

UNA APROXIMACIÓN A LA CRISIS GRIEGA DESDE LA TEORÍA DE JUEGOS

HUMBERTO BANDA ORTIZ*
JULIA HIRSCH**

RESUMEN

La crisis financiera que inicio en los Estados Unidos en 2007 influyó para que los países miembros de Unión Europea (UE) sufrieran en 2009 la mayor caída de su actividad económica desde el final de la Segunda Guerra Mundial. Algunos de los países miembros de la UE con mayores desequilibrios económicos previos, como fue el caso de Grecia, sufrieron los efectos de la desconfianza de los mercados financieros y tuvieron que implementar medidas de ajuste con los consecuentes costos sociales, políticos y económicos. Grecia fue uno de los primeros países de la UE en dar muestras de una crisis como consecuencia de haber incrementado su riesgo soberano debido a los desequilibrios acumulados en su economía y su alto déficit público. En el presente artículo se analizan desde los principios de la teoría de juegos la manera en que los diferentes actores financieros (Gobierno Griego, inversionistas y la UE), tomaron decisiones que derivaron en la crisis de Grecia. Se plantean las decisiones de dichos actores como un juego dinámico con información completa. Así mismo, se establece la solución del juego mediante los equilibrios de Nash en estrategias puras y perfectas en subjuegos.

Palabras clave: *Juegos y economía, Crisis financieras, Crisis Griega, Teoría de Juegos.*

ABSTRACT

The 2007 USA financial crisis impacted in the European Union (EU) countries. The EU states suffered in 2009 the greatest fall in their economic activities since the II World War. Some EU countries with higher previous economics imbalances, like Greece, suffered the distrust of financial markets and had to implement austerity policies. Greece was one of the first EU countries to show financial crisis signs due to increase its sovereign risk. In the present work we analyzed, from the principles of

* Profesor-investigador de la Universidad Autónoma de Querétaro. humberto.banda@gmail.com

** Profesora-investigadora de la Universidad Autónoma de Querétaro. julia.hirsch@ymail.com

Recibido: 15 de noviembre de 2013 - Aprobado: 4 de octubre de 2013

game theory, how different financial agents (Greek Government, Investors and the EU), made decisions that led into Greece crisis. The financial agents decisions are shown as a dynamic game with complete information. This paper also provides the solution of the game through Nash equilibrium.

Key words: *Games and Economics, Financial crisis, Game Theory, Greek crisis.*

RESUMO

A crise financeira nos Estados Unidos em 2007 impactou os países da União Européia (UE) sofreram em 2009 a maior queda de sua actividade económica desde o final da Segunda Guerra Mundial. Alguns países da UE com maiores desequilíbrios económicos prévios, como foi o caso da Grécia, sofreram os efeitos da desconfiança dos mercados financeiros e tiveram que implementar medidas de ajuste com os consequentes custos sociais, políticos e económicos. A Grécia foi um dos primeiros países da UE em dar mostras de uma crise como consequência de ter incrementado seu risco soberano pelos desequilíbrios acumulados em sua economia e seu alto déficit público. No presente trabalho forma analisados, a partir dos princípios da teoria de jogos a maneira em que os diferentes atores financeiros (Governo grego, os investidores e a UE), tomaram decisões que derivaram na crise da Grécia. As decisões dos agentes financieros são apresentados como um jogo dinâmico com informação completa. Assim mesmo, fornece a solução do jogo mediante o equilíbrio de Nash.

Palavras-chave: *Jogos e economia, crise financeira, crise grega, Teoria dos Jogos.*

JEL: C70,C71,C73

INTRODUCCIÓN

La teoría de juegos ha sido utilizada en la mayoría de las ciencias sociales en las últimas décadas. Desde mediados del siglo XX la teoría de juegos ha tenido un desarrollo importante asociado con su aplicación a la solución de problemas económicos.

La teoría de juegos permite formalizar y modelar las decisiones estratégicas que adoptan los agentes económicos, o jugadores, que influyen y son influenciadas por las decisiones de otros agentes económicos. El uso de la teoría de juegos permite simular escenarios de cooperación y/o coordinación que surgen entre los diferentes agentes económicos que participan en el juego y que buscan la maximización de su función de utilidad, o beneficios. Cabe señalar que dicha función de

utilidad se basa en los incentivos, las preferencias y las características inherentes a los agentes económicos involucrados en el juego.

La evolución de la teoría de juegos en las últimas décadas, y su aplicación a los diferentes problemas económicos, ha puesto de manifiesto las limitaciones de la teoría de la mano invisible planteada por Adam Smith, en la que se establece el concepto de competencia perfecta. Esta teoría parte del supuesto de que existe una cantidad elevada de oferentes y demandantes de bienes y servicios, de tal forma que ninguno de ellos puede influir en las decisiones de los demás. No obstante, en un mundo globalizado las decisiones de los distintos agentes económicos consideran las estrategias de los demás.

Gintis (2000), plantea que si los agentes económicos se encuentran en un mercado competitivo

y los bienes y servicios de dicho mercado son fácilmente sustituibles entonces las predicciones teóricas tienen un fundamento empírico robusto. No obstante, si los bienes y servicios no son fácilmente sustituibles los resultados empíricos no son robustos.

Un caso particular de lo expresado en el párrafo anterior es la crisis financiera de Grecia, en la cual esperar que las fuerzas del mercado coordinen las acciones individuales de los agentes económicos puede conducir a una problemática social. Esta problemática se atenúa si las interacciones entre los agentes económicos se realizan en un contexto de cooperación que condiciona los incentivos particulares de los jugadores y los convierta en intereses colectivos, en donde el éxito o fracaso de cada uno de los agentes económicos que interactúan dependa de las estrategias y acciones de los jugadores, determinando las restricciones, los incentivos y la información necesaria al momento de tomar la decisión en términos del bienestar de cada uno de los agentes económicos que intervienen.

El presente artículo se estructura de la siguiente manera: en la siguiente sección se expone la evolución de la crisis griega y sus principales consecuencias. En la tercera sección se plantea el juego propuesto con sus diferentes etapas, los pagos de los diferentes participantes del juego y la solución del juego. Finalmente en la última sección se presentan las conclusiones.

I. LA CRISIS GRIEGA

Grecia es miembro de la Unión Europea (UE), desde el año 1981, cuando era Primer Ministro Andreas Papandreou. La incorporación de Grecia a la UE se dio después de que el gobierno estableciera una reducción a los impuestos al capital, nacionalizara las empresas privadas con déficit y disminuyera la tasa de desempleo. Adicionalmente, el gobierno

de Papandreou hizo uso del crédito externo para financiar el déficit que estaba generando.

Con la entrada al gobierno del Primer Ministro Mitsotakis (1990 -1993), el nivel de deuda de Grecia continuó en aumento para hacer frente al creciente gasto público. En 1996 fue elegido Simits (1996 -2004), como primer ministro griego e inició su gobierno con una disminución de las tasas de interés locales, una disminución en la tasa de inflación y un aumento en el producto interno bruto (PIB).

El 1 de enero de 2001 Grecia se integró a la eurozona (EZ) después de dar cumplimiento a los criterios de convergencia que son exigidos a los países miembros. Con su incorporación a la EZ Grecia renunció a su derecho de establecer su política monetaria y de tipo de cambio pero se benefició de la moneda común, de los mercados unificados de capitales y del libre intercambio entre los países miembros.

La incorporación de Grecia a la UE no implicó que cediera el control de su política fiscal y el país continuó incrementando su gasto público, financiado mediante la emisión de deuda pública. A partir del año 2004 el gobierno del Primer Ministro Karamanlís incrementó el número de los burócratas y continuó el aumento de la deuda pública para compensar el déficit gubernamental derivado de la organización de los Juegos Olímpicos de 2004 y la reducción de los ingresos fiscales por una disminución de la actividad económica.

El gobierno griego (GG) no reveló el incremento de su deuda pública, la cual tuvo un incremento de más del 18% como porcentaje del PIB del año 2003 al 2009. Así mismo, el déficit público pasó de 3,7% del PIB en el año 2000 a 13,6% en el año 2009 aun (véase cuadro 1), aun cuando el Pacto de Estabilidad y Crecimiento (PEC) compromete a los países miembros de la UE a mantener un déficit menor al 3% de su deuda pública.

Cuadro 1

Déficit público y deuda pública de Grecia como porcentaje del PIB

Año	Déficit público	Deuda pública
2000	3.7	103.4
2001	4.5	103.7
2002	4.8	101.7
2003	5.6	97.4
2004	7.5	98.6
2005	5.2	100
2006	3.6	97.8
2007	5.1	95.7
2008	7.7	99.2
2009	13.6	115.1

Fuente: Elaboración propia con datos del EUROSTAT.

La contracción de la actividad económica disminuyó el nivel de empleo y aumentó el descontento social en Grecia. En el último trimestre del año 2008 el GG tuvo que hacer frente a una crisis política, a huelgas y a manifestaciones en contra de la aplicación de medidas de austeridad fiscal.

Con la entrada del Primer Ministro Papandreou en el año 2009, el GG publicó que su déficit público era del 13% del PIB y no del 3,7% como se estimaba a principios de ese año. Este cambio en el escenario económico del país generó una pérdida de credibilidad en el gobierno e iniciaron las dudas entre los inversionistas nacionales y extranjeros respecto a un posible incumplimiento del pago de las obligaciones.

Además, la crisis financiera internacional que se desató después de la crisis de las hipotecas en los Estados Unidos en el año 2008 dificultó el acceso del gobierno griego a las diferentes fuentes de financiamiento, que era un elemento clave para financiar la deuda pública que en el 2009 representaba un 115,1% del PIB, lo que puso de manifiesto los desequilibrios internos del país.

Ante la imposibilidad de obtener nuevos créditos Grecia tuvo que hacer frente a la falta de liquidez

por lo que optó por un aumento significativo de su tasa de interés, en comparación con los bonos alemanes, para atraer capitales; esta medida incrementó la preocupación de los agentes económicos respecto a la posible insolvencia del GG para cumplir con sus compromisos financieros.

La reacción inmediata de las calificadoras, fue bajar la calificación de los bonos griegos (véase cuadro 2), lo que se tradujo en un incremento de la prima de riesgo, lo que a su vez ocasionó que el gobierno no pudiera hacer frente a sus obligaciones de corto plazo.

Cuadro 2

Calificación de diversas agencias para la deuda de Grecia

Calificadora	Calificación
Fitch	BBB+
Standard and Poor's	BBB+
Moody's	A2

Fuente: Elaboración propia con datos del Finambolsa.

La estabilidad económica de Grecia se vio impactada por la disminución de la calificación del país y la imposibilidad de hacer frente al pago de su deuda, debido a que se incrementó la incertidumbre de los agentes económicos nacionales e internacionales y disminuyó la entrada de capitales al país, propiciando desajustes económicos, una disminución en el nivel de ingresos de la población, aumento en la tasa de desempleo y falta de liquidez.

Ante la falta de liquidez de Grecia para hacer frente al pago de su deuda por un monto de más de € 40 billones en el año 2010, las autoridades de la EZ, especialmente Alemania y Francia, tomaron iniciativas para apoyar al GG. El 11 de febrero de 2009 se dio el primer anuncio oficial de que las autoridades de la EZ estaban elaborando un plan de ayuda para Grecia. Los detalles técnicos de plan se dieron a conocer el 16 de marzo de ese mismo año.

No obstante las autoridades griegas no querían hacer frente al costo político que representaba recurrir a la ayuda internacional, lo que retrasó la entrada en vigor del plan hasta el 26 de abril del año 2009. La adopción del plan ocasionó numerosas propuestas y huelgas por las medidas de austeridad que proponía.

Los recursos para hacer frente a la crisis griega provenían de la UE y del Fondo Monetario Internacional (FMI). No obstante, estos recursos no eran suficientes para solucionar el problema de la crisis de fondo, pero permitían a las autoridades griegas renegociar el vencimiento de la deuda y realizar los ajustes internos que le exigían los organismos financieros internacionales, tales como la disminución del gasto público, la reforma del sistema de pensiones, la privatización de empresas públicas y la reducción de los sueldos de los burócratas.

II. EL MODELO

Para representar los problemas que presentó la Crisis Griega y plasmar los mecanismos de interacción de los diferentes agentes económicos (principalmente el Gobierno Griego, la Unión Europea y los inversionistas), así como analizar posibles factores que determinaron el resultado que se esbozó en la sección anterior, se hará uso de la teoría de juegos interpretando los acontecimientos como un juego dinámico con información completa. Sin duda, el supuesto de información completa es un supuesto fuerte en este contexto, pero permitirá visualizar de una forma más clara las dependencias estratégicas que existen entre los diferentes participantes.

Como se expresó en la sección anterior los participantes principales en la crisis fueron: el gobierno griego (GG), la Unión Europea (UE), y los inversionistas de los mercados de capitales internacionales. Cabe recalcar que las acciones de estos tres actores en conjunto determinaron y determinarán finalmente el destino de Grecia.

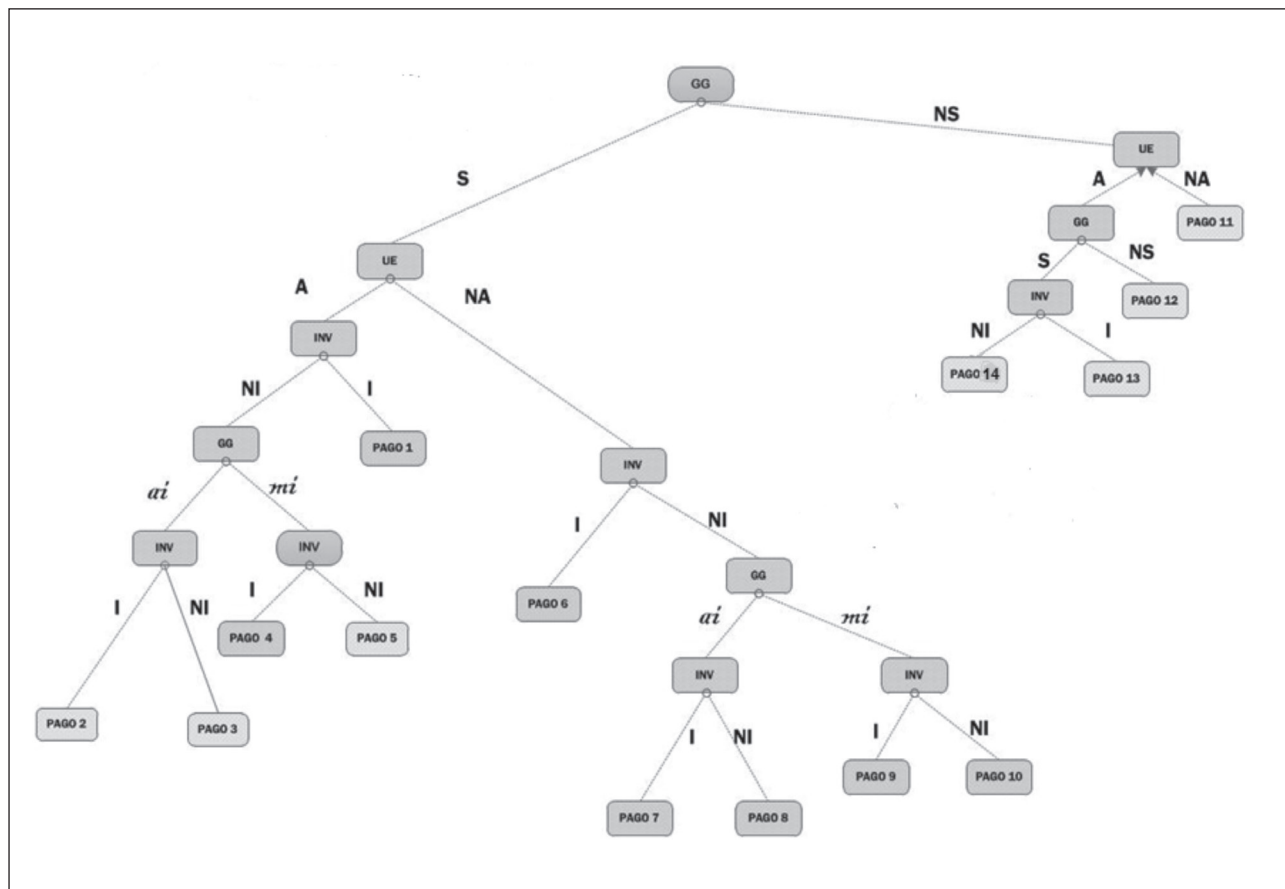
En el marco del modelo propuesto, se representarán todas las acciones como dicótomas lo que permitirá hacer énfasis en las dependencias estratégicas entre el GG, la UE y los inversionistas.

A) LAS DIFERENTES ETAPAS DEL JUEGO

El juego consiste de cinco etapas las cuales varían de acuerdo con las acciones tomadas por los diferentes actores. Como se puede apreciar en el árbol del juego (véase figura 1) la dinámica es la siguiente:

1. En una primera etapa, el GG tiene que decidir la forma de afrontar la crisis incipiente. Una opción para subsanar sus finanzas públicas a corto plazo y evitar la insolvencia es una nueva subasta de bonos gubernamentales. Sin embargo, el éxito de esta operación dependerá del clima y la confianza que exista en los mercados financieros. La UE es un actor que pueda o no crear confianza en dichos mercados.
2. En la segunda etapa, la UE decide si apoyar o no al GG, lo que representa una señal importante sobre el futuro de la Unión Europea y puede interpretarse de forma positiva o negativa dependiendo del punto de vista.
3. En la tercera etapa, el GG decide subastar bonos gubernamentales y los inversionistas deciden si compran o no los bonos ofertados bajo las condiciones existentes.
4. En la cuarta etapa, los inversionistas no realizan la compra de bonos, o dicha compra es menor a la requerida por Grecia, por lo que el GG debe decidir si emite una segunda subasta de bonos, la cual puede tener lugar bajo las mismas condiciones o incrementando la tasa de interés para incentivar a los inversionistas a comprar los bonos.
5. En la quinta etapa, los inversionistas deciden si compran o no los bonos ofrecidos por el GG en la segunda subasta.

Figura 1. Árbol del juego



Fuente: Elaboración propia.

Cabe señalar que en el supuesto de que Grecia haya decidido no subastar pero recibió, inesperadamente, el apoyo por parte de la UE en la segunda etapa, el GG tiene la opción de cambiar su decisión inicial en la tercera etapa y decidir subastar o no sus bonos. En caso positivo, en la cuarta etapa los inversionistas deciden si compran o no los bonos ofertados.

Como en el caso planteado en el párrafo anterior el GG ya tuvo la opción de cambiar su decisión inicial no se incluye la opción de una segunda oferta bajo condiciones modificadas, dado que se supone que el tiempo ya avanzó y no queda tiempo disponible para aplazar la solución acerca del tratamiento de las finanzas públicas del país.

B) LOS PAGOS DE LOS DIFERENTES PARTICIPANTES

Los pagos del Gobierno Griego (GG):

Como se puede observar en la figura 1, los pagos del GG dependen de si logra o no obtener recursos que requiere mediante la subasta de bonos gubernamentales y las condiciones bajo las cuales se subastan dichos bonos. Para determinar los pagos del GG, que son en los que se centra este estudio, en las diferentes condiciones se presentan cuatro elementos que se consideran los más relevantes:

1. El primer elemento es la tasa de interés. Una tasa de interés más alta implica mayores egre-

sos para el GG por concepto de servicio de la deuda hasta el vencimiento. Se representan dichos egresos con la variable C donde C es una función de la tasa de interés, i , que es creciente y cóncava en i .

Como se mencionó anteriormente, para facilitar la exposición, y poder enfocarse en las interacciones estratégicas, no se modelará la tasa de interés como una variable continua sino como una variable discreta que tomará los tres valores siguientes: i_1 , i_2 e i_3 con $i_3 > i_2 > i_1$. Otro supuesto es que la tasa de interés es, en parte, una variable de decisión del GG.

Sin embargo, las tasas de interés que puede elegir el GG dependen de las decisiones que tome la UE. Si la UE decide apoyar a Grecia aumentará la confianza de los inversionistas y, por ende, la prima de riesgo que tendrá que pagar Grecia a los inversionistas será menor, lo que significa que las tasas de interés entre las cuales elegirá Grecia en este caso serán i_1 e i_2 , mientras que sin el apoyo de la UE las autoridades de Grecia solamente podrá elegir entre i_3 e i_2 .

2. El segundo elemento está integrado por los factores que impactan directamente en la población del país. En el modelo propuesto, se consideran únicamente dos factores que son la estabilidad económica, E , y la estabilidad social, S . Se modelaran estos factores como factores discretos que pueden mejorar ($+E$ o $+S$), que se pueden mantener igual (0) o que pueden empeorar ($-E$ o $-S$).

Por un lado, la obtención inmediata de recursos a través de la subasta de bonos gubernamentales permitirá al GG reactivar su economía, con lo que se obtendría un beneficio positivo en la estabilidad económica ($+E$). No obstante, si el GG no logra obtener recursos la estabilidad económica disminuye ($-E$). Adicionalmente, si el GG logra obtener recursos pero solamente en un momento futuro, en la segunda opción del modelo, la estabilidad económica se mantiene (0).

Por otro lado, la emisión de los bonos por parte del GG conlleva un compromiso de pago de intereses y principal en el futuro. Este compromiso afectará la estabilidad social. Se parte del supuesto de que con una tasa de interés baja (i_1) mejora la estabilidad social ($+S$) porque el GG contará con suficientes recursos para solucionar el problema de liquidez a un costo bajo y no requerirá implementar agresivos programas de ajuste. Por lo contrario, una tasa de interés alta (i_3) empeora la estabilidad social ($-S$) debido a que los pagos futuros por concepto del servicio de la deuda limitarán al GG en sus acciones, lo que implicará restricciones y limitaciones para la población que son juzgados más negativos que los beneficios obtenidos por la solución del problema de liquidez actual. Con una tasa de interés intermedia, la estabilidad social no es afectada (0) porque los beneficios y costos son juzgados aproximadamente iguales. Finalmente, si no se logra emitir los bonos, la estabilidad social disminuye ($-S$) porque no hay solución al problema de liquidez.

3. El tercer elemento es el posicionamiento del GG ante los inversionistas en los mercados financieros a nivel internacional. Una nueva emisión de bonos implica necesariamente un mayor endeudamiento del país y, por lo tanto, un mayor riesgo de insolvencia. Sin embargo, en el caso en el que la UE apoye a Grecia este riesgo se reduce hasta cierto punto.

Tomando en cuenta lo expresado en el párrafo anterior, se estableció el supuesto de que las calificadoras disminuirán la calificación de los bonos griegos en el caso de que haya una emisión sin contar con el apoyo de la UE, lo que dificultaría al GG conseguir financiamiento externo en un futuro y, por ende, limitará su flexibilidad. Este costo implícito se denotará como $-F$. Por lo contrario, en caso de que haya emisión con apoyo de la UE o que no haya emisión, la calificación se mantiene por lo que no se tendrá ningún impacto (0).

4. El cuarto elemento a considerar es la relación entre la UE y el GG. Si la UE decide apoyar a Grecia, este apoyo tiene –como se apuntó anteriormente– muchos beneficios, pero tiene la desventaja de que Grecia pierde parte de su autonomía. Este costo de la falta de autonomía se denotará con $(-A)$. En caso de que el GG no recibiera apoyo por parte de la UE no tendría ningún costo (0) por lo que respecta a su autonomía.

Tomando en cuenta lo planteado en los párrafos anteriores los pagos del GG pueden ser expresados en los diferentes puntos terminales del árbol del juego propuesto (véase figura 1) como sigue:

$$1. \pi_{GG} = -C(i_1) + E + S - A$$

$$2. \pi_{GG} = -C(i_2) - A$$

$$3. \pi_{GG} = -E - S - A$$

$$4. \pi_{GG} = -C(i_1) + S - A$$

$$5. \pi_{GG} = -E - S - A$$

$$6. \pi_{GG} = -C(i_2) + E - F$$

$$7. \pi_{GG} = -C(i_3) - S - F$$

$$8. \pi_{GG} = -E - S$$

$$9. \pi_{GG} = -C(i_2) - F$$

$$10. \pi_{GG} = -E - S$$

$$11. \pi_{GG} = -E - S$$

$$12. \pi_{GG} = -E - S - A$$

$$13. \pi_{GG} = -C(i_1) + S - A$$

$$14. \pi_{GG} = -E - S - A$$

Suponemos, además, que $E > A$ y que $E > F$. Esto significa que la estabilidad económica tiene una importancia mayor en comparación con la autonomía y la flexibilidad futura.

Los pagos de los inversionistas

Los pagos de los inversionistas dependen, directamente, de la tasa de interés, i , y del riesgo de incumplimiento que implica la compra de los bonos del GG. Además, dependen, indirectamente, de la situación futura de Grecia, debido a que esta influye en la posibilidad de revender los bonos en el mercado secundario antes de su vencimiento, lo que incrementa la liquidez de los mismos inversionistas.

Tomando en cuenta lo expresado en el párrafo anterior se denotará como $B(i)$ al beneficio directo obtenido por los inversionistas mediante la tasa de interés, donde i puede tomar los valores i_1 , i_2 e i_3 y el beneficio es creciente y cóncavo en i . Si la tasa de interés que ofrece el GG es suficiente o no para que los inversionistas compren los bonos dependerá de las alternativas de inversión que tienen dichos inversionistas en otros mercados financieros con un riesgo similar. Se denotará como O al beneficio de dicha alternativa, que representa un costo de oportunidad para los inversionistas. Cabe señalar, como se apuntó anteriormente, que el riesgo de los inversionistas disminuye si la UE apoya la emisión de nuevos bonos por parte del GG, lo que implica una ganancia de $+R$. Si la UE no apoya la emisión de nuevos bonos por parte del GG se supone que el riesgo se mantiene igual (0).

Con respecto a la posibilidad de que los inversionistas puedan revender sus bonos en los mercados secundarios antes de su fecha de vencimiento los supuestos son: Si las empresas calificadoras bajan la calificación de Grecia se incrementará la dificultad y, por lo tanto, se reducirá la liquidez de los inversionistas $(-L)$.

En el caso de que las calificadoras mantengan la calificación de los bonos griegos se pueden distinguir dos situaciones. La primera, si la tasa de interés es alta (i_2), la situación del GG será incierta debido a los altos pagos derivados del servicio de la deuda, no obstante debido al apoyo de la UE, el clima de inversión se mantiene (0). La segunda, si

la tasa de interés es baja (i_1), es atractivo invertir en bonos griegos por lo que la situación de liquidez mejora para los inversionistas (+L).

Tomando en cuenta lo planteado en los párrafos anteriores los pagos de los inversionistas pueden ser expresados en los diferentes puntos terminales del árbol del juego propuesto (véase figura 1) como sigue:

$$1. \pi_I = B(i_1) - O + L + R$$

$$2. \pi_I = B(i_2) - O + R$$

$$3. \pi_I = 0$$

$$4. \pi_I = B(i_1) - O + L + R$$

$$5. \pi_I = 0$$

$$6. \pi_I = B(i_2) - O - L$$

$$7. \pi_I = B(i_3) - O - L$$

$$8. \pi_I = 0$$

$$9. \pi_I = B(i_2) - O - L$$

$$10. \pi_I = 0$$

$$11. \pi_I = 0$$

$$12. \pi_I = 0$$

$$13. \pi_I = B(i_1) - O + L + R$$

$$14. \pi_I = 0$$

Los pagos de la Unión Europea (UE):

Los pagos de la UE se basan en las perspectivas futuras de esta, las cuales dependerán de tres factores: a) la demanda interna del mercado europeo b) la disponibilidad de captar capitales por parte de los inversionistas y c) la cohesión entre los países miembros de la UE.

Partiendo del supuesto de la situación de la demanda interna del mercado europeo mejorara (+D) si

el GG logra subastar sus bonos desde el primer momento, debido a que se incrementa la inversión, los trabajadores mantienen su empleo y continúa el consumo. Se mantiene si solamente logra subastar en segunda instancia (0) y la situación empeora si no subasta bonos (-D), porque no se pueden crear nuevas fuentes de empleo y las existentes disminuyen por la falta de inversión.

Para poder determinar la disponibilidad de capitales por parte de los inversionistas en el futuro se parte del supuesto de que existe un efecto manada, lo que implica que si se invierte en la subasta actual, habrá inversión en el futuro (+I), si se subasta y los inversionistas deciden no invertir, habrá fuga de capitales (-I) y si se decide no subastar, la situación no cambiará (0).

Finalmente, por lo que respecta a la cohesión de la UE mejorara (+C) si el GG subasta y recibe apoyo, ya que los demás países miembros verán el respaldo que existe por parte de las instituciones que integran la UE. Así mismo, empeora (-C) si la UE apoya pero el GG no subasta o si la UE no apoya y el GG subasta con éxito, es decir, los inversionistas compran los bonos emitidos, debido a la percepción negativa entre los países que integran la UE.

En el caso en el que la UE no apoyara la emisión de bonos por parte del GG y este tratara de realizar una subasta de bonos y los inversionistas decidieran no comprarlos, la situación se mantiene igual de delicada que actualmente (0).

Tomando en cuenta lo planteado en los párrafos anteriores los pagos de la Unión Europea pueden ser expresados en los diferentes puntos terminales del árbol del juego propuesto (véase figura 1) como sigue:

$$1. \pi_{UE} = D + I + C$$

$$2. \pi_{UE} = I + C$$

$$3. \pi_{UE} = -D - I + C$$

4. $\pi_{UE} = I + C$

5. $\pi_{UE} = -D - I + C$

6. $\pi_{UE} = D + I - C$

7. $\pi_{UE} = I - C$

8. $\pi_{UE} = -D - I$

9. $\pi_{UE} = I - C$

10. $\pi_{UE} = -D - I$

11. $\pi_{UE} = -D + C$

12. $\pi_{UE} = -D - C$

13. $\pi_{UE} = I + C$

14. $\pi_{UE} = -D - I + C$

C) LA SOLUCIÓN DEL JUEGO

Para la solución del juego se procedió a buscar todos los equilibrios de Nash en estrategias puras y perfectas en subjuegos. Para tal propósito, se aplicó el método de solución de inducción inversa, es decir, se empezó a solucionar el árbol de atrás para adelante. Cabe apuntar que, con el fin de enfocar la atención del lector en la interpretación de la solución del juego y su significado para la explicación de la Crisis Griega, la solución detallada se puede encontrar en los anexos de este artículo.

En el cuadro 3 se muestran las estrategias de equilibrio de los diferentes actores, así como el resultado que se alcanzaría si todos los jugadores jugaran sus estrategias de equilibrio. Las primeras tres columnas indican las condiciones acerca de la relación costo-beneficio de los diferentes actores que se tienen que cumplir para lograr alcanzar el equilibrio específico descrito en las siguientes columnas. Las siguientes cinco columnas especifican las estrategias de equilibrio de los diferentes actores separados según la cronología del juego.

La última columna indica el pago que resultaría si todos los actores aplicaran sus estrategias de equilibrio.

Como se puede observar en el cuadro 3, existen cinco diferentes resultados que son: pago 1, pago 11, pago 2, pago 6 y pago 7. Cabe señalar que los pagos 2, 6 y 7 solamente se alcanzan bajo condiciones muy específicas mientras que los pagos 1 y 11 son más frecuentes como resultado. En lo que sigue, vamos a interpretar las condiciones en relación con diferentes pagos.

El pago 1 significa que sobre el camino de equilibrio el GG subasta en primera instancia, la Unión Europea apoya y los inversionistas invierten. Esto significa que este resultado se puede interpretar como la solución ideal en la cual los tres actores se “coordinan” y se llega a una solución rápida e inmediata de la crisis.

El pago 11 significa que sobre el camino de equilibrio el GG no subasta y la Unión Europea no apoya. Este resultado sería la situación adversa en la cual se escalaría la crisis porque el Gobierno Griego no logra subsanar sus finanzas a corto plazo y la Unión Europea se distancia de uno de sus miembros.

Finalmente, los otros pagos que ocurren según las predicciones de nuestro modelo con mucha menor frecuencia son los siguientes. El pago 2 significa que sobre el camino de equilibrio el GG subasta y la Unión Europea apoya, pero los inversionistas invierten solamente después de que el Gobierno Griego haya modificado las condiciones de la subasta aumentando la tasa de interés.

El pago 6 significa que sobre el camino de equilibrio el GG subasta, pero la Unión Europea no lo apoya pero los inversionistas invierten de todas maneras, mientras que con el pago 7 solamente invierten después de un aumento de la tasa de interés por parte del Gobierno Griego.

Cuadro 3
Estrategias de equilibrio de los actores de la Crisis Griega

Condiciones de B/C de I	Condiciones de B/C de UE	Condiciones de B/C de GG	Estrategia 1 de equilibrio de GG	Estrategia 2 de equilibrio de GG	Estrategia 1 de equilibrio de I	Estrategia 2 de equilibrio de I	Estrategia de equilibrio de UE	Pago resultante
$B(i_2) > O+L$ $B(i_1) > O-L-R$		$C(i_1) \leq E+2S$	S	(M;M;S)	(I;I)	(I;I;I;I)	(A;A)	Pago 1
		$E+2S < C(i_1) < 2E+2S-A$	S	(M;M;NS)	(I;I)	(I;I;I;I)	(A;NA)	Pago 1
		$C(i_1) > 2E+2S-A$	NS	(M;M;NS)	(I;I)	(I;I;I;I)	(A;NA)	Pago 11
$B(i_2) > O+L$ $B(i_1) < O-L-R$	$C \geq 0.5D$	$C(i_2) < E+S-A$	S	(A;M;S)	(NI;I)	(I;NI;I;NI)	(A;NA)	Pago 2
		$E+S-A < C(i_2) < E+S$	NS	(A;M;S)	(NI;I)	(I;NI;I;NI)	(A;NA)	Pago 11
	$C < 0.5D$	$C(i_2) < E+S$	S	(A;M;S)	(NI;I)	(I;NI;I;NI)	(NA;NA)	Pago 6
	$C \geq D+I$	$C(i_2) \geq E+S$	NS	(M;M;S)	(NI;I)	(I;NI;I;NI)	(A;NA)	Pago 11
		$E+S < C(i_2) < 2E+S-F$	S	(M;M;S)	(NI;I)	(I;NI;I;NI)	(NA;NA)	Pago 6
	$C < D+I$	$C(i_2) > 2E+S-F$	NS	(M;M;S)	(NI;I)	(I;NI;I;NI)	(NA;NA)	Pago 11
$O-R < B(i_2) < O+L < B(i_3) > O-L-R$		$C(i_3) \geq E-F$ $C(i_1) \leq E+2S$	S	(M;M;S)	(I;NI)	(I;I;NI;I)	(A;A)	Pago 1
		$E+2S < C(i_1) < 2E+2S-A$ $C(i_3) \geq E-F$	S	(M;M;NS)	(I;NI)	(I;I;NI;I)	(A;NA)	Pago 1
		$C(i_1) > 2E+2S-A$ $C(i_3) \geq E-F$	NS	(M;M;NS)	(I;NI)	(I;I;NI;I)	(A;NA)	Pago 11
		$C(i_1) \leq E+2S$ $C(i_3) < E-F$	S	(M;A;S)	(I;NI)	(I;I;NI;I)	(A;A)	Pago 1
		$C(i_1) \leq E+2S$ $C(i_3) < E-F$	S	(M;A;S)	(I;NI)	(I;I;NI;I)	(A;A)	Pago 1
		$E+2S < C(i_1) < 2E+2S-A$ $C(i_3) < E-F$	S	(M;A;NS)	(I;NI)	(I;I;NI;I)	(A;NA)	Pago 1
		$C(i_1) > 2E+2S-A$ $C(i_3) < E-F$	NS	(M;A;NS)	(I;NI)	(I;I;NI;I)	(A;NA)	Pago 11
$O-R < B(i_2) < O+L < B(i_3) < O-L-R$		$C(i_2) < E+S-A$ $C(i_3) \geq E-F$	S	(A;M;S)	(NI;NI)	(I;NI;I;NI;NI)	(A;NA)	Pago 2
		$E+S-A < C(i_2) < E+S$ $C(i_3) \geq E-F$	NS	(A;M;S)	(NI;NI)	(I;NI;I;NI;NI)	(A;NA)	Pago 11
		$C(i_2) < E+S-A$ $C(i_3) < E-F$	S	(A;A;S)	(NI;NI)	(I;NI;I;NI;NI)	(A;NA)	Pago 2
		$E+S-A < C(i_2) > E+S$ $C(i_3) < E-F$	NS	(A;A;S)	(NI;NI)	(I;NI;I;NI;NI)	(A;NA)	Pago 11
	$C > 1/2D+I$	$C(i_2) \geq E+S$ $C(i_3) > E-F$	NS	(M;M;S)	(NI;NI)	(I;NI;I;NI;NI)	(A;NA)	Pago 11
		$C(i_2) \geq E+S$ $C(i_3) < E-F$	NS	(M;A;S)	(NI;NI)	(I;NI;I;NI;NI)	(A;NA)	Pago 11
		$C(i_2) \geq E+S$ $C(i_3) < E-F$	S	(M;A;S)	(NI;NI)	(I;NI;I;NI;NI)	(NA;NA)	Pago 7
$O-R < B(i_2) < O+L < B(i_3) < O-L-R$		$C(i_1) \leq E+2S$	S	(M;M;S)	(I;NI)	(I;I;NI;NI;I)	(A;A)	Pago 1
		$E+2S < C(i_1) < 2E+2S-A$	S	(M;M;NS)	(I;NI)	(I;I;NI;NI;I)	(A;NA)	Pago 1
		$C(i_1) > 2E+2S-A$	NS	(M;M;NS)	(I;NI)	(I;I;NI;NI;I)	(A;NA)	Pago 11

Condiciones de B/C de I	Condiciones de B/C de UE	Condiciones de B/C de GG	Estrategia 1 de equilibrio de GG	Estrategia 2 de equilibrio de GG	Estrategia 1 de equilibrio de I	Estrategia 2 de equilibrio de I	Estrategia de equilibrio de UE	Pago resultante
O-R< B(i ₂)<O+L B(i ₃)<O+L B(i ₁)<O-L-R		C(i ₂)<E+S-A	S	(A;M;S)	(NI;NI)	(I;NI;NI;NI;NI)	(A;NA)	Pago 2
		E+S-A <C(i ₂)<E+S	NS	(A;M;S)	(NI;NI)	(I;NI;NI;NI;NI)	(A;NA)	Pago 11
		C(i ₂)>E+S	NS	(M;M;S)	(NI;NI)	(I;NI;NI;NI;NI)	(A;NA)	Pago 11
B(i ₃)>O+L B(i ₂)<O-R B(i ₁)>O-L-R		E+2S<C(i ₁)<2E+2S-A	S	(A;M;NS)	(I;NI)	(NI;I;I;NI;I)	(A;NA)	Pago 1
		C(i ₁)>2E+2S-A	NS	(A;M;NS)	(I;NI)	(NI;I;I;NI;I)	(A;NA)	Pago 11
		C(i ₁)≤E+2S	S	(M;M;S)	(I;NI)	(NI;I;I;NI;I)	(A;A)	Pago 1
		C(i ₁)≤E+2S	S	(M;A;S)	(I;NI)	(NI;I;I;NI;I)	(A;A)	Pago 1
B(i ₃)<O+L B(i ₂)<O-R B(i ₁)>O-L-R		C(i ₁)<2E+2S-A	S	(M;M;S)	(I;NI)	(NI;NI;I;NI;NI)	(A;NA)	Pago 1
		C(i ₁)>2E+2S-A	NS	(M;M;S)	(I;NI)	(NI;NI;I;NI;NI)	(A;NA)	Pago 11
		C(i ₁)<2E+2S-A	S	(M;A;S)	(I;NI)	(NI;NI;I;NI;NI)	(A;NA)	Pago 1
		C(i ₁)>2E+2S-A	NS	(M;A;S)	(I;NI)	(NI;NI;I;NI;NI)	(A;NA)	Pago 11
B(i ₃)<O+L B(i ₂)<O-R B(i ₁)>O-L-R		C(i ₁)>2E+2S-A	NS	(A;M;NS)	(I;NI)	(NI;I;NI;NI;I)	(A;NA)	Pago 11
		E+2S<C(i ₁)<2E+2S-A	S	(A;M;NS)	(I;NI)	(NI;I;NI;NI;I)	(A;NA)	Pago 1
		C(i ₁)≤E+2S	S	(M;M;S)	(I;NI)	(NI;I;NI;NI;I)	(A;A)	Pago 1
B(i ₃)<O+L B(i ₂)<O-R B(i ₁)<O-L-R			NS	(M;M;S)	(NI;NI)	(NI;NI;NI;NI;NI)	(A;NA)	Pago 11

Para que ocurra uno de los dos últimos escenarios descritos, se tiene que dar una situación, en la cual la Unión Europea estima que los beneficios que puede obtener por mantener la cohesión de la Unión Europea son relativamente menores a los beneficios que puede obtener por mantener la demanda interna y asegurar la inversión futura. Además, los inversionistas consideran el beneficio obtenido por la tasa de interés i_1 muy bajo, mientras que los beneficios obtenidos por las tasas i_2 e i_3 son considerados más bien altos. Esto se puede deber a una gran diferencia entre la tasa baja y las otras dos tasas. Pero al mismo tiempo, el costo que genera la tasa de interés i_2 para el Gobierno Griego debe de estar moderada, es decir en comparación con el beneficio que puede obtener de estabilidad económica y social así como la flexibilidad futura tiene que ser más bien de poca importancia. Expuestas las condiciones anteriores junto con el análisis de la situación, se puede suponer que la cohesión parece jugar un papel primordial para la

Unión Europea por lo cual no se debería de manifestar ninguna de las dos situaciones descritas anteriormente.

Con respecto al resultado del pago 2, se puede observar que la situación tiene que ser similar. Los inversionistas deben considerar el beneficio obtenido por la tasa de interés i_1 muy bajo, mientras que los beneficios obtenidos por las tasas i_2 e i_3 son considerados intermedios solamente. Esto puede llevar a que exijan mínimo una tasa de interés de i_2 para invertir. Si al mismo tiempo, el Gobierno Griego considera que el costo por pagar la tasa i_2 está bajo en comparación con el beneficio que puede obtener de estabilidad económica y social tomando en cuenta la pérdida de la autonomía si apoya la Unión Europea, se dará una situación en la cual los inversionistas anticiparán un aumento en las tasas de interés aunque el Gobierno Griego cuente con el apoyo de la Unión Europea.

Finalmente, si comparamos las condiciones que llevan a los pagos 1 y 11, respectivamente, podemos constatar, en términos generales, que el pago 11 se da más frecuentemente si los costos que tiene que asumir el Gobierno Griego por pagar las tasas de interés de los bonos en el futuro son estimados relativamente altos en comparación con los beneficios que puede obtener logrando estabilidad económica y social. Dicho de otra forma, si alcanzar estabilidad económica y social es un objetivo primordial de la agenda política del Gobierno Griego, estará dispuesto a pagar mayores tasas por lo cual el resultado 1 en el cual sobre el camino de equilibrio el Gobierno subasta, la Unión Europea apoya y los inversionistas invierten es más frecuente. En caso contrario, si la estabilidad económica y social que se puede alcanzar con el dinero que proporciona una subasta es relativamente pequeña en comparación con el monto del costo de interés, el modelo predice que el Gobierno Griego no subastará y la Unión Europea no apoyará llevando a una situación crítica en Grecia.

CONCLUSIONES

La crisis de las hipotecas en los Estados Unidos en el año 2007 se propagó a nivel internacional y dificultó el acceso de Grecia a las diferentes fuentes de financiamiento, que era un elemento fundamental para poder financiar su deuda pública, lo que propició que el país se viera inmerso en una crisis financiera de grandes dimensiones con efectos asimétricos importantes en términos de desempleo y déficit público.

La incorporación de Grecia a la eurozona le facilitó, inicialmente, el acceso a las diversas fuentes de financiamiento a nivel internacional y contar con un margen de maniobra en términos de políticas fiscales y monetarias, aun con una situación de desequilibrio respecto a otros países miembros de la Unión Europea en el periodo de expansión previo a la crisis. No obstante, a partir de 2007 el país tuvo dificultades para poder colocar sus bonos

de deuda en los diferentes mercados financieros, lo que derivó en la imposibilidad de poder frente al servicio de su deuda.

En este artículo se realizó un análisis desde los principios de la teoría de juegos para explicar de qué manera los principales agentes económicos que intervinieron durante la gestación de la crisis en Grecia hubieran podido tomar las decisiones que derivaron en la producción de una crisis económica de grandes dimensiones y los posibles factores que pueden haber influido para que se tomaran dichas decisiones.

Mediante la utilización de la teoría de juegos se planteó un modelo explicativo del comportamiento de cada uno de los agentes económicos que participaron en el juego (Gobierno Griego, inversionistas y autoridades de la Unión Europea). Los acontecimientos de interacción de las decisiones de al menos dos agentes fueron interpretados como un juego dinámico con información completa. Sin duda, el supuesto de información completa es un supuesto fuerte en este contexto, pero permitió visualizar de una forma más clara las dependencias estratégicas existentes entre los diferentes participantes del juego.

La solución ofrecida por el modelo propuesto pone de manifiesto las estrategias que pudieron haber llevado a una situación ganar-ganar desde una situación de cooperación entre los diferentes agentes económicos que intervienen en el juego propuesto.

Por lo que respecta a los pagos, se planteó que en uno de ellos, denominado pago 1, los tres actores se “coordinan” y se llega a una solución rápida e inmediata de la crisis, este escenario es el que se daba inicialmente no obstante, a partir de 2008 no se dio dicha coordinación entre los agentes que intervienen en el modelo.

Por lo que respecta al denominado pago 11, este no se dio ya que la Unión Europea siempre mostró

preocupación de la situación en Grecia y no permitió que el conflicto escalara a otras dimensiones.

Los pagos 2, 6 y 7 ocurren, según las predicciones de nuestro modelo, con menor frecuencia. De estos tres pagos el que ocurrió en la realidad fue el pago 2, ya que el Gobierno Griego subastó bonos en los mercados financieros y la Unión Europea apoyó en un segundo momento (cabe recordar el plan de apoyo de la Unión Europea a Grecia), no obstante los inversionistas invirtieron solamente después de que el Gobierno Griego modificó las condiciones de la subasta aumentando la tasa de interés.

Al ser el pago 2 lo que ocurrió en la realidad, se puede afirmar que los inversionistas consideraron el beneficio obtenido por la tasa de interés i_1 muy bajo, por lo que exigieron mínimamente una tasa de interés de i_2 para invertir en los bonos del Gobierno Griego. Así mismo, el Gobierno Griego consideró que el costo por pagar la tasa i_2 era aceptable a cambio de contar con estabilidad económica y social en el país, tomando en cuenta la pérdida de su autonomía económica y financiera debido al apoyo que recibió por parte de la Unión Europea.

Cabe señalar que, la solución del juego propuesto plantea de forma indirecta los ajustes que hubieran podido los agentes económicos que intervinieron en el juego para que, en un ambiente de cooperación, hubieran podido maximizar sus diferentes funciones de utilidad, lo que le permitiría al Gobierno Griego contar con la inversión necesaria para contar con estabilidad económica y mejorar la estabilidad social del país.

BIBLIOGRAFÍA

- ASQUITH, P. & MULLINS, D. (1986). "Equity issues and offering dilution". *Journal of Financial Economics*. 15.
- BACKÉ, P. & WÓJCIK, C. (2008). "Credit booms, monetary integration and the new neoclassical synthesis". *Journal of Banking & Finance*. 32: 3.
- BAIN, J. (1949). "A note on pricing in monopoly and oligopoly". *American Economic Review*. 39.
- BALDWIN, R.; GROS, D. & LAEVEN, L. (2010). *Completing the Eurozone Rescue: What More Needs to Be Done*. VoxEU.org e-Book, 17 June 2010. URL: <http://www.voxeu.org/index.php?q=node/5194>.
- BINMORE, K.; RUBINSTEIN, A. & WOLINSKY, A. (1986). "The Nash Bargaining Solution in Economic Modelling". *Journal of Economics*. 17: 2.
- BOLTON, P. & SCHARFSTEIN, D. (1990). "A theory of predation based on agency problems in financial contracting". *American Economic Review*. 80.
- BOGE, W. & EISELE, T. H. (1979). "On the Solutions of Bayesian Games". *International Journal of Game Theory*. 8.
- BRANDENBURGER, A. (2007). "The Power of Paradox: Some Recent Developments in Interactive Epistemology". *International Journal of Game Theory*. 35.
- BRANDENBURGER, A. & DEKEL, E. (1993). "Hierarchies of Beliefs and Common Knowledge". *Journal of Economic Theory*. 59.
- BRANDENBURGER, A.; FRIEDENBERG, A. & KEISLER, J. (2008). "Admissibility in Games". *Econometría*. 76.
- BUTI, M. & SAPIR, A. (2006). "Fiscal Policy in Europe: The Past and Future of EMU Rules from the Perspective of Musgrave and Buchanan". *CPER Discussion Paper*, No. 5830.
- CARFI, D. & SCHILIRO, D. (2011). "Crisis in the Euro area: cooperative game solutions as new policy tools". *TPREF-Theoretical and Practical Research in Economic Fields*, summer issue 2011.
- DE GRAUWE, P. (2010). "How to embed the Eurozone in a political union". VoxEU.org, 17 June 2010. URL: <http://www.voxeu.org/index.php?q=node/5166>.
- FAHRHOLZ, C. (2007). "Bargaining for Costs of Convergence in Exchange Rate Mechanism II: A Rubinstein Threat Game". *Journal of Theoretical Politics*. 19: 2.
- FAHRHOLZ, C. & WÓJCIK, C. (2010). "Global financial crisis and the future of EMU". *Journal of Regulation and Risk North Asia*. 2: 2-3.
- FAINI, R. (2006). "Fiscal Policy and Interest Rates in Europe". *Economic Policy*. 21: 47.
- HARSANYI, J. (1967). "Games with Incomplete Information Played by "Bayesian". Players, Part I. The Basic Model". *Management Science*. 14.
- KOHLBERG, E. & MERTENS, J.-F. (1986). "On the Strategic Stability of Equilibria". *Econometría*. 54.
- MARX, L. & SWINKELS, J. (1997). "Order Independence for Iterated Weak Dominance". *Games and Economic Behavior*. 18.
- MERTENS, J.-F. & ZAMIR, S. (1985). "Formulation of Bayesian Analysis for Games with Incomplete Information". *International Journal of Game Theory*. 14.
- MILGROM, P. & STOKEY, N. (1982). "Information, Trade and Common Knowledge". *Journal of Economic Theory*. 26.
- MODICA, S. & RUSTICHINI, A. (1999). "Unawareness and Partitional Information Structures". *Games and Economic Behavior*. 27.
- NASH, JOHN F. (1950). "The Bargaining Problem". *Econometría*. 18.
- NASH, JOHN F. (1953). "Two-Person Cooperative Games". *Econometría*. 2.
- OSBORNE, M. & RUBINSTEIN, A. (1994). *A Course in Game Theory*, MIT Press, Cambridge MA.
- TOHME, F. (2005). "Existence and Definability of States of the World". *Mathematical Social Science*. 49.

ANEXO 1: LA SOLUCIÓN DEL JUEGO

Vamos a buscar todos los equilibrios de Nash en estrategias puras y perfectas en subjuegos. Para tal propósito, aplicamos el método de solución de inducción inversa, es decir, empezamos a solucionar el árbol de atrás para adelante.

LA QUINTA ETAPA DEL JUEGO - LA DECISIÓN DE LOS INVERSIONISTAS:

En la última etapa del juego, los inversionistas deciden invertir o no invertir. Analizando los diferentes pagos, podemos ver que si empezamos con el nodo de decisión hasta toda la izquierda del árbol y vamos hacia la derecha, las condiciones que se tendrían que cumplir para que los inversionistas invirtieran son las siguientes:

1. $B(i_2) - O + R > 0$
2. $B(i_1) - O + L + R > 0$
3. $B(i_3) - O - L > 0$
4. $B(i_2) - O - L > 0$
5. $B(i_1) - O + L + R > 0$

Analizando estas condiciones, podemos constatar lo siguiente:

- La condición (2) y la condición (5) son idénticas.
- Si se cumple la condición (4), la condición (1) se cumple automáticamente.
- Si se cumple la condición (4), la condición (3) se cumple automáticamente.

Esto nos lleva a que dependiendo del valor de los beneficios de los inversionistas con las tres tasas de interés diferentes, se pueden presentar los siguientes casos:

1. Caso 1: $B(i_2) > O + L$ y $B(i_1) > O - L - R$

Si se cumplen estas dos condiciones, los inversionistas invertirán siempre.

2. Caso 2: $B(i_2) > O + L$ y $B(i_1) < O - L - R$

Si se cumplen estas dos condiciones, los inversionistas invertirán en los puntos 1, 3 y 4, y no invertirán en los puntos 2 y 5.

3. Caso 3: $O - R < B(i_2) < O + L < B(i_3)$ y $B(i_1) > O - L - R$

Si se cumplen estas condiciones, los inversionistas invertirán en los puntos 1, 2, 3, 5 y no invertirán en el punto 4.

4. Caso 4: $O - R < B(i_2) < O + L < B(i_3)$ y $B(i_1) < O - L - R$

Si se cumplen estas condiciones, los inversionistas invertirán en los puntos 1, 3 y no invertirán en los puntos 2, 4, 5.

5. Caso 5: $O - R < B(i_2) < O + L$, $B(i_3) < O + L$ y $B(i_1) > O - L - R$

Si se cumplen estas condiciones, los inversionistas invertirán en los puntos 1, 2 y 5 y no invertirán en los puntos 3, 4.

6. Caso 6: $O - R < B(i_2) < O + L$, $B(i_3) < O + L$, $B(i_1) < O - L - R$

Si se cumplen estas condiciones, los inversionistas invertirán en el punto 1 y no invertirán en los puntos 2, 3, 4 y 5.

7. Caso 7: $B(i_2) < O - R$; $B(i_3) > O + L$, $B(i_1) > O - L - R$

Si se cumplen estas condiciones, los inversionistas invertirán en los puntos 2, 3 y 5 y no invertirán en los puntos 1, 4.

8. Caso 8: $B(i_2) < O - R$, $B(i_3) > O + L$, $B(i_1) < O - L - R$

Si se cumplen estas condiciones, los inversionistas invertirán en el punto 3 y no invertirán en los puntos 1, 2, 4, 5.

9. Caso 9: $B(i_2) < O - R$, $B(i_3) < O + L$, $B(i_1) > O - L - R$

Si se cumplen estas condiciones, los inversionistas invertirán en los puntos 2 y 5 y no invertirán en los puntos 1, 3 y 4.

10. Caso 10: $B(i_2) < O - R$, $B(i_3) < O + L$, $B(i_1) < O - L - R$

Los inversionistas no invertirán nunca.

Tomando en cuenta estos casos, podemos solucionar ahora la etapa anterior del juego anticipando la decisión de los inversionistas de la última etapa. Los resultados de cada etapa se representarán en el anexo 2. Esta tabla nos ayudará en identificar los diferentes casos. Además constituye la base para poder elaborar el cuadro 3.

LA CUARTA ETAPA DEL JUEGO - LA DECISIÓN DEL GOBIERNO GRIEGO:

Si volvemos a ver el árbol de la izquierda hacia la derecha, la primera decisión que se tiene que analizar es si el Gobierno Griego va a aumentar la tasa de interés o si la va a mantener. Para poder analizar esta decisión tenemos que tomar en cuenta la decisión de los inversionistas en los puntos 1 y 2. Como podemos ver, los ocho casos presentados anteriormente, se reducen a solo cuatro: o invierten en ambos nodos, o invierten en ningún nodo o invierten en uno y no en el otro y viceversa.

Caso 1-1:

Si los inversionistas invierten en ambos escenarios, el Gobierno Griego comparará sus dos pagos, $\pi_{GG} = -C(i_2) - A$ si aumenta la tasa de interés y $\pi_{GG} = -C(i_1) + S - A$ si mantiene la tasa de interés. Como se puede ver, el segundo pago siempre es mayor al primero por lo que la decisión para el Gobierno Griego, será mantener la tasa de interés.

Caso 1-2:

Si los inversionistas invierten después de un aumento en la tasa de interés y no invierten si se mantiene la tasa de interés, tenemos que comparar los siguientes dos pagos del Gobierno Griego anticipando esta decisión: nos da que un aumento en la tasa de interés da un pago de $\pi_{GG} = -C(i_2) - A$ y si se mantiene la tasa de interés, el pago es de $\pi_{GG} = -E - S - A$. En este caso, podemos distinguir dos subcasos:

- Si $C(i_2) < E + S$, el Gobierno Griego va a aumentar la tasa de interés.
- Si $C(i_2) \geq E + S$, el Gobierno Griego va a mantener la tasa de interés.

Caso 1-3:

Si los inversionistas no invierten después de un aumento en la tasa de interés e invierten si se mantiene la tasa de interés, tenemos que comparar los siguientes pagos del Gobierno Griego anticipando esta decisión: nos da que un aumento en la tasa de interés da un pago de $\pi_{GG} = -E - S - A$ y si se mantiene la tasa de interés, el pago es de $\pi_{GG} = -C(i_1) + S - A$. En este caso, podemos distinguir dos subcasos:

- Si $C(i_1) > E + 2S$, el Gobierno Griego va a aumentar la tasa de interés.
- Si $C(i_1) \leq E + 2S$, el Gobierno Griego va a mantener la tasa de interés.

Caso 1-4:

Si los inversionistas no invierten nunca, los pagos que recibe el Gobierno Griego anticipando esta decisión, son de $\pi_{GG} = -E - S - A$ en ambos casos por lo que el Gobierno Griego será justo indiferente entre aumentar la tasa de interés o mantenerla.

Una decisión equivalente se presenta en la rama en la cual la Unión Europea no apoya. En este caso, podemos distinguir tres escenarios diferentes basados en los casos anteriores.

Caso 2-1:

Si los inversionistas invierten en ambos escenarios, el Gobierno Griego compara entonces sus dos pagos, $\pi_{GG} = -C(i_3) - S - F$ si aumenta la tasa de interés y $\pi_{GG} = -C(i_2) - F$ si mantiene la tasa de interés. Podemos ver que la decisión para el Gobierno Griego, será mantener la tasa de interés.

Caso 2-2:

Si los inversionistas invierten después de un aumento en la tasa de interés y no invierten si se mantiene la tasa de interés constante, el Gobierno Griego compara entonces sus dos pagos, $\pi_{GG} = -C(i_3)$ -S-F si aumenta la tasa de interés y $\pi_{GG} = -E$ -S si mantiene la tasa de interés. Podemos ver que tenemos que volver a distinguir dos subcasos.

- $C(i_3) > E$ -F: El Gobierno Griego decide mantener la tasa de interés.
- $C(i_3) \leq E$ -F: El Gobierno Griego decide aumentar la tasa de interés.

Caso 2-3:

Si los inversionistas no invierten nunca, el Gobierno Griego compara entonces sus dos pagos, $\pi_{GG} = -E$ -S si aumenta la tasa de interés y $\pi_{GG} = -E$ -S si mantiene la tasa de interés y podemos ver que el Gobierno Griego es justo indiferente entre ambas decisiones.

Finalmente, en el último nodo de decisión, el Gobierno Griego, decide subastar o no subastar anticipando la decisión de inversión de los inversionistas. Si el Gobierno Griego anticipa la inversión, tenemos que comparar el pago de $(-C(i_1)+S-A)$ si subasta con el caso de que no subasta $(-E-S-A)$. Vemos que el Gobierno Griego va a decidir subastar si $C(i_1) < E+2S$. Si el Gobierno Griego anticipa que los inversionistas no invertirán, el pago será de $(-E-S-A)$ en ambos casos y vemos que el Gobierno Griego es justo indiferente entre ambas opciones.

LA TERCERA ETAPA DEL JUEGO - LA DECISIÓN DE LOS INVERSIONISTAS:

En esta etapa del juego tenemos que analizar la decisión de los inversionistas entre invertir y no invertir después de la primera oferta de subasta por parte del Gobierno Griego. Como se puede observar en el árbol del juego, existen dos nodos

de decisión en esta etapa. Para poder analizar las diferentes etapas, tenemos que anticipar las decisiones subsecuentes de los diferentes actores.

Vamos a empezar con el primer nodo de decisión. Tenemos que distinguir tres casos:

Caso 1-1:

El primer escenario corresponde al caso en el cual después de la decisión de no invertir el Gobierno Griego aumenta la tasa de interés y los inversionistas invertirán. Si comparamos los pagos de los inversionistas entre invertir en seguida ($\pi_1 = B(i_1)$ -O+L+R) y esperarse ($\pi_1 = B(i_2)$ -O+R), podemos ver que si $B(i_2)-B(i_1) > L$, los inversionistas se esperarán, por el contrario, invertirán en seguida.

Caso 1-2:

El segundo escenario corresponde a la situación en la cual después de la decisión de no invertir el Gobierno Griego aumenta la tasa de interés, y los inversionistas no invertirán. Si comparamos de nuevo los pagos de los inversionistas entre invertir en seguida ($\pi_1 = B(i_1)$ -O+L+R) y no invertir nunca ($\pi_1 = 0$), podemos ver que van a invertir en seguida si $B(i_1) > O-L-R$, y no invertirán nunca en el caso contrario.

Caso 1-3:

El tercer escenario ocurre si los inversionistas anticipan que después de la decisión de no invertir el Gobierno Griego mantendrá la tasa de interés y los inversionistas invertirán. Si comparamos de nuevo los pagos de los inversionistas entre invertir en seguida ($\pi_1 = B(i_1)$ -O+L+R) e invertir más tarde ($\pi_1 = B(i_1)$ -O+L+R), podemos constatar que los inversionistas son justo indiferentes entre ambas opciones.

Caso 1-4:

Finalmente, si los inversionistas anticipan que el Gobierno Griego mantiene la tasa de interés y los inversionistas no invertirán, será mejor para los

inversionistas invertir en seguida si $B(i_1) > O-L-R$, y no invertir nunca en el caso contrario.

Con respecto al segundo nodo de decisión, los escenarios son equivalentes a los del primer nodo de decisión. Sin embargo, como los pagos de los inversionistas varían porque esta parte del árbol corresponde a la situación en la cual la Unión Europea no apoya, tenemos que volver a hacer el análisis para obtener las condiciones correspondientes.

Caso 2-1:

El primer escenario corresponde al caso en el cual los inversionistas anticipan que si no invierten el Gobierno Griego aumenta la tasa de interés y los inversionistas invertirán. Si comparamos los pagos de los inversionistas entre invertir en seguida ($\pi_1 = B(i_2) - O-L$) y esperarse ($\pi_1 = B(i_3) - O-L$), podemos ver que en este caso, los inversionistas no invertirán y se esperarán siempre.

Caso 2-2:

El segundo escenario corresponde a la situación en el cual los inversionistas anticipan que si no invierten el Gobierno Griego aumenta la tasa de interés, y los inversionistas no invertirán. Si comparamos de nuevo los pagos de los inversionistas entre invertir en seguida ($\pi_1 = B(i_2) - O-L$) y no invertir nunca ($\pi_1 = 0$), podemos ver que van a invertir en seguida si $B(i_2) > O+L$, y no invertirán nunca en el caso contrario.

Caso 2-3:

El tercer escenario ocurre si los inversionistas anticipan que si no invierten el Gobierno Griego mantiene la tasa de interés y los inversionistas invertirán. Si comparamos de nuevo los pagos de los inversionistas entre invertir en seguida ($\pi_1 = B(i_2) - O-L$) e invertir más tarde ($\pi_1 = B(i_2) - O-L$), podemos constatar que los inversionistas son justo indiferentes entre ambas opciones.

Caso 2-4:

Finalmente, si el Gobierno Griego mantiene la tasa de interés y los inversionistas no invertirán, será mejor para los inversionistas invertir en seguida si $B(i_2) > O+L$, y no invertir nunca en el caso contrario.

LA SEGUNDA ETAPA DEL JUEGO - LA DECISIÓN DE LA UNIÓN EUROPEA:

En esta etapa, tenemos que analizar la decisión de la Unión Europea entre Apoyar y No Apoyar a Grecia. De nuevo, anticiparemos las decisiones subsecuentes de los otros actores. Tenemos que hacer el análisis en los dos nodos diferentes. En el primer nodo que corresponde a la decisión después de la subasta del Gobierno Griego y en el segundo nodo que corresponde a la decisión si el Gobierno Griego no subastó.

Si analizamos los diferentes casos del primer nodo, podemos constatar lo siguiente:

En el caso 1, los inversionistas invertirán en seguida independientemente de la decisión de la Unión Europea. Si la Unión Europea apoya, recibirá un pago de $\pi_{UE} = D+I+C$ y si no apoya de $\pi_{UE} = D+I-C$. Esto nos muestra que en este caso, la Unión Europea, apoyará siempre.

En el caso 2, existen dos subcasos. Si en el primer nodo, el Gobierno Griego decide aumentar la tasa de interés, el pago que obtiene la Unión Europea si apoya es de $\pi_{UE} = I+C$ mientras que si el Gobierno Griego decide mantener la tasa de interés es de solo $\pi_{UE} = -D-I+C$. Por el contrario, si la Unión Europea decide no apoyar, recibe un pago de $\pi_{UE} = D+I-C$. Esto significa que en el primer subcaso, la Unión Europea decide apoyar si $C > 0.5D$ y en el segundo subcaso decide apoyar si $C > D+I$.

En el caso 3, existen tres subcasos. Si la Unión Europea apoya y los inversionistas invierten en seguida, la Unión Europea recibirá un pago de $\pi_{UE} = D+I+C$ mientras que si no apoya recibe un pago de

$\pi_{UE} = -D-I$ si los inversionistas no invierten porque el Gobierno Griego mantuvo la tasa de interés y un pago de $\pi_{UE} = I-C$ si los inversionistas invierten porque el Gobierno Griego aumentó la tasa de interés. Como se puede ver, en ambos casos es preferible para la Unión Europea apoyar. Si la Unión Europea apoya y los inversionistas no invierten en seguida sino solamente en segunda instancia, la Unión Europea recibirá un pago de $\pi_{UE} = I+C$. Sin embargo, en este caso también, es preferible para la Unión Europea apoyar porque $I+C > I-C$.

En el caso 4, si la Unión Europea apoya hay que distinguir dos subcasos. Si el Gobierno Griego aumenta la tasa de interés y los inversionistas invierten, la Unión Europea recibirá un pago de $\pi_{UE} = I+C$, mientras que si mantiene la tasa de interés y los inversionistas no invierten, recibirá un pago de $\pi_{UE} = -D-I+C$. Si la Unión Europea no apoya, hay que distinguir los mismos dos subcasos. Si el Gobierno Griego aumenta la tasa de interés y los inversionistas invierten, la Unión Europea recibirá un pago de $\pi_{UE} = I-C$, mientras que si mantiene la tasa de interés y los inversionistas no invierten, recibirá un pago de $\pi_{UE} = -D-I$. Si comparamos los pagos correspondientes se puede ver que la Unión Europea siempre apoyará.

En el caso 5, si la Unión Europea apoya, los inversionistas siempre invertirán y la Unión Europea recibirá un pago de $\pi_{UE} = D+I+C$. Si la Unión Europea no apoya, recibirá un pago de $\pi_{UE} = -D-I$ si el Gobierno Griego mantiene la tasa de interés y de $\pi_{UE} = I+C$ si el Gobierno Griego aumenta la tasa de interés. De nuevo, se puede ver que la Unión Europea siempre apoyará.

En el caso 6, la decisión de la Unión Europea es equivalente al caso 5, por lo que siempre apoyará.

En el caso 7, si la Unión Europea apoya, recibe un pago de $\pi_{UE} = D+I+C$ y si no apoya, recibe un pago de $\pi_{UE} = -D-I$. De nuevo, la Unión Europea apoyará siempre.

En el caso 8, si la Unión Europea apoya, recibe un pago de $\pi_{UE} = -D-I+C$ y si no apoya recibe un pago de $\pi_{UE} = -D-I$. Como se puede ver, siempre es preferible para la Unión Europea apoyar.

Con respecto al segundo nodo de decisión, se presentan dos escenarios diferentes. Si la Unión Europea apoya puede ser que el Gobierno Griego subasta y los inversionistas invierten lo que le dará a la Unión Europea un pago de $\pi_{UE} = +I+C$. Por el contrario, si no hay subasta, su pago será de $\pi_{UE} = -D-C$. Si la Unión Europea no apoya, su pago será siempre de $\pi_{UE} = -D+C$. Comparando los dos pagos, se puede ver que la Unión Europea apoyará solamente si puede estar segura de una subasta subsecuente por parte del Gobierno Griego y no apoyará en el caso contrario.

La primera etapa del juego - la decisión del Gobierno Griego:

El último análisis que tenemos que realizar es la decisión del Gobierno Griego entre subastar y no subastar en la primera etapa del juego.

Si el Gobierno Griego no subasta hay dos posibles resultados. Puede obtener un pago de $\pi_{GG} = C(i_1)+S-A$ si la Unión Europea apoya y siempre sí decide subastar en un segundo momento, o puede obtener un pago de $\pi_{GG} = -E-S$ si la Unión Europea no apoya.

Si el Gobierno Griego subasta, hay cuatro posibles resultados. Los primeros tres resultados se dan cuando la Unión Europea apoya. En este caso, el Gobierno Griego obtiene un beneficio de $\pi_{GG} = -C(i_1)+E+S-A$ si los inversionistas invierten en seguida, y un beneficio $\pi_{GG} = -C(i_2)-A$ si solamente invierten después de un aumento en la tasa de interés. Si los inversionistas no invierten nunca, recibe un beneficio de $\pi_{GG} = -E-S-A$. En el caso en el cual la Unión Europea no apoya el Gobierno Griego obtiene siempre un beneficio $\pi_{GG} = -C(i_2)+E-F$.

Si hubiera inversión después de la decisión de no subastar en primera instancia, también habrá inversión en seguida después de la decisión inicial de subastar. Comparando los pagos se puede ver que en este caso siempre es mejor subastar desde el inicio. Por lo contrario, se podría dar el caso que solo hubiera inversión después de la decisión de subastar y no después de la decisión de no subastar. En este caso, es mejor subastar si $C(i_1) < 2E + 2S - A$ y no subastar en el caso contrario.

Si comparamos la situación donde después de subastar se logran vender los bonos solamente después de un aumento de la tasa de interés y no se vende nada después de la decisión de no subastar, llegamos al resultado que es mejor subastar si $-C(i_2) - A > -E - S$, o $C(i_2) < E + S - A$, y no subastar en el caso contrario.

Si comparamos la situación donde la Unión Europea apoya y después de subastar no se logra vender los bonos y no se vende nada después de la decisión de no subastar, llegamos al resultado que es mejor subastar si $-E - S - A > -E - S$. Como se puede ver, esta condición no se cumple nunca, por lo que el Gobierno Griego nunca subastará en este caso.

Finalmente, si comparamos la situación donde la Unión Europea no apoya y después de subastar se logra vender los bonos solamente después de un aumento de la tasa de interés y no se vende nada después de la decisión de no subastar, llegamos al resultado que es mejor subastar si $-C(i_2) + E - F > -E - S$ o $C(i_2) < 2E + S - F$, y no subastar en el caso contrario.

ANEXO 2. TABLA DE APOYO PARA SOLUCIONAR EL JUEGO

Caso	Condiciones	Puntos en los que invierten los inversionistas	Primer nodo de decisión para el Gobierno Griego entre aumentar y mantener la tasa	Segundo nodo de decisión para el Gobierno Griego entre aumentar y mantener la tasa	Tercer nodo de decisión para el Gobierno Griego entre subastar y no subastar	Primer nodo de decisión para los inversionistas entre invertir y no invertir	Segundo nodo de decisión para los inversionistas entre invertir y no invertir	Resultado	Primer nodo de decisión de la Unión Europea	Segundo nodo de decisión de la Unión Europea	Decisión del Gobierno Griego	Resultado
1	$B(i) > O+L$ $B(i) > O-L-R$	1,2,3,4,5	1,2 Mantener tasa	3,4 Mantener tasa	5 $C(i) \geq E+2S$: Subastar $C(i) > E+2S$: No subastar	Indiferente	Indiferente	Pago 1-6	Apoya	Apoya	Subastar	1-13
2	$B(i) > O+L$ $B(i) > O-L-R$	1,3,4	1 $C(i) < E+S$: Aumentar tasa	3,4 Mantener tasa	E	No invertir	Indiferente	Pago 2-6	$C \geq 0.5D$: Apoya $C < 0.5D$: No apoya	No apoya	$C(i) > E+S-A$: Subastar $C(i) > E-S-A$: No subastar $C(i) > 2E+S-F$: Subastar $C(i) > 2E+S-F$: No subastar	1-11 2-11 6-11
3	$O-R < B(i) > O+L <$ $B(i)$ $B(i) > O-L-R$	1,2,3,5	1,2 Mantener tasa	3 $C(i) \geq E-F$: Mantener tasa $C(i) < E-F$: Aumentar tasa	5 $C(i) \geq E+2S$: Subastar $C(i) > E+2S$: No subastar	Indiferentes	No invertir	Pago 5-6	Apoya	Apoya	Subastar	1-13
4	$O-R < B(i) > O+L <$ $B(i)$ $B(i) > O-L-R$	1,3	1 $C(i) < E+S$: Aumentar tasa	3 $C(i) \geq E-F$: Mantener tasa $C(i) < E-F$: Aumentar tasa	E	No invertir	No invertir	Pago 2-10	Apoya	No apoya	$C(i) < 2E+2S-A$: Subastar $C(i) > 2E+2S-A$: No subastar	1-11 2-11
					E	No invertir	No invertir	Pago 2-7	Apoya	No apoya	$C(i) > E+S-A$: Subastar $C(i) < E+S-A$: No subastar	2-11
					E	No invertir	No invertir	Pago 5-10	Apoya	No apoya	No subastar	5-11
					E	No invertir	No invertir	Pago 5-7	Apoya	No apoya	Subastar	7-11

Caso	Condiciones	Puntos en los que invierten los inversionistas	Primer nodo de decisión para el Gobierno Griego entre aumentar y mantener la tasa	Segundo nodo de decisión para el Gobierno Griego entre aumentar y mantener la tasa	Tercer nodo de decisión para el Gobierno Griego entre subastar y no subastar	Primer nodo de decisión para los inversionistas entre invertir y no invertir	Segundo nodo de decisión para los inversionistas entre invertir y no invertir	Resultado	Primer nodo de decisión de la Unión Europea	Segundo nodo de decisión de la Unión Europea	Decisión del Gobierno Griego	Resultado
5	$O-R < B(i) > O+L$ $B(i) > O+L-R$	1,2,5	1,2 Mantener tasa	Indiferente	$C(i) \geq E+2S$: Subastar	Indiferente	No invertir	Pago 1-10	Apoya	Apoya	Subastar	1-13
			1,2 Mantener tasa	Indiferente	$C(i) > E+2S$: No subastar	Indiferente	No invertir	Pago 1-10	Apoya	No apoya	$C(i) > 2E+ZS-A$: Subastar $C(i) > 2E+ZS-A$: No subastar	1-11
6	$O-R < B(i) > O+L$ $B(i) > O+L-R$	1	$C(i) > E+S$: Aumentar tasa	Indiferente	Indiferente	No invertir	No invertir	Pago 2-10	Apoya	No apoya	$C(i) > E+S-A$: Subastar $C(i) > E+S-A$: No subastar	2-11
			$C(i) > E+S$: Mantener tasa	Indiferente	Indiferente	No invertir	No invertir	Pago 5-10	Apoya	No apoya	No subastar	5-11
7	$B(i) > O+L$ $B(i) < O-R$ $B(i) > O+L-R$	2,3,5	$C(i) > E+2S$: Aumentar tasa	Mantener tasa	No subastar	Invertir	No invertir	Pago 1- 10	Apoya	No apoya	$C(i) > 2E+ZS-A$: Subastar	1-11
			$C(i) > E+2S$: Mantener tasa	$C(i) \geq E-F$: Mantener tasa	Subastar	Indiferente	No invertir	Pago 1-10	Apoya	Apoya	Subastar	1-13
8	$B(i) > O+L$ $B(i) < O-R$ $B(i) > O+L-R$	3	Indiferente	$C(i) < E-F$: Aumentar tasa	Subastar	Invertir	No invertir	Pago 1-10	Apoya	No apoya	$C(i) > 2E+ZS-A$: Subastar $C(i) > 2E+ZS-A$: No subastar	1-11
			Indiferente	$C(i) < E-F$: Aumentar tasa	Subastar	Invertir	No invertir	Pago 1-7	Apoya	Apoya	Subastar	1-11
9	$B(i) > O+L$ $B(i) < O-R$ $B(i) > O+L-R$	2,5	$C(i) > E+2S$: Aumentar tasa	Indiferente	Indiferente	Invertir	No invertir	Pago 1-10	Apoya	No apoya	$C(i) > 2E+ZS-A$: Subastar $C(i) > 2E+ZS-A$: No subastar	1-11
			$C(i) > E+2S$: Mantener tasa	Indiferente	Indiferente	Invertir	No invertir	Pago 1-10	Apoya	Apoya	Subastar	1-11
10	$B(i) > O+L$ $B(i) < O-R$ $B(i) > O+L-R$	Æ	Indiferente	Indiferente	Indiferente	No invertir	No invertir	Pago 5-10	Apoya	No apoya	No subastar	5-11
			Indiferente	Indiferente	Indiferente	No invertir	No invertir	Pago 5-10	Apoya	Apoya	Subastar	1-13