

# **AVERSIÓN AL RIESGO Y TASA SUBJETIVA DE DESCUENTO: EL CASO COLOMBIANO, 1970-2003**

---

Mónica Arango Arango\*  
Andrés Ramírez Hassan\*\*

**Recibido:** 01/03/2007

**Aceptado:** 27/04/2007

## **RESUMEN**

El presente artículo desarrolla las estimaciones econométricas de la tasa subjetiva de descuento y el parámetro de aversión al riesgo para la economía colombiana. El período de análisis es 1971-2003 y la forma estructural del modelo son establecidas por el CCAPM. Se encuentra que el agente representativo se caracteriza por ser amante al riesgo e impaciente.

**PALABRAS CLAVE:** aversión al riesgo, tasa subjetiva de descuento, CAPM consumo

## **ABSTRACT**

This article shows the econometric estimations of the risk aversion and the subjective discount-rate parameters in the Colombian economy. The period is from 1970 to 2003 and the structured form is given by the CCAPM. It has been found that the representative agent is characterized by being a risk lover and impatient.

**KEY WORDS:** Risk aversion, subjective rates of discount, consumption CAPM

---

\* Docente e Investigadora del Programa de Ingeniería Financiera, Universidad de Medellín.  
E-mail: moarango@udem.edu.co, teléfono: 3405408, dirección: Carrera 87 # 30-65, Bloque 4 oficina 108.

\*\* Docente e Investigador del Departamento de Economía, Universidad EAFIT. E-mail: aramir21@eafit.edu.co, teléfono 057 4 2619549, dirección: Carrera 49 7 Sur 50 Avenida Las Vegas, Bloque 26 oficina 204.

## INTRODUCCIÓN

El parámetro de aversión al riesgo y la tasa subjetiva de descuento han sido centro de debate en la literatura económica y financiera desde hace varios años. Este acontecimiento obedece a que estos parámetros gozan de gran relevancia en varios aspectos; en el ámbito financiero tiene implicaciones para la determinación de la prima de riesgo y la tasa libre de riesgo que se desprenden del modelo CAPM basado en consumo (CCAPM). A partir de la derivación del modelo se ha evidenciado que el parámetro de aversión al riesgo que se deduce del modelo es demasiado elevado como para explicar los excesos de retornos esperados en los mercados; este acontecimiento fue denominado por Mehra y Prescott (1985) como el acertijo de la prima por riesgo. Si dicho parámetro de aversión al riesgo fuese aceptado, éste implicaría una enorme tasa libre de riesgo, la cual no es compatible con la evidencia empírica.

En términos macroeconómicos, la determinación del coeficiente de aversión al riesgo permite establecer la evolución de la tasa de crecimiento del consumo, puesto que bajo una función de utilidad intertemporal aditivamente separable, tal como la función de aversión relativa al riesgo constante, el parámetro de aversión al riesgo es el inverso de la elasticidad de sustitución intertemporal entre consumo presente y futuro, es decir, este parámetro establece la magnitud del efecto sustitución y el efecto ingreso que experimenta el agente representativo ante cambios en la tasa de interés y, por consiguiente, la trayectoria del consumo a través del tiempo.

Además, la tasa subjetiva de descuento determina la tasa a la cual los individuos descuentan la utilidad generada por el consumo futuro, es decir, ésta refleja el grado de impaciencia del agente representativo, lo que determina el deseo de los agentes por presentar sendas de consumo suaves a través del tiempo. Una tasa subjetiva de descuento elevada implica un agente representativo impacien-

te, lo que se traduce en un incremento enorme del consumo presente; por consiguiente, tasas de ahorro bajas que se traducen en ausencia de capital que promueva el crecimiento económico.

Finalmente, en el orden microeconómico, el parámetro de aversión al riesgo es un insumo vital para el cálculo del equivalente de certeza, y de éste, la prima por riesgo que en un momento determinado del tiempo las firmas aseguradoras pueden cobrar a sus clientes.

Mehra y Prescott (1985) investigaron la evidencia empírica sobre la prima de riesgo en Estados Unidos, obteniendo para el período 1889–1978 una prima de riesgo de 6,18%. Los autores encontraron que este resultado empírico no se ajustaba a lo expresado por la teoría, es decir, no era coherente con el modelo CAPM ni con el CCAPM. Adicionalmente, encontraron que el dato observado no era análogo con la aversión al riesgo de un inversionista promedio, pues hallaron que la prima de riesgo observada correspondía a valores del coeficiente de aversión relativa al riesgo muy superiores a los sugeridos por la teoría (mientras la teoría sugiere un coeficiente en el intervalo 1 a 4, estos autores encontraron coeficientes entre 30 y 40).

Siegel (1992), tratando de explicar la paradoja de la prima de riesgo, amplía el período de estudio, desde 1802 hasta 1990, e incluye variables diferentes a las empleadas por Mehra y Prescott (1985)—entre ellas se destacan un índice bursátil distinto, una medida diferente de inflación y una tasa de interés de corto plazo—; si bien este autor encuentra una prima de riesgo más baja, ésta aún no se acerca a lo estipulado por la teoría.

Algunos investigadores han realizado modificaciones a los parámetros del modelo de CCAPM con el fin de explicar la paradoja de la prima de riesgo, pero los resultados obtenidos siguen demostrando primas de riesgo superiores a las de la teoría. Cecchetti *et al.* (1993) agrupan los años de alto crecimiento del consumo y de bajo crecimiento del

consumo. Igualmente, estos autores establecieron que el apalancamiento financiero de las empresas aumenta el riesgo de las acciones, y esto, a su vez, afecta la prima de riesgo; no obstante, los resultados arrojaron primas de riesgo altas.

Otros autores tratan de explicar la paradoja a partir de una revisión de las actitudes de los agentes frente al riesgo. Kandel y Stambaugh (1990) plantean que es posible que el coeficiente de aversión al riesgo pueda ser superior a 10, puesto que no existe evidencia suficiente para afirmar que dicho coeficiente debe ser pequeño.

Benartzi y Thaler (1995) introducen el concepto de *myopic loss aversion*, como una combinación de dos factores que inciden en que el inversionista sea incapaz de enfrentar los riesgos asociados a tener un portafolio de acciones: la aversión a perder, y la evaluación de los portafolios en el corto plazo, ignorando los retornos en el muy largo plazo. Es decir, los agentes no tienen tanta aversión al riesgo como aversión a sólo perder, de modo que las pérdidas duelen más que las ganancias, y estas se ven afectadas por el horizonte tan corto en el que los inversionistas revisan sus portafolios.

Kocherlakota (1996) explica la paradoja de la prima de riesgo a partir de la existencia de costos de transacción, y del hecho de que los agentes poseen un coeficiente de aversión relativa al riesgo mayor a 10, pero indica que esta posición no es ampliamente aceptada por muchos economistas. El autor argumenta que esta alta aversión al riesgo es sustentada en que este supuesto “extraño” sobre el comportamiento humano es consistente con datos diferentes a la realización promedio de la prima de las acciones.

Montoya y Restrepo (2004) determinaron la existencia del enigma de la prima de riesgo para las acciones en el mercado bursátil colombiano y estimaron el coeficiente de aversión al riesgo del agente representativo. Estos autores utilizaron las ventas al por menor mensuales durante el período diciembre 1993–diciembre de 2002 como una proxy del consumo del agente representativo, ar-

gumentando que “estas series pueden caracterizar mejor el comportamiento del agente que invierte en bolsa”. Por otra parte, en este trabajo, se empleó el consumo anual de las cuentas nacionales para 33 años porque se considera que explica mejor el comportamiento de un agente representativo de la economía colombiana, mientras que una proxy de ventas al por menor excluye algunos componentes que consideramos relevantes y que se incluyen en la metodología empleada por el DANE para calcular el IPC. Montoya y Restrepo (2004) partieron de una tasa subjetiva de descuento de 0,99 para estimar la prima de riesgo, de acuerdo con estudios previos, entre los que señalan a Kocherlakota (1996). Sin embargo, no se observa con claridad de dónde se obtiene este valor. De acuerdo con la tasa histórica de crecimiento del consumo para Colombia en el período 1970–2003, una tasa subjetiva de descuento de 0,99 implicaría un crecimiento del consumo igual a cero, lo cual no se ajusta a la evolución real de la economía colombiana.

El objetivo del presente artículo es estimar el parámetro de aversión al riesgo del agente representativo colombiano conjuntamente con la tasa subjetiva de descuento. Para tal efecto se parte del marco teórico que establece el CCAPM.

## MARCO TEÓRICO

Dado el objetivo de estimar el parámetro de aversión al riesgo y la tasa subjetiva de descuento para la economía colombiana, se parte del modelo originalmente planteado por Lucas (1978). En este modelo, el agente representativo establece las proporciones óptimas de inversión en el activo riesgoso ( $\theta_t$ ) y el activo libre de riesgo ( $\theta_t^f$ ), de tal forma que se cumpla  $\theta_t + \theta_t^f = 1$ .

El problema del individuo es maximizar el valor presente esperado de la utilidad, donde beta es el factor de descuento subjetivo que pertenece al intervalo cero–uno, sujeto a la restricción de presupuesto intertemporal dado el nivel inicial de riqueza del agente ( $w_0$ ).

$$\text{Max}_{c_t, \theta_t^f, \theta_t} E_t \sum_{i=t}^{\infty} \beta^{i-t} u(c_i) \quad (1)$$

Sujeto a

$$w_{t+1} = (w_t - c_t)(\theta_t^f R_t^f + \theta_t R_t) \quad (2)$$

$$\theta_t + \theta_t^f = 1 \quad (3)$$

Dado  $w_0$

En este contexto  $c$  representa el consumo,  $w$  los ingresos laborales  $R^f$  la tasa libre de riesgo,  $R$  la rentabilidad del activo riesgoso y  $\theta$ 's las participaciones en el portafolio.

Se asume que la utilidad es aditivamente separable, y se trabaja específicamente con la función de utilidad de aversión relativa al riesgo constante (CRRA por sus siglas en inglés).

$$u(c_i) = \frac{c_i^\gamma}{\gamma} \quad (4)$$

Donde  $\gamma$  es el parámetro de aversión al riesgo, y su inverso es la elasticidad de sustitución intertemporal del consumo.

La ecuación de Bellman asociada al problema de optimización:

$$V_t(w_{t+1}) = \text{Max}_{c_t, \theta_t^f, \theta_t} \{u(c_t) + \beta E_t V(w_{t+1})\} \quad (5)$$

Donde las condiciones de primer orden son:

$$\begin{aligned} c_t^{\gamma-1} - \beta E_t \{V'(w_{t+1})(\theta_t^f R_t^f + \theta_t R_t)\} &= 0 \\ \beta E_t \{V'(w_{t+1})(w_t - c_t)(-R_t^f + R_t)\} &= 0 \\ \beta E_t \{V'(w_{t+1})(\theta_t^f R_t^f + \theta_t R_t)\} &= V'(w_t) \end{aligned} \quad (6)$$

Manipulando las ecuaciones en consideración y sabiendo que  $w_t$ ,  $c_t$  y  $R_t^f$  son conocidos en  $t$ , se llega a las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} c_t^{\gamma-1} &= \beta R_t^f E_t \{c_{t+1}^{\gamma-1}\} \\ c_t^{\gamma-1} &= \beta E_t \{c_{t+1}^{\gamma-1} R_t\} \end{aligned} \quad (7)$$

Maniobrando sobre la primera ecuación, asumiendo que el consumo en  $t + 1$  no es estocástico y aplicando logaritmo natural se obtiene una ecuación susceptible de estimación econométrica.

$$\ln R_t^f = -\ln \beta + (1 - \gamma) \ln(c_{t+1}/c_t) \quad (8)$$

La forma reducida asociada es:

$$\ln R_t^f = \alpha_1 + \alpha_2 \ln(c_{t+1}/c_t) + \varepsilon_t \quad (9)$$

Donde  $\varepsilon_t$  es una perturbación estocástica ruido blanco. A partir de dicha estimación se obtiene la tasa subjetiva de descuento y al parámetro de aversión relativa al riesgo.

## RESULTADOS EMPÍRICOS

Se utilizó información secundaria obtenida principalmente del Fondo Monetario Internacional (FMI) y del Departamento Nacional de Estadística (DANE). Se emplearon series anuales desde 1970-2003; la tasa libre de riesgo fue tomada del FMI al igual que la serie de rentabilidad de mercado cuyo proxy es el rendimiento logaritmico del Índice General de la Bolsa de Valores Colombiana empalmada con el Índice de la Bolsa de Valores de Bogotá; para obtener las series en términos reales se deflactó por el índice de Precios al Consumidor; como el modelo está planteado en términos per cápita, se obtuvo la tasa de crecimiento de la población a partir de las estadísticas del DANE. Para el proxy del consumo, se utilizaron las cuentas nacionales, obtenidas también del DANE. Para ello, se seleccionaron las siguientes variables: alimentos, bebidas y tabaco, gasto en cuidados médicos, alquiler, combustible y energía eléctrica, vestidos y calzado, compra de servicios de transporte. Esto se realizó puesto que el consumo que se debe tomar en consideración es el de bienes no duraderos, puesto que los bienes duraderos constituyen inversión para las familias.

En primera instancia se desarrolló la prueba de causalidad de Granger para verificar cuál es la especificación econométrica pertinente. Se

encontró evidencia suficiente, bajo los niveles de significancia estándar, para determinar que a un rezago y a cuatro rezagos la tasa de interés libre de riesgo causa al crecimiento del consumo, en tanto que la relación en sentido contrario no se presentó

(ver tabla 1). Bajo esta evidencia no es necesario trabajar en un contexto multiecuacional, puesto que las estimaciones que se obtienen por mínimos cuadrados ordinarios en un ambiente uniecuacional son insesgadas.

**Tabla 1.** Prueba de causalidad de Granger: consumo y tasa de interés libre de riesgo, Colombia 1970 - 2003.

Rezago = 1	
Hipótesis Nula	Probabilidad
Consumo no causa en el sentido de Granger a la tasa libre de riesgo.	0,4370
La tasa libre de riesgo no causa en el sentido de Granger al consumo.	0,0066
Rezago = 4	
Hipótesis Nula	Probabilidad
Consumo no causa en el sentido de Granger a la tasa libre de riesgo.	0,1925
La tasa libre de riesgo no causa en el sentido de Granger al consumo.	0,0565

Fuente. Cálculos de los autores.

A partir de la ecuación 8, se tiene la siguiente expresión para la forma reducida susceptible de estimación:

$$\ln(c_{t+1}/c_t) = \alpha_1 + \alpha_2 \ln R_t' + v_t \quad (10)$$

Donde  $v_t$  es una perturbación estocástica ruido blanco y los parámetros de interés se obtienen de las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} \gamma &= 1 - \frac{1}{\alpha_2} \\ \beta &= \text{Exp}(\alpha_1/\alpha_2) \end{aligned} \quad (11)$$

El ejercicio de regresión se realizó por mínimos cuadrados ordinarios, MCO (desviaciones estándar entre paréntesis).

$$\ln(c_{t+1}/c_t) = 0,0182 - 0,1334 \ln R_t' \\ (0,0041) \quad (0,0452)$$

En el anexo se enseña que el modelo propuesto no rechaza las hipótesis nulas de normalidad, homocedasticidad e independencia serial. Estos resultados implican que las estimaciones obtenidas por MCO son insesgadas y eficientes, además,

asintóticamente consistentes. Para evitar el problema de regresiones espurias se realiza la prueba Dickey-Fuller Aumentada sobre los residuales que se obtienen del modelo. Como se enseña en el anexo, los residuales son estacionarios, lo cual implica que las series están cointegradas bajo la metodología de Engle y Granger, la cual aplica para el presente contexto dada la prueba de exogeneidad fuerte realizada.

Como se evidencia, los parámetros obtenidos son estadísticamente significativos. De la anterior expresión se encuentra que la elasticidad de sustitución intertemporal es  $-0,1334$ , lo cual implica que un aumento en la tasa de interés induce una reducción en la tasa de crecimiento del consumo. De los parámetros estimados y del sistema 11 se deduce que la aversión al riesgo y la tasa subjetiva de descuento para la economía colombiana, en este período de análisis y bajo los supuestos utilizados, es 8,5 y 0,87, respectivamente. Dada la estimación del parámetro de aversión al riesgo se tiene que el agente representativo colombiano se caracteriza por ser amante al riesgo e impaciente.

## CONCLUSIONES

Bajo el marco propuesto por el CCAPM y asumiendo una función de utilidad tipo CRRA, se encuentra una elasticidad de sustitución intertemporal del consumo en la economía colombiana de  $-0,1334$ . Este valor implica que el efecto ingreso domina al efecto sustitución ante movimientos en la tasa de interés; cuando la tasa de interés del activo libre de riesgo se incrementa, los agentes tienen un efecto positivo sobre la remuneración del ahorro inicial; este efecto incentiva a los agentes a consumir más hoy y en el futuro, pero el consumo futuro es menor al consumo presente; ello se explica por la impaciencia que caracteriza a los individuos de la economía colombiana, que se evidencia con un parámetro subjetivo de descuento de  $0,87$ , lo cual se traduce en una valoración personal bastante alta para el consumo presente en detrimento de la utilidad que genera el consumo futuro.

## ANEXO

**Tabla A1.** Prueba Bera–Jarque para probar normalidad de los residuales del modelo.

Estadístico Chi-Cuadrado	Probabilidad
2,2193	0,3296

Fuente. Cálculos de los autores.

**Tabla A2.** Prueba White para probar homocedasticidad de los residuales del modelo.

Estadístico F	Probabilidad
0,2106	0,8113

Fuente. Cálculos de los autores.

**Tabla A3.** Prueba Breusch–Godfrey para probar autocorrelación serial de los residuales del modelo.

Estadístico F	Probabilidad
1,6044	0,2030

Fuente. Cálculos de los autores.

**Tabla A4.** Prueba Dickey–Fuller Aumentada para probar estacionariedad de los residuales del modelo.

Dickey–Fuller Aumentada	Valor Crítico
-3,1529	-1,9526

Fuente. Cálculos de los autores.

## BIBLIOGRAFÍA

- BERNARTZI, S. & THALER, R. 1995. Myopic loss aversion and the Equity Premium Puzzle. *The quarterly journal of Economics*.
- BERNARTZI, S. & THALER, R. 1996. Risk Aversion or Myopic: The Fallacy of Small Numbers and its Implications for retirement Savings. Working paper, University of California.
- CECCHETTI, S., LAM, P. & MARK, N. 1993. The Equity Premium And The Risk-Free Rate: Matching The Moments, *JOURNAL OF MONETARY ECONOMICS* 31(FEBRUARY 1993): 21-45.
- KANDEL, S, & STAMBAUGH, R. 1990. Expectations And Volatility Of Consumption And Assets Returns. *Review Of Financial Studies* 3.
- KOCHERLAKOTA, N. 1996. The equity Premium: It is still a puzzle. *Journal of Economic Literature*, Vol. XXXIV: 42-71
- LUCAS, R. 1978. Asset Prices in an Exchange Economy. *Econometrica*, 46: 1429 - 1445.
- MEHRA, R. & PRESCOTT, E. 1985. The Equity Risk Premium: A Solution? *Journal of Monetary Economics*, 22.
- MONTOYA, C. & RESTREPO, J. 2004. ¿Existe el enigma de la prima de riesgo en el mercado bursátil colombiano? *Ecos de Economía*, 19.
- SIEGEL, J. J. 1992. The Real Rate Of Interest From 1800-1990: A Study Of The U.S. And The U.K, *J. MONET. ECON.*, APR. 1992, 29(2): 227- 52.