



O Geogebra na experimentação matemática: um levantamento bibliográfico em periódicos indexados na plataforma da CAPES

- Geogebra in Mathematical Experimentation: a Bibliographic Survey in Journals Indexed in CAPES Platform

Geogebra en experimentación matemática: una encuesta bibliográfica en revistas indexadas en la plataforma CAPES

Resumo

Os avanços tecnológicos estimulam uma sociedade cada vez mais globalizada e interligada virtualmente, fazendo com que explorar os recursos de tecnologia na área de educação não seja mais alvo de discussão, mas sim de reflexão. Diversos softwares com propostas interativas são desenvolvidos diariamente, despertando a curiosidade dos alunos na interação digital. Obter bons resultados por meio da utilização destas ferramentas é objeto de preocupação de professores e da comunidade escolar. Desse modo, visando entender como ocorrem as experimentações matemáticas com o uso de softwares de geometria dinâmica, em especial o GeoGebra, na educação básica, apresentamos neste artigo um levantamento bibliográfico de trabalhos com esta temática. A maioria dos trabalhos analisados teve enfoque em conteúdos de geometria. Entre os resultados destaca-se: a boa reflexão provocada pelas atividades, a formulação de hipóteses e conjecturas, além de despertar a argumentação nos estudantes. Estes apontamentos são importantes, pois demonstram que estas atividades experimentais com uso do software GeoGebra fundamentam e impulsionam o aprendizado da matemática de maneira dinâmica e atendem às demandas contemporâneas da sociedade moderna, capacitando o estudante no domínio de tecnologias.

Fernando Oliveira Garcia*
Moacir Pereira de Souza Filho**
Aguinaldo Robinson de Souza***
Emília de Mendonça Rosa Marques****

* Mestre, Professor da unep/Jacarezinho e doutorando do programa de pós-graduação Educação para a Ciência da unesp/Bauru. Correio eletrônico: fernando.silva@uenp.edu.br. Orcid: <http://orcid.org/0000-0002-9888-4769>

** Doutor, Professor do programa de pós-graduação Educação para a Ciência da unesp/Bauru. Correio eletrônico: moacir-pereira.souza-filho@unesp.br. Orcid: <http://orcid.org/0000-0002-4255-8155>

*** Doutor, Professor do programa de pós-graduação Educação para a Ciência da unesp/Bauru, aguinaldo. Correio eletrônico: robinson@unesp.br. Orcid: <http://orcid.org/0000-0003-2373-267X>

**** Doutora, Professora do Departamento de Matemática da UNESP/Bauru. Correio eletrônico: emilia.marques@unesp.br. Orcid: <http://orcid.org/0000-0002-7609-0351>



Palavras-chave:

GeoGebra; experimentação; matemática; tecnologia

Abstract

Technological advances stimulate an increasingly globalized and virtually interconnected society, making the exploitation of technology resources in the area of education no longer the object of discussion, but of reflection. Several software with interactive proposals are developed daily, arousing the curiosity of students in digital interaction. Obtaining good results using these tools is an object of concern for teachers and the school community. Thus, in order to understand how mathematical experiments occur with the use of dynamic geometry software, especially GeoGebra, in basic education, we present in this article a bibliographic survey of works on this theme. Most of the studies analyzed focused on geometry content. Among the results, the following stand out: the good reflection provoked by the activities, the formulation of hypothesis and conjectures, in addition to arousing the arguments in students. These notes are important, as they demonstrate that these experimental activities using the GeoGebra software underpin and drive the learning of Mathematics in a dynamic way and meet the contemporary demands of modern society, training the student in the field of technologies.

Keywords:

GeoGebra; experimentation; mathematics; technology

Resumen

Los avances tecnológicos estimulan una sociedad cada vez más globalizada y virtualmente interconectada, haciendo que la explotación de los recursos tecnológicos en el área de la educación ya no sea objeto de discusión, sino de reflexión. Varios programas con propuestas interactivas se desarrollan diariamente, despertando la curiosidad de los estudiantes en la interacción digital, donde obtener buenos resultados mediante el uso de estas herramientas se convierte en un objeto de preocupación para los maestros y la comunidad escolar. Por lo tanto, para comprender cómo ocurren los experimentos matemáticos con el uso de software de geometría dinámica, especialmente GeoGebra, en educación básica, presentamos en este artículo una revisión bibliográfica de trabajos sobre este tema. La mayoría de los estudios analizados se centraron en el contenido de geometría. Entre los resultados, destacan los siguientes: la buena reflexión provocada por las actividades, la formulación de hipótesis y conjeturas, además de despertar el argumento en los estudiantes. Estas notas son importantes, ya que demuestran que estas actividades experimentales que utilizan el software GeoGebra fundamentan e impulsan el aprendizaje de las matemáticas de forma dinámica y satisfacen las demandas contemporáneas de la sociedad moderna, capacitando al estudiante en el campo de las tecnologías.

Palabras clave:

GeoGebra; experimentación; matemáticas; tecnología

Introdução

A matemática é uma área importante de estudo para o desenvolvimento humano. Por meio dela foram alcançados inúmeros avanços tanto na área de produção industrial quanto na agricultura e, atualmente, nas atividades que demandam recursos tecnológicos. No cotidiano das sociedades, a matemática caracteriza-se por diversos quesitos, dentre estes, a organização da informação, a indicação dos melhores trajetos em malhas rodoviárias e aéreas, e na administração financeira. Pode-se ainda destacar “[...] dois aspectos: é a rigorosa ciência de Euclides, mas é também uma outra coisa. A matemática, apresentada da maneira euclidiana, revela-se uma ciência dedutiva, sistemática, mas a matemática em desenvolvimento apresenta-se como uma ciência indutiva, experimental.” (Polya, 1995, p. vi).

Sendo a matemática tão relevante para o pensamento humano, torna-se imprescindível o seu aprendizado e um pleno domínio de seus preceitos quando investigamos o seu papel no ensino e aprendizagem por meio da tecnologia. A Base Nacional Comum Curricular do Ensino Médio (BNCC), publicada pelo Ministério da Educação (MEC, 2017), aponta para uma escola que promova uma educação integral, não só no âmbito cronológico, mas também com vistas ao desenvolvimento intelectual pleno do sujeito, de modo a desvencilhar o aprendizado das apresentações e acúmulo repetitivo de informação.

O simples apresentar de uma teoria ou mesmo o validar de uma constatação científica devem ser acompanhados de sua história e de como este conhecimento foi produzido. É necessária, então, uma reflexão a respeito da postura do professor e do aluno frente ao conhecimento e as atividades experimentais são possibilidades dinâmicas de despertar e promover um agir reflexivo destes atores da

educação, frente aos desafios do ensinar e aprender.

Por meio de recursos tecnológicos, é possível realizar ações de ensino e aprendizagem interativas com qualidade nas escolas. Os softwares gráficos, por sua vez, possibilitam uma interação que não pode ser alcançada no papel, em destaque as leituras imediatas de regiões por meio da interação com o mouse, “[...] geração de animações (família de funções) em vídeo com variação de parâmetros previamente definidos, decomposição do gráfico em planos distintos (transformações lineares), entre outras funcionalidades.” (Silva, Souza e Marques, 2009, p. 9).

Dessa forma, um estudo com softwares de geometria dinâmica possibilita entender quais as potencialidades da experimentação na educação matemática, tendo em vista que este tipo de ferramenta digital oportuniza visualizar simultaneamente o âmbito geométrico e algébrico de uma atividade. Dentre este tipo de ferramentas, ressaltamos o GeoGebra, software livre e multiplataforma de geometria dinâmica, que vem sendo alvo de inúmeras pesquisas pelo mundo.

A partir disso, temos como objetivo analisar o uso do software GeoGebra no ensino de matemática em atividades experimentais na educação básica, levando em conta os seguintes questionamentos: como ocorrem as experimentações matemáticas com o uso de softwares de geometria dinâmica na educação básica? Como o software GeoGebra tem sido explorado nas experimentações, envolvendo o aprendizado de matemática?

Apresentaremos uma pesquisa bibliográfica, na base de dados periódicos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), visando analisar as abordagens e usos do software GeoGebra nas atividades de experimentação. Esta pesquisa,

com características de estado da arte, possibilita que se tenha um reconhecimento da área e do modo como as pesquisas com este enfoque têm sido desenvolvidas até o presente momento.

Experimentação

As atividades que envolvem experimentos quantitativos ou qualitativos conduzem à investigação e observação de fenômenos que procuram seu entendimento e a relação dos conceitos envolvidos. Por meio da proposição de Sequências de Ensino Investigativo (SEI), Carvalho (2013) salienta que as práticas experimentais como forma de investigação conduzem o aluno para o centro da atividade, valorizando seus saberes prévios, levantando suas hipóteses e pondo-as em teste.

Este tipo de atividade favorece momentos de reflexão e discussão que melhoram a argumentação do estudante. Baseada nos preceitos de Piaget e Vygotsky, a autora pondera o planejamento das atividades experimentais e aponta que o papel do professor na atividade experimental passa de central para condutor/mediador da aprendizagem.

Para Borba et al. (2014), a experimentação é parte indissociável do processo de construção e aprendizado de conceitos matemáticos. Destaca-se que é preciso planejar o que chamam de design experimental para as atividades de ensino da matemática, como a formação de cenários de investigação e descobertas, possibilitando ao aluno a formulação e reformulação de conjecturas acerca de uma questão ou um problema, num impasse pela busca de soluções.

Um problema bem elaborado em que o aluno demonstre interesse em investigar somente é gerado quando existe a contextualização, ou seja, quando o problema alcança real significado na vida do estudante. Dessa forma

ao trazer esse conhecimento para o ensino em sala de aula, esse fato —propor um problema para que os alunos possam resolvê-lo— vai ser divisor de águas entre o ensino expositivo feito pelo professor e o ensino em que proporciona condições para que o aluno possa raciocinar e construir seu conhecimento. No ensino expositivo toda a linha de raciocínio está com o professor, o aluno só a segue e procura entendê-la, mas não é o agente do pensamento (Carvalho, 2013, p. 2).

Para Limberger et al. (2016), a experimentação é uma ferramenta importante que beneficia o processo de ensino e aprendizagem em ciências e matemática. Entretanto, a forma como é conduzida deve trazer condições diferenciadas em busca de uma perspectiva construtivista que incentive a pesquisa, e não apenas de modo demonstrativo. Para os autores “cabe aos professores e educadores, utilizarem-se devidamente desta valiosa ferramenta, buscando novos caminhos a partir dessa possibilidade que emerge, em benefício de uma aprendizagem mais significativa” (p. 62).

A partir da investigação com pesquisadores da área de ensino de ciências e matemática, Limberger et al. (2016), elencaram cinco categorias que podemos classificar como o papel da experimentação: 1) associação entre teoria e prática; 2) veículo de inserção do cotidiano do aluno no ambiente escolar; 3) desafio e motivação da participação dos alunos; 4) desenvolvimento de habilidades e competências nos alunos; 5) favorecimento da reconstrução do conhecimento.

Em seu trabalho, Ayala et al. (2011), apresentam uma discussão no âmbito das experiências científicas, mais especificamente, de experiências em ambiente escolar, levantando questionamento sobre o que tem sido priorizado no ensino, a chamada teorização. É visível que na escola busca-se apresentar os conceitos científicos como prontos, e o processo de construção do saber do aluno acaba ficando restrito ao decorar e validar as formulações matemáticas que regem os conceitos físicos, através de listas intermináveis de exercícios.

Embora, como exposto no texto, a teoria condicione a possibilidade de experiência, acredita-se que o aprendizado torna-se mais eficaz quando, ao partir da experiência, o aluno é levado a considerar os dados obtidos e a conjecturar sua própria tese, diante dos fatos constatados pela atividade experiencial. Só então é que se deveria contrapor o conhecimento levantado pelo aluno com a teoria já fundamentada.

Entende-se que embora os autores Ayala, Malagón e Sandoval (2011) defendam um formalismo conceitual, existem outros aspectos inseridos numa atividade experimental que não foram mencionados durante a discussão inicial. É preciso levar em consideração aspectos

como a socialização, o cooperativismo, a inovação, a confiança, etc., que são decorrentes de atividades com experimentação e que promovem a aquisição de conhecimento e autonomia pelos alunos. Mesmo na ausência de um rigor conceitual implicando em formalismos matemáticos, a discussão dos resultados já é fato bastante relevante no que diz respeito à promoção do conhecimento.

Boss et al. (2012) apresentaram em seu trabalho resultados de uma pesquisa qualitativa de cunho pedagógico, fundamentada na psicologia sócio-histórica, na abordagem de conteúdos de física do Ensino Fundamental. Durante a experimentação, revela-se o aparecimento da *zona de desenvolvimento real* e da *zona de desenvolvimento imediata*, dois conceitos desenvolvidos por Vygotsky (1991). Na zona de conhecimento real, a criança é capaz de resolver um problema de forma independente, sem a ajuda de terceiros. Já na zona de desenvolvimento imediata é preciso que haja auxílio de um colega ou mesmo do professor (um parceiro mais capaz) para a solução do problema.

Estes estudos mostram que houve envolvimento dos alunos nas atividades propostas e as interações provocaram inquietações que impulsionaram os alunos a construir alguns conceitos na área da física ao colocar em evidência a importância do papel do professor neste momento de apropriação do conhecimento. Uma vez que se identifica a zona de desenvolvimento imediata, é necessária a ação de um profissional que tenha capacidade em conduzir o experimento de forma a proporcionar ao aluno uma interação e conceituação daquilo que está sendo desenvolvido, sem o qual podem ocorrer equívocos ou o aparecimento de falsos conceitos.

Software de Geometria Dinâmica: GeoGebra

O software de geometria dinâmica GeoGebra é uma ferramenta computacional com enorme potencial na abordagem de conteúdos na área da matemática. Este software apresenta elementos que dão suporte às atividades geométricas e algébricas, interligando e relacionando as duas áreas de estudo. Para Borba et al. (2014), trata-se de um software que possui uma interface intuitiva e permite uma interação que se assemelha muito ao trabalhar com lápis e papel. O software viabiliza o aprendizado da matemática, além da possibilidade de experimentação e visualização de elementos dinâmicos. O ambiente de trabalho do software, apresentado na Figura 1, é composto por duas regiões distintas que interagem entre si, à direita temos a área gráfica e à esquerda, a área algébrica.

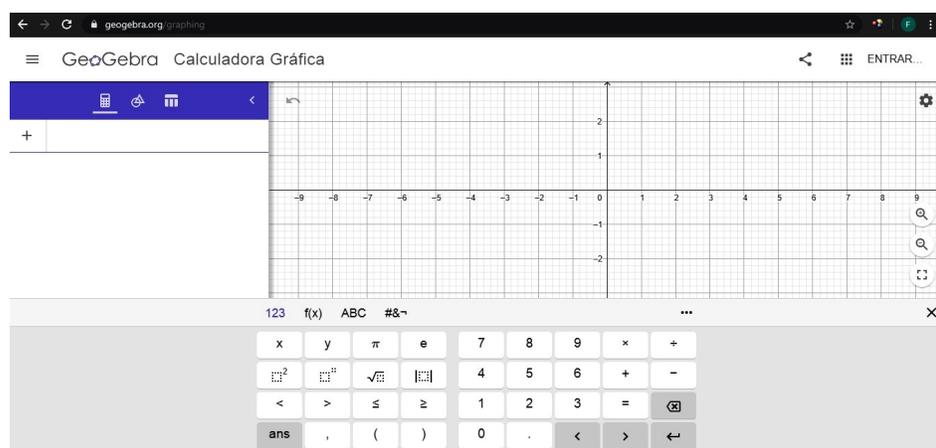


Figura 1. Ambiente de trabalho do Software GeoGebra.

Nota: adaptado de GeoGebra (<https://www.geogebra.org/graphing?lang=pt>)

Desenvolvido por Markus Horenwarter da Universidade de Salzburg em 2001, o software GeoGebra possibilita a construção de diversos elementos geométricos como, por exemplo, pontos, vetores, segmentos, retas, secções cônicas, etc. Estes elementos permitem a modificação de elementos construídos de maneira dinâmica com grande interatividade (Instituto São Paulo GeoGebra, s.d).

Os autores Boruch e Basniak evidenciam o GeoGebra: “pelas suas principais características relacionadas a dinamicidade e facilidade para realizar construções por meio de ferramentas ou comandos inseridos em sua caixa de entrada.” (2018, p. 3).

Por tratar-se de um software de acesso livre, é ideal para o uso em laboratórios de informática em escolas públicas. Com diversas versões, o GeoGebra pode ser instalado de forma gratuita e, também, pode ser utilizado sem instalação prévia no computador, através de sua versão *online*, diretamente no navegador

(browser). Além do GeoGebra 2D, que é a versão mais difundida, o software apresenta ainda uma versão de manipulação de objetos em 3D; também, uma versão para dispositivos móveis como tablets, notebooks e smartphones. É um software que tem sido atualizado e ampliado constantemente, visto que possui uma grande comunidade de desenvolvedores. Além disso, tem sido utilizado em diversos níveis educacionais e na exploração de muitos conceitos em inúmeros trabalhos científicos. Para Rezende et al.:

Experimental, criar estratégias, fazer conjecturas, argumentar e deduzir propriedades matemáticas são, em verdade, ações desejáveis no ensino de Matemática em qualquer domínio de conhecimento e nível de ensino. Nesse sentido, essas ferramentas computacionais são bem-vindas no ensino das funções reais. Em particular, o software GeoGebra, com excelente interface dinâmica entre os sistemas algébrico e geométrico de representações, se apresenta como uma poderosa ferramenta para o estudo do comportamento variacional das funções reais (2012, p. 78).

O emprego do software de geometria dinâmica tem demonstrado uma ação eficiente nas aulas de matemática. De acordo com Medeiros, et al (2017), ao desenvolverem uma pesquisa com o uso do GeoGebra, puderam afirmar que o uso do software contribuiu: “[...] para que fosse despertada a atenção nas atividades propostas, fez com que os conceitos que os estudantes participantes do projeto já haviam estudado em sala de aula ampliassem novos significados quando explorados no ambiente virtual de geometria dinâmica.”.

Isotani, Sahara e Brandão (2001) apresentam um site nomeado iMática [www.matematica.br], que contém propostas para o aprendizado da matemática. Com desta-

que para o software de geometria dinâmica iGeom¹, os autores afirmam que a partir da experimentação e do retorno gráfico que o software proporciona, observa-se uma nova maneira de aprender matemática. Ainda segundo os autores:

Através de recursos computacionais podemos oferecer, de maneira rápida, o conteúdo necessário para aprendizagem e estendermos as abordagens passivas utilizadas para o ensino atual, provendo exemplos interativos com animações gráficas que ilustrem o funcionamento de funções, cálculos e construções geométricas, dentre outras áreas. Com a experimentação e o retorno gráfico destas ferramentas, poderemos obter resultados sensivelmente positivos ao ensino de Matemática. (Isotani et al. 2001, p. 2).

Para Ponte et al. (2003), o desenvolvimento do raciocínio matemático é viabilizado quando são apresentadas situações de aprendizagem apropriadas. Segundo os autores, “a tecnologia pode ter um papel importante neste contexto sendo referida, por exemplo, para o 3º ciclo, a utilização de software de Geometria Dinâmica quando os alunos realizam tarefas exploratórias ou investigativas.” (p. 112). Considera-se que estes tipos de ferramentas tecnológicas estimulam situações-problema desafiadoras, conduzindo o aluno à uma postura exploratória e investigativa, onde

O aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com os seus colegas e o professor. (p. 23)

1 Disponível no site iMática.

O software GeoGebra propicia ao professor pensar ações de intervenção dos conteúdos nos mais variados contextos e diversificados públicos. Ao desenvolver animações no software GeoGebra com alunos com superdotação, Boruch e Basniak (2018, p. 3) consideram que o software estimula a investigação, a descoberta e o aprendizado da matemática, indicando que: “é possível inferir que sua utilização auxilia o desenvolvimento destes alunos”. Segundo os autores, o GeoGebra possui potencial para trabalhar com este público, pois os alunos com superdotação precisam ser desafiados em atividades que estimulem o raciocínio. E ainda:

GeoGebra se apresentou como uma possibilidade propícia para a abordagem do plano cartesiano no ensino da Matemática a alunos com altas habilidades/superdotação. Visto que com o desenvolvimento de animações, é possível o professor favorecer o aluno a explorar diferentes representações de um mesmo objeto, incentivar seus alunos a testarem hipóteses matemáticas de maneira lúdica e contextualizar a Matemática de forma diferente da tradicional. (p. 7).

De acordo com Borba, Gadanidis e Silva (2014), o uso de tecnologias digitais, como o GeoGebra, nas aulas de Matemática, é uma ação necessária na promoção de um aprendizado com descoberta. De acordo com Medeiros, et al. (2017), os softwares educacionais possibilitam ao docente elaborar atividades, na abordagem de conceitos matemáticos, de maneira diversificada e desafiadora.

Procedimentos metodológicos e resultados

A base de dados utilizada no presente trabalho, Periódicos CAPES, é uma plataforma que reúne numerosos trabalhos científicos disponibilizados de forma gratuita, através de parceria com diversas instituições de ensino superior e institutos de pesquisa nacionais e internacionais. Disponibiliza um acervo com mais 45 mil títulos na íntegra; são cerca de 130 bases referenciais e 12 bases dedicadas a patentes. A plataforma é composta ainda por livros, enciclopédias e obras de referência, como também normas técnicas, estatísticas e conteúdo audiovisual.

A presente pesquisa classifica-se como qualitativa, uma vez que a análise dos textos foi conduzida pelos autores de forma interpretativa. Com o intuito de atingir o objetivo proposto, realizou-se um levantamento dos textos disponíveis na plataforma Periódicos CAPES. A busca ocorreu no período de abril de 2019 a julho de 2019 e deu-se por meio das seguintes palavras-chave: *matemática*; *experimentação*; *software*; *GeoGebra*, não utilizando filtros como *período* ou *idioma*.

A utilização das palavras-chave *matemática* e *experimentação*, retornou cerca de 492 publicações. Ao combinar a palavra *software* o número que trabalhos encontrados foi reduzido para pouco mais de uma centena. Deste ponto partiu-se para uma leitura dos resumos, selecionando os trabalhos que fizessem menção a softwares de geometria dinâmica ou ao GeoGebra, resultando em 24 trabalhos que em seguida foram lidos na íntegra.

Embora entendamos que possa haver trabalhos similares utilizando o GeoGebra na abordagem de conteúdos de matemática, o que priorizamos foram os trabalhos que tratavam da experimentação matemática, disponíveis na plataforma de dados escolhida, dentro do período de busca. Sabe-se que outras terminologias também podem ser empregadas, tais como, simulação, verificação, demonstração matemática; entretanto foram pesquisados apenas trabalhos que consideram a experimentação matemática. Importante ressaltar também que embora se trate de um le-

vantamento bibliográfico, com características de estudo do estado da arte, não descartamos a possibilidade de que algum trabalho não tenha sido considerado na presente pesquisa bibliográfica.

A distribuição dos 24 trabalhos, de acordo com os níveis de ensino, está representada na Tabela 1, onde podemos verificar que o nível infantil, nível fundamental I e técnico são áreas que não apresentam trabalhos cujo enfoque explore o uso do GeoGebra em atividades de experimentação.

Tabela 1 Distribuição de trabalhos por nível de ensino

Nível de ensino	Número de trabalhos	Percentual
Educação Infantil	0	0
Ensino Fundamental I	0	0
Ensino Fundamental II	4	16,5
Ensino Médio	5	21
Nível técnico	0	0
Ensino de Jovens e Adultos	1	4
Formação Inicial	9	37,5
Formação Continuada	3	12,5
Não apresenta foco em nível de ensino	2	8,5
Total	24	100

Fonte: Autor

Dos 24 trabalhos encontrados, foram selecionados apenas os trabalhos na modalidade de artigo científico, indexados na plataforma da CAPES, dessa forma um dos trabalhos não atendeu a este requisito.

Outro requisito de escolha levou em consideração o foco dos trabalhos, que deveriam ser específicos para a educação básica, neste quesito 11 trabalhos não possuíam foco neste nível. Constatamos que todos os 11 trabalhos possuíam uma abordagem específica em nível superior, 7 em cursos de formação inicial e 3 trabalhos tinham enfoque na formação continuada de professores de matemática. Além de um trabalho que embora não especifique o curso de graduação, apresenta um produto

educacional para as disciplinas de cálculo diferencial e integral I, com atividades desenvolvidas com o uso do software GeoGebra. Dentre os 11 trabalhos, verificou-se ainda que 6 deles versavam sobre assuntos pertinentes à disciplina de cálculo diferencial e integral em cursos de graduação. Os assuntos abordados contemplavam os seguintes conceitos: sólidos de revolução, o teorema de L'Hopital, limite, continuidade, derivadas e áreas de regiões planas. Os outros 5 trabalhos embora abordem assuntos mais elementares como equações quadráticas, geometria plana, geometria euclidiana, estudo de cônicas e funções, não foram selecionados, como já dito, por tratarem de uma abordagem em nível superior.

Outros 4 trabalhos não foram selecionados por não apresentar atividade experimental, sendo dois levantamentos de estado da arte e duas revisões bibliográficas que, embora mencionem o uso do GeoGebra em atividades de abordagem de conteúdos de Matemática na educação básica, não apresentam relatos ou atividades experimentais com o uso desse software. Na Tabela 2 estão listados os 8 trabalhos que foram selecionados nesta pesquisa:

Tabela 2 Trabalhos selecionados

Ref.	Ano	Autor	Título	Ano/Nível	Conteúdo
Art.1	2017	André Tenório, Rosana Da Preza Martins, Thaís Tenório	Um estudo comparativo e descritivo sobre o emprego do software GeoGebra em geometria analítica	3º ano / Ensino Médio	Geometria Analítica - Distância entre dois pontos.
Art.2	2014	José Carlos De Souza Júnior, Andréa Cardoso, Rejjane Aparecida Calixto	GeoGebra 3d: uma ferramenta para estudo de volumes no Ensino Médio	2º e 3º anos / Ensino Médio	Geometria Espacial - Volume de sólidos.
Art.3	2018	Ana Paula Rodrigues Alves Santos, Francisco Régis Vieira Alves	A engenharia didática para o ensino de olimpíadas de matemática: situações olímpicas com o amparo do software GeoGebra	9º ano / Ensino Fundamental II	Geometria Analítica - Semelhança de triângulos, proporção, equações do 1º grau com uma variável.
Art.4	2013	Maria Maroni Lopes	Sequência didática para o ensino de trigonometria usando o software GeoGebra	2ª série / Ensino Médio	Análise Matemática - Trigonometria.
Art.5	2019	Rodrigo Sychocki Da Silva, Shéridan Dos Reis Pinto	Funções quadráticas e tecnologias móveis: ações cooperativas em um experimento no Ensino Médio	1º ano / Ensino Médio	Análise Matemática - Função quadrática.
Art.6	2015	Nélia Amado, Juan Sánchez, Jorge Pinto	A utilização do GeoGebra na demonstração matemática em sala de aula: o estudo da reta de Euler	9º ano / Ensino Fundamental II	Geometria Analítica - Triângulo: pontos notáveis.
Art.7	2014	Rafaela Da Silva Melo, Ana Beatriz Gomes Pimenta De Carvalho	O uso do software livre na aprendizagem colaborativa: limites e possibilidades do programa "um computador por aluno"	1º ano / Ensino Médio	Análise Matemática - Gráficos e funções.

Art.8	2017	Carlos Eduardo León-Salinas	O pensamento covariacional e GeoGebra: ferramentas para a explicação científica de algumas realidades	Alunos com faixa etária entre 10 e 12 anos.	Conhecimento matemático em cenários de experimentação física.
-------	------	-----------------------------	---	---	---

Fonte: Autor

Nesta tabela, destacamos a coluna *Ref.*, que cria uma referência para cada trabalho de modo que ao referenciar os dados destas pesquisas, doravante se fará por meio deste indexador.

Ressaltamos que nem todas as atividades relatadas nos trabalhos escolhidos apresentam-se como atividades experimentais de Matemática, também não se pôde realizar tal

classificação, pois nem todas as pesquisas apresentam um detalhamento do desenvolvimento das atividades. Todavia os trabalhos selecionados enaltecem ou relatam atividades de experimentação em Matemática por meio do software GeoGebra. A maior parte dos artigos foi publicada em revistas nacionais. Na Figura 2 indicamos a distribuição dos trabalhos encontrados de acordo com a nacionalidade das revistas selecionadas.

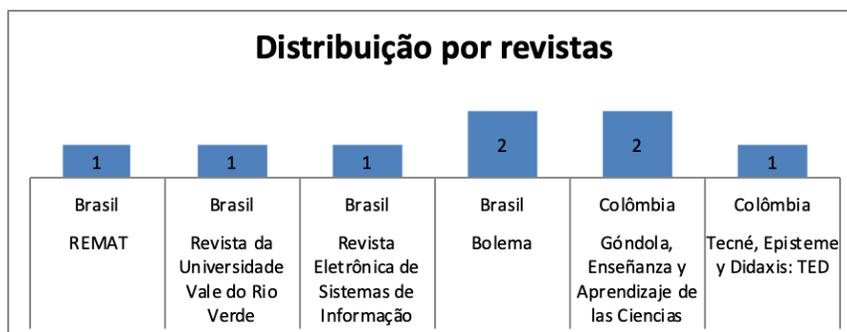


Figura 2: Distribuição de trabalhos por revista

Uma leitura reflexiva priorizou desvelar os impactos da utilização do software GeoGebra nas atividades de experimentação em matemática relatadas nos trabalhos, apontar os resultados positivos e negativos desta ação e propiciar um melhor entendimento do desenvolvimento das atividades educacionais descritas.

Análise e descrição dos trabalhos

Ao analisar os conteúdos matemáticos que foram abordados pelos trabalhos, foi possível

relacionar dois grupos distintos: os que realizam estudos na área de análise matemática (Art.4, Art.5 e Art.7) e os que realizam estudos em geometria analítica (Art.1, Art.3 e Art.6). Analisamos também um trabalho que explora os conteúdos de geometria espacial: Art.2, e outro que explora a inter-relação entre conceitos matemáticos numa experimentação em física clássica: Art.8.

Em relação aos conteúdos das atividades, o estudo de triângulos e correlações são os mais frequentes, aparecendo nos trabalhos: Art.3, Art.4 e Art.6, já o conteúdo de funções aparece em dois trabalhos: Art.5 e Art.7.

Embora o GeoGebra também permita a utilização da abordagem algébrica, os assuntos que mais figuram nos trabalhos selecionados estão relacionados à geometria.

O Art.1 apresenta um estudo com 49 alunos do 3º ano do Ensino Médio. Na pesquisa, a turma foi dividida em dois grupos: um denominado controle e outro denominado grupo alvo. O grupo controle não participou das atividades desenvolvidas com o uso do GeoGebra, neste se manteve o sistema de ensino habitual empregando as atividades costumeiras como, por exemplo, a resolução de exercícios.

Os pesquisadores aplicaram dois testes: um anterior à utilização com o software e outro após a sua utilização. A análise dos resultados, baseada na média de acertos dos alunos no pós-teste, indicou que o grupo alvo teve um desempenho superior ao grupo controle, além de outros benefícios observados pelos pesquisadores como: o desenvolvimento da autonomia, uma maior dinamicidade das aulas, maior interesse e interação por parte dos alunos e uma participação ativa.

Ainda de acordo com a pesquisa, o uso do software GeoGebra auxiliou na experimentação matemática e as possibilidades de visualização promovidas por este software específico facilitaram o entendimento e aprendizagem pelos alunos. De acordo com os autores: “as atividades no laboratório estimularam a interação e a empatia entre os alunos. O ambiente favoreceu a troca de experiências. A interação professor-aluno também aumentou e se tornou mais equitativa, pois o professor assumiu o papel de mediador.” (Tenório et al. 2017, p. 45). Resultados que vão na mesma direção dos pressupostos dos autores (Carvalho, 2013; Borba; Gadanidis e Silva, 2014).

A pesquisa apresentada no Art.2 ocorreu com duas turmas de Ensino Médio, uma do 2º e outra do 3º ano. As atividades consistiram na aplicação de objetos de aprendizagem de matemática, desenvolvidos no software GeoGebra para a elucidação de conceitos de volume de sólidos geométricos. Com a participação de 235 alunos na pesquisa de cunho qualitativo, se obteve resultados que apontam que a atividade contribuiu para a aprendizagem real e significativa dos estudantes, possibilitando aos alunos formular hipóteses e prever resultados, selecionar estratégias de resolução de problemas, interpretar e criticar resultados numa situação concreta, distinguir e utilizar raciocínios dedutivos e indutivos, fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos e relações, discutir ideias e produzir argumentos.

Para os autores, os programas de geometria dinâmica facilitam a visualização e compreensão de determinados conceitos matemáticos, como o caso de objetos tridimensionais. Esta união entre objetos de aprendizagem e softwares de geometria dinâmica fomenta ainda modos envolventes de aprendizado e experimentação.

Respalhada na metodologia de pesquisa em engenharia didática, a investigação descrita no Art.3 apresentou uma abordagem bem interessante de uma situação problema, preparatória para as Olimpíadas de Matemática (OBM e OBMEP). O tema da atividade levou ao trabalho com as relações métricas do triângulo retângulo e contou com a participação de 8 alunos do 9º ano do Ensino Fundamental.

Entre os pontos levantados, os autores destacaram o GeoGebra como uma ferramenta que permitiu aos alunos analisar, visualizar e simular as atividades, desencadeando conjecturas e estratégias para a resolução de problemas. Observou-se com os relatos desta pesquisa que a experimentação possibilitou a promoção de conceitos nos diversos níveis de ensino, como também constatado por Boss et al. (2012), e a associação dos mais variados planos e contextos de ensino.

Houve uma boa diversidade nas abordagens encontradas nos trabalhos. No Art.4 foi apresentado um produto educacional, consistindo em um caderno de atividades de trigonometria fazendo uso dos recursos do software GeoGebra. Ao empregar as atividades propostas pelo produto educacional, com 43 alunos do 2º ano do ensino médio, os resultados apontaram que o uso do software impulsionou as atividades investigativas e de construção, possibilitando o dinamismo, a visualização dos objetos, motivando a argumentação por parte dos alunos.

Os autores apontaram como pontos negativos as dificuldades de ordem estrutural, os poucos computadores para atender turmas volumosas e, também, o pouco conhecimento pelos professores do sistema operacional instalado nos computadores das escolas. Sendo possível o contorno deste apontamento, desde que como mencionado por Borba, Gadanidis e Silva (2014), o professor realize o planeja-

mento de suas atividades considerando suas ações futuras.

Ao apresentar um trabalho com alunos do 1º ano do ensino médio, o artigo Art.5, trouxe um diferencial: a utilização do software GeoGebra a partir de dispositivos móveis. As atividades que foram conduzidas, sobre o tema *funções quadráticas*, abordaram em 5 aulas os seguintes assuntos: variação de parâmetros, zeros da função e pontos de máximo e mínimo. Segundo os autores, uma das contribuições da utilização do software nas atividades foi a oportunidade do próprio estudante conduzir o processo de sua aprendizagem. Dentre os pontos positivos, os autores destacaram a construção de hipóteses e de conjecturas, bem como a exploração de características dos objetos matemáticos.

Em pesquisa desenvolvida numa instituição educacional com estudantes que dificilmente têm acesso às ferramentas tecnológicas na cidade de Bogotá, na faixa etária entre 10 e 12 anos, no Art.8 investigou-se o uso do conhecimento matemático em atividades de experimentação em física. Neste estudo foi proposto aos alunos a análise gráfica da variação de algumas magnitudes. Segundo o autor, o software GeoGebra facilitou a visualização e o comportamento resultante das medições efetuadas durante as experiências, impulsionando a construção de argumentos, as discussões e conclusões. Esses resultados são muito próximos do Art.5 e das proposições de Borba, Gadanidis e Silva (2014).

De acordo com as verificações presentes no Art.6, o Geogebra constitui-se numa forte ferramenta na demonstração matemática, viabilizando uma atividade fundamental para a compreensão de conceitos (Amado, Sánchez e Pinto, 2015). Os autores constataram através de uma pesquisa focalizada na demonstração matemática com alunos do 9º ano do ensino

fundamental, que, entre outras contribuições, as atividades realizadas com o auxílio do software oportunizaram aos alunos o desenvolvimento de conjecturas e argumentos presentes nas suas justificativas.

Constatações que são muito próximas às encontradas no Art.7, onde os autores consideram que o uso desta ferramenta tecnológica estimulou o desenvolvimento da autonomia do aluno a partir da experimentação e colaboração em rede. Ao fazer uma pesquisa sobre o uso de softwares livre, envolvendo dois softwares: GeoGebra e o GCompris, com alunos do ensino médio, os pontos positivos destacados indicaram uma resignificação do espaço escolar, assim como do conteúdo ministrado. Uma vez que este espaço se transformou em local de permuta de saberes e de cultura, o professor assumiu o papel de mediador e o aluno de agente responsável pelo avanço de seu saber. As constatações observadas nos Art.6 e Art.7 vão à mesma direção dos preceitos apresentados por Rezende et al. (2012).

Considerações Finais

Embora o software GeoGebra contemple aspectos geométricos e algébricos, a maior parte dos trabalhos analisados apresentou um enfoque na geometria. Conjecturamos que isto se deve ao fato de que as relações geométricas presentes nos conteúdos de matemática nem sempre são bem exploradas apenas com a elucidação apresentadas nos livros ou com quadro negro e giz. Neste ponto, os recursos computacionais são ferramentas indispensáveis para a condução das aulas e o despertar do saber, principalmente em ambientes onde os recursos de infraestrutura, como os laboratórios de matemática, são escassos.

Ao analisar os trabalhos, emergiram com frequência alguns pontos positivos em que podemos destacar: a boa reflexão provocada pelas atividades, a formulação de hipóteses e conjecturas, além de despertar a argumentação nos estudantes. Estes apontamentos são importantes, pois demonstram que estas atividades experimentais com uso do software GeoGebra fundamentam e impulsionam o aprendizado da Matemática de maneira dinâmica, atendendo às demandas contemporâneas da sociedade moderna.

Constatou-se que não foram encontrados trabalhos desenvolvidos no âmbito do Ensino Fundamental I com a temática proposta. Apontamos que esta é uma lacuna a ser preenchida, pois as atividades com o uso de tecnologia neste nível de ensino não precisam se limitar apenas ao uso de jogos digitais. É possível a abordagem de diversos conceitos no Ensino Fundamental I, através da atividade experimental que tem como uma das suas características principais os desafios, a promoção da capacidade de pensar e formular perguntas auxiliando na obtenção de respostas dos alunos, não sendo assim apenas mais um estímulo motivacional, mas sim que promove a autonomia do indivíduo.

Entende-se que a forma como o levantamento se deu não considerou trabalhos que versassem sobre simulação, validação, verificação matemática

ou demonstração matemática, embora trabalhos que utilizem estas classificações tenham abordagens muito próximas dos trabalhos selecionados para esta pesquisa. Pretendeu-se aqui reunir os artigos que utilizaram a nomenclatura de experimentação ou conduziram suas pesquisas de forma a enaltecer a atividade de experimentação em matemática.

Por fim, estima-se que este trabalho possa provocar reflexões e estimular novas propostas que investiguem o uso de softwares de geometria dinâmica e a atividade de experimentação em matemática. Propõe-se também o desenvolvimento de outros trabalhos que visem a exploração de atividades experimentais de forma interdisciplinar, com um olhar interdisciplinar sobre assuntos da matemática e de outras ciências como a física, a química, a biologia e a computação.

Referencias

- Ayala, M. M., Malagón, J. F. e Sandoval, S. (2011). Magnitudes, medición y fenomenologías. *Revista de enseñanza de la física*, 24(1), 43-54.
- Amado, N., Sánchez, J. e Pinto, J. (2015). A Utilização do GeoGebra na Demonstração Matemática em Sala de Aula: o estudo da reta de Euler. *Boletim de Educação Matemática*, 29(52), 637-657.
- Borba, M. C.; Gadani, G. e Silva, R. S. R. (2014). *Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática*. Autêntica Editora.
- Boruch, I. G. S. e Basniak, M. I. (2018) Animações no GeoGebra e o Ensino de Matemática: uma experiência com alunos com altas habilidades/superdotação. *Tecné Episteme y Didaxis (TED)*, (Extraordinário), 1-7.
- Boss, S. L. B., Filho, M. P. S., Mianutti, J. e Caluzi, J. J. (2012). Inserção de conceitos e experimentos físicos nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma análise à luz da teoria de Vygotsky. *Ensaio Pesquisa em Educação em Ciências*, 14(3), 289-312.
- Carvalho, A. M. P. D. (2013). *Ensino de Ciências por investigação: condições para implementação em sala de aula*. Cengage Learning.
- Instituto São Paulo GeoGebra. (s. d.). *Sobre o Geogebra*. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. <https://www.pucsp.br/geogebra-brasp/geogebra.html>
- Isotani, S., Sahara, R. H. e Brandão, L. (2001). iMática: ambiente interativo de apoio ao ensino de matemática via internet. *XXI Congresso da Sociedade Brasileira de Computação, São Paulo, Brasil*, 533-543.
- Júnior, J. C. S., Cardoso, A. e Calixto, R. A. (2014). GeoGebra 3D: uma ferramenta para estudo de volumes no Ensino Médio. *Revista da Universidade Vale do Rio Verde*, 12(1), 755-764.
- León-Salinas, C. E. (2017). El pensamiento covariacional y GeoGebra: herramientas para la explicación científica de algunas realidades. *Tecné, Episteme y Didaxis (TED)*, (42), 159-171.
- Limberger, K. M., Brandolt, T. D. D., e Bertoglio, D. S. (2016). As funções da experimentação no ensino de Ciências e Matemática. *Ensino de Ciências e Tecnologia em Revista*, 6(2), 54-64.
- Lopes, M. M. (2013). Sequência didática para o ensino de trigonometria usando o software GeoGebra. *Boletim de Educação Matemática*, 27(46), 631-644.

- Ministério da Educação (2017). Base Nacional Comum Curricular. Terceira versão. Autor.
- Medeiros, M. F., Valletta, D., Magagnin, E. B., Ribeiro, E. M. P. e Daboit, K. L. D. S. (2017). A atenção voluntária na construção de conceitos trigonométricos em ambientes de geometria dinâmica. *Revista Brasileira de Informática na Educação*, 25(1), 77-93.
- Melo, R. S. e Carvalho, A. B. G. P. (2014). O uso do software livre na aprendizagem colaborativa: limites e possibilidades do Programa “um computador por aluno”. *Revista eletrônica de sistemas de informação*, 13(2), 1-14.
- Polya, G. (1995) *A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático*. H. L. Araújo (Trad.). Editora Interciência.
- Ponte, J. P., Brocardo, J. e Oliveira, H. (2003). Investigações matemáticas na sala de aula. Autêntica Editora.
- Rezende, W. M., Pesco, D. U. e Bortolossi, H. J. (2012). Explorando aspectos dinâmicos no ensino de funções reais com recursos do GeoGebra. *Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo*, 1(1), 74-89.
- Santos, A. P. R. A. e Alves, F. R. V. (2018). A engenharia didática para o ensino de olimpíadas de matemática: situações olímpicas com o amparo do software GeoGebra. *Góndola, Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias*, 13(1), 141-154.
- Silva, E. L., Souza, A. R. e Marques, E. M. R. (2009). Alguns estudos de fluxo de fluido utilizando software gráfico. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 31(3), 3502.1-3502.9.
- Silva, R. S. e Pinto, S. R. (2019). Funções quadráticas e tecnologias móveis: ações cooperativas em um experimento no Ensino Médio. *Góndola, Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias*, 14(1), 108-125.
- Tenório, A., Martins, R. P. e Tenório, T. (2017). Um estudo comparativo e descritivo sobre o emprego do software GeoGebra em Geometria Analítica. *Revista Eletrônica da Matemática*, 3(1), 38-53.
- Vygotsky, L. S. (1991). *Pensamento e Linguagem*. Martins Fontes.

Forma de citar este artigo:

Garcia, F.O.; Filho, M. P.S.; Souza, A. R. e Marques, E. M.R. (2021). O GeoGebra na experimentação matemática: um levantamento bibliográfico em periódicos indexados na plataforma da capes. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, (50), 221-236. <https://doi.org/10.17227/ted.num50-10582>.