



# El rompecabezas: estrategia didáctica para mejorar el aprendizaje del cálculo en estudiantes de ingeniería

- The Puzzle: Didactic Strategy to Improve Calculus Learning in Engineering Students
- O quebra-cabeça: estratégia didática para melhorar a aprendizagem de cálculo em estudantes de engenharia

## Resumen

Este artículo se enfoca en el aprendizaje basado en el juego y el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) para mejorar las habilidades y aprendizaje de las matemáticas universitarias. Para ello, se pretende validar una técnica de aula llamada “El Rompecabezas” en estudiantes de ingeniería industrial desde las asignaturas cálculo diferencial e integral, apoyado en el aprendizaje activo y colaborativo. Se elaboró un rompecabezas con una plantilla digital, la cual se aplicó a equipos conformados donde el ganador tuvo un incentivo académico. En este artículo se implementó un estudio cuasiexperimental en el cual se analizaron aspectos sociodemográficos de los estudiantes aplicando un pretest y posttest para evaluar la efectividad de la técnica en el aula. Se utilizó, además, una muestra intencional con un total de N= 178 estudiantes pertenecientes a las asignaturas cálculo diferencial e integral de los años 2016 a 2020. Los datos sociodemográficos de los estudiantes se analizaron con estadística descriptiva y se utilizó el software estadístico *SPSS Statistics versión 25* con la prueba no paramétrica de *Wilcoxon* para muestras relacionadas midiendo las mejoras, producto de la aplicación de la técnica. Los resultados del pretest y posttest refieren diferencias e indican que la aplicación de la técnica de aula “El Rompecabezas” mejora significativamente el aprendizaje del proceso de derivación e integración. Los resultados de este estudio coinciden con otros trabajos donde las estrategias didácticas mejoran el aprendizaje, además esta técnica puede ser un referente para ser aplicada en otras asignaturas y promover actividades de este tipo en el aula.

## Palabras clave

enseñanza en el aula; cálculo; aprendizaje basado en juegos; estrategias de enseñanza; aprendizaje colaborativo

Francisco Javier Bedoya-Rodríguez\*

\* Magíster en Educación Ambiental y Desarrollo Sostenible. Docente investigador, Fundación Universitaria de Popayán, Facultad de Ingeniería, Programa Ingeniería Industrial, Popayán, Colombia. [francisco.bedoya@docente.fup.edu.co](mailto:francisco.bedoya@docente.fup.edu.co). Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-6938-903X>



## Abstract

This paper focuses on game-based learning and the use of Information and Communication Technologies (ICT) to improve university mathematics skills and learning. For this, it is intended to validate a classroom technique called “The Puzzle” in industrial engineering students from the subjects’ differential and integral calculus, supported by active and collaborative learning. A puzzle was developed with a digital template which was applied to teams formed where the winner had an academic incentive. It is a quasi-experimental study in which sociodemographic aspects of the students were analyzed and a pretest and posttest were applied to evaluate the effectiveness of the technique in the classroom. An intentional sample was used with a total of  $N = 178$  students belonging to the subject’s differential and integral calculus from the years 2016 to 2020. The data was analyzed with descriptive statistics and the statistical software SPSS Statistics version 25 was used with the Wilcoxon non-parametric test for related samples to be able to measure the improvements and product of the application of the technique. The pretest and posttest results refer to differences and indicate that the application of the classroom technique “The Puzzle” significantly improves the learning of the referral and integration process. The results of this study coincide with other works where didactic strategies improve learning. In addition, this technique can be a reference to be applied in other subjects and promote activities of this type in the classroom.

## Keywords

classroom teaching; calculus; game-based learning; learning strategies; collaborative learning

## Resumo

Este estudo centra-se na aprendizagem baseada no jogo e no uso das Tecnologias da Informação e da Comunicação (TIC) para melhorar as habilidades e a aprendizagem da matemática na universidade. Para isso, pretende-se validar uma técnica em sala de aula denominada “O Quebra-cabeça” em estudantes de engenharia industrial a partir das disciplinas cálculo diferencial e integral, apoiado na aprendizagem ativa e colaborativa. Elaborou-se um quebra-cabeça com uma tela digital, que foi aplicado nas equipes formadas onde o vencedor teve um incentivo acadêmico. É um estudo quase experimental no qual foram analisados aspectos sociodemográficos dos alunos e foram aplicados um pré-teste e pós-teste para avaliar a eficácia da técnica em sala de aula. Utilizou-se uma amostra intencional com um total de  $N = 178$  alunos pertencentes às disciplinas cálculo diferencial e integral dos anos de 2016 a 2020. Os dados sociodemográficos dos alunos foram analisados com estatística descritiva utilizando o software estatístico SPSS Statistics versão 25 com o teste não paramétrico de Wilcoxon para amostras relacionadas e poder medir as melhorias, produto da aplicação da técnica. Os resultados do pré e pós-teste referem-se a diferenças e indicam que a aplicação da técnica em sala de aula “O Quebra-Cabeça” melhora significativamente o aprendizado do processo de derivação e integração. Os resultados deste estudo coincidem com outros trabalhos onde as estratégias didáticas melhoram a aprendizagem, além disso, essa técnica pode ser uma referência para ser aplicada em outras disciplinas e promover atividades desse tipo em sala de aula.

## Palavras-chave

ensino em sala de aula; cálculo; aprendizagem baseada em jogos; estratégias de ensino; aprendizagem colaborativa

## Introducción

El aprendizaje colaborativo (AC), el aprendizaje activo (AA), las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) y el aprendizaje basado en juegos (ABJ) son estrategias que tienen gran impacto en el aula, como se indica en Troussas y Virvou (2020): “El AC asistido por computadora se ocupa de la interacción entre los alumnos para trabajar en grupos y cómo la colaboración y la tecnología facilitan el intercambio y la distribución de conocimientos entre ellos”. Además, se ha demostrado que el AA mejora el rendimiento de los estudiantes y debería ser más constante su uso en el aula, ya que es una actividad en la que se construye conocimiento y comprensión de las temáticas (Brame, 2019). Asimismo, el ABJ aporta a la práctica educativa y a su vez en la ampliación del conocimiento y las habilidades (König *et al.*, 2020). Cabe anotar que la aplicación de incentivos en el aula ha tenido un resultado significativo en la motivación de los estudiantes al aprendizaje (Rahimi *et al.*, 2021).

En el ámbito de las matemáticas, conviene destacar que el cálculo es una de las asignaturas más importantes en el estudio de las ingenierías, por sus aplicaciones reales en el desarrollo de modelos matemáticos enfocados en la sencillez y la precisión (Larson y Edwards, 2016). El cálculo combina elementos de las matemáticas como el álgebra y la geometría; ejemplo de ello es el proceso de derivación de una función en el que existen cuatro etapas fundamentales: la función original, reescribir, derivar y simplificar; del mismo modo, el proceso de integración indefinida coincide con la derivación en las etapas de reescribir y simplificar, siendo la integral original y el proceso de integrar las etapas restantes (Larson y Edwards, 2016).

El poco interés y desmotivación de estudiantes de ingeniería son una problemática

identificada en la enseñanza del cálculo, lo cual obliga al profesorado a estudiar diferentes estrategias que fortalezcan el aprendizaje. Complemento de lo anterior, el presente estudio cuasiexperimental tuvo como propósito evidenciar que la aplicación de estrategias didácticas como el rompecabezas mejora significativamente la comprensión del cálculo en estudiantes de ingeniería industrial. Asimismo, este trabajo pretendió: diseñar una plantilla digital con estructura de rompecabezas basada en las cuatro etapas de la derivación y la integración; del mismo modo, aplicar test (fase 1), brindar la instrucción a los estudiantes sobre la dinámica del ejercicio (fase 2) y, por último, aplicar un pretest y un postest mediado por el rompecabezas, con el fin de analizar los datos con estadística descriptiva e inferencial (fase 3).

## Antecedentes

A nivel mundial, en países como el Reino Unido, se presentan numerosos estudios en donde se muestra que juegos didácticos como el rompecabezas influyen, estimulan y motivan el aprendizaje (Hsu y Wang, 2018; Khamparia y Pandey, 2018). Sin embargo, además del juego, las TIC también cumplen la función de mejorar el aprendizaje y las habilidades matemáticas (García *et al.*, 2018). En los Países Bajos, el juego se integra al proceso creativo en la didáctica del aprendizaje para contribuir a la apropiación de conceptos y para la competitividad (Akin y Akin, 1998; McEnroe y Farris, 2020; Stefan *et al.*, 2019). Continuando en Europa, países como España apuntan al aprendizaje de las matemáticas con el uso de las TIC (Carvajal, 2019), no obstante, en Turquía el AA y AC son fundamentales en la enseñanza de este campo de estudio (Gay *et al.*, 2020). En el continente americano, se observa un claro manejo de estrategias didácticas; es posible encontrar estudios de implementación del juego para interiorizar el

conocimiento (Shawahna y Jaber, 2020), además de complementar el proceso creativo y el aprendizaje cooperativo en la enseñanza de las matemáticas (Seckel *et al.*, 2019). Del mismo modo, la aplicación de las TIC orientadas al modelo didáctico de aprendizaje (Cabrera y Vitale, 2019) y las estrategias lúdicas como el ABJ representan una influencia positiva en el razonamiento y la interiorización de los conceptos matemáticos (Medina y Delgado, 2020).

## Marco teórico o conceptual

### Aprendizaje basado en juegos (ABJ)

El ABJ es una estrategia educativa innovadora que motiva al estudiante a participar y trabajar en equipo (Hartt *et al.*, 2020), cuyo diseño ha de tener en cuenta los resultados de aprendizaje para que este sea más eficaz (Nadolny *et al.*, 2020). Así, el factor motivacional que constituye para los universitarios el tener un ambiente formativo agradable y divertido estimula el aprendizaje significativo (Whitton y Langan, 2019). También, con estudios como el realizado por López-Fernández *et al.* (2021), en el que se compara la aplicación del aprendizaje tradicional en un grupo y del ABJ en otro, se mostró que ambos métodos permitieron una adecuada apropiación del conocimiento, aunque en el ABJ el factor determinante fue la motivación del estudiante (López-Fernández *et al.*, 2021). Esta estrategia educativa también ayuda a comprender conceptos en el área matemática (Trouche *et al.*, 2019; Wijaya *et al.*, 2021); o al aplicarse torneos útiles para evaluar el conocimiento de los estudiantes y mejorar sus calificaciones en cursos matemáticos (Dziob *et al.*, 2018). Sin duda, como se analiza en Shute *et al.* (2021), las adaptaciones del juego educativo en el aula muestran mejoras significativas en las calificaciones, y en el análisis es importante incluir parámetros como el género y la etnia de los estudiantes. Así, el juego ha incursionado, no solo en la educación, sino también en la industria, en la que se han obtenido favorables resultados y experiencias representativas, como las temáticas de la industria 4.0 (Mortensen *et al.*, 2018).

### Aprendizaje basado en juegos digitales (ABJD)

La adaptación de nuevos juegos educativos digitales a las condiciones de aprendizaje de cada estudiante mejora los resultados formativos (Jafari y Abdollahzade, 2019; Kapon *et al.*, 2019); sumado a esto, el aprendizaje lúdico también es significativo en el nivel universitario (Manzano-León *et al.*, 2021). En la implementación de estas estrategias es importante tener en cuenta las actitudes y habilidades psicocognitivas de los participantes (Bontchev *et al.*, 2018). Sin embargo, estudios experimentales analizan el ABJD no solo desde su efectividad, sino también respecto de las variables y los contextos que motivan a los participantes a entrenarse con metodologías basadas en juegos (All *et al.*, 2021). Otro concepto para tener en cuenta en el ABJD, que ha tenido impactos positivos

en el aprendizaje, es la competencia en el juego, ya que este factor apoya el aprendizaje en diferentes áreas, como las matemáticas y las ciencias (Chen *et al.*, 2020). Además de incluir los logros y la motivación en este proceso, que permiten mejores resultados en las matemáticas, se debe respaldar con una adecuada base teórica (Es-Sajjade y Paas, 2020). La implementación del ABJD evidencia mejoras en las calificaciones posteriores de los estudiantes (Huang *et al.*, 2020; Kiili *et al.*, 2018), permite identificar necesidades educativas, mejorar la retención y persistencia del estudiante (Turner *et al.*, 2018), mejorar el rendimiento y la actitud educativa, tanto en estudiantes con altos saberes previos como en los de bajos saberes previos (Hooshyar *et al.*, 2021); además, ayuda a los docentes identificar errores en la comprensión de los temas y posiblemente a tener una mayor comprensión (López-Fernández *et al.*, 2021).

### Aprendizaje colaborativo (AC)

Sung y Hwang (2018) abordan la mejora y efectividad del proceso educativo con la implementación de juegos digitales apoyados en el AC, el compromiso y análisis del comportamiento en la resolución de problemas. No obstante, aunque estudios como el de RUIPÉREZ-VALIENTE y KIM (2020), mencionan que los juegos digitales aplicados en matemáticas reflejan resultados relevantes en el aprendizaje de niños y adolescentes, es de gran importancia seguir explorando cómo aplicar estas estrategias de forma efectiva, ya que en su trabajo, al integrar los juegos digitales en el aula se obtuvieron mejores resultados cuando los estudiantes aplicaron la estrategia de forma individual que cuando lo hicieron de forma colaborativa. Por el contrario, en el estudio de TING *et al.* (2019), se muestra cómo el AA por medio del AC basado en juegos mejora significativamente la comprensión conceptual en el

cálculo diferencial. Asimismo, se evidencia que el aprendizaje en equipo mejora los resultados en la educación matemáticas (Ardiyani, 2018; Lewis *et al.*, 2021). Los estudiantes universitarios en el área de matemáticas resaltan el uso del AC y la aplicación de tecnologías en la enseñanza (Hall *et al.*, 2020), ya que son técnicas que fortalecen y han tenido impacto positivo en el aprendizaje universitario (Trousas *et al.*, 2020).

### Aprendizaje activo (AA)

La implementación del AA en el aula tiene un impacto positivo tanto en los resultados de aprendizaje y la participación de los estudiantes como en las metodologías de los profesores que fortalecen el aprendizaje de los estudiantes (Talbert y Mor-Avi, 2019). Además, este enfoque se complementa muy bien con el uso de herramientas tecnológicas en el aula, al influir en una mayor participación de los estudiantes (Caserta *et al.*, 2021). Del mismo modo, el AA ha incursionado en la enseñanza de la robótica (Taylor *et al.*, 2021), en la ingeniería aeroespacial como factor integrante de la motivación, que ayuda a mejorar el rendimiento académico (López-Fernández *et al.*, 2019), al igual que en los programas de formación de profesores, donde se evidencian experiencias exitosas en la enseñanza (Lerum *et al.*, 2021).

### Aprendizaje mediado por las TIC

En la actualidad, el uso de las TIC en el aula no solo mejora la enseñanza, sino que se considera una innovación educativa (Backfisch *et al.*, 2021); en el ámbito de la enseñanza de las matemáticas, facilita el aprendizaje (Delgado y Pérez, 2019; Medina *et al.*, 2019). Por ello, se resalta el estudio de Chen y Wu (2020), en el que la aplicación de las TIC con enfoque en enseñanza correctiva mejora las calificaciones en pruebas matemáticas. Igualmente, el uso

de las TIC apoyadas en el juego tiene influencia positiva en la motivación y los resultados de la evaluación en las matemáticas (Pratiwi y Istiyowati, 2020), además, esta estrategia en combinación con el juego de roles (Doğantan, 2020), el AC y el aprendizaje invertido (Zheng *et al.*, 2020), fortalecen la formación. Se destaca el estudio de Nousiainen *et al.* (2018), que aborda las dificultades de los profesores al diseñar y aplicar una estrategia de aprendizaje mediada por las TIC en el aula teniendo como limitante, en muchas ocasiones, la poca competencia en el uso de herramientas digitales, lo cual implica un proceso educativo de prueba y error sin los mejores resultados. De ahí la importancia de fortalecer los conocimientos, las habilidades y las actitudes de los profesores en la aplicación de estas estrategias. Por consiguiente, es necesario el entrenamiento de los docentes en tecnologías educativas que permitan una innovación formativa (Silva *et al.*, 2020).

## Metodología

Es un estudio de tipo cuasiexperimental, con enfoque cualitativo-cuantitativo. Se utilizó una estrategia de ABID con la implementación de un rompecabezas en el aula, para el proceso de derivación e integración indefinida. En el proceso de completar un rompecabezas se debe tener en cuenta el sentido de las fichas, ya que cada una aporta indicaciones para colocar la siguiente ficha y al final forman una estructura completa. Además, el rompecabezas permite el aprendizaje colaborativo ya que los estudiantes pueden interactuar con sus compañeros (Schippers y Scheepers, 2020). Para el experimento se formaron tres grupos en cada asignatura con su respectivo estudiante líder, luego en reunión con el docente tutor se explicaron las reglas de juego del rompecabezas para su posterior ejecución (figura 1). Finalmente, para la medición de la estrategia se aplicó un pretest y postest sobre las propiedades básicas de la derivación e integración y se analizaron los resultados estadísticamente con una prueba no paramétrica.



Figura 1. Flujograma actividad del rompecabezas

Fuente: elaboración propia.

Nota: el grupo conformado por líderes recibe la instrucción del tutor, luego en su grupo de rompecabezas resuelven el ejercicio.

## Lugar de estudio

Este estudio fue realizado en la sede norte de la Fundación Universitaria de Popayán (FUP), en el programa de Ingeniería Industrial. Esta sede, llamada también sede Alvaro

Ulcué Chocué, está ubicada en el norte del departamento del Cauca en el municipio de Santander de Quilichao (FUP, 2018), cuyas coordenadas geográficas son  $3^{\circ} 00' 19''$  N  $76^{\circ} 29' 14''$  W según la aplicación Google Earth (figura 2).

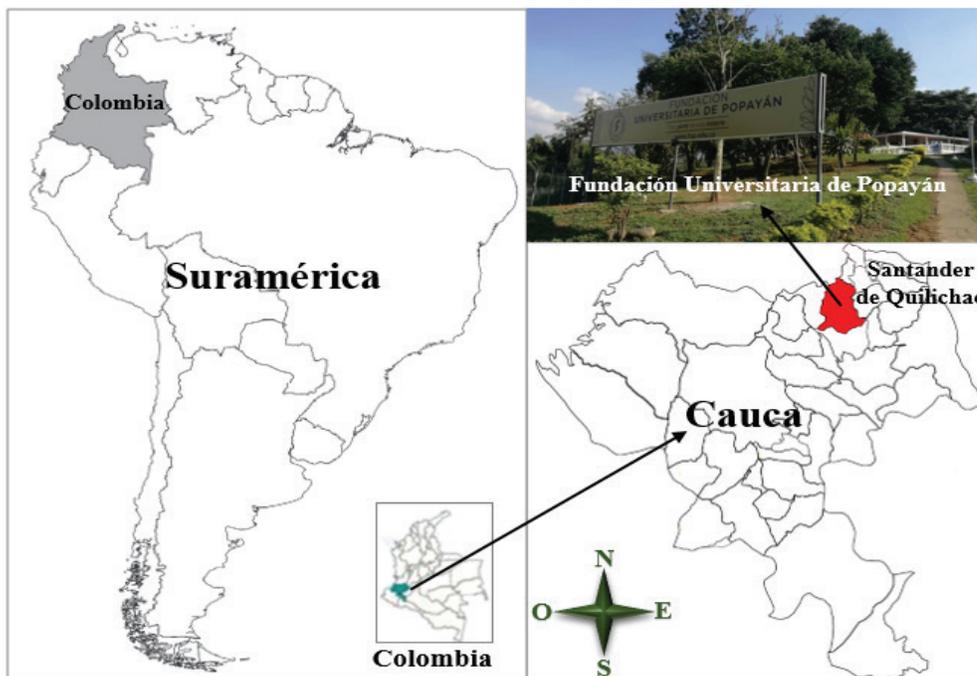


Figura 2. Mapas de Sudamérica, Colombia, el departamento del Cauca y el municipio de Santander de Quilichao con la ubicación de la Fundación Universitaria de Popayán sede norte

Fuente: adaptado de Secretaría de Educación y Cultura (s. f.); Montoya (2014); y SaludCauca (2020).

## Participantes

Se utilizó un muestreo intencional no probabilístico, ya que es apropiado y confiable en este tipo de estudios cuasiexperimentales (Campbell *et al.*, 2020). El total de participantes fue de 178 ( $N = 178$ ), correspondientes a 70 estudiantes de la asignatura Cálculo Diferencial y 108 de Cálculo Integral. Estos estudiantes son los inscritos a las dos asignaturas durante los años 2016 al 2020, a los cuales se les aplicó la estrategia de ABJD por medio del rompecabezas.

## Diseño metodológico y medición

### Fase 1

Se diseñó un rompecabezas por medio de una plantilla digital con la aplicación Power Point (Microsoft Office). El instrumento consta de cuatro columnas que definen las estrategias para resolver las derivadas e integrales indefinidas, diez filas que definen la cantidad de ejercicios para resolver, por lo tanto, el rompecabezas está formado por cuarenta piezas, donde se muestran diez ejercicios con su respectiva solución (figura 3).

| Estrategia didáctica: Rompecabezas |            |         |             |        | TEMA: DERIVACIÓN                                 |   |  |                               |  |
|------------------------------------|------------|---------|-------------|--------|--|---|--|-------------------------------|--|
| FUNCIÓN ORIGINAL                   | REESCRIBIR | DERIVAR | SIMPLIFICAR | FICHAS |  |   |  |                               |  |
| A                                  | 1          | 2       | 3           | 4      | $y = \frac{5}{8}x^{-3} + 2 \cos x$               | $y' = 126x$                             | $y' = \frac{-15}{8x^4} - 2 \sin x$                 |                               |  |
| B                                  | 5          | 6       | 7           | 8      | $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x}} + 3 \cos x$           | $f(x) = \sqrt[3]{x} + \sqrt{x}$         | $f(x) = \frac{1}{3}x^{-2/3} + \frac{1}{5}x^{-4/5}$ |                               |  |
| C                                  | 9          | 10      | 11          | 12     | $f(x) = \frac{1}{3x^{2/3}} + \frac{1}{5x^{4/3}}$ | $y' = \frac{5}{8}(-3x^{-4})$            | $y = \frac{7}{(3x)^{-2}}$                          | $y = \frac{\sqrt{x}}{x}$      |  |
| D                                  | 13         | 14      | 15          | 16     | $f(x) = \frac{-2}{3x^{5/3}} - 3 \sin x$          | $f(x) = x^{1/2} - 6x^{2/3}$             | $y' = -\frac{15}{8x^4}$                            |                               |  |
| E                                  | 17         | 18      | 19          | 20     | $y' = \frac{-9}{8}x^{-4}$                        | $y' = 63(2x)$                           | $f(x) = \sqrt{x} - 6\sqrt[3]{x}$                   |                               |  |
| F                                  | 21         | 22      | 23          | 24     | $y' = \frac{14x}{3}$                             | $f(x) = x^{1/3} + x^{1/5}$              | $f(x) = \frac{1}{2}x^{-1/2} + 2x^{-2/3}$           | $y' = -\frac{9}{8x^4}$        |  |
| G                                  | 25         | 26      | 27          | 28     | $y = \frac{5}{(2x)^3}$                           | $y' = \frac{5}{8}(-3)x^{-4} - 2 \sin x$ | $y' = \frac{7}{3}(2x)$                             | $y' = -\frac{1}{2x^{3/2}}$    |  |
| H                                  | 29         | 30      | 31          | 32     | $f(x) = 2x^{-1/3} + 3 \cos x$                    | $f(x) = \frac{-3}{2}x^{-7/4}$           | $y = \frac{7}{3x^{-2}}$                            | $y = \frac{3}{(2x)^3}$        |  |
| I                                  | 33         | 34      | 35          | 36     | $y = 63(x^2)$                                    | $f(x) = \frac{-2}{3}x^{4/3} - 3 \sin x$ | $y' = -\frac{1}{2}x^{-3/2}$                        | $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x^3}}$ |  |
| J                                  | 37         | 38      | 39          | 40     | $y = \frac{7}{3}(x^2)$                           | $y = \frac{3}{8}x^{-3}$                 | $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{2}{x^{2/3}}$   | $y = \frac{5}{8}(x^{-3})$     |  |
|                                    |            |         |             |        | $y = \frac{5}{(2x)^3} + 2 \cos x$                | $y = x^{-1/2}$                          | $f(x) = \frac{-3}{2x^{7/4}}$                       | $f(x) = 2x^{-3/4}$            |  |

| Estrategia didáctica: Rompecabezas |            |          |             |        | TEMA: INTEGRACIÓN INDEFINIDA                                      |  |   |   |  |
|------------------------------------|------------|----------|-------------|--------|---|--|---|---|--|
| INTEGRAL ORIGINAL                  | REESCRIBIR | INTEGRAR | SIMPLIFICAR | FICHAS |   |  |   |   |  |
| A                                  | 1          | 2        | 3           | 4      | $\frac{x^{3/2}}{3/2} + \frac{1}{2} \frac{x^{1/2}}{1/2} + C$       | $\frac{x^{-3}}{-3} + C$                                  | $\frac{3}{5}x^{5/3} + C$                                | $-\frac{2}{\sqrt{x}} + C$                 |  |
| B                                  | 5          | 6        | 7           | 8      | $\frac{x^{3/2}}{3/2} + \frac{x^{1/2}}{1/2} + C$                   | $\frac{1}{2} \frac{(x^{-2})}{(-2)} + C$                  | $\frac{1}{2} \int x^{-3} dx$                            | $\frac{x^{5/3}}{5/3} + C$                 |  |
| C                                  | 9          | 10       | 11          | 12     | $\int \frac{x+1}{\sqrt{x}} dx$                                    | $2(-\cos x) + C$   | $\frac{2}{3}x^{3/2} + x^{1/2} + C$                      | $\int x^{2/3} dx$                         |  |
| D                                  | 13         | 14       | 15          | 16     | $\int (t^2 + 1)^2 dt$   | $\int (t^4 + 2t^2 + 1) dt$                               | $\frac{-1}{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} + C$      | $\int \frac{1}{2x^3} dx$                  |  |
| E                                  | 17         | 18       | 19          | 20     | $\frac{x^{-1}}{-1} - \frac{2x^{-2}}{-2} - \frac{3x^{-3}}{-3} + C$ | $-2 \cos x + C$  | $2 \int \sen x dx$                                      | $\int \frac{1}{x^4} dx$                   |  |
| F                                  | 21         | 22       | 23          | 24     | $\int (x^{1/2} + \frac{1}{2}x^{-1/2}) dx$                         | $-\frac{1}{4x^2} + C$                                    | $\int (x^2 + 2x^3 - 3x^{-1}) dx$                        | $\int \sqrt[3]{x^2} dx$                   |  |
| G                                  | 25         | 26       | 27          | 28     | $\frac{x^{7/3}}{7/3} - 4 \left( \frac{x^{4/3}}{4/3} \right) + C$  | $\frac{x^{-1/2}}{-1/2} + C$                              | $\int \frac{x^2 + 2x - 3}{x^4} dx$                      | $\int x^{-4} dx$                          |  |
| H                                  | 29         | 30       | 31          | 32     | $\int \sqrt[3]{x(x-4)} dx$  | $\frac{t^5}{5} + 2 \left( \frac{t^3}{3} \right) + t + C$ | $-\frac{1}{3x^3} + C$                                   | $\frac{1}{5}t^5 + \frac{2}{3}t^3 + t + C$ |  |
| I                                  | 33         | 34       | 35          | 36     | $\int (x^{4/3} - 4x^{1/3}) dx$                                    | $\int 2 \sen x dx$                                       | $\int x^{-3/2} dx$                                      | $\frac{3}{7}x^{4/3}(x-7) + C$             |  |
| J                                  | 37         | 38       | 39          | 40     | $\frac{2}{3}x^{3/2} + 2x^{1/2} + C$                               | $\int (x^{1/2} + x^{-1/2}) dx$                           | $\int \left( \sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) dx$ | $\int \frac{1}{x\sqrt{x}} dx$             |  |

Figura 3. Plantillas del rompecabezas para la derivación e integración indefinida

Se muestran dos plantillas de cuarenta fichas cada una con sus respectivos espacios para ubicarlas en sentido lógico conforme al proceso de derivación e integración indefinida.

Fuente: elaborado con base en los datos de Larson y Edwards (2016).

En cuanto al pretest y postest, se diseñó un cuestionario con cuatro aspectos sociodemográficos y cinco ejercicios referentes a cada tema; se utilizó la misma prueba para el pretest y el postest (figura 4). La ejecución de estas pruebas,

de manera análoga, tuvo cuatro momentos: clase magistral para conceptualizar los temas,

pretest, estrategia del rompecabezas y, por último, el postest.

| A Nombre del estudiante: _____                                  |                      |                      |                      | B Nombre del estudiante: _____                                  |                      |                      |                      |
|---|----------------------|----------------------|----------------------|---|----------------------|----------------------|----------------------|
| <i>Aspectos sociodemográficos:</i>                              |                      |                      |                      | <i>Aspectos sociodemográficos:</i>                              |                      |                      |                      |
| a.) Género: Masculino _____ Femenino _____                      |                      |                      |                      | a.) Género: Masculino _____ Femenino _____                      |                      |                      |                      |
| b.) Procedencia: _____  |                      |                      |                      | b.) Procedencia: _____  |                      |                      |                      |
| c.) Zona: Urbana _____ Rural _____                              |                      |                      |                      | c.) Zona: Urbana _____ Rural _____                              |                      |                      |                      |
| d.) Estrato: Bajo-bajo(1) _____ Bajo (2) _____ Medio-bajo _____ |                      |                      |                      | d.) Estrato: Bajo-bajo(1) _____ Bajo (2) _____ Medio-bajo _____ |                      |                      |                      |
| Función original  | Reescriba            | Derive               | Simplifique          | Integral original   | Reescribir           | Integrar             | Simplificar          |
| 1. $y = \frac{5x^2 - 3}{4}$                                     | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | 1. $\int \sqrt[3]{x} dx$  | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> |
| 2. $y = \frac{6}{7x^2}$   | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | 2. $\int \frac{1}{4x^2} dx$                                     | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> |
| 3. $y = \frac{10}{3x^3}$  | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | 3. $\int \frac{1}{x\sqrt{x}} dx$                                | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> |
| 4. $y = \frac{4x^{3/2}}{x}$                                     | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | 4. $\int \frac{1}{(3x)^2} dx$                                   | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> |
| 5. $y = \frac{2x}{x^{1/3}}$                                     | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | 5. $\int \left(-\frac{6}{x^4}\right) dx$                        | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> |

Figura 4. Pretest y postest para la asignatura Cálculo Diferencial e Integral

Se muestran el pretest y postest: (A) Cálculo Diferencial, (B) Cálculo Integral.

Fuente: elaboración propia, con base en los datos de Larson y Edwards (2016).

## Fase 2

Para la instrucción sobre la dinámica del juego y su ejecución, se establecieron en las asignaturas tres grupos para la aplicación de la estrategia, los cuales tendrán la plantilla digital (rompecabezas) en una computadora portátil. Los estudiantes podrán disponer de una hoja en blanco y un lápiz para realizar operaciones. Cada grupo de rompecabezas debe analizar la tabla con su líder, quien, previo debate sobre el contenido del tema en reunión de líderes, será el tutor del grupo e impulsor para que salgan adelante como equipo. El grupo ganador será el que complete el rompecabezas, de manera adecuada, en el menor tiempo (duración máxima 30 minutos); además, tendrá un incentivo académico de 0,5 décimas en la nota definida de la asignatura.

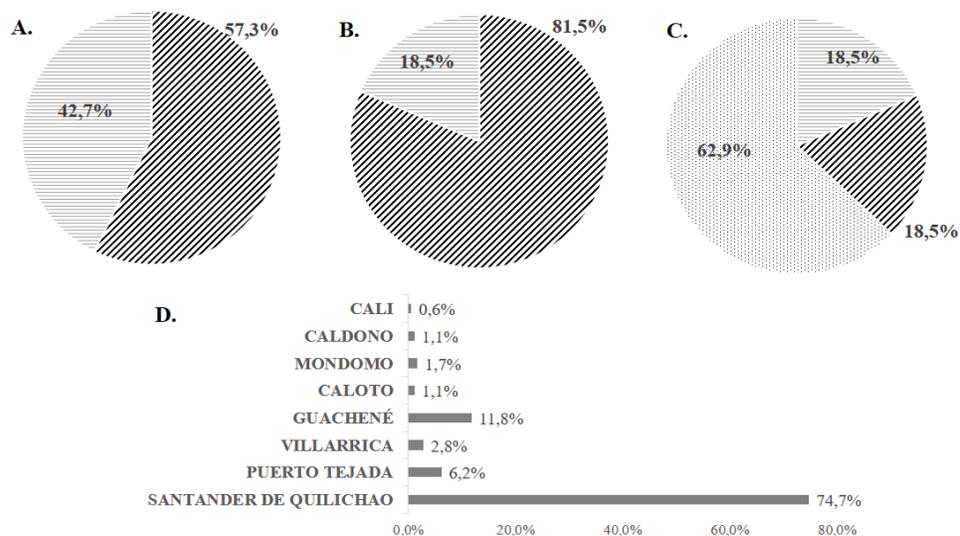
Al final, se realizará la retroalimentación de la actividad e intervenciones de los grupos. Igualmente, los estudiantes tendrán la oportunidad de enviar las reflexiones de la actividad vía correo electrónico al docente.

## Fase 3

Los datos sociodemográficos se compararon de forma descriptiva con frecuencias porcentuales y luego se contrastaron con el pretest y el postest. La identificación de diferencias significativas entre el pretest y postest e impacto de la actividad el rompecabezas se realizó por medio de una prueba no paramétrica de Wilcoxon para muestras relacionadas, una vez verificada la normalidad de los datos. En los procesos anteriores se utilizó el software IBM spss Statistics, versión 25.

## Resultados y análisis

La aplicación del pretest y postest se usó para recolectar información sociodemográfica de los estudiantes de las asignaturas Cálculo Diferencial e Integral, donde la mayoría (74,7 %) es procedente de Santander de Quilichao, el 85,5 % están ubicados en zona urbana y el 62,9 % es de estrato medio-bajo (gráfica 1). Posteriormente, estos datos sirvieron para realizar un análisis comparativo entre los grupos y sus calificaciones antes y después de la aplicación del rompecabezas.



Gráfica 1. Aspectos sociodemográficos de los estudiantes

Análisis descriptivo de los aspectos sociodemográficos: (A) género: femenino (trama gris), masculino (trama negra); (B) zona: rural (trama gris), urbana (trama negra); (C) estrato: bajo-bajo (trama gris), bajo (trama negra), medio-bajo (trama gris punteada); y (D) procedencia.

La prueba de Wilcoxon para muestras relacionadas se analizó en comparación con aspectos sociodemográficos de los estudiantes, como el género, la procedencia, la zona y el estrato (Tabla 1). En este sentido, la revisión de la eficacia del rompecabezas en contraste con estos aspectos tuvo mejoras significativas ( $p < 0,05$ ) entre las calificaciones del pretest y postest en el grupo de estudiantes procedente de Santander de Quilichao con las siguientes características: (a) ambos géneros, zona urbana, estrato medio-bajo y pertenecientes a las dos asignaturas; (b) ambos géneros, zona rural, estrato bajo-bajo y de la asignatura Cálculo Diferencial; (c) género masculino, zona rural, estrato bajo-bajo y de la asignatura Cálculo Integral. Con la misma mejora significativa, los grupos de estudiantes procedentes de los municipios de Puerto Tejada y Guachené de género femenino, zona urbana, estrato bajo y de la asignatura Cálculo Integral. Las otras interacciones de variables sociodemográficas con los resultados del pretest y postest no demuestran diferencias significativas ( $p > 0,05$ ).

Tabla 1. Prueba no paramétrica de Wilcoxon para el pretest y postest con variables sociodemográficas

| Zona             | Estrato                     | Género                      | Asignatura                  | Procedencia                 | Estadísticos de prueba <sup>a</sup> | Postest - Pretest   |
|------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-------------------------------------|---------------------|
| Urbano           | Bajo                        | Masculino                   | Cálculo Diferencial         | Villarrica                  | Z                                   | -1,342 <sup>b</sup> |
|                  |                             |                             |                             |                             | Sig. asintótica (bilateral)         | 0,180               |
|                  |                             |                             | Guachené                    | Z                           | -1,826 <sup>b</sup>                 |                     |
|                  |                             |                             |                             | Sig. asintótica (bilateral) | 0,068                               |                     |
|                  |                             |                             | Cálculo Integral            | Puerto Tejada               | Z                                   | -1,604 <sup>b</sup> |
|                  |                             |                             |                             | Sig. asintótica (bilateral) | 0,109                               |                     |
|                  | Guachené                    | Z                           | -1,633 <sup>b</sup>         |                             |                                     |                     |
|                  |                             | Sig. asintótica (bilateral) | 0,102                       |                             |                                     |                     |
|                  | Medio-bajo                  | Femenino                    | Cálculo Diferencial         | Guachené                    | Z                                   | -1,342 <sup>b</sup> |
|                  |                             |                             |                             |                             | Sig. asintótica (bilateral)         | 0,180               |
|                  |                             |                             | Cálculo Integral            | Puerto Tejada               | Z                                   | -2,207 <sup>b</sup> |
|                  |                             |                             |                             | Sig. asintótica (bilateral) | 0,027                               |                     |
| Guachené         |                             |                             | Z                           | -2,379 <sup>b</sup>         |                                     |                     |
|                  |                             |                             | Sig. asintótica (bilateral) | 0,017                       |                                     |                     |
| Medio-bajo       | Masculino                   | Cálculo Diferencial         | Santander de Quilichao      | Z                           | -3,942 <sup>b</sup>                 |                     |
|                  |                             |                             |                             | Sig. asintótica (bilateral) | 0,000                               |                     |
|                  | Cálculo Integral            | Santander de Quilichao      | Z                           | -5,848 <sup>b</sup>         |                                     |                     |
|                  |                             | Sig. asintótica (bilateral) | 0,000                       |                             |                                     |                     |
|                  | Femenino                    | Cálculo Diferencial         | Santander de Quilichao      | Z                           | -3,736 <sup>b</sup>                 |                     |
|                  |                             |                             | Sig. asintótica (bilateral) | 0,000                       |                                     |                     |
| Cálculo Integral | Santander de Quilichao      | Z                           | -4,202 <sup>b</sup>         |                             |                                     |                     |
|                  | Sig. asintótica (bilateral) | 0,000                       |                             |                             |                                     |                     |
| Rural            | Bajo-bajo                   | Masculino                   | Cálculo Diferencial         | Santander de Quilichao      | Z                                   | -2,214 <sup>b</sup> |
|                  |                             |                             |                             |                             | Sig. asintótica (bilateral)         | 0,027               |
|                  |                             |                             | Mondomo                     | Z                           | -1,342 <sup>b</sup>                 |                     |
|                  |                             |                             |                             | Sig. asintótica (bilateral) | 0,180                               |                     |
|                  |                             |                             | Cálculo Integral            | Santander de Quilichao      | Z                                   | -2,375 <sup>b</sup> |
|                  |                             |                             |                             | Sig. asintótica (bilateral) | 0,018                               |                     |
|                  | Guachené                    | Z                           | -1,342 <sup>b</sup>         |                             |                                     |                     |
|                  |                             | Sig. asintótica (bilateral) | 0,180                       |                             |                                     |                     |
|                  | Bajo-bajo                   | Femenino                    | Cálculo Diferencial         | Santander de Quilichao      | Z                                   | -2,371 <sup>b</sup> |
|                  |                             |                             |                             |                             | Sig. asintótica (bilateral)         | 0,018               |
|                  |                             |                             | Cálculo Integral            | Santander de Quilichao      | Z                                   | -1,342 <sup>b</sup> |
|                  |                             |                             |                             | Sig. asintótica (bilateral) | 0,180                               |                     |
| Guachené         |                             |                             | Z                           | -1,342 <sup>b</sup>         |                                     |                     |
|                  |                             |                             | Sig. asintótica (bilateral) | 0,180                       |                                     |                     |

Nota: Evidencia la prueba no paramétrica de muestras relacionadas aplicada al pretest y postest comparando variables sociodemográficas. a. Prueba de rangos con signo de Wilcoxon. b. Se basa en rangos negativos.

Fuente: elaboración propia.

Los resultados de la técnica de aula Rompecabezas, sin tener en cuenta agrupaciones con aspectos sociodemográficos, pero sí la totalidad de la muestra, dejan ver diferencias significativas ( $p < 0,05$ ) entre puntuaciones del pretest y posttest en la prueba estadística no paramétrica utilizada, lo cual evidencia mejoras a nivel global en el aprendizaje de los estudiantes (Tabla 2).

Tabla 2. Prueba no paramétrica de Wilcoxon para el pretest y posttest

|                       |                  | Rangos           |                |                | Prueba de rangos con signo de Wilcoxon |                      |
|-----------------------|------------------|------------------|----------------|----------------|--|----------------------|
|                       |                  | N                | Rango promedio | Suma de rangos | Posttest-pretest                       |                      |
| Posttest-pretest      | Rangos negativos | 0 <sup>a</sup>   | 0,00           | 0,00           |  |                      |
|                       | Rangos positivos | 172 <sup>b</sup> | 86,50          | 14878,00       | Z                                      | -11,392 <sup>d</sup> |
|                       | Empates          | 6 <sup>c</sup>   |                |                | Sig. asintótica (bilateral)            | 0,000                |
|                       | Total            | 178              |                |                | d. Se basa en rangos negativos.        |                      |
| a. Posttest < Pretest |                  |                  |                |                |  |                      |
| b. Posttest > Pretest |                  |                  |                |                | Media pretest: 2,409                   |                      |
| c. Posttest = Pretest |                  |                  |                |                | Media posttest: 4,284                  |                      |

Nota: prueba estadística no paramétrica considerando el total de la muestra seleccionada.

Fuente: elaboración propia.

Es un estudio innovador ya que aplica el ABJD, con el apoyo de un rompecabezas, mejorando la comprensión del cálculo, siendo esta área, fundamental en la formación de los ingenieros. Asimismo, integrar el aprendizaje colaborativo a esta estrategia didáctica, con la finalidad de promover el trabajo en equipo. Por otro lado, el establecimiento de incentivos en el aula, es un factor determinante en la motivación a la apropiación del conocimiento, como lo menciona Rahimi *et al.* (2021). Este concepto sirvió como apoyo al éxito del presente experimento aplicado a estudiantes de ingeniería industrial, que sirvió para aumentar los resultados en el aprendizaje del cálculo, como se ha demostrado también en Medina *et al.* (2019) y Chen y Wu (2020).

Este estudio tuvo resultados equivalentes a los alcanzados por Bontchev *et al.* (2018), Dziob *et al.* (2018), Hsu y Wang (2018), Kiili *et al.* (2018), Chen y Wu (2020), Delgado y Pérez (2019), Medina *et al.* (2019), Pratiwi y Istiyowati (2020), Shawahna y Jaber (2020), All *et al.* (2021) y Hooshyar *et al.* (2021), referente a que los estudiantes mejoraron las calificaciones en la prueba posterior, al realizar una actividad de ABJD, además sirve para definir la pertinencia y confiabilidad de esta. Del mismo modo, la estrategia didáctica aplicada tiene similitud con los ejercicios realizados por Hsu y Wang (2018) y Bontchev *et al.* (2018), donde el instrumento aplicado en el aula fue un rompecabezas.

Los procedimientos del cálculo son relativamente complejos, aquí es donde entran en juego los saberes previos y las fortalezas numéricas que tengan los es-

tudiantes desde su formación en la secundaria. No obstante, este estudio tuvo un momento de reflexión de los estudiantes frente a la estrategia didáctica y el uso de la tecnología en el aula, considerando que son técnicas que deberían aplicarse con mayor frecuencia en la enseñanza de las matemáticas por parte de los docentes, tal cual se resalta en el estudio de Carvajal (2019).

El enfoque de este experimento pedagógico sirvió para contrastar aspectos sociodemográficos de los estudiantes entre los resultados de la estrategia aplicada. El uso de esta información demográfica fue consistente con los trabajos de Bontchev *et al.* (2018), Ting *et al.* (2019), Shawahna y Jaber (2020), Rahimi *et al.* (2021) y Backfisch *et al.* (2021), aunque en ellos fue tratada como información secundaria con estadística descriptiva, contrario al presente estudio, en donde en el análisis se tuvo en cuenta estadísticamente la eficacia de la estrategia del rompecabezas en los grupos de participantes.

## Conclusiones

Este estudio en la fase 1 de diseño logró superar las limitaciones del profesorado en lo referente a la construcción de instrumentos digitales y lo acercó más al fortalecimiento de sus áreas de competencias pedagógicas y creativas. En lo que respecta a la fase 2, de socialización de la estrategia, sumada a una clara y adecuada instrucción, esta tuvo un valor significativo en el factor motivacional de los estudiantes, que tuvo un resultado favorable en la actividad del rompecabezas. Finalmente, en la fase 3, el análisis de los datos demostró una buena fiabilidad en el pretest y postest, además de la efectividad de los rompecabezas en el aprendizaje.

Conviene señalar que los resultados del estudio reflejan que el diseño y uso de es-

trategias didácticas en el aula, como el ABJD, integrada al AA y el AC, fortalece la estructura metodológica del docente y enriquece la aplicación de instrumentos que apuntan al descubrimiento del conocimiento y la búsqueda constante de herramientas de aprendizaje con enfoque motivacional. Este trabajo revela cómo el desarrollo de estos sistemas de aprendizaje mejora las habilidades matemáticas en estudiantes de ingeniería; además, como la vinculación de aspectos sociodemográficos en estos análisis refleja las oportunidades de mejora por llevar a cabo en el ingreso potencial de un estudiante de ingeniería y poder fortalecer sus saberes previos.

Aunque los resultados demuestran que el rompecabezas mejora significativamente el aprendizaje de los estudiantes en las áreas de Cálculo Diferencial e Integral, se evidencia un mejor impacto en los estudiantes de estrato medio-bajo pertenecientes a la zona urbana, en los que, en todos los casos, la estrategia educativa trajo una mejora significativa en el aprendizaje del cálculo, con respecto al pretest y postest. Esta situación nos lleva a reflexionar cómo vienen preparados los estudiantes desde la secundaria y la fortaleza de los saberes previos en matemáticas, cuando estos pertenecen a estratos más bajos o son de la zona rural; aunque es una apreciación que no se puede generalizar, el presente estudio sugiere que este aspecto sí influyó en el resultado. En este sentido, es importante que los docentes mejoren sus competencias educativas y puedan implementar en el aula actividades de este tipo que evidentemente aumentan el rendimiento académico, la motivación y la apropiación del conocimiento. Para finalizar, este estudio podría servir en futuras investigaciones en donde se aplique la técnica de aula del rompecabezas en diferentes áreas del conocimiento, pero especialmente en las consideradas ciencias duras.

## Referencias

- Akin, Ö. y Akin, C. (1998). On the process of creativity in puzzles, inventions, and designs. *Automation in Construction*, 7(2-3), 123-138. [https://doi.org/10.1016/S0926-5805\(97\)00057-5](https://doi.org/10.1016/S0926-5805(97)00057-5)
- All, A., Castellar, E. N. P. y Van Looy, J. (2021). Digital game-based learning effectiveness assessment: Reflections on study design. *Computers & Education*, 167, 104-160. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2021.104160>
- Ardiyani, S. M. (2018). Realistic mathematics education in cooperative learning viewed from learning activity. *Journal on Mathematics Education*, 9(2), 301-310.
- Backfisch, I., Lachner, A., Stürmer, K. y Scheiter, K. (2021). Variability of teachers' technology integration in the classroom: A matter of utility! *Computers & Education*, 166, 104-159. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2021.104159>
- Bontchev, B., Vassileva, D., Aleksieva-Petrova, A. y Petrov, M. (2018). Playing styles based on experiential learning theory. *Computers in Human Behavior*, 85, 319-328. <https://doi.org/10.1016/j.chb.2018.04.009>
- Brame, C. J. (2019). Active learning: The student work that builds understanding. En *Science teaching essentials* (pp. 61-72). Academic Press. <https://doi.org/10.1016/b978-0-12-814702-3.00004-4>
- Cabrera, R. y Vitale, A. M. (2019). Modelo didáctico, con el uso de las TIC, para la formación matemática de ingenieros. *Publicaciones e Investigación*, 13(1), 95-101. <https://doi.org/10.22490/25394088.3265>
- Campbell, S., Greenwood, M., Prior, S., Shearer, T., Walkem, K., Young, S., Bywaters, D. y Walker, K. (2020). Purposive sampling: Complex or simple? Research case examples. *Journal of Research in Nursing*, 25(8), 652-661. <https://doi.org/10.1177/1744987120927206>.
- Carvajal, L. J., Covarrubias, J. M., González, J. D. J. y Uriza, J. J. (2019). Uso de tecnología en el aprendizaje de matemáticas universitarias. *Revista de Investigación en Tecnologías de la Información: RITI*, 7(13), 77-82.
- Caserta, S., Tomaiuolo, G. y Guido, S. (2021). Use of a smartphone-based student response system in large active-learning Chemical Engineering Thermodynamics classrooms. *Education for Chemical Engineers*, 36, 46-52. <https://doi.org/10.1016/j.ece.2021.02.003>
- Chen, C. H., Shih, C. C. y Law, V. (2020). The effects of competition in digital game-based learning (DGBL): A meta-analysis. *Educational Technology Research and Development*, 68(4), 1855-1873. <https://doi.org/10.1007/s11423-020-09794-1>
- Chen, C. L. y Wu, C. C. (2020). Students' behavioral intention to use and achievements in ICT-Integrated mathematics remedial instruction: Case study of a calculus course. *Computers & Education*, 145, 103740. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2019.103740>

- Delgado, J. R. y Pérez, M. A. (2019). Uso del aula virtual en el logro del aprendizaje significativo de la matemática en educación universitaria. *Emprende y Transforma*, 1(1), 53-62. <https://doi.org/10.33829/emprendeytransforma-0101-2019-53-62>
- Doğantan, E. (2020). An interactive instruction model design with role play technique in distance education: A case study in open education system. *Journal of Hospitality, Leisure, Sport and Tourism Education*, 27, 100268. <https://doi.org/10.1016/j.jhlste.2020.100268>
- Dziob, D., Kwiatkowski, L. y Sokolowska, D. (2018). Class tournament as an assessment method in physics courses: A pilot study. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 14(4), 1111-1132. <https://doi.org/10.29333/ejmste/81807>
- Es-Sajjade, A. y Paas, F. (2020). Educational theories and computer game design: Lessons from an experiment in elementary mathematics education. *Educational Technology Research and Development*, 68(5), 2685-2703. <https://doi.org/10.1007/s11423-020-09799-w>
- Fundación Universitaria de Popayán (FUP). (2018, 22 de junio). *Plan de Desarrollo 2018-2023*. Consultado el 1.º de febrero del 2021. <https://fup.edu.co/wp-content/uploads/2020/03/PLAN-DE-DESARROLLO-2018-2023.pdf>
- García, J. P., Astorga, M. A., Guiza, M., Marín, V. I., Vizcarra, L. E., Olguín, J. M. y Doolan, M. A. (2018). Instructional strategies and information technologies used for supporting the undergraduate mathematics teaching process: Scoping review protocol. *International Journal of Educational Research*, 90, 27-31. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2018.05.002>
- Gay, A. S., Barry, A. L., Rothrock, K. S. y Pelkey, M. M. (2020). Mathematics student teachers' views and choices about teaching and textbooks in middle and high school classrooms. *International Journal of Research in Education and Science*, 6(1), 120-132.
- Hall, J., Robinson, T., Flegg, J. y Wilkinson, J. (2020). First-year and final-year undergraduate students' perceptions of university mathematics departments. *Mathematics Education Research Journal*, 1-26. <https://doi.org/10.1007/s13394-020-00340-z>
- Hartt, M., Hosseini, H. y Mostafapour, M. (2020). Game on: Exploring the effectiveness of game-based learning. *Planning Practice and Research*, 35(5), 589-604. <https://doi.org/10.1080/02697459.2020.1778859>
- Hooshyar, D., Malva, L., Yang, Y., Pedaste, M., Wang, M. y Lim, H. (2021). An adaptive educational computer game: Effects on students' knowledge and learning attitude in computational thinking. *Computers in Human Behavior*, 114, 106575. <https://doi.org/10.1016/j.chb.2020.106575>
- Hsu, C.-C. y Wang, T.-I. (2018). Applying game mechanics and student-generated questions to an online puzzle-based game learning system to promote algorithmic thinking skills. *Computers & Education*, 121, 73-88. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2018.02.002>
- Huang, B. G., Yang, J. C. y Chen, S. Y. (2020). An investigation of the approaches for integrating learning materials and digital games: A prior ability perspective. *Universal Access in the Information Society*, 20, 57-68. <https://doi.org/10.1007/s10209-020-00710-1>
- Jafari, S. M. y Abdollahzade, Z. (2019). Investigating the relationship between learning style and game type in the game-based learning environment. *Education and*

*Information Technologies*, 24(5), 2841-2862. <https://doi.org/10.1007/s10639-019-09898-z>

- Kapon, S., Halloun, A. y Tabach, M. (2019). Incorporating a digital game into the formal instruction of algebra. *Journal for Research in Mathematics Education*, 50(5), 555-591. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.50.5.0555>
- Khamparia, A. y Pandey, B. (2018). Effects of visual map embedded approach on students learning performance using Briggs–Myers learning style in word puzzle gaming course. *Computers and Electrical Engineering*, 66, 531-540. <https://doi.org/10.1016/j.compeleceng.2017.12.041>
- Kiili, K., Moeller, K. y Ninaus, M. (2018). Evaluating the effectiveness of a game-based rational number training: In-game metrics as learning indicators. *Computers & Education*, 120, 13-28. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2018.01.012>
- König, N., Pfeiffer, A., Wernbacher, T. y Denk, N. (2020). Game-based learning research at the Danube University Krems' Center for Applied Game Studies. En *Rediscovering heritage through technology* (pp. 123-132). Springer.
- Larson, R. y Edwards, B. (2016). *Cálculo*. Cengage Learning.
- Lerum, Ø., Tjomsland, H. E., Leirhaug, P. E., McKenna, J., Quaramby, T., Bartholomew, J., Jenssen E. S., Smith A. D. y Resaland, G. K. (2021). The conforming, the innovating and the connecting teacher: A qualitative study of why teachers in lower secondary school adopt physically active learning. *Teaching and Teacher Education*, 105, 103434. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2021.103434>.
- Lewis, D., Clontz, S. y Estis, J. (2021). Team-based inquiry learning. *Primus*, 31(2), 223-238. <https://doi.org/10.1080/10511970.2019.1666440>
- López-Fernández, D., Ezquerro, J. M., Rodríguez, J., Porter, J. y Lapuerta, V. (2019). Motivational impact of active learning methods in aerospace engineering students. *Acta Astronautica*, 165, 344-354. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2019.09.026>
- López-Fernández, D., Gordillo, A., Alarcón, P. y Tovar, E. (2021). Comparing traditional teaching and game-based learning using teacher-authored games on computer science education. *IEEE Transactions on Education*, 1-7. <https://doi.org/10.1109/TE.2021.3057849>
- Manzano-León, A., Camacho-Lazarraga, P., Guerrero-Puerta, M. A., Guerrero-Puerta, L., Alias, A., Aguilar-Parra, J. M. y Trigueros, R. (2021). Development and validation of a questionnaire on motivation for cooperative playful learning strategies. *International Journal of Environmental Research and Public Health*, 18(3), 960. <https://doi.org/10.3390/ijerph18030960>
- McEnroe, D. y Farris, C. (2020). Using gaming as an active teaching strategy in nursing education. *Teaching and Learning in Nursing*, 15(1), 61-65. <https://doi.org/10.1016/j.teln.2019.09.002>

- Medina, L., Castro, J. y Juárez, S. (2019). Developing spatial mathematical skills through 3D tools: Augmented reality, virtual environments and 3D printing. *International Journal on Interactive Design and Manufacturing*, 13(4), 1385-1399. <https://doi.org/10.1007/s12008-019-00595-2>
- Medina, N. y Delgado, J. (2020). El crucigrama como estrategia para la enseñanza y aprendizaje de la matemática universitaria. *CienciAmérica*, 9(1), 11-33. <http://dx.doi.org/10.33210/ca.v9i1.243>
- Montoya, J. W. (2014). Bogotá, urbanismo posmoderno y la transformación de la ciudad contemporánea. *Revista de Geografía Norte Grande*, 57, 9-32.
- Mortensen, S. T., Nygaard, K. K. y Madsen, O. (2019). Outline of an industry 4.0 awareness game. *Procedia Manufacturing*, 31, 309-315. <https://doi.org/10.1016/j.promfg.2019.03.049>
- Nadolny, L., Valai, A., Cherrez, N. J., Elrick, D., Lovett, A. y Nowatzke, M. (2020). Examining the characteristics of game-based learning: A content analysis and design framework. *Computers & Education*, 156, 103936. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2020.103936>
- Nousiainen, T., Kangas, M., Rikala, J. y Vesisenaho, M. (2018). Teacher competencies in game-based pedagogy. *Teaching and Teacher Education*, 74, 85-97. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2018.04.012>
- Pratiwi y Istiyowati L. S. (2020). Simulation and games-based learning model for learning math in higher education. *Universal Journal of Educational Research*, 8(9A), 16-20. <https://doi.org/10.13189/ujer.2020.082003>
- Rahimi, S., Shute, V., Kuba, R., Dai, C. P., Yang, X., Smith, G. y Fernández, C. A. (2021). The use and effects of incentive systems on learning and performance in educational games. *Computers & Education*, 165, 104135. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2021.104135>
- Ruipérez-Valiente, J. A. y Kim, Y. J. (2020). Effects of solo vs. collaborative play in a digital learning game on geometry: Results from a K12 experiment. *Computers & Education*, 159, 104008. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2020.104008>
- Schippers, M. C. y Scheepers, A. W. (2020). Individual motivation, team learning, and performance in collaborative academic contexts. En *Individual motivation within groups* (pp. 81-108). Academic Press. <https://doi.org/10.1016/b978-0-12-849867-5.00003-3>
- Seckel, M. J., Breda, A., Sánchez, A. y Font, V. (2019). Criterios asumidos por profesores cuando argumentan sobre la creatividad matemática. *Educação e Pesquisa*, 45, e211926. <https://doi.org/10.1590/s1678-4634201945211926>
- Secretaría de Educación y Cultura. (s. f.). *Mapa político del departamento del Cauca*. <http://sedcauca.gov.co/la-secretaria/dependencias/planeacion-educativa/mapa-del-cauca/>
- Secretaría de Salud del Cauca-SaludCauca. (2020, 2 de abril). *Boletín Epidemiológico 1.º Trimestre 2020*. [https://saludcauca.gov.co/docs/Boletin\\_epidemiol%C3%B3gico\\_ETV\\_Primer\\_Trimestre\\_2020.pdf](https://saludcauca.gov.co/docs/Boletin_epidemiol%C3%B3gico_ETV_Primer_Trimestre_2020.pdf)
- Shawahna, R. y Jaber, M. (2020). Crossword puzzles improve learning of Palestinian nursing students about pharmacology of epilepsy: Results of a randomized controlled study. *Epilepsy and Behavior*, 106, 107024. <https://doi.org/10.1016/j.yebeh.2020.107024>
- Shute, V., Rahimi, S., Smith, G., Ke, F., Almond, R., Dai, C. P., Kuba R., Liu Z., Yang X. y Sun, C. (2021). Maximizing learning without sacrificing the fun: Stealth assessment, adap-

tivity and learning supports in educational games. *Journal of Computer Assisted Learning*, 37(1), 127-141. <https://doi.org/10.1111/jcal.12473>

Silva, J. B., Silva, I. N. y Bilessimo, S. M. S. (2020). Technological structure for technology integration in the classroom, inspired by the maker culture. *Journal of Information Technology Education: Research*, 19, 167-204. <https://doi.org/10.28945/4532>

Stefan, I. A., Hauge, J. B., Hasse, F. y Stefan, A. (2019). Using serious games and simulations for teaching co-operative decision-making. *Procedia Computer Science*, 162, 745-753. <https://doi.org/10.1016/j.procs.2019.12.046>

Sung, H. Y. y Hwang, G. J. (2018). Facilitating effective digital game-based learning behaviors and learning performances of students based on a collaborative knowledge construction strategy. *Interactive Learning Environments*, 26(1), 118-134. <https://doi.org/10.1080/10494820.2017.1283334>

Talbert, R. y Mor-Avi, A. (2019). A space for learning: An analysis of research on active learning spaces. *Heliyon*, 5(12), e02967. <https://usc.elogim.com:2131/10.1016/j.heliyon.2019.e02967>

Taylor, A. T., Berrueta, T. A. y Murphey, T. D. (2021). Active learning in robotics: A review of control principles. *Mechatronics*, 77, 102576. <https://doi.org/10.1016/j.mechatronics.2021.102576>

Ting, F. S. T., Lam, W. H. y Shroff, R. H. (2019). Active learning via problem-based collaborative games in a large mathematics university course in Hong Kong. *Education Sciences*, 9(3), 172. <https://doi.org/10.3390/educsci9030172>

Trouche, L., Gitirana, V., Miyakawa, T., Pepin, B. y Wang, C. (2019). Studying mathematics teachers interactions with curriculum materials through different lenses: Towards a deeper understanding of the processes at stake. *International Journal of Educational Research*, 93, 53-67. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2018.09.002>

Troussas, C., Krouska, A. y Sgouropoulou, C. (2020). Collaboration and fuzzy-modeled personalization for mobile game-based learning in higher education. *Computers & Education*, 144, 103698. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2019.103698>

Troussas, C. y Virvou, M. (2020). Computer-Supported Collaborative Learning: A Novel Framework. In *Advances in Social Networking-based Learning* (pp. 59-68). Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-39130-0\\_4](https://doi.org/10.1007/978-3-030-39130-0_4)

Turner, P. E., Johnston, E., Kebritchi, M., Evans, S. y Heflich, D. A. (2018). Influence of online computer games on the academic achievement of nontraditional undergraduate students. *Cogent Education*, 5(1), 1437671. <https://doi.org/10.1080/2331186X.2018.1437671>

Whitton, N. y Langan, M. (2019). Fun and games in higher education: An analysis of UK student perspectives. *Teaching in Higher Education*, 24(8), 1000-1013. <https://doi.org/10.1080/13562517.2018.1541885>

- Wijaya, A., Elmaini y Doorman, M. (2021). A learning trajectory for probability: A case of game-based learning. *Journal on Mathematics Education*, 12(1), 1-16. <https://doi.org/10.22342/JME.12.1.12836.1-16>
- Yang, K. H. y Lu, B. C. (2021). Towards the successful game-based learning: Detection and feedback to misconceptions is the key. *Computers & Education*, 160, 104033. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2020.104033>
- Zheng, X. L., Kim, H. S., Lai, W. H. y Hwang, G. J. (2020). Cognitive regulations in ICT-supported flipped classroom interactions: An activity theory perspective. *British Journal of Educational Technology*, 51(1), 103-130. <https://doi.org/10.1111/bjet.12763>

## Forma de citar este artículo

Bedoya-Rodríguez, F. J. (2023). El rompecabezas: estrategia didáctica para mejorar el aprendizaje del cálculo en estudiantes de ingeniería. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, (53), 162-180. <https://doi.org/10.17227/ted.num53-14357>