

Uso de optimización de mallas variables para el “viajante de comercio”¹

Byron Oviedo², Cristian Zambrano-Vega³, Amilkar Puris⁴

RESUMEN

Introducción En este trabajo se presenta una propuesta para aplicar la meta-heurística Optimización Basada en Mallas Variables (VMO) al problema discreto del Viajero Vendedor (TSP); este modelo explora el espacio de búsqueda a **Objetivo** partir de una población de soluciones llamada malla que se expande y contrae con la finalidad de encontrar soluciones de buena calidad. En este contexto se modifica el operador de expansión de manera tal que sea aplicable en un dominio discreto, realizando combinaciones entre las soluciones a fin de obtener nuevos nodos. Otro de los elementos que se modifica es el operador de clearing, el cual se encarga

de mantener la diversidad de la malla en cada interacción. **Metodología.** Se resume en este trabajo un estudio de parámetros del modelo VMO utilizando un conjunto de instancias de TSP con diferentes características; además, se puede observar que la propuesta de este trabajo obtiene **Resultados** competitivos al compararlos con otros algoritmos de referencia internacional mencionado en el estado del arte. El trabajo está estructurado de la siguiente manera: En el apartado 1 se describe los aspectos fundamentales de problema de estudio TSP. Seguidamente en el segundo se explica el funcionamiento general de VMO, en el tercero se define cada uno de los operadores de expansión y contracción para el problema de estudio. Posteriormente

1 Artículo original derivado del proyecto de investigación titulado: Algoritmos Meta heurísticos para el Aprendizaje de Redes Bayesianas, Entidad financiadora: Universidad Técnica Estatal de Quevedo, fecha de realización entre 2015-2016

2 Ingeniero en Sistemas e Informática, Máster en Ingeniería Eléctrica mención Conectividad y Redes de Telecomunicaciones, Ph.D. en Tecnologías de la Información y Comunicación, Director de Investigación, Universidad Técnica Estatal de Quevedo, boviedo@uteq.edu.ec, ORCID: 0000-0002-5366-5917ID, Scopus ID: 57189469352

3 Ingeniero en Sistemas, Master universitario en ingeniería del software e inteligencia artificial, Ph.D. en Ingeniería del software e inteligencia artificial, Director Revista Ciencia y Tecnología, Universidad Técnica Estatal de Quevedo, czambrabo@uteq.edu.ec, ORCID: 0000-0001-8568-8024, ID Scopus: 57142509800

4 Licenciado en Ciencias de la Computación, Máster en Ciencias de la Computación, Ph.D. en Ciencias Técnicas, Docente Investigador, Universidad Técnica Estatal de Quevedo, apuris@uteq.edu.ec, ORCID:0000-0002-7288-7451, Scopus ID: 15122856600

Artículo recibido: 1/05/2018; Artículo aprobado: 19/07/2018

Autor para correspondencia, Byron Oviedo, E-mail: boviedo@uteq.edu.ec

en el apartado cuarto se realiza un estudio de parámetros de la propuesta y un análisis comparativo experimental con los resultados obtenidos con otros algoritmos mencionado en el estado del arte. **Conclusiones** Se aplicaron otros operadores de generación de nuevos nodos en el proceso de expansión, donde se realiza una combinación de soluciones de manera que cumpla con las restricciones impuestas por el problema.

PALABRAS CLAVE: Otimização combinatória, heurística meta-população, VMO

Use of Variable Meshes Optimization for the “Traveler of Commerce”

ABSTRACT

Introduction This paper presents a proposal to apply the meta-heuristic Optimization Based on Variable Meshes (VMO) to the discrete problem of the Traveler Seller (TSP); This model explores the search space to **Objective** from a population of solutions called mesh that expands and contracts in order to find good quality solutions. In this context, the expansion operator is modified in such a way that it is applicable in a discrete domain, making combinations among the solutions in order to obtain new nodes. Another element that is modified is the clearing operator, which is responsible for maintaining the diversity of the mesh in each interaction. **Methodology.** A study

of VMO model parameters is summarized in this paper, using a set of TSP instances with different characteristics; In addition, it can be observed that the proposal of this work obtains competitive **results** when compared with other international reference algorithms mentioned in the state of the art. The work is structured as follows: Section 1 describes the fundamental aspects of the TSP study problem. Then, in the second, the general functioning of VMO is explained, in the third one, each of the expansion and contraction operators is defined for the study problem. Later in the fourth section a study of the parameters of the proposal and an experimental comparative analysis with the results obtained with other algorithms mentioned in the state of the art is made. **Conclusions** Other operators of generation of new nodes were applied in the expansion process, where a combination of solutions is made in order to comply with the restrictions imposed by the problem.

KEYWORDS: Combinatorial optimization, Meta-heuristics population, VMO

Uso da Otimização de Malhas Variáveis para o “Viajante do Comércio”

RESUMO

Introdução Este artigo apresenta uma proposta para aplicar a Otimização meta-heurística Baseada em Malhas Variáveis (VMO) ao problema discreto do Vendedor Vendedor (TSP); Esse

modelo explora o espaço de pesquisa para o **Objective** a partir de uma população de soluções chamada malha que se expande e se contrai para encontrar soluções de boa qualidade. Neste contexto, o operador de expansão é modificado de tal maneira que é aplicável em um domínio discreto, fazendo combinações entre as soluções para obter novos nós. Outro elemento que é modificado é o operador de limpeza, que é responsável por manter a diversidade da malha em cada interação. **Metodologia** Um estudo dos parâmetros do modelo VMO é resumido neste artigo, usando um conjunto de instâncias do TSP com diferentes características; Além disso, pode-se observar que a proposta deste trabalho obtém **resultados** competitivos quando comparados com outros algoritmos de referência internacionais mencionados no estado da arte. O trabalho está

estruturado da seguinte forma: a seção 1 descreve os aspectos fundamentais do problema do estudo TSP. Então, no segundo, o funcionamento geral do VMO é explicado, no terceiro, cada operador de expansão e contração é definido para o problema do estudo. Posteriormente na quarta seção é feito um estudo dos parâmetros da proposta e uma análise comparativa experimental com os resultados obtidos com outros algoritmos mencionados no estado da arte. **Conclusões** Outros operadores de geração de novos nós foram aplicados no processo de expansão, onde uma combinação de soluções é feita a fim de cumprir as restrições impostas pelo problema.

PALAVRAS CHAVES:

Otimização combinatória, população meta-heurística, VMO

INTRODUCCIÓN

Las meta-heurísticas (**Glover, 2008**) basadas en población desde su aparición representan una herramienta muy apropiada para resolver problemas discretos. Estos algoritmos utilizan una población (conjunto de soluciones) para explorar el espacio de búsqueda complejo que supone la optimización combinatoria. El problema del Viajero Vendedor (también conocido como problema del Viajante de Comercio o por sus siglas en inglés: TSP) (Johnson, 1997) es uno de los problemas más famosos (y quizás el mejor estudiado) en el campo de la optimización combinatoria.

Desde el punto de vista práctico, el problema no está resuelto y desde el punto de vista teórico, las técnicas empleadas son sólo aproximaciones. Estas no suponen una resolución real del TSP y sólo ofrecen soluciones aproximadas suficientemente aceptables. Por otra parte los algoritmos clásicos no son capaces de resolver el problema general, debido a la explosión combinatoria de las posibles soluciones. Por ello, a su solución se han aplicado distintas técnicas meta-heurísticas (Michalewicz, 2004).

Las metaheurísticas poblacionales han sido las más aplicadas a la solución del TSP. Estos algoritmos trabajan

sobre un conjunto de soluciones potenciales, llamada población, y realizan la exploración del espacio de búsqueda a través de la cooperación y competencia entre las soluciones potenciales; ejemplos de estas técnicas son los Algoritmos Genéticos (Genetic Algorithms, GA) (Golberg, 1998), la Optimización basada en Colonias de Hormigas (Ant Colony Optimization, ACO) (Dorigo, 2004) y la Optimización basada en Enjambres de Partículas (Particle Swarm Optimization, PSO) (Eberhart, 1995).

En trabajos anteriores se presentó la Optimización basada en Malla Variable (VMO) (Puris, et al., 2012) como una meta-heurística eficiente para problemas de optimización continua. VMO utiliza una población conocida como malla para explorar el espacio de búsqueda. Esta malla se expande (incorporando nuevas soluciones) utilizando distintas formas de generación de soluciones. Finalmente, la malla es reducida utilizando un operador de limpieza adaptativo (clearing) que elimina todo nodo o solución que se encuentre cerca de otro de mejor calidad (fitness). Este algoritmo ha presentado soluciones competitivas en problemas continuos con diferentes características: aproximación de funciones multimodales (Puris, et al., 2012), problemas de nichos (Molina, et al., 2013), óptimos en las fronteras (Navarro, et al., 2009); pero, no se conoce de algún estudio previo sobre la aplicación de esta técnica en problemas de optimización combinatoria.

En este trabajo presentamos una adaptación de VMO orientada a explorar espacios discretos. Específicamente se aplica a la solución de diferentes instancias del TSP como una referencia obligatoria para probar la efectividad de nuevos algoritmos. Además, se incorpora un método de búsqueda local (BL) con el objetivo de explorar detalladamente los entornos de las zonas más prometedoras y hacerlas más representativas. Para finalizar el estudio, se hace una comparación entre los resultados alcanzados por la propuesta de VMO y tres algoritmos basados en Colonias de Hormigas (ACS, AS, MMAS) (Dorigo, 2004).

MATERIALES Y MÉTODOS

El Viajante de Comercio (Johnson, 1997), puede ser representado como un grafo completo $G = (N, A)$, donde N representa la cantidad de nodos también llamados ciudades y A el conjunto de arcos bidireccionales que conectan los nodos. Cada arco a_{ij} se le asigna un valor d_{ij} que representa la distancia entre las ciudades i y j . El objetivo de este problema radica en encontrar el camino (ciclo hamiltoniano) más corto desde una ciudad de partida, pasando por todas las demás ciudades solo una vez y regresando a la ciudad de origen. En el caso del TSP simétrico las distancias entre las ciudades son independientes de la dirección de la ruta ($d_{ij} = d_{ji}$). Todas las instancias utilizadas para el estudio experimental de este trabajo son tomadas de la biblioteca

pública TSPLIB⁵ (Reinelt, 1991) y son detalladas en el apartado de los resultados experimentales.

Optimización basada en Mallas Variables

VMO es una meta-heurística poblacional en la que la población se distribuye como una malla de nodos (n_1, n_2, \dots, n_p) que representan soluciones en el espacio de búsqueda. La exploración se lleva a cabo por dos procesos: de expansión y de contracción (Puris, et al., 2012). El proceso de expansión genera nuevos nodos utilizando la población en la iteración actual, por medio de los pasos siguientes:

- **Fase 1** (Generación de la población inicial): Se generan P soluciones factibles de manera aleatoria que representan los nodos de la malla inicial en el proceso de búsqueda del algoritmos.
- **Fase 2** (Generación de nodos hacia los mejores vecinos): Para cada solución de la malla (n_i) se buscan los k nodos más cercanos. A continuación se selecciona el vecino de mejor calidad (fitness) (n^*), y si n^* es mejor que n_i se genera un nuevo nodo entre ambos; caso contrario, no se genera una nueva solución.
- **Fase 3** (Generación de nodos hacia la mejor solución): Se crea un nuevo nodo para cada n_i en dirección al

nodo con mejor valor de fitness (n_g , óptimo global) de la malla actual.

- **Fase 4** (Generación de nodos utilizando los nodos fronteras de la malla): Los nodos fronteras se definen como las soluciones que se encuentran más cerca y más lejos del centro de la población. En esta fase las nuevas soluciones se generan desplazando cada nodo frontera en función de un valor de desplazamiento w (Puris, et al., 2012).
- **Fase de Clearing**: En esta fase, se seleccionan las soluciones más representativas entre la malla actual y los nuevos nodos generados en el proceso de expansión (Fase 2, 3, 4). Para ello, se evita seleccionar soluciones demasiado cercanas entre sí. Durante el clearing se define una distancia ξ como distancia mínima entre las soluciones, y se tiene que ignorar todo nodo que tenga una distancia inferior a un nodo con mejor o igual calidad. Dicha distancia se inicializa a un 25% del rango de búsqueda, y va reduciéndose durante la ejecución del algoritmo (Puris, et al., 2012).

En el próximo apartado se definirá cada uno de los operadores de generación de nodos utilizados para el caso de estudio del TSP y la forma en que se realiza la operación de clearing.

5 The TSPLIB Symmetric Traveling Salesman Problem Instances, <http://elib.zib.de/pub/Packages/mp-testdata/tsp/tsplib/index.html>

Experimentación

VMO para el TSP

Aunque la definición general de la meta-heurística VMO no está dirigida exactamente para un tipo de dominio, se puede decir que sus operadores de expansión utilizan formas de generación de nuevas soluciones siguiendo un enfoque continuo (más información en (Puris, et al., 2012)), por lo que a continuación se redefinen cada uno de ellos para adaptarlos a la generación de soluciones en dominios discretos.

Generación de la malla inicial

En este paso se generan P soluciones factibles de forma aleatoria. Cada nodo se genera considerando que no se puede asignar una misma ciudad en las diferentes posiciones, de manera que un nodo representa un camino o ciclo hamiltoniano desde cualquier ciudad de origen (también seleccionada de manera aleatoria entre todas las ciudades). A continuación se representan los casos posibles de una solución donde se representa el caso a) como favorable ya que no se repite ninguna ciudad en el trayecto, y el caso b) en el cual se puede apreciar que la ciudad 1 se repite por lo que no representa una solución factible para el problema.



Figura 1: Ejemplo de posibles soluciones para TSP de 5 ciudades

Fuente: Autores

Generación de nodos hacia los mejores vecinos

En este paso de generación se utiliza la distancia de Hamming para obtener los k vecinos más cercanos de cada nodo n_i de la malla, luego se selecciona

entre los k vecinos el recorrido de menor distancia n^* (nodo de mejor calidad) y si este representa una mejor solución que el nodo n_i se creará una nueva solución a través de una combinación entre ambas soluciones (n_i, n^*) de la siguiente manera:

- Paso1:** Seleccionar como ciudad de partida de la nueva solución la que presenta la solución n^* .
- Paso2:** Ocupar la siguiente posición por la ciudad de n_i o n^* que introduzca menos distancia a la nueva solución.
- Paso3:** Si la ciudad seleccionada ya existe en la nueva solución, se selecciona la otra posible ciudad. Si ambas ciudades aparecen se deja la posición vacía y se pasa a completar la próxima posición con el Paso 2.
- Paso4:** Si no falta posición por explorar pasar a completar las posiciones vacías seleccionando aleatoriamente entre el conjunto de ciudades no asignadas.

Figura 2: Pasos para la generación de un nuevo nodo a partir de la combinación de dos

Fuente: Autores

Generación de nodos hacia la mejor solución global

Para generar nuevas soluciones utilizando este paso primero se selecciona el nodo que representa el recorrido de menor distancia (n_g , óptimo global), luego se aplica el algoritmo de la figura 3 (cambiando n^* por n_g) para generar nuevas soluciones entre cada nodo de la malla inicial y el nodo n_g .

Generación de nodo a partir de las fronteras de la malla

En este paso se seleccionan los nodos o soluciones que representan las fronteras de la malla inicial, esto se lleva a cabo utilizando la distancia de Hamming para crear una matriz simétrica de distancias entre nodos. Luego se selecciona como frontera interior al nodo que más cerca se encuentre de los demás y como frontera exterior el que más lejano se encuentre. Luego a estos nodos se les realiza una permutación de dos posiciones seleccionadas de manera aleatoria.

En la propuesta original de VMO se seleccionan como frontera interior y exterior una cantidad de nodos necesarios para completar la cantidad de soluciones de la malla total. En nuestra propuesta solo se selecciona una solución por cada conjunto.

Operador de clearing

Para el caso de estudio, en este operador se ordena de manera ascendente los

nodos en función de la calidad del recorrido que representan, luego se eliminan aquellas soluciones que estén a una distancia de Hamming menor que ξ de otro nodo de mejor calidad. La ecuación 1 presenta la forma de calcular ξ donde $size(TSP)$ representa la cantidad de ciudades de la instancia que será computada, C es la cantidad total de iteraciones que realizará el algoritmo (parámetro de VMO) y c la interacción que se está ejecutando en el momento del cálculo de la distancia, cumpliendo que $c \leq C$.

$$\xi = \left\{ \frac{size(TSP) - \frac{size(TSP)}{C}}{C}, \text{ si } c \leq \frac{C}{2} \right. \\ \left. \frac{size(TSP) - \frac{size(TSP)}{C}}{C}, \text{ si } \frac{C}{2} < c \leq C \right. \\ \left. \frac{size(TSP) - \frac{size(TSP)}{C}}{C}, \text{ si } c > C \right. \quad (1)$$

El conteo aplicado por la distancia de Hamming no se realiza posición a posición como lo propone el algoritmo original; sino, por secuencias de tamaño 2.

Aplicación de la búsqueda local

Los procedimientos de búsqueda local comienzan con una solución del problema y la van mejorando progresivamente. El procedimiento realiza en cada paso un movimiento de una solución a otra con mejor valor. El método finaliza cuando en un estado no existe ninguna solución accesible que la mejore. Para el caso del TSP existen diferentes algoritmos de búsqueda local entre los que destaca el Recocido Simulado (Gellat, et al., 1983), Búsqueda Tabú (Glover &

Laguna, 1997), Lin y Kernighan y los conocidos k-intercambios (StützleH & Hoos, 1997). Entre este último el algoritmo 2-intercambio (2-opt) (StützleH & Hoos, 1997), (San Lucas, Tolozano, 2018) es de los más simples y utilizados en la literatura para hibridar con Meta-heurística poblacionales. En la presente investigación se propone utilizar este algoritmo para aplicarlo a cada una de las soluciones obtenidas en los operadores de generación de nodos del algoritmo VMO.

Modelo general de aplicación de VMO al TSP

A continuación, en la figura 5 se describe el pseudocódigo para aplicar VMO al problema TSP en el cual se hace referencia de algunos pasos del algoritmo descritos con anterioridad en este capítulo.

```

1. begin
2. Generar de modo aleatorio  $P$  nodos para la malla inicial
3. Encontrar el extremo global (nodo de mejor calidad)
4. repeat
5.   for each nodo en la malla inicial do
6.     Encontrar sus  $k$  nodos más cercanos utilizando la distancia de Hamming
7.     Seleccionar el mejor vecino según su calidad (camino más corto)
8.     if el nodo actual no es el mejor local then
9.       Generar un nuevo nodo entre el nodo actual y el extremo local utilizando la Figura 2
10.    end if
11.  end for
12.  for each nodo en la malla inicial (exceptuando el mejor global) do
13.    Generar un nuevo nodo entre el nodo actual y el extremo global utilizando la Figura 2
14.  end for
15.  Seleccionar el nodo frontera inferior y frontera superior
16.  Generar nodos a partir de las fronteras de la malla, Aplicar Paso 4.4
17.  Ordenar los nodos según su calidad
18.  Aplicar el operador de limpieza adaptable según Paso 4.5
19.  Seleccionar los  $P$  mejores nodos para construir la malla inicial de la próxima iteración
20.  De ser preciso, generar de modo aleatorio nuevos nodos para completar dicha malla
21. until  $C$ 
22. end

```

Figura 4 Pseudocódigo de la propuesta de VMO para TSP

Fuente: Autores

RESULTADOS

En esta sección se ha preparado un estudio experimental para probar el desempeño de la propuesta VMO para la solución de diferentes instancias del TSP (bays29, st70, rd100, ch150, kroA200,

tsp225, a280, lin318, pcb442) (Reinelt, 1991), donde el número que aparece en el nombre de estas, representa la cantidad de ciudades que tiene la instancia.

A continuación se detallan los experimentos realizados para ajustar los parámetros del algoritmo VMO los cuales

son P tamaño de la malla inicial, k cantidad de nodos que conforman la vecindad y C la cantidad de iteraciones que ejecutara el algoritmo. Luego una comparación con los resultados obtenidos por tres algoritmos de la metaheurística ACO (Ant Colony System (ACS), Ant System (AS) y MaxMin Ant System (MMAS)) (Dorigo, 2004) como uno de los modelos poblacionales que mejores soluciones ha presentado al TSP.

Para comprobar los experimentos se ha utilizado un conjunto de técnicas estadísticas no paramétricas propuestas en (García, et al., 2007) como una herramienta para comparar resultados

obtenidos por métodos aproximados. En la discusión de los resultados se describe el test utilizado y la forma de interpretar los resultados de estos.

Tamaño de la malla inicial

A diferencia de la propuesta original de VMO donde se estudia la relación directa entre el tamaño de la población inicial y el tamaño máximo de la expansión, en este caso solo se estudiará la influencia del tamaño de la población inicial en la evolución del algoritmo (8, 12, 24) .

Tabla 1: Resultados del test Iman-Davenport con $\alpha=0.05$

Método	Valor del Test	Valor p	Hipótesis
Iman-Davenport	5.066	1.76E-13	Rechazada

Fuente: Autores

Como se puede apreciar en la Tabla 1, el valor p obtenido por el test de Iman-Davenport para detectar diferencias en el grupo formado por las tres variantes estudiadas (VMO(8), VMO(12), VMO(24)) es menor que el valor α de significancia del test, por lo que la hipótesis de semejanza es rechazada, concluyendo que existen diferencias

significativas entre los resultados computados.

Para el caso a continuación se aplica un test de Holm, tomando como muestra de control los resultados alcanzado por VMO(24). Esta selección se lleva a cabo porque es el que mejor valor medio obtuvo.

Tabla 2. Resultados del test de Holm para un valor $\alpha=0.05$

Algoritmo	Z	Valor p	α/i	Hipótesis
VMO(8)	2.999	7.74E-6	0.025	Rechazada
VMO(12)	1.999	0.02534	0.05	Rechazada

Fuente: Autores

Como se puede apreciar en la Tabla 2, el test de Holm detecta diferencias significativas entre la muestra de control (VMO(24)) y cada una de otras variantes comparadas. Esto se evidencia porque los valores p de cada algoritmo es menor que su correspondiente valor α/i , rechazando la hipótesis de semejanza en cada una de las comparaciones.

De este análisis se puede concluir que los resultados alcanzados utilizando una malla inicial de tamaño 24 obtiene resultados significativamente mejores que las otras variantes de configuración de malla inicial.

Cantidad de vecinos utilizados en la Face 2

Este parámetro es utilizado en la propuesta para determinar la cantidad

de soluciones que conforman la vecindad de un nodo n_i . En este experimento se probaron diferentes valores 3 y 5 que son los propuestos por los autores en el estudio desarrollado en (Puris, et al., 2012)

A continuación la Tabla 3 presenta los resultados del test de Wilcoxon para comparar ambas propuestas, donde se puede apreciar que existen diferencias significativas a favor de la propuesta que utiliza 5 vecinos para la face 2 de VMO. Esto se puede evidenciar a partir de que el valor p es menor que el valor de significancia aplicado al test rechazando la hipótesis de igualdad

Tabla 3: Resultados del test de Wilcoxon con $\alpha=0.05$

Algoritmo	R+	R-	Valor p	Hipótesis
VMO(5) vs VMO(3)	8.00	47.00	0.047	Rechazada

Fuente: Autores

DISCUSIÓN

Comparación con Sistema de Colonia de Hormigas

A continuación se realiza una comparación entre los resultados obtenidos en esta investigación y uno de los algoritmos de la metaheurística ACO (Sistema de Colonia de Hormigas; ACS) que más ha sido estudiado en

la solución del TSP. En ambos casos fueron ejecutados los algoritmos para la misma cantidad de iteraciones $1000 \cdot F$, donde F representa el tamaño de la instancia del TSP utilizada y además ambos algoritmos utilizaron la búsqueda local 2-opt. La configuración de parámetros y los resultados de ACS, MMAS y AS fue la utilizada en (Puris, et al., 2010)

Tabla 4: Resultados del test de Wilcoxon con $\alpha=0.05$

Algoritmo	R+	R-	Valor p	Hipótesis
VMO-ACS	34.0	32.00	0.87	Aceptada
VMO-MMAS	31.0	35.00	0.73	Aceptada
VMO-AS	5.0	54.0	0.024	Rechazada

Fuente: Autores

La Tabla 4 muestra los resultados del test de Wilcoxon donde se puede apreciar que el valor p es mayor que α para las comparaciones con los algoritmos ACS y MMAS por lo que la hipótesis de igualdad es aceptada. De estos se concluye que no existen diferencias significativas entre la calidad de los resultados obtenidos por ambos algoritmos y VMO para el TSP. Para el caso de la comparación con el algoritmo AS se puede apreciar que la hipótesis es rechazada a favor VMO demostrando que los resultados alcanzados por este algoritmo son significativamente mejores que los obtenidos por AS.

CONCLUSIONES

Como conclusión de esta investigación se desarrolló una propuesta para aplicar la meta-heurística VMO al problema discreto TSP que difiere del modelo original en los siguientes aspectos:

- Se aplicaron otros operadores de generación de nuevos nodos en el proceso de expansión, donde se realiza una combinación de soluciones de manera que cumpla

con las restricciones impuestas por el problema.

- Se aplicó una variante de la distancia de Hamming donde se comparan secuencias de tamaño 2 para realizar el operador de clearing con el objetivo de eliminar soluciones que compartan la mayor cantidad de secuencias iguales.
- Solo dos soluciones forman el conjunto frontera donde se identifican como las más y menos semejantes a los demás nodos de las mallas. Luego se perturban las soluciones a través de simples permutaciones internas en dichos nodos.
- Se aplicó el algoritmo de búsqueda local 2-opt a cada solución generada en el proceso de expansión con el fin de mejorar las soluciones obtenidas.
- Se realizó un estudio de los parámetros, tamaño de la malla (P) y tamaño de la vecindad (k), donde se obtuvieron los mejores resultados para un valor de $P=24$ y $k=5$ entre los valores probados.

Finalmente se realizó un estudio comparativo entre los resultados alcanzado por la propuesta VMO y tres de los principales algoritmos de la meta-heurística poblacional ACO. De este estudio se pudo concluir que el algoritmo VMO obtiene resultados semejantes a los encontrados por los algoritmos ACS y MMAS y mejores que la variante AS. Estos resultados son muy importantes al ser la primera investigación que se realiza con VMO para un problema discreto y de tanta complejidad como el TSP, quedando abiertas líneas de trabajo en este tema.

AGRADECIMIENTOS

Nuestro agradecimiento total a la Universidad Técnica Estatal de Quevedo que a través de los proyectos con fondos concursables FOCICYT han permitido que podamos realizar esta investigación.

REFERENCIAS

- Bonabeau, E., 1999. *From natural to Artificial systems, in Swarm Intelligence*. s.l.:Oxford University Press.
- Dorigo, M., 2004. *Ant Colony Optimization*. s.l.:MIT Press.
- Eberhart, R., 1995. *A new optimizer using particle swarm theory*. Nagoya, Japan, Kennedy, p. 10.
- Friedman, M., 1940. A Comparison of Alternative Tests of Significance for the Problem of m Ranking. *Annals of Mathematical Statistics*, p. 86–92.
- Garcia, S., Molina, D. & Herrera, F., 2007. *An experimental study about the use of non-parametric tests for analyzing the behaviour of evolutionary algorithms in optimization problems*. Spain, s.n., p. 10.
- Glover, F., 2008. *Handbook of meta-heuristics*. Massachusetts: Kluwer Academic Publisher.
- Glover, F. & Laguna, M., 1997. *Tabu Search*. Kluwer Academic Publishers, pp. 73-82.
- Golberg, D., 1998. *Genetic Algorithms in Search in Optimization and Machine Learning*. University of Alabama USA: Addison-Wesley.
- Gellat, C., Vecchi, M. & Kirkpatrick, S., 1983. Optimization by simulated annealing. *Science*, 220(4598), p. 671–680.
- Johnson, D., 1997. *The traveling salesman problem: a case study in local optimization*. New York, Wiley, p. 24.
- Kennedy, A., 2001. *Swarm Intelligence*. s.l.:Morgan Kaufmann.
- Michalewicz, F., 2004. *How to solve It: Modern heuristics*. s.l.:Springer.
- Molina, D., Puris, A., Bello, R. & Herrera, F., 2013. *Variable Mesh Optimization for the 2013 CEC Special Session Niching Methods for Multimodal*

- Optimization*. Mexico, IEEE, pp. 87-94.
- Muhlenbein, H., 1998. *Parallel genetic algorithms, population genetics and combinatorial optimization*. Viña del Mar, Springer, p. 10.
- Navarro, R., Puris, A., Bello, R. & Herrera, F., 2009. Estudio del desempeño de la optimización basada en mallas variables en problemas con óptimos en las fronteras del espacio búsqueda. *Revista Cubana de Ciencias Informáticas*, 3(4), pp. 24-30.
- Puris, A., Bello, R., Molina, D. & Herrera, F., 2012. Variable mesh optimization for continuous optimization problems. *Soft Computing*, pp. 511-525.
- Puris, A., Bello, R., Molina, D. & Herrera, F., 2010. Analysis of the efficacy of a two-stage methodology for ant colony optimization: Case of study with TSP and QAP. *Expert Systems with Applications*, Volume 37, p. 5443–5453.
- Reinelt, G., 1991. TSPLIB—A traveling salesman library. *ORSA Journal on Computing*, Volume 3, pp. 376-384.
- San Lucas, R, Tolozano, M, (2018) Reseña sobre el comportamiento de compra de los consumidores mediante el retailing de la ciudad de Guayaquil. *Espirales revistas multidisciplinaria de investigación*. Vol1 Núm 4. <https://doi.org/10.31876/re.v1i4.17>
- Stützle, T. & Hoos, H., 1997. *The MAX-MIN ant system and local search for the traveling salesman problem*. USA, IEEE, p. 309–314.