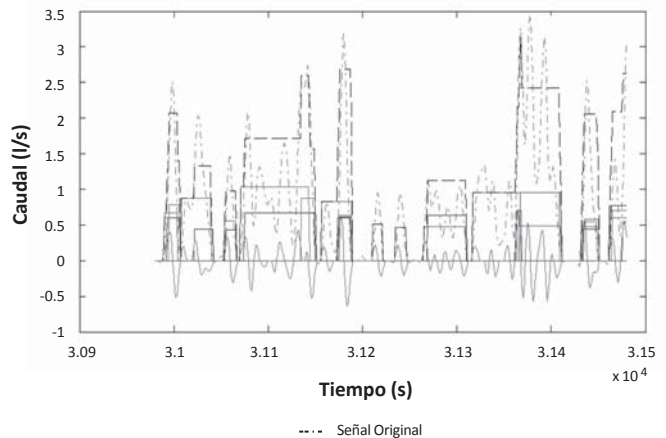


Figura 4. Transformación de la señal de pisos altos

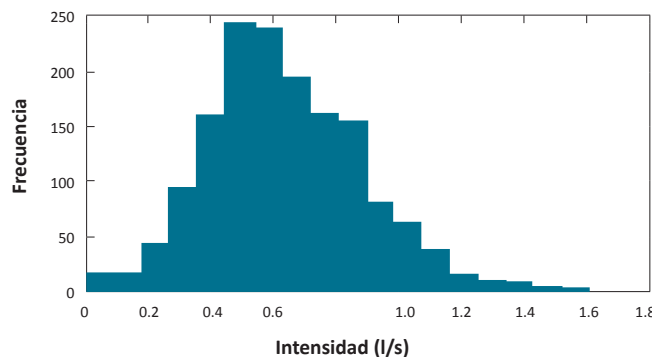


Figura 5. Histograma de la intensidad de los pulsos identificados desde la señal medida

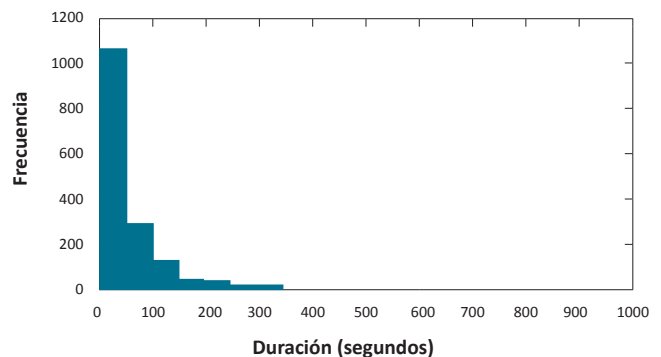


Figura 6. Histograma de la duración de los pulsos identificados desde la señal medida

ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

A partir de los resultados hallados, se puede ver que la metodología propuesta permite determinar la dinámica de la demanda, y logra representarla por medio de pulsos rectangulares generando los parámetros necesarios para describirla por medio de funciones estocásticas. Adicionalmente, se pudo ver que a pesar de que existen desfases entre la curva medida y la generada, esta última obtiene una precisión suficiente para afirmar que los distintos pulsos tienen la capacidad de modelar la demanda. Por otro lado, al definirlos, se puede obtener información valiosa de la intensidad, duración y frecuencia, y del comportamiento de los distintos usuarios que accedieron a la red. Con lo anterior, queda claro que sería posible aplicar el concepto de los pulsos no homogéneos a redes de mayor extensión, ya sean barrios u otros tipos de uso de edificaciones.

Es importante resaltar que para el correcto modelado de las demandas, se debe tener cuidado a la hora de generalizar los resultados. Esto quiere decir que, a menos que el caso de estudio sea bastante similar al edificio Mario Laserna, es necesario realizar mediciones de campo para obtener las características estadísticas de cada uno de los casos en los que se pretende estudiar el consumo. Para esto se debe tener en cuenta el tamaño de la edificación, los flujos de personas y el tipo de uso. Solo así se logra sintonizar adecuadamente los modelos estocásticos con la situación real.

También vale la pena mencionar que el costo computacional de la deconvolución de las señales, a pulsos de consumo, representa una restricción en la implementación del modelo. El algoritmo desarrollado en este proyecto es aún muy costoso computacionalmente para que pueda ser utilizado por un usuario convencional. Esto está conectado con la calidad y cantidad de información medida, pues con base en estas se puede predecir que tan bien calibrados pueden llegar a estar los modelos de PRNHP. De esta forma, la adquisición de datos en este tipo de sistemas es fundamental a la hora de validar los resultados.

RECOMENDACIONES

Debido al alto costo computacional del procesamiento de las señales de consumo, es necesario desarrollar esquemas de procesamiento de datos que reduzcan la carga computacional, y de esta forma se permita a cualquier tipo de usuario hacer uso de este algoritmo. Asimismo, vale la pena revisar y estudiar técnicas que permitan disminuir el número de datos requeridos para calibrar el modelo. Por otro lado, teniendo en cuenta que los algoritmos desarrollados hacen uso de varios programas e.g., Excel, Matlab, Visualbasic, para el desarrollo del sistema, como un trabajo futuro se propone unificar todo el desarrollo de programación en una sola plataforma haciendo que la solución sea mucho más fácil de utilizar.

En cuanto a las mediciones, se recomienda que investigaciones similares trabajen en otro tipo de edificios. En esta oportunidad se estudió el edificio Mario Laserna de la Universidad de los Andes, que aunque es de tamaño considerable y maneja grandes flujos de personas, está dedicado específicamente a actividades académicas. Es de esperar que mediciones en edificios dedicados a otro tipo de fines, industriales, comerciales, residenciales o de oficinas, arrojen modelos de demanda de agua diferentes y por ende parámetros distintos a los encontrados en este trabajo. También se debe tener en cuenta el tamaño de las estructuras a la hora de diversificar los casos de estudio. Se pueden esperar otro tipo de resultados en edificios de más o menos 10 pisos. Por otro lado, la distribución de los nudos, puntos donde se ubican los aparatos de demanda, también puede afectar las características de la demanda y el comportamiento hidráulico de la red; un conjunto residencial de casas se comporta de forma diferente a un edificio, aun cuando tengan números de nudos similares, y es necesario conocer estas diferencias.

REFERENCIAS

- Alcocer-Yamanaka, V., Tzatchkov, V. & Buchberger, S. (2006). Instantaneous Water Demand Parameter Estimation from Coarse Meter Readings. *Water Distribution Systems Analysis Symposium*, (págs. 1-14). Cincinnati, Ohio, United States.
- Almadoz, J. (2003). *Directrices y herramientas de mejora del rendimiento hídrico en redes de aguas urbanas*. Valencia, España: Tesis doctoral, Universidad Politécnica de Valencia.
- Alvisi, S., Franchini, M. & Marinelli, A. (2003). A Stochastic Model for Representing Drinking Water Demand at Residential Level. *Water Resources Management* 17, 197-222.
- Buchberger, S. & Wells, G. (1996, 122). Intensity, Duration, and Frequency of Residential Water Demands. *Journal of water Resources Planning and Management*, 11-19.
- Buchberger, S. & Wu, L. (1995). Model for Instantaneous Residential Water Demands. *Journal of Hydraulic Engineering* 121 (3), 232-246.
- García, V. J., García-Bartual, R., Cabrera, E., Arregui, F. & García, J. (2004). Stochastic Model to Evaluate Residential Water Demands. *Journal of Water Planning and Management* 130 (5), 386-394.
- Jacobs, H. & Haarhoff, J. (2004). Structure and data requirements of an end-use model for residential water demand and return flow. *WaterSA* 30 (3), 293-304.