



Recurso educativo digital adaptativo “El rescate del reino”: una experiencia didáctica adaptativa para el aprendizaje matemático

- Adaptive Digital Educational Resource “The Rescue of the Kingdom”: An Adaptive Didactic Experience for Mathematical Learning
- Recurso educativo digital adaptativo: “O resgate do reino”: uma experiência didática adaptativa para a aprendizagem matemática

Resumen

La investigación “Recurso educativo digital adaptativo El rescate del reino: Una experiencia didáctica adaptativa para el aprendizaje matemático” tuvo como objetivo determinar los aportes del recurso digital educativo adaptativo (REDA)- en la cualificación del pensamiento matemático en los estudiantes participantes. La investigación de corte mixto en el marco del diseño de investigación-acción buscó ahondar en las características de los procesos habituales de aprendizaje de las permutaciones sin repetición, siendo el contenido programático a abordar y probar, en su articulación con las TIC, los aportes en la cualificación de los procesos lógico-matemáticos de los estudiantes. Los resultados obtenidos explican que la secuencia propuesta desde el *storytelling* del “Rescate del reino”, los escenarios e historias que involucra, el abordaje de las actividades desde el reconocimiento de los estilos de aprendizaje y la intervención pedagógica del profesor, son elementos que contribuyen al aprendizaje de los presaberes (*subsunsores*) y saberes necesarios asociados al estudio de las permutaciones sin repetición. Por otra parte, la estrategia constituyó un escenario novedoso para los estudiantes, al favorecer el aprendizaje, tal como indica Zapata (2012), cuando menciona que la inclusión de elementos como la presentación multimedia, los tutoriales en video, entre otros, motivan al estudiante en sus actividades de aprendizaje.

Palabras clave

Tecnología de la información y la comunicación (TIC); aprendizaje; estrategia didáctica; matemáticas

Isabel Jiménez Becerra*
Diego Andrés Villarreal Rivera**

* Doctora en Educación dentro del ámbito “Didácticas de la lengua, la literatura y las Ciencias Sociales”, línea formación del pensamiento social, histórico, geográfico para la educación de la Ciudadanía en la Universidad Autónoma de Barcelona. Profesora de planta, metodóloga y didacta en temas de investigación centrado en la Didáctica y tic de la Universidad de la Sabana, Colombia
Correo electrónico: isabel.jimenez@unisabana.edu.co. Código Orcid: <http://orcid.org/0000-0003-4263-1970>.

** Diego Andrés Villareal Rivera. Egresado de la Maestría en Proyectos Educativos mediados por tic dirigida por el Centro de Tecnologías para la Academia de la Universidad de la Sabana. Docente del área de matemáticas en la Secretaría de Educación de Bogotá, Colombia.
Correo electrónico: davr8217@gmail.com



Abstract

The research "Adaptive digital educational resource The rescue of the kingdom: An adaptive didactic experience for mathematical learning" was aimed at determining the contributions of the adaptive digital educational resource (REDA)- in the qualification of mathematical thinking in the participating students. This mixed research within the framework of action research sought to understand the characteristics of the habitual processes of learning of the permutations without repetition, being the programmatic content to approach and prove, in its articulation with the ICT, the contributions in the qualification of the logical-mathematical processes of the students. The results obtained explain that the sequence proposed from the storytelling of the "Rescue of the kingdom", the scenarios and stories that it involves, the approach of the activities from the recognition of the learning styles and the pedagogical intervention of the teacher, are elements that contribute to the learning of the preliminary knowledges (subsuming) and necessary knowledge associated with the study of permutations without repetition. On the other hand, the strategy constituted a novel scenario for the students, favoring learning, as indicated by Zapata (2012), when he mentioned that the inclusion of elements such as multimedia presentation, video tutorials, among others, motivated students in their learning activities.

Keywords

Information and communication technology (ICT); learning; teaching strategy; mathematics

Resumo

A pesquisa "Recurso educativo digital adaptativo: 'O resgate do reino'. Uma experiência didática adaptativa para a aprendizagem matemática" teve como objetivo determinar as contribuições do recurso digital educativo adaptativo (REDA)- na qualificação do pensamento matemático de um grupo de estudantes. A pesquisa utiliza uma metodologia de corte misto no marco do desenho de investigação-ação evidenciando as características dos processos habituais de aprendizagem de permutações sem repetição, conteúdo programático a abordar e provar, em sua articulação com as TIC, evidenciando suas contribuições na qualificação dos processos lógico-matemáticos dos estudantes. Os resultados obtidos explicam que a sequência proposta da narrativa "O resgate do reino", considerando os cenários e histórias que ela envolve, a abordagem das atividades do reconhecimento dos estilos de aprendizagem e a intervenção pedagógica do professor são elementos que contribuem para a aprendizagem dos pré saberes (subsunção) e saberes necessários associados ao estudo das permutações sem repetição. Por outro lado, a estratégia constitui um cenário inovador para os alunos, favorecendo a aprendizagem, como indicado por Zapata (2012), quando menciona que a inclusão de elementos como a apresentação multimídia, os tutoriais em vídeo, entre outros, motivam o estudante em suas atividades de aprendizagem.

Palavras-chave

Tecnologia da informação e comunicação (TIC); aprendizagem; estratégia didática; matemáticas

Introducción

Un aspecto relevante de la transformación que experimenta la escuela es identificar el desafío de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC), como pieza clave en este proceso de enseñanza. Autores como Salinas et ál. (2008) afirman cómo en el estudio frente al uso de las TIC en la educación se ha volcado más hacia las implicaciones tecnológicas que hacia lo didáctico, desde aspectos como “la integración de las TIC en la formación y uso de los entornos virtuales de enseñanza-aprendizaje (EVA), cambios metodológicos, nuevos modelos e impacto de la tecnología en el proceso, etc.” (p. 9).

A partir de lo anterior, surgen diversos escenarios de investigación centrados en el objeto de estudio educación-TIC. Un caso particular son los proyectos compilados en el libro *Informática educativa: origen naturaleza y perspectiva de su investigación* (Jiménez, 2018), en el cual se presenta cómo el estudio de las TIC contiene un análisis dialéctico que articula los conocimientos disciplinares (quiere decir, cualquier área de estudio), el saber pedagógico/didáctico que operacionaliza los procesos de enseñanza/aprendizaje y su articulación tecnológica en el contexto educativo; entendidos como la estrategia, herramienta, recurso/técnicas, objeto, ambiente o proceso a implementar (Jiménez, 2018).

En este marco, el propósito central de la investigación se centró en operacionalizar dichos procesos de enseñanza a partir del uso de un recurso digital (Jiménez y Ortiz, 2018) que posibilitara una mayor motivación en un ambiente lúdico, apto para la enseñanza con un procedimiento didáctico apoyado en las tecnologías para potenciar los resultados del proceso de enseñanza/aprendizaje, sin desconocer el valor y la importancia que reviste la mediación de los profesores en todas las actividades escolares.

Posteriormente se expone el problema en su contexto, la enseñanza y el aprendizaje en matemáticas, así como la implementación de las TIC en la cultura educación en esta área de aprendizaje. Se continúa con las características de la implementación y el marco metodológico, a través del cual se describe y explica el método de estudio, el paradigma epistemológico empleado, los participantes de la experiencia, los instrumentos y procedimientos diseñados, y el análisis de los datos recolectados. Lo anterior permite la exposición de resultados y su interpretación para formular las conclusiones de esta investigación.

Antecedentes

El aprendizaje de las matemáticas bajo las estrategias educativas tradicionales se ha mitificado como una experiencia desagradable, en donde los estudiantes perciben esta área como aburrida, harta y, muchas veces, sin sentido; piensan que es una materia que debe superarse, y no un conocimiento útil y necesario (Díaz, 2006); su contenido suele causar ansiedad y angustia a los educandos (Skemp, 1999), cuya dificultad lleva a que se presente de antemano un desinterés marcado en ellos (Carrillo, 2009). Esto conlleva a que el docente de matemáticas no solo debe hacer frente a los problemas propios del contenido de la cátedra, sino que también debe confortar la apatía de los estudiantes, repetir la explicación de un mismo tema e inventar didácticas llamativas para hacerlas entretenidas y sobre todo que el estudiante aprenda, sin dejar temas por revisar, atrasados o no vistos del plan de estudios.

Aquí, las actuales tecnologías de la información y comunicación (TIC) se convierten en herramientas innovadora (Adell y Castañeda, 2012), ya que no solo gozan de un carácter ameno y familiar (Emrouznejad et ál., 2008), sino que por su misma naturaleza brindan apoyo mucho más individualizado al estudiante,

permitiéndole aprender a su propio ritmo y estilo. Sumado a esto, es necesario replantear las actuales estrategias educativas, ya que, por tradición, es el estudiante quien se adapta de forma obligatoria al plan de estudios preestablecido, usualmente de carácter rígido, y el cual está diseñado pensando en su aplicación general.

Una estrategia útil para que el sistema educativo responda a las individualidades del estudiante y se acerque más a su identidad es la *educación adaptativa*, que es el enfoque inverso al tradicional, donde los planes y herramientas de estudio no son preconcebidos, sino que se diseñan teniendo en cuenta las necesidades concretas, las fortalezas y debilidades del grupo delimitado de estudiantes con el que se va a trabajar (Leris et ál., 2015). De esta forma, al tener claras las falencias y la situación particular del alumnado al que se desea ayudar a superar su problemática, se pueden diseñar esquemas e instrumentos adaptados de manera específica para tal fin, lo que estimula formas diferentes y creativas de enseñar y aprender, como los aprendizajes combinados, colaborativos, invisibles, rizomáticos, ubicuos, adaptativos, etc.; el potencial de las comunidades que aprenden a través de las redes está modulando drásticamente los formatos habituales de educación. Esto es sustentado por autores como Vive et ál. (2014).

A partir de lo expuesto, surge la necesidad de crear el recurso digital educativo adaptativo (REDA) “El rescate del reino”, como una iniciativa que pretende contribuir significativamente al aprendizaje de las permutaciones sin repetición, en los estudiantes de este nivel. Dichas permutaciones son funciones biyectivas que hacen referencia al reordenamiento de un conjunto de elementos previamente individualizados y agrupados, donde cada uno de los mismos está diferenciado y por consiguiente existe un número limitado de arreglos posibles (Benavides et ál., 2016).

Un factor clave por el cual surge esta estrategia didáctica se dio al identificar que al presentar a los estudiantes situaciones matemáticas de tipo algebraico, casi todos ellos buscan elementos e hipótesis de la aritmética, más no del álgebra; siendo este conocimiento una resistencia marcada por el uso de los símbolos al resolver problemas matemáticos.



Figura 1. Ingreso al recurso educativo digital adaptativo “El rescate del reino”

Fuente: elaboración propia.

Marco teórico

La adaptatividad y los estilos de aprendizaje

Si bien el proceso de aprendizaje de todos los seres humanos comparte un origen neurológico común, en la actualidad diversas vertientes teóricas asumen que la forma específica en que cada individuo adquiere conocimiento puede variar mucho entre un sujeto y otro (James y Gardner, 1995); es decir, se considera que aunque todos los humanos comparten el mismo esquema neurobiológico y neurológico común, los patrones y rutas mentales que se usan para adquirir y procesar la información durante el proceso de aprendizaje pueden ser diferentes entre diversos individuos.

Este concepto, de la diversidad de esquemas de aprendizaje ha dado lugar, a su vez, al planteamiento de la existencia de los llamados estilos de aprendizaje, que no son otra cosa que los posibles patrones diversos con base en los cuales diferentes individuos realizan el proceso de adquisición e incorporación de conocimiento. Esta idea ha ejercido gran impacto en la pedagogía y la educación modernas, ya que, si se quiere optimizar el aprendizaje de un grupo de individuos, tales diferencias innatas deberían ser tomadas en cuenta de forma indispensable (Pashler et ál., 2008). Parece ser esta una variable no tenida en cuenta en la enseñanza y, posiblemente, la causa central de las dificultades de aprendizaje en las diversas áreas de estudio.

El modelo Kolb

Es uno de los primeros modelos desarrollados (Kolb, 1984); basó inicialmente su trabajo en la teoría de la educación experimental, que buscaba reforzar los procesos de aprendizaje mediante la experimentación directa, y

planteó la existencia de cuatro descriptores que definían los patrones de aprendizaje individuales. Los dos primeros, experiencia concreta y conceptualización abstracta, hacen referencia a la forma en que el sujeto adquiere experiencia, mientras que los otros dos, observación reflexiva y experimentación activa, señalan las formas en que dicha experiencia es transformada por el sujeto.

Si bien Kolb (1984) consideraba que los cuatro descriptores debían ser parte del proceso de aprendizaje, siendo usados en dependencia de la situación, terminó por determinar que cada individuo era proclive a usar una combinación propia entre un elemento del primer grupo y uno del segundo. Con base en estas combinaciones planteó, entonces, la existencia de cuatro grandes grupos de individuos, debido a su forma de aprendizaje, a saber: a) *el acomodador*, que aprende mediante la combinación de experiencia concreta más experimentación activa; b) *el convergente*, que utiliza la conceptualización abstracta sumada a la experimentación activa para establecer hipótesis previas, gusta de la resolución de problemas y es poco dado a trabajar en equipo; c) *el divergente*, que accede al conocimiento mediante la suma de experiencia concreta más observación reflexiva, y d) *el asimilador*, que recurre a la combinación de conceptualización abstracta y observación reflexiva. Por su carácter interno y reflexivo suele preferir el trabajo en solitario.

A continuación, se presentan algunas imágenes del modelo Kolb (1984), articulado al recurso educativo digital adaptativo “El rescate del reino”, donde se evidencian aspectos como el manejo de perfiles determinan el desarrollo de cada historia: inicio, nudo y desenlace determinando habilidades y destrezas propias de cada individuo, así como la evaluación final la cual se conforma por un calificativo simbólico como finalización del proceso.

Ahora exploraré tu interior y lo que guarda tu mente. Responde lo que te preguntaré con toda sinceridad. En cada pregunta te daré 4 opciones de respuesta y tú deberás numerarlas de 1 a 4. Marcarás 4 en la opción con la que más te identifiques y marcarás 1 en la que menos tenga que ver contigo.

Ejemplo :
 Cuando aprendo: _____ soy feliz _____ soy rápido _____ soy lógico _____ soy cuidadoso
 _____ 3 _____ soy feliz _____ 2 _____ soy rápido _____ 4 _____ soy lógico _____ 1 _____ soy cuidadoso



TEST DEL MAESTRO KOLB

CONJURO DE KOLB

1. Cuando aprendo...	<input type="checkbox"/> me gusta vivir sensaciones	<input type="checkbox"/> me gusta pensar sobre ideas	<input type="checkbox"/> me gusta estar haciendo cosas	<input type="checkbox"/> me gusta observar y escuchar
2. Aprendo mejor cuando ...	<input type="checkbox"/> escuchando y observando cuidadosamente	<input type="checkbox"/> confío en el pensamiento lógico	<input type="checkbox"/> confío en mis intuiciones y sentimientos	<input type="checkbox"/> trabajo duro para lograr hacer las cosas
3. Cuando estoy aprendiendo...	<input type="checkbox"/> tiendo a usar el razonamiento	<input type="checkbox"/> soy responsable con lo que hago	<input type="checkbox"/> soy calido y reservado	<input type="checkbox"/> trago fuertes sensaciones y reacciones
4. Yo aprendo...	<input type="checkbox"/> sintiendo	<input type="checkbox"/> haciendo	<input type="checkbox"/> Observando	<input type="checkbox"/> pensando
5. Cuando aprendiendo...	<input type="checkbox"/> estoy abierto a nuevas experiencias	<input type="checkbox"/> observa todos los aspectos del asunto	<input type="checkbox"/> me gusta analizar las cosas, descomponerlas en sus partes	<input type="checkbox"/> me gusta probar e interactuar hacer las cosas
6. Cuando estoy aprendiendo...	<input type="checkbox"/> soy una persona observadora	<input type="checkbox"/> soy una persona activa	<input type="checkbox"/> soy una persona intuitiva	<input type="checkbox"/> soy una persona lógica

CONTINUAR

Figura 2. El modelo Kolb (1984), articulado al recurso educativo digital adaptativo “El rescate del reino”

Fuente: elaboración propia.

Características instrucionales y pedagógicas del recurso educativo digital (RED): descripción de “El rescate del reino”

Para la creación del “El rescate del reino” se requiere un adecuado diseño instruccional y pedagógico que garantice la mejor utilización, pertinencia, oportunidad y aprovechamiento del recurso. Actualmente, hay variadas y diversas propuestas de diseños instrucionales, mas para la creación y uso de “El rescate del reino” se tomó el modelo Assure, que orienta adecuadamente el proceso de planeación y utilización de recursos digitales educativos y cursos virtuales. Como lo describe Belloch (2012), este modelo consta de seis procedimientos: a) el diagnóstico de los estudiantes: características, intereses, antecedentes, aspectos sociales, económicos, culturales y estilos de aprendizaje, entre otros; b) el establecimiento de los objetivos de aprendizaje: preparación de la lección para asegurar y garantizar el aprendizaje, al haber ya reconocido las particularidades de los estudiantes, el cual hace arte del primer procedimiento que hacen los estudiantes; c) generación

de la selección de estrategias, medios, tecnologías y materiales: el investigador-realizador elige los elementos que tendrá el recurso, así como las introducciones, textos, animaciones y estrategias para garantizar que el material digital y su utilización propicien el aprendizaje esperado en los estudiantes; d) la utilización de los medios y materiales: una vez seleccionados los elementos del recurso y las estrategias, estos deben incorporarse de tal manera que se estructuren en forma óptima para el cumplimiento de los objetivos, que se conecta con e) la participación de los estudiantes: estos analizan y sintetizan la información del ambiente virtual. Como el tutor lo conoce —datos del procedimiento a) de esta secuencia—, se ha dispuesto todo para que él se involucre participativa y activamente en todos los procesos diseñados para lograr su aprendizaje; y f) la evaluación y revisión de la implementación y resultados del aprendizaje: el tutor evalúa el logro de los objetivos de aprendizaje, el proceso de instrucción y el impacto del uso de la tecnología en los procesos instruccionales.

Es un *storytelling* que sumerge al usuario en un entorno medieval fantástico donde un país es amenazado por el resurgir de unos caballeros negros que en el pasado estuvieron a punto de destruirlo. Como la magia que los mantenía cautivos se está agotando, es el usuario del recurso quien debe encargarse de recargar el sortilegio y salvar el reino que solo se logrará a través de superar pruebas asociadas a la ejercitación del cálculo de permutaciones sin repetición. El sumo sacerdote del reino es quien orienta al usuario durante toda la travesía. Al principio, le propone dos test para conocerlo mejor (test de diagnóstico sobre presaberes para el aprendizaje de las permutaciones sin repetición y test de Kolb (1984) para determinar su estilo de aprendizaje). De los resultados de estos dos test depende la ruta que tomaría el usuario. Una de ellas

lo llevará a un programa de refuerzo para adquirir los presaberes faltantes. La segunda le asignará un personaje asociado al estilo de aprendizaje basado en las clasificaciones hechas por Kolb (1984), y que clasifica los estilos de aprendizaje.

Es de anotar que tales personajes se clasifican en el convergente, quien es un paladín del reino y se encarga de salvar al ejército de los caballeros negros. Otro personaje que forma parte del recurso es el divergente, cuyo papel es ser el mago del reino y sus habilidades lo llevarán a salvar al ejército de los caballeros negros. Respecto al asimilador, es el defensor, un personaje buscador de la verdad y de la ciencia. Con sus conocimientos y sabiduría salvará al ejército de los caballeros negros, siendo este personaje conocido como el alquimista del reino. Finalmente está el adaptador, un hábil personaje que es capaz de aplicar los conocimientos que el usuario posee y, a partir de ellos, descubre la verdad en el mundo, la vida y en los acontecimientos; así podrá ser el explorador del reino. Con su audacia y su forma práctica de ver la vida, salvará al reino del ejército de caballeros negros.

Una vez se han nivelado los saberes previos requeridos y se ha asignado el personaje, comienza la aventura del recurso, donde se desarrolla la historia de la magia y los caballeros negros simultáneamente a la enseñanza de las permutaciones sin repetición en forma adaptativa. Las elecciones y respuestas que el estudiante va dando en el transcurso de la historia pueden variar su camino, el tiempo de uso del recurso y la revisión de lecciones adicionales necesarias para llegar al final y cumplir su misión.

En cuanto a la información técnica de “El rescate del reino”, esta fue desarrollada en el lenguaje de programación Visual Basic 6.0, su instalador fue creado con Visual Studio 6.0,

las imágenes y animaciones se realizadas con Corel Draw y Acrobat Player y es compatible con Windows XP, 7 y 10. Su prueba piloto se realizó en un contexto alterno de educación básica y media, cuya característica poblacional era similar a la muestra seleccionada para la implementación. La figura 3 resume las etapas y principales aspectos detectados en la implementación.

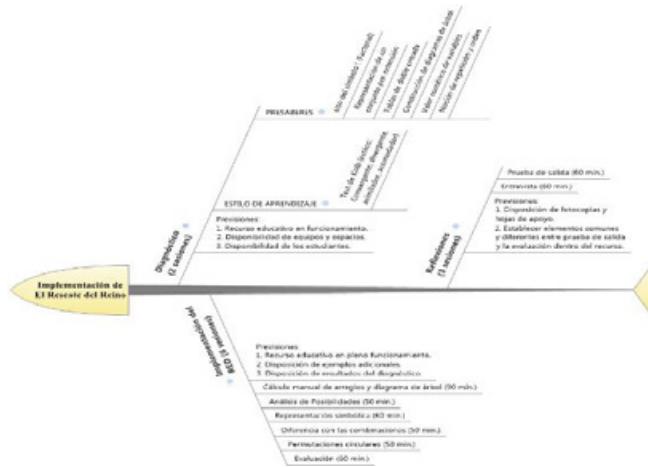


Figura 3. Etapas de la implementación de “El rescate del reino”

Fuente: elaboración propia.

Metodología

Esta investigación es de carácter cualitativo, en el marco del diseño de investigación-acción (Lewin, 1946). Las fases se desarrollaron en aulas de clase, a través de la interacción entre la población de estudiantes, el docente investigador y el recurso educativo digital adaptativo. Al no poder predecir los resultados se planteó la estrategia de replantear permanentemente las actividades y dinámicas por desarrollar acordes a la intención educativa, siendo la reflexión-acción el valor preponderante de este diseño aplicado. Se implementó en grupo objetivo 116 estudiantes del grado once entre los 16 y 18 años, tres de ellos con necesidades educativas especiales,

Para el proceso de recolección e interpretación de los datos, se plantearon dos categorías: conocimiento y acción. La primera analiza desde el aprendizaje de las permutaciones sin repetición y la segunda identifica los aportes del recurso educativo digital “El rescate del reino” en el proceso de aprendizaje planteado. En particular, el aprendizaje de las permutaciones sin repetición hace referencia a los conocimientos sobre este objeto matemático que los estudiantes adquirieron e hicieron evidentes a través de su participación en este estudio. Los factores para considerar para esta subcategoría son:

- Estrategias empleadas en la ordenación de elementos.

- Uso de diferentes sistemas de representación (tablas, diagramas de árbol, gráficos y expresiones simbólicas).
- Cálculo de permutaciones con o sin subgrupos.
- Diferenciación entre los conceptos de permutación y combinación.
- Cálculo de permutaciones circulares.
- Resultados en las pruebas de entrada y cuestionarios de salida.

La adaptatividad hace referencia al proceso por medio del cual se generaron prácticas

diferenciadas y adaptables en tiempo real según los estilos de aprendizaje identificados y el desarrollo del trabajo de campo. Los factores para esta subcategoría son:

- Estilos de aprendizaje identificados.
- Ritmos de trabajo según estilo de aprendizaje.
- Principios de *adaptatividad* en “El rescate del reino”.

La integración de los elementos que componen el diseño metodológico de la investigación la podemos ver en la tabla 1.

Tabla 1. Resumen del diseño metodológico de la investigación

Recurso educativo digital adaptativo “El rescate del reino”: una experiencia didáctica adaptativa para el aprendizaje matemático						
Función	Enfoque	Alcance	Diseño			
Investigación aplicada	Investigación cualitativa	Investigación descriptiva	Investigación acción			
Pregunta de investigación	¿Qué aportes suministra la utilización del recurso educativo digital adaptativo “El rescate del reino” en el aprendizaje de permutaciones sin repetición en los estudiantes de grado undécimo?					
	Procesos de acción					
	Interés técnico	Interés práctico	Interés emancipatorio			
	Diagnóstico	Implementación del REDA	Reflexiones: ¿Qué se transformó?			
	Técnica: Encuesta	Técnica: Observación Encuesta	Técnica: Encuesta			
Categoría	Subcategorías	Indicadores	Instrumento: Cuestionario Test de Kolb			
			Instrumento: Diario de campo Cuestionario	Instrumento: Cuestionario Entrevista		
Conocimiento	Microproblema Permutaciones sin repetición	Los estudiantes de grado undécimo aprenden los conceptos y procedimientos asociados al cálculo de permutaciones sin repetición	Se plantearon tres situaciones problema para ser resueltas a través del cálculo de permutaciones básicas, con subgrupos y circulares			

Recurso educativo digital adaptativo “El rescate del reino”: una experiencia didáctica adaptativa para el aprendizaje matemático			
Función	Enfoque	Alcance	Diseño
Mesoproblema Adaptatividad	La adaptatividad favorece el proceso de aprendizaje de las permutaciones sin repetición.	Se abordaron preguntas en el REDA como ¿qué son las permutaciones sin repetición?, ¿en qué se diferencia una permutación de una combinación?, ¿cómo se calcula una permutación sin repetición?, ¿cómo se calcula una permutación con subgrupos?, ¿cómo se calcula una permutación circular?, ¿de qué otras formas se pueden calcular una permutación sin repetición?	
Acción Andamiaje: Mediación TIC “El rescate del reino”	Bondades de la implementación de “El rescate del reino” para el aprendizaje de las permutaciones sin repetición		Se evaluó “El rescate del reino” como recurso didáctico para la enseñanza de permutaciones sin repetición. ¿En qué favoreció a su aprendizaje del objeto matemático estudiado?, ¿qué características ayudaron a su aprendizaje?, ¿qué considera usted que le falta a “El rescate del reino” para la enseñanza de las permutaciones sin repetición?, ¿considera usted que el final de la historia corresponde a lo que usted logró durante el juego?

Fuente: elaboración propia.

Resultados y análisis

El análisis se realizó en cada una de las fases planteadas en la investigación acción: diagnóstico (interés técnico), intervención (interés práctico) y evaluación (interés emancipatorio).

Fase interés técnico-Diagnóstico-Categoría: conocimiento-Subcategoría: microproblema: permutaciones sin repetición

En esta fase se identificaron los conocimientos que tenían los estudiantes con respecto a los presaberes necesarios para el estudio de las permutaciones sin repetición y se establecieron los estilos de aprendizaje presentes, de acuerdo con la propuesta teórica de David Kolb (1984).

- Noción del uso del símbolo factorial (!). El 100 % de los estudiantes manifestó desconocimiento del significado y uso del símbolo factorial. La mitad de los participantes asumió que en los ejercicios propuestos el signo de exclamación tenía una utilización similar a la que se le da en el lenguaje español; es decir, la de resaltar una idea. La otra mitad de los estudiantes simplemente ignoró el símbolo.
- Representación de un conjunto por extensión. El 70 % de los estudiantes demostró saber expresar un conjunto por extensión haciendo uso de la notación matemática usual (llaves y elementos separados por comas); un 10 % utilizó la notación correcta, pero evidenció una interpretación inadecuada de las expresiones “mayor que” y “menor que” para enunciar intervalos de números naturales. Otro 10 % representó el conjunto mediante diagrama de Venn, desconociendo la notación propuesta en el ejercicio, y el 10 % restante entendió los números naturales como números impares y excluyó por completo a los números pares presentes en el intervalo.
- Noción del uso e interpretación de tablas de doble entrada. El 90 % de los estudiantes creó una tabla de doble entrada en el que se presenta la información suministrada, pero solo en la mitad de esas tablas la información cuenta con la unidad de medida “\$”, que elimina cualquier confusión con número de unidades. El 60 % de este grupo redactó un texto para comparar los precios dados, pero la quinta parte de él sumó todos los costos por marcas y estableció una comparación global; no, producto a producto. El 10 % restante elaboró una tabla de 8 filas por 5 columnas que no podría ser comprendida sin el texto original que dio lugar a dicha tabla.
- Construcción de diagramas de árbol. El 80 % de los estudiantes elaboró un diagrama de árbol que representaba adecuadamente los datos suministrados. Un 10 % utilizó un diagrama similar a un mapa mental y tuvo que agregar muchas referencias adicionales para que fuera de algún modo comprensible, y el 10 % restante utilizó diagramas de conjuntos contenidos en otros para representar las relaciones de parentesco.
- Valor numérico de variables en una expresión matemática. El 40 % de los estudiantes se abstuvo de resolver los ejercicios en que debían evaluar una función con unos valores dados y justificaron su abstención en que se sentían muy inseguros en el uso del lenguaje de las fórmulas (simbólico). El 50 % desarrolló los ejercicios con algunos errores de cálculo al operar números y el 10 % restante evaluó correctamente los valores de la función y resolvió a satisfacción todas las operaciones. Este factor puso en evidencia la gran dificultad que tienen los estudiantes al operar números positivos y negativos y al utilizar el lenguaje matemático simbólico.
- Noción de repetición y orden. El 80 % de los estudiantes identificó como iguales las dos alternativas de cantidades de helado, sin evidenciar ningún procedimiento que permitiera llegar a esa conclusión. En la realimentación, los estudiantes no lograron concretar ninguna técnica de conteo específica. El 20 % restante

identificó correctamente la cantidad de alternativas de helado en cada ciudad, a través de multiplicaciones de opciones.

Fase interés práctico–Implementación-Categoría: acción–Subcategoría: adaptatividad-Estilos de aprendizaje

Mediante el test de Kolb (1984), el 20 % de los estudiantes fueron clasificados como asimiladores (conceptualización abstracta–observación reflexiva), el 50 % de ellos correspondieron al perfil divergente (experiencia concreta–observación reflexiva) y el 30 % fueron identificados como adaptadores o acomodadores (experiencia concreta–experimentación activa). Ninguno de los participantes fue clasificado como convergente.

El recurso educativo “El rescate del reino” presentó la prueba de presaberes sobre conocimientos previos para el aprendizaje de las permutaciones sin repetición e indicó para cada pregunta si se había contestado correctamente o no; en el segundo caso, expuso la respuesta correcta. “El rescate del reino” aplicó el test de Kolb y estableció el estilo de aprendizaje de los estudiantes. A partir de esta clasificación le asignó a cada uno una profesión dentro de la historia para todo el proceso de enseñanza del cálculo de permutaciones sin repetición. A los estudiantes divergentes se les asignó el rol de magos; a los asimiladores de alquimistas, y a los acomodadores de exploradores.

- *Diagrama de árbol para el cálculo de permutaciones sin repetición.* El sumo sacerdote les presentó a los estudiantes un mapa del reino y destacó allí cinco lugares: la armería, el capitolio, el templo, el mercado y la herrería. Luego, los retó a que descubrieran cuántas posibles rutas podrían trazarse para recorrer todos los sitios sin importar distancias entre ellos. “El rescate del reino” les propuso que utilizaran como estrategia la elaboración de un diagrama de árbol. Al igual que en el ejercicio de la biblioteca, “El rescate del reino” les sugirió que tuvieran en cuenta la conclusión de uno de los casos (empezar con la armería) para estimar el total de opciones de otro caso de circunstancias similares (empezar con el capitolio). Los estudiantes determinaron que las opciones eran 24 nuevamente. De esta manera, el sumo sacerdote, pregunta a pregunta, guío a los estudiantes a concluir que hay 120 rutas posibles para visitar los cinco lugares (24×5).
- *Análisis de posibilidades: regla del producto.* El sumo sacerdote les presentó la bóveda del reino a los participantes para descubrir las tres verdades de luz que estaban allí escondidas y salvar al reino. Para abrir la bóveda se debía determinar cuántos números de seis cifras distintas se podrían construir con los dígitos 1, 2, 3, 4, 5 y 6. Los estudiantes intentaron utilizar la primera técnica aprendida (ordenación manual) y descartaron el diagrama de árbol porque su elaboración les requería mucho tiempo. “El rescate del reino” les sugirió que utilizaran la técnica del análisis de posibilidades, es decir, determinar cuántos dígitos

podría ocupar cada posición y multiplicar todas las posibilidades.

El 60 % de los estudiantes tuvo dificultad al principio para entender esta estrategia, pues “El rescate del reino” ubicó un número 6 en la primera casilla porque había igual número de dígitos disponibles para ocuparla y el subgrupo mencionado asumió que se estaba ubicando el dígito 6 en esa posición. Los aportes del 40 % restante del grupo y las realimentaciones del docente investigador ayudaron a dar claridad al respecto. Por otra parte, se presentó dificultad al entender que, al haber determinado las 6 posibilidades para la primera casilla, había 5 disponibles para la segunda, 4 para la tercera y así sucesivamente. Fue necesario registrar por escrito estas posibilidades de las primeras casillas para hacer evidente esta secuencia de posibilidades.

- *Uso del símbolo factorial (!).* Una vez abierta la bóveda, “El rescate del reino” les expuso a los estudiantes cómo calcular permutaciones sin repetición desde el lenguaje simbólico, a través del uso del símbolo factorial “(!)”. Los estudiantes del perfil acomodador reconocieron que, en el análisis de posibilidades, realizado en el ejercicio anterior, habían calculado el factorial sin darse cuenta. El docente investigador les pidió que calcularan nuevamente el número total de arreglos de los libros de la biblioteca y el número de rutas posibles, pero esta vez, a través del uso del factorial, y la totalidad de los estudiantes obtuvo los mismos resultados iniciales, pero más rápido. El 100 % del grupo reconoció que el uso de la expresión
- *Simbólica.* La simbólica facilitaba el cálculo de las permutaciones sin repetición.
- *Cálculo de permutaciones con subgrupos.* En cuanto al cálculo de permutaciones con subgrupos a través de la expresión matemática, el 30 % asoció el procedimiento con lo estudiado en el punto 2 de la prueba de diagnóstico sobre presaber. Un 50 % no hizo la asociación del método con el diagnóstico y el 20 % restante (perfil asimilador) hizo el cálculo pero simplificó valores que no correspondían. Estos últimos estudiantes tuvieron que revisar su operación una y otra vez, pues “El rescate del reino” no los dejaba avanzar hasta que ingresaran la solución correcta.
- *Permutación circular.* En lo referente a la permutación circular, los estudiantes no presentaron dificultad en el uso de la expresión matemática, pero el 50 % del grupo manifestó problemas en entender por qué al verificar las opciones no se hablaría de permutaciones con repetición, ya que, en diferentes arreglos, el rey, por ejemplo, podría haber quedado en el mismo lugar. “El rescate del reino” no ofreció ninguna claridad al respecto.
- *Diferenciación entre permutaciones y combinaciones.* “El rescate del reino” les presentó a los estudiantes una situación en la que el orden de los elementos en los subgrupos no generaba opciones nuevas y les indicó que si esto ocurre se tiene una combinación en vez de una permutación. Posteriormente, les propuso cuatro ejercicios en los que debían identificar si el caso correspondía a una permutación o a una combinación. El 20 % de los estudiantes acertó en los cuatro al primer intento, y el 80 % restante falló en uno de los tres.

El recurso hizo la realimentación debida y explicó por qué el ejercicio fallido correspondía a una técnica de conteo distinta a la seleccionada. Al momento de preguntarles a los estudiantes la diferencia entre combinación y permutación, todos utilizaron como ejemplos los ejercicios propuestos y el 30 %, que corresponden al perfil de acomodadores, manifestó dificultad en entender la diferencia que existiría entre combinaciones y permutaciones con repetición.

- *Adaptatividad. Estilos de aprendizaje.* El proceso de la intervención les planteó a los estudiantes distintos ejercicios alrededor de la historia central de “El rescate del reino”, si bien es cierto que todos tenían la misión de mantener cautivos a los caballeros negros, el abordaje y las dinámicas de cada estilo fueron diferentes:
 - *Divergentes (magos).* Avanzaron en la historia en forma individual y grupal. Los momentos de interacción entre ellos se dieron principalmente cuando consideraron necesario verificar lo comprendido en una explicación y validar un resultado. En este perfil, los estudiantes utilizaron papel para representar cada situación que abordaron (experiencia concreta) y generaron debates frecuentes, revisión de ideas y generación de conclusiones. Al abordar las explicaciones presentadas por el recurso, optaron por la lectura individual, silenciosa y detenida. En la mitad de ellos fue notable que releían una y otra vez cada texto para cerciorarse de que habían entendido correctamente lo que el recurso les exponía (observación reflexiva).
 - *Asimiladores (alquimistas).* Este grupo de estudiantes abordó la historia principalmente en forma individual, a través de lectura personal y silenciosa (observación reflexiva). Los estudiantes asimiladores tomaron apuntes principalmente de las fórmulas estudiadas (conceptualización abstracta) y su trabajo en grupo se limitó a la verificación de resultados, mas no se evidenció mayor discusión o debate. “El rescate del reino” les presentó a los asimiladores los contenidos centrados en lo académico, más que en las aplicaciones prácticas de los conceptos y procedimientos.
 - *Acomodadores (exploradores).* Este grupo de estudiantes abordó toda la historia en forma grupal y dinámica (experimentación activa). De acuerdo con las instrucciones de “El rescate del reino”, los acomodadores debatieron cada paso que dieron en el desarrollo de la misión de mantener cautivos a los caballeros negros, cambiaron de ubicación, preguntaron a otras personas sus opiniones frente al trabajo que estaban desarrollando y realizaron los ejercicios en papel, con fichas, a través de ensayo y error (experiencia concreta). Este grupo en particular desechó rápido los “caminos largos” para resolver las situaciones y prefirió el análisis de posibilidades antes que otra técnica.

Fase interés emancipatorio

- Subcategoría: andamiaje – Mediación TIC “El rescate del reino” y sus bondades

La evaluación

En esta etapa se realizó la prueba posimplementación sobre el cálculo de permutaciones

(como complemento a la fase de evaluación de la intervención), se realizó una entrevista informal para recoger todas las apreciaciones, percepciones y opiniones de los estudiantes sobre el proceso en torno a las categorías y se trianguló la información recolectada desde los instrumentos aplicados. En la tabla 2 se presentan los hallazgos encontrados en el cuestionario de salida.

Tabla 2. Resultados del cuestionario de salida

Aspecto	Descripción	Resultados
Identificación de elementos para ordenar sin repetición y restricciones	Se solicitó a los estudiantes que identificaran arreglos posibles a partir de condiciones dadas	El 80 % de los estudiantes creó correctamente las opciones indicadas. El 20 % hizo repetición de elementos.
Permutaciones sin repetición por ordenación manual	Se les pidió a los estudiantes que establecieran todos los arreglos posibles a partir de tres elementos diferentes.	El 90 % de los estudiantes representó todos los arreglos solicitados por ordenación manual. El 10 % añadió una letra de más, cambiando así las condiciones del ejercicio.
Identificación de arreglos no válidos de elementos	Se les pidió a los estudiantes que crearan arreglos que no cumplieran las condiciones dadas.	El 100 % de los estudiantes creó arreglos que incumplían las condiciones dadas, como les fue solicitado.
Permutaciones sin repetición como subproducto en un problema (puntos 4 y 5)	Se les dio a los estudiantes una cifra y se les pidió compararla con dos números de arreglos de acuerdo con condiciones dadas previamente.	El 50 % de los estudiantes acertó en la decisión de cuál de las opciones tomar, pero ninguno de los participantes pudo sustentar su respuesta matemáticamente.

Fuente: elaboración propia.

De acuerdo con los resultados de este cuestionario de salida y la fase de evaluación de la intervención se puede concluir que, en su mayoría, los estudiantes comprendieron los procedimientos asociados al cálculo de permutaciones desde las distintas representaciones y algoritmos; en especial, lo que corresponde a la ordenación manual y al uso del símbolo factorial. No obstante, se evidenció que en preguntas indirectas o en ejercicios en los que el cálculo de permutaciones no es solicitado explícitamente mediante expresiones como “de cuántas maneras”, “de cuántas formas” o “cuántos arreglos se pueden formar”, los estudiantes no utilizaron los métodos aprendidos.

Estilos de aprendizaje

El 100 % de los estudiantes participantes destacó notablemente que sus estilos de aprendizaje fueran tenidos en cuenta e identificaron afinidades con aquellos que compartían su mismo estilo, resultado que concuerda con la postura teórica del autor Kolb. Es de resaltar que los estudiantes del perfil acomodador fueron quienes más valoraron su participación en el estudio porque siempre han tenido desempeño bajo-básico en matemáticas y la clase tradicional no le ofrece alternativas adaptativas a su forma de aprender. Los estudiantes asimiladores reconocieron ser los que mejor rendimiento han tenido en matemáticas

durante su bachillerato y los divergentes manifestaron que a veces entienden las matemáticas, pero les toma tiempo hacerlo y sus profesores en más de una ocasión avanzan a ritmos muy acelerados.

- *Bondades del uso de “El rescate del reino”.* A través de una entrevista, se les pidió a los estudiantes que evaluaran “El rescate del reino”. En sus resultados se evidencia que en general, los estudiantes evalúan positivamente el REDA pero hacen sugerencias sobre cómo mejorarlo para obtener una mejor interacción y mejores resultados. En la tabla 3 se relacionan los aspectos más importantes que resaltaron los estudiantes sobre el recurso.

Tabla 3. Bondades en el aprendizaje usando el REDA “El rescate del reino” por parte de los estudiantes

Aspectos positivos	Aspectos por mejorar
1. El argumento de la historia y el entorno medieval.	1. El sonido casi siempre es el mismo.
2. Las imágenes y animaciones.	Debería haber más cambios de música.
3. Las explicaciones son claras y están articuladas con el desarrollo de la historia en el recurso.	2. “El rescate del reino” no explica a profundidad la diferencia entre una permutación sin repetición y una con repetición.
4. Los ejercicios tienen un para qué y tienen una aplicación.	3. La experiencia con “El rescate del reino”. es más bien corta; sería bueno ampliar para profundizar en ejercicios más complejos.

Fuente: elaboración propia.

Conclusiones

Respecto a la indagación disciplinar del objeto matemático estudiado, que fue revisado desde la categoría “conocimiento” y la subcategoría “microproblema permutaciones sin repetición” y que respondió a los objetivos de implementar y exponer los logros que generó el uso de recurso digital didáctico “El rescate del reino” frente al aprendizaje de las permutaciones sin repetición, se puede concluir que los estudiantes participantes de la investigación aprendieron a calcular permutaciones sin repetición desde diferentes tipos de representación, técnicas y procedimientos, especialmente el que involucra el uso del lenguaje simbólico (fórmulas).

Los resultados permiten afirmar que el aprendizaje de las permutaciones sin repetición puede lograrse si se atienden los presaberes necesarios y se abordan los procedimientos a través de las distintas estrategias que los

sistemas de representación proveen como son los diagramas de árbol, los gráficos de ordenación manual y el uso del lenguaje algebraico, entre otros. Así se corrobora la teoría de Goldin (2002), desde la que se evidencia que el estudio de la representación en el aprendizaje de las matemáticas contribuye a la creación de métodos de enseñanza capaces de desarrollar el potencial matemático de los estudiantes.

El aporte al escenario de las ciencias de la educación frente a este objeto de estudio está centrado en el desarrollo del pensamiento lógico matemático y facilitar la relación ciencia/sociedad, a través de los aprendizajes logrados por los estudiantes, pues las permutaciones sin repetición sirven para solucionar problemas cotidianos y de las matemáticas en general.

Respecto al análisis centrado en la categoría “acción”, subcategoría “mesoproblema adaptatividad” y que respondió a los objetivos que involucran el diseño e implementación del recurso adaptativo propuesto en esta investigación, se puede concluir que el reconocimiento e inclusión de los estilos de aprendizaje favorece el diseño y desarrollo de una secuencia didáctica para el aprendizaje de las permutaciones sin repetición tal y como se expresa en la teoría de la autora Mercedes García (1997): “no hay un único método eficaz para todos los estudiantes, la eficacia de un tratamiento educativo depende, por un lado, del grado de ajuste de la intervención educativa a las necesidades y demandas del estudiante” (p. 255). El aporte al escenario de la pedagogía, frente a la adaptatividad, está centrado en pensar cómo este estudio propone un cambio de paradigma con respecto a la manera en que se debe abordar la práctica docente y las formas de enseñanza tradicionales en las que los procesos son los mismos para todos, desde las concepciones del docente.

En cuanto al análisis realizado en la categoría “acción”, subcategoría “andamiaje: mediación TIC ‘El rescate del reino’”, esta respondió a los objetivos de implementación del recurso educativo digital adaptativo, y a la exposición de los aportes en el aprendizaje que generó su utilización; demostró que efectivamente el juego es un escenario interesante y llamativo para los estudiantes, que anima al aprendizaje de las permutaciones sin repetición, corroborando la postura pedagógica de Zapata (2012), quien evidenció que la inclusión de elementos como la presentación multimedia, los tutoriales en video o los contenidos animados, posibilita la motivación del estudiante en sus actividades de aprendizaje.

Referencias

- Adell, J. y Castañeda, L. (2012). Tecnologías emergentes, ¿pedagogías emergentes? En J. Hernández, M. Pennesi, D. Sobrino y A. Vázquez (eds.), *Tendencias emergentes en educación con TIC* (pp. 13-32). Espiral.
- Belloch, C. (2012). *Las tecnologías de la información y comunicación en el aprendizaje. Material docente [en línea]*. Departamento de Métodos de Investigación y Diagnóstico en Educación. Universidad de Valencia. <http://www.uv.es/bellochc/pedagogia/EVA1.pdf>
- Benavides, D., Carrillo, A., Ortiz, M., Parra, S., Velasco, C. y Gómez, P. (2016). Permutaciones sin repetición. En P. Gómez (ed.), *Diseño, implementación y evaluación de unidades didácticas de matemáticas en MAD 2* (pp. 265-327). Universidad de los Andes.
- Carrillo, B. (2009). Dificultades en el aprendizaje matemático. *Innovación y Experiencias Educativas*, 16, 1-10. https://archivos.csif.es/archivos/andalucia/ensenanza/revistas/csicsif/revista/pdf/Numero_16/BEATRIZ_CARRILLO_2.pdf

- Díaz Barriga, F. (2006). *Enseñanza situada: vínculo entre la escuela y la vida*. McGraw-Hill.
- Emrouznejad, A., Parker, B. y Tavares, G. (2008). Evaluation of research in efficiency and productivity: A survey and analysis of the first 30 years of scholarly literature in DEA. *Journal of Socio-Economics Planning Science*, 42(3), 151-157.
- García, M. (1997). Educación adaptativa. *Revista de Investigación Educativa*, 15(2), 247-271.
- Goldin, G. (2002). Representation in mathematical learning and problem solving. En L. English (ed.), *Handbook of International Research in Mathematical Education* (pp. 197-217). Lawrence Erlbaum Associate.
- James, W. y Gardner, D. (1995). Learning styles: Implications for distance learning. *New Directions for Adult and Continuing Education*, 1(67), 19-31.
- Jiménez, I. (2018). *Informática educativa: origen, naturaleza y perspectiva de su investigación*. Ecoe y Universidad de La Sabana.
- Jiménez, I. y Ortiz, M. (2018). Efecto de un recurso educativo digital adaptativo en las habilidades espaciales de estudiantes de secundaria. *Espacios*, 39(4), 1-7.
- Kolb, D. (1984). *Experiential learning: Experience as the source of learning and development*. Prentice Hall.
- Leris, D., Vea, F. y Velamazán, A. (2015). Aprendizaje adaptativo en Moodle: tres casos prácticos. *Education in the Knowledge Society*, 16(4), 138-157.
- Lewin, K. (1946). Action research and minority problems. *Journal of Social Issues*, 2, 34-36.
- Pashler, H., McDaniel, M., Rohrer, D. y Bjork, R. (2008). Learning styles: Concepts and evidence. *Psychological Science in the Public Interest*, 9(1), 105-119.
- Salinas, J., Pérez, A. y Benito, B. (2008). *Metodologías centradas en el alumno para el aprendizaje en red*. Síntesis.
- Skemp, R. (1999). *Psicología del aprendizaje de las matemáticas*. Ediciones Morata.
- Vives, T., Durán, C., Varela, M. y Fortoul, T. (2014). La autorregulación en el aprendizaje, la luz de un faro en el mar. *Investigación en Educación Médica*, 3(9), 34-39.
- Zapata, M. (2012). Recursos educativos digitales: conceptos básicos. Universidad de Antioquia.

Para citar este artículo

Jiménez, I. y Villareal, D. (2021). Recurso educativo digital adaptativo "El rescate del reino": una experiencia didáctica adaptativa para el aprendizaje matemático. *Tecné, Episteme y Didaxis, TED*, (49), 35-52. <https://doi.org/10.17227/ted.num49-13146>