



Menudeando o porcionando: del pedacito de queso a la comprensión de fracciones

- Retailing or Portioning: From the Piece of Cheese to Understanding of Fractions
- Mercearias dos bairros ou porcionamento: do pedacinho de queijo à compreensão das frações

Forma de citar este artículo:

Pérez-Ortiz, J., Díaz-García, L. y Aroca-Araujo, A. (2024). Menu-deando o porcionando: del pedacito de queso a la comprensión de fracciones. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, (56), 114 - 134. <https://doi.org/10.17227/ted.num56-18552>

Resumen

En este artículo de investigación, el objetivo fue problematizar las interpretaciones de las fracciones en el aula de matemáticas, partiendo de los procesos de partición del queso empleados por los tenderos en la ciudad de Barranquilla, Atlántico, Colombia. Se siguió un enfoque cualitativo, que incluyó una fase etnográfica en la que se realizaron entrevistas semiestructuradas a distintos comerciantes, así como una fase educativa en la que se empleó un enfoque paralelo y comparativo para estructurar planes de clases sobre las fracciones. El marco de referencia incluyó los referentes teóricos del Programa de Etnomatemáticas y las diversas representaciones de las fracciones. Se evidenció que los estudiantes comprendieron algunas representaciones de las fracciones como parte-todo, medida y operador.

Palabras clave

educación matemática; fracciones; etnomatemáticas; planes educativos; aprendizaje activo

Abstract

The aim of this research article was to problematize the interpretations of fractions in the mathematics classroom, based on the cheese partitioning processes used by shopkeepers in the city of Barranquilla, Atlántico, Colombia. A qualitative approach was followed, which included an ethnographic phase

José Luis Pérez-Ortiz* 
Linda Tatiana Díaz-García** 
Armando Aroca-Araujo*** 

* Licenciado en Matemáticas, Universidad del Atlántico, Barranquilla, Colombia. Integrante del semillero "Diversidad Matemática" del Grupo de Investigación Horizontes en Educación Matemática.

** Licenciada en Matemáticas, Universidad del Atlántico, Barranquilla, Colombia. Integrante del semillero "Diversidad Matemática" del Grupo de Investigación Horizontes en Educación Matemática.

*** Doctor en Educación, énfasis en Educación Matemática, Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Profesor titular de la Universidad del Atlántico, Barranquilla, Colombia. Líder del grupo de investigación Horizontes en Educación Matemática. Coordinador del semillero "Diversidad Matemática". armandoaroca@mail.uniatlantico.edu.co.



with semi-structured interviews conducted with various merchants, as well as an educational phase that employed a parallel and comparative approach to structure lesson plans on fractions. The theoretical framework included references from the Ethnomathematics Program and various representations of fractions. It was found that students understood some representations of fractions as part-whole, measure, and operator.

Keywords

mathematics education; fractions; ethnomathematics; educational plans; active learning

Resumo

Neste artigo de pesquisa, o objetivo foi problematizar as interpretações de frações na sala de aula de matemática, partindo dos processos de partição do queijo utilizados pelos comerciantes na cidade de Barranquilla, Atlántico, Colômbia. Seguiu-se uma abordagem qualitativa, que incluiu uma fase etnográfica na qual foram realizadas entrevistas semiestruturadas com diversos comerciantes, bem como uma fase educacional na qual foi empregada uma abordagem paralela e comparativa para estruturar planos de aula sobre frações. O quadro teórico incluiu referências do Programa Etnomatemática e as diversas representações de frações. Evidenciou-se que os alunos compreenderam algumas representações de frações como parte-todo, medida e operador.

Palabras-chave

educação matemática; frações; etnomatemática; planos educacionais; aprendizagem ativa

Introducción

La investigación que se presenta surge a raíz de las dificultades que enfrentan los estudiantes al realizar actividades relacionadas con las fracciones, las cuales, en la mayoría de los casos, se derivan de una falta de comprensión conceptual de esta noción. Se propone una alternativa para orientar la clase a partir de un enfoque didáctico del Programa de Etnomatemáticas, basado en la propuesta de Aroca (2022). Esta propuesta es una de las pocas que proporciona al Programa de Etnomatemáticas un enfoque didáctico para el aprendizaje paralelo y comparativo de las matemáticas escolares con las matemáticas de prácticas sociales, en este caso, relacionadas con la venta menudeada de queso en tiendas de barrio.

El enfoque didáctico del Programa de Etnomatemáticas: de las prácticas cotidianas al aula de matemáticas

Según Aroca (2022), la fase etnográfica constituye el momento en el cual se busca describir los saberes matemáticos comunitarios y los conocimientos matemáticos personales que están vinculados a prácticas sociales. En esta fase etnográfica, la actividad analizada fue la venta de quesos en tiendas de barrio. Asimismo, se tuvo el propósito de comprender la realidad de los sujetos investigados. En relación con esta práctica, Rodríguez *et al.* (2022) sostienen que en las prácticas de venta del queso existen diversas actividades matemáticas, entre las que se incluye el sistema de medidas de kilo, medio kilo, y un cuarto de kilo, cuyas medidas son utilizadas y conocidas por profesores de matemáticas y, a partir de cierta edad, por estudiantes. En esta investigación, se llevó a cabo una clasificación más detallada del sistema de

medida y se problematizaron los resultados en un ambiente de aprendizaje.

Posteriormente, se lleva a cabo una segunda etapa, denominada fase educativa. Para este caso, se diseñaron planes de clases que enriquecen el pensamiento numérico de los estudiantes, vinculando la actividad de los tenderos con el proceso de comprensión de las fracciones. Con ello, se mostró a los estudiantes la importancia y la aplicabilidad de los conceptos matemáticos en un contexto conocido para ellos. En tales condiciones, los alumnos pueden construir procesos de razonamiento, crear autoconfianza y, por ende, generar actitudes positivas hacia su propia capacidad de resolución de problemas (Llinares, 2013).

Las tiendas de barrio y las fracciones en el menudeo del queso

Las tiendas de barrio muestran un trasfondo cultural que revela su carácter auténticamente social y son inseparables de su comunidad, de su vecindario, ya que refuerzan su identidad (Páramo, 2009). En cada barrio de la ciudad de Barranquilla no faltan las tiendas, las cuales son muy visitadas a lo largo del día por personas que, en muchas ocasiones, compran allí debido a la cercanía a sus hogares y adquieren pequeñas cantidades por diversas razones (capacidad adquisitiva, bajos costos, suministro diario); también las frecuentan para socializar con amigos (Páez y Pérez, 2005). Es común que los niños, a partir de cierta edad, frecuenten las tiendas de barrio debido a la cercanía a su residencia, ya que sus padres comienzan a darles ciertas responsabilidades, entre las cuales está ir a la tienda a “hacer el mandado” (ir de compras). Por lo general, dentro de esos productos, hay varios que están “porcionados”, fraccionados o menudeados, como el aceite, el azúcar, el arroz, la yuca, el queso, entre otros.

De acuerdo con Acevedo (2008, citado en Bossa, 2012), el menudeo se refiere a la acción de obtener cantidades muy pequeñas de diferentes productos cuya unidad de empaque original es costosa o excesiva en tamaño, dada la periodicidad de ingresos, para cierto segmento de consumidores, por ejemplo: media libra de queso, un cuarto de panela, medio cuarto de aceite, tres cuartos (doce onzas) de arroz o azúcar, media ahuyama, entre otros casos. La venta de queso es uno de los productos que más se fracciona o menudea. Esta interacción entre cliente, tendero y menudeo de productos proporciona una despena de experiencias que pueden ser problematizadas en clases de matemáticas.

Las fracciones y la realidad

Las fracciones son uno de los temas fundamentales en los planes de clases de aritmética y se consideran esenciales para acceder al plan de estudios de matemáticas de secundaria, especialmente en los dominios de medida, álgebra, geometría y probabilidad. Por ende, las fracciones constituyen una base fundamental para comprender los procedimientos y conceptos de otras asignaturas que dependen de ellas. Fandiño (2009), Rodríguez-Pérez (2019), Tsung-Lung y Hui-Chuan (2016), Llinares (2013) y Lewis (2016) han llegado a la conclusión de que la comprensión de las fracciones por parte de los estudiantes se basa en sus experiencias con la partición, es decir, en la relación entre un número de partes y el número total de partes. Ávila (2006) identifica una relación entre una parte y un todo, es decir, relaciones entre medios, cuartos y medios cuartos, con una unidad de referencia como el kilo, la libra, la arroba, el litro, entre otros.

Adicionalmente, se sabe que las dificultades en el entendimiento y comprensión del significado de las fracciones, tanto por parte de los estudiantes como de los docentes, radican en el desconocimiento u olvido involuntario de la existencia de diversos significados, como parte-todo, cociente, representación, razón, operador, porcentaje, número racional, punto de una recta orientada, medida, decimales, mencionados por Arenas-Peñaloza y Rodríguez-Vásquez (2020).

López (2018) y Kieren (1988) encontraron que el contenido matemático, específicamente las fracciones que se enseña a los estudiantes, no se adecúa a este mundo tan globalizado donde se aprende con los mismos parámetros que se enseñaron a nuestros abuelos hace muchos años; por lo tanto, la noción de fracción debe enfocarse en contextos reales. Cortina (2014) confirma que el aprendizaje de las fracciones se fundamenta en identificar las nociones matemáticas que los alumnos han desarrollado como resultado de las experiencias escolares y extraescolares previas, ya que las experiencias son esenciales para vincular el concepto matemático del significado de las fracciones.

La figura 1 presenta un resumen de lo expuesto hasta el momento sobre el objeto de estudio e investigaciones que respaldan lo afirmado en dicha figura.

Figura 1. Resumen de autores de esta investigación



Fuente: elaboración propia.

Metodología

La presente investigación, enmarcada dentro del enfoque didáctico del Programa de Etnomatemáticas, se desarrolló desde una perspectiva cualitativa y constó de dos fases: una etnográfica y otra educativa (Aroca, 2022).

Fase etnográfica

Las personas que participaron en la investigación, todos residentes en la ciudad de Barranquilla y cuyo oficio es ser tenderos de barrio, presentan las siguientes características generales: Jorge, con 30 años de experiencia, cuya tienda se encuentra en el barrio La Luz; Chechy, con 35 años de experiencia, cuya tienda está ubicada en el barrio Costa Hermosa; Nubia, con 11 años de experiencia, y Antonio, con ocho años de experiencia, cuyas tiendas están situadas en el barrio 7 de Abril.

Para llevar a cabo la fase etnográfica, se procedió a visitar a los tenderos seleccionados en sus lugares de trabajo. Allí se realizaron cuatro trabajos de campo, uno con cada tendero. Las principales preguntas de la entrevista fueron: ¿cómo aprendió el oficio de tendero?, ¿cuántos años de experiencia tiene?, ¿cómo realiza el proceso de partición y menudeo del queso para su venta? En el último trabajo de campo, se entrevistó a un tendero con un “queso redondo” (base circular), a diferencia de los tres primeros entrevistados, cuyos quesos eran “cuadrados” (base cuadrada).

Para el análisis de las entrevistas de los tenderos del barrio, se utilizó el enfoque propuesto por Braun y Clarke (2006). Específicamente, se siguieron las siguientes etapas:

1. *Familiarización con los datos:* se transcribieron las grabaciones de las entrevistas, registradas en un teléfono celular, a texto utilizando una planilla de OneNote.

2. *Generación inicial de códigos*: se identificaron palabras o frases (códigos) que permitieran agrupar las palabras clave mencionadas por los entrevistados, resaltándolas con distintos colores.
3. *Búsqueda de temas*: se realizó una triangulación sobre las expresiones o palabras utilizadas por los comerciantes al momento de cortar el queso en las entrevistas y algunas nociones de fracciones. Por ejemplo, las palabras *menudear*, *calcular*, *dividir*, *porcionar*, entre otras, fueron asociadas a la categoría “representación de fracciones” y agrupadas en ella.
4. *Revisión de temas*: se identificaron los saberes y conocimientos matemáticos presentes en la venta del queso.

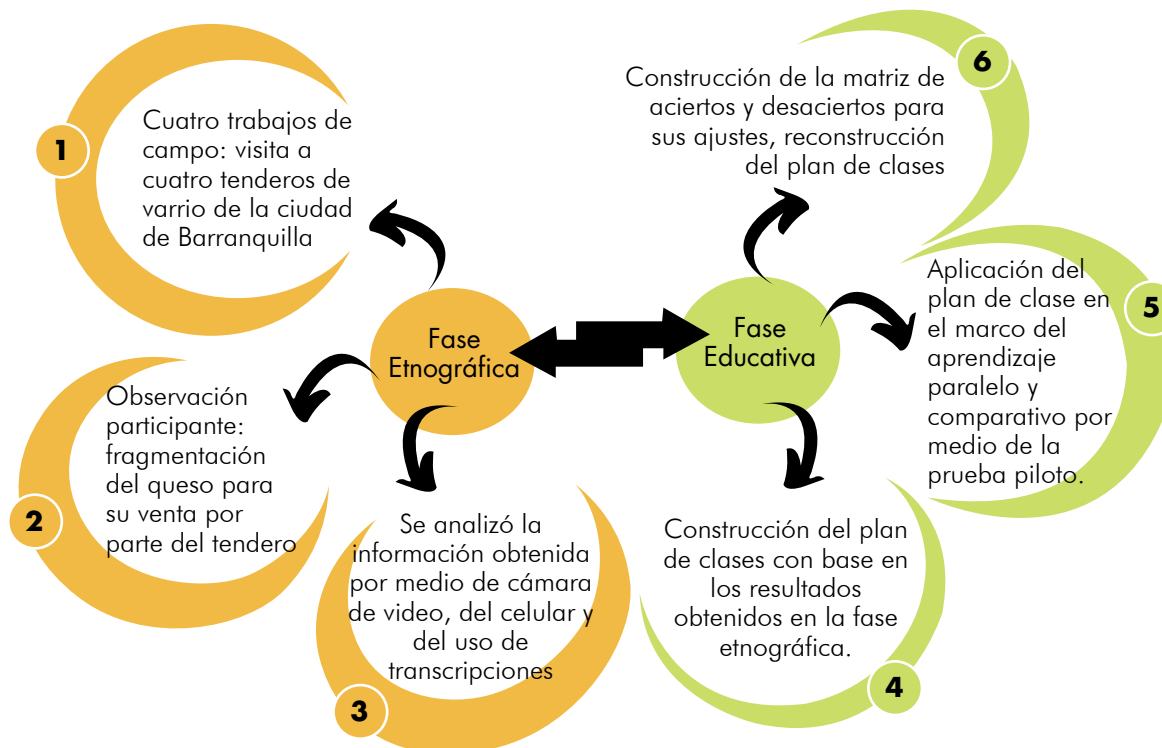
Fase educativa

La fase educativa constituye el momento en el que se reflexionan y problematizan los resultados obtenidos en la fase etnográfica, ya sea a través de grupos focales o en un aula de matemáticas, con el propósito de lograr una enseñanza paralela y comparativa entre el saber matemático comunitario y los conocimientos matemáticos personales estudiados en la fase etnográfica, y el saber escolar que se enseña en las clases de matemáticas. En esta fase, no se trata de que los alumnos aprendan a vender queso; se trata más bien de valorar el saber y conocimientos matemáticos vinculados a dicha actividad y de comprender las conexiones que ellos hacen con el saber matemático escolar. Esto otorga a las matemáticas escolares un componente cultural y una relación con las prácticas del contexto sociocultural de la institución educativa, como planteó D'Ambrosio (2002).

En la fase educativa, se buscaron conexiones entre el saber escolar referido a las fracciones, los significados de fracción de los estudiantes y los significados de los tenderos sobre partir, fraccionar, fragmentar, dividir, porcionar, menudear y cortar el queso. Los estudiantes que participaron en esta fase, ambos de 12 años y cursando sexto grado, fueron Yuli y Víctor Daniel, pertenecientes a instituciones educativas públicas.

En la figura 2 se presenta una síntesis del diseño y la metodología de la investigación realizada.

Figura 2. Síntesis del diseño y metodología de investigación



Fuente: elaboración propia

Resultados

Resultados de la fase etnográfica

A continuación, se realizará una descripción del lenguaje, procedimientos y técnicas matemáticas de los tenderos, evidenciados en la práctica del menudeo del queso en tiendas de barrio, y cómo a partir de lo encontrado se llevó a cabo una enseñanza paralela y comparativa de lo que se entiende por el significado o representación de fracciones, en sus interpretaciones como parte-todo, como medida y como operador.

El lenguaje matemático artesanal

Durante la entrevista realizada se observó un lenguaje propio de los tenderos en su práctica (por ejemplo: menudeo, división, corte,

porcionar y partición). Este es una representación del saber matemático comunitario; es decir, lo matemático que se da por compartido entre los tenderos. Las técnicas que emplea cada uno, las cuales no hacen parte del saber matemático comunitario, se consideran conocimiento matemático, es decir, lo propio de cada persona. Lo que se evidenció sobre el saber matemático comunitario hace referencia al proceso o acción de convertir pedazos de queso en porciones más pequeñas para su venta, mientras que *trozo*, *pedazo*, *recortes* y *porción* son el resultado de realizar la acción. La palabra *acomodo* hace alusión a la ubicación estratégica de los trozos de quesos en la vitrina; regularmente tiene implícitos procesos de suma y resta de porciones. Luego de identificar las expresiones o palabras empleadas por los tenderos del barrio al momento de menudear el queso para su venta, se vincularon a los

conceptos matemáticos representados en las fracciones, en este caso las nociones y representaciones de: parte de un todo (dividir el queso en porciones, es decir, de una libra de queso se pueden obtener una porción de media libra y dos porciones de cuatro onzas); una medida (cada porción de queso resultante de la división de un todo tiene un peso expresado en fracciones); y un operador (multiplicación de fracciones para hallar el valor numérico de cada porción de queso).

Además, los tenderos manejan varias formas de queso a los cuales denominan *queso cuadrado*, *queso rectangular* y *queso redondo*, como se puede ver en la figura 3.

Figura 3. Los tres tipos de formas del queso: 1) cuadrado; 2) rectangular; 3) redondo



Fuente: elaboración propia.

Proceso y técnicas del menudeo del queso

Al momento de partir cada tipo de queso se evidenció la forma de partición (corte) del queso, en la que se procede a hacer unas líneas imaginarias (semicortes), dos diagonales partiendo desde cada esquina y una horizontal o vertical dependiendo la ubicación del queso, esto con el fin de establecer cuál es la mitad del bloque de queso. En esta técnica, el tendero usa una línea vertical como guía y con la ayuda del cuchillo corta o divide el bloque de queso en dos pedazos semejantes, y así sucesivamente (figura 4).

Figura 4. Proceso y técnicas de partición del queso



Fuente: elaboración propia.

Porciones resultantes de la división del queso

Los cortes de queso en el bloque que más realizan los tenderos son los primeros cuatro, que marcan las guías para los siguientes cortes. Es decir, en promedio, un bloque de queso tiene 34 libras (17 kilos) y se corta en cuatro partes iguales, lo que significa que

cada 1/4 del bloque tiene aproximadamente 8 libras (4 kilos). Al repetir el proceso nuevamente, se obtiene que cada uno de los trozos resultantes tiene 2 libras (1 kilo). A partir de un pedazo de estos, se pueden obtener los siguientes cortes: una libra, $\frac{1}{2}$ de libra, $\frac{1}{4}$ de libra, cuatro onzas (oz) y 12 onzas = $\frac{3}{4}$ de libra. La figura 5 ilustra esta última parte del proceso.

Figura 5. Formas en que se puede dividir una libra de queso



Fuente: elaboración propia.

Del mismo modo, se utiliza la suma o resta de estos pedazos o porciones del queso para despachar la cantidad que los clientes desean. Por ejemplo, si un cliente desea doce onzas de queso ($\frac{3}{4}$ de libra) se puede proceder así: $\frac{1}{4}$ de libra (cuatro onzas) más $\frac{1}{2}$ libra, lo que sumaría doce onzas. Incluso se puede vender hasta la mitad de cuatro onzas y en algunos casos la mitad de estas, es decir, dos onzas; de este modo se puede evidenciar la fracción como una representación de medida. Como

lo afirma Ávila (2006), implica que existe una relación entre una parte y un todo, es decir, relaciones entre medios y cuartos con una unidad de referencia: el kilo o la libra; así, al operar las fracciones se pueden realizar sumas, restas, divisiones y multiplicaciones. Por otra parte, las porciones más pequeñas se van añadiendo a otras porciones restantes para calcular así el peso solicitado por el comprador, como se evidencia en la figura 6.

Figura 6. Proceso de acomodo de fracciones para el cálculo del valor numérico o aproximación al precio



Fuente: elaboración propia.

Resultados de la fase educativa

Teniendo en cuenta lo observado durante el proceso de partición y menudeo del queso, se procede al diseño de planes de clases con el objetivo de problematizar lo encontrado en la fase etnográfica.

Para la realización de esta fase educativa, se llevó a cabo un pilotaje de los planes de clases con dos estudiantes de sexto grado, teniendo en cuenta las matemáticas encontradas en la fase etnográfica y lo propuesto por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN) en el 2006, donde se expresa la necesidad de explicar las matemáticas a través del entorno de los estudiantes.

Se hace necesario comenzar por la identificación del conocimiento matemático informal de los estudiantes en relación con las actividades prácticas de su entorno y admitir que el aprendizaje de las matemáticas no es una cuestión relacionada únicamente con aspectos cognitivos, sino que involucra factores de orden afectivo y social, vinculados con contextos de aprendizaje particulares. (p. 47)

Este pilotaje se desarrolló bajo la temática de las fracciones, cuyos propósitos de aprendizaje están establecidos en los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) del MEN (2016): “Proponer y utilizar diferentes procedimientos para realizar operaciones con números enteros y racionales; y justificar diferentes estrategias para resolver problemas con números enteros, racionales (en sus representaciones de fracción) en contextos escolares y extraescolares” (p. 45).

Los resultados del pilotaje arrojaron datos que permitieron mejorar dichos planes de clases por medio de la matriz de *aciertos, desaciertos y ajustes*, propuesta por Aroca (2022).

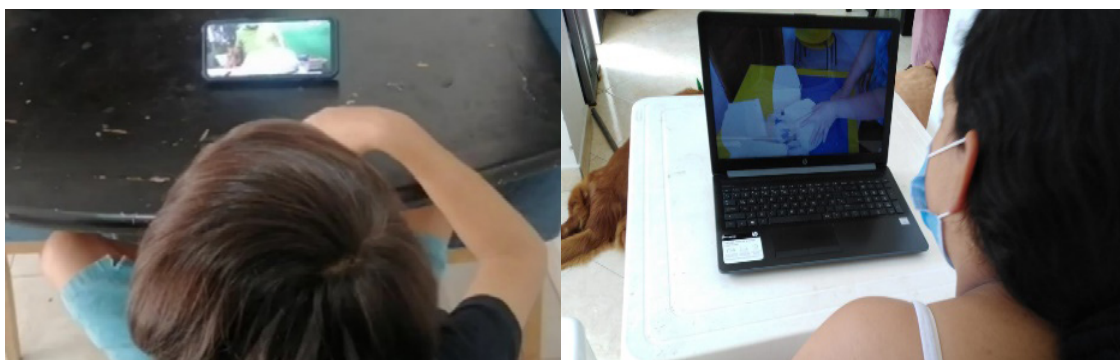
El plan de clases estuvo estructurado en cuatro momentos de acciones para las distintas prácticas pedagógicas: exploración, estructuración, práctica escrita y valoración, los cuales se detallarán a continuación.

Momento de exploración

En este momento se exploran los conocimientos previos sobre el objeto de estudio. Es decir, este momento le permite al profesor tener un diagnóstico de los conocimientos de sus estudiantes sobre el tema de investigación. Para ello, se tiene en cuenta lo planteado por el MEN (1998) en los Lineamientos Curriculares, dado que al explorar la realidad de los estudiantes es más fácil “comprender el significado y construir modelos que buscan explicar fragmentos de la realidad a partir de una interacción permanente con el objeto que se está estudiando” (p. 97).

Para lograr lo anterior, se preguntó qué comprensión tienen sobre las fracciones y sus operaciones como suma, resta, multiplicación y división. Luego se proyectó un video que mostró en gran parte la fase etnográfica (figura 7). Posteriormente, se preguntó sobre aspectos generales de la venta menudeada del queso.

Figura 7. Momento de exploración. Los estudiantes observan el video del proceso de división del queso



Fuente: elaboración propia.

Luego, cada alumno describe la matemática involucrada en los procesos observados, mencionando algunas formas de fraccionar o partir el queso; también expresa conceptos sobre fracciones. Así mismo, a través de entrevistas, uno de los estudiantes responde a la pregunta: “¿En el proceso del menudeo del queso se involucran las fracciones?”: “Sí, cuando los tenderos están menudeando el queso vi que decían media libra, cuatro onzas, una libra y la mitad, cosas que se parecen a lo que vimos en la clase de matemáticas y que cada pedacito de queso tiene un peso y un precio (valor a pagar), si es grande o pequeño”.

Además, los estudiantes tenían conocimientos sobre las fracciones y estos se relacionaron con los videos educativos presentados. También se explicaron de manera general algunas representaciones de las fracciones (como parte de un todo, como una medida y como operadores), para luego ser analizados con más detalle en el momento de exploración. Los datos de esta investigación bien pueden ser interpretados por otros tipos de representaciones de fracciones, como porcentaje, decimal, etc.

Momento de estructuración

En este momento se realiza una conceptualización, enseñanza explícita y modelación con relación al objetivo de aprendizaje; es decir, se

lleva a cabo un análisis sobre las interpretaciones mencionadas en el momento anterior, para luego realizar una actividad práctica con la finalidad de generar una enseñanza paralela y comparativa sobre las fracciones.

En palabras de Kieren (1988), en la construcción del número racional, las imágenes en el sentido físico, pictórico o mental tienen un papel muy relevante. La idea de mitad, por ejemplo, está asociada a imágenes de cortar, de simetría e incluso de calcular numéricamente la mitad, para la construcción de la representación del significado del número racional o cantidades expresadas en fracciones. Es necesario contar con imágenes mentales asociadas a algo físico (tangible). Este aspecto tiene un papel potencial al momento de crear estructuras de conocimientos. Un ejemplo claro se encuentra vinculado a las imágenes de cortar y calcular numéricamente la mitad de algo.

Por esta razón, con el propósito de que los estudiantes construyeran significados de las fracciones, se realizó la actividad: “¡Las manos en el queso y el peso en la vista!”. En ella, el estudiante tuvo a su disposición un bloque mediano de queso previamente pesado. Luego, se le pidió que partiera el queso en cuatro partes *iguales* y empleara la técnica de los tenderos. Inmediatamente después, hizo una estimación de cuánto pesaba cada uno

de los cuatro trozos resultantes. Luego, realizó este mismo proceso con uno de los cuatro pedazos que obtuvo del corte anterior; es decir, fraccionó una de las cuatro partes del bloque de queso original en cuatro partes *iguales* (figura 8).

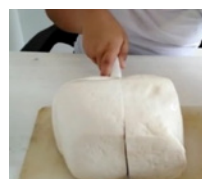
Figura 8. Estimación del estudiante 1 sobre el peso de fracciones de un bloque de queso



Se presenta un bloque de queso de cuatro libras a la estudiante para que lo fraccione en cuatro trozos iguales.



Ubica con una línea imaginaria la mitad del bloque y corta con un cuchillo.



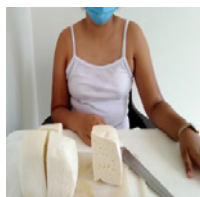
Hace un corte vertical y logra partirlo.



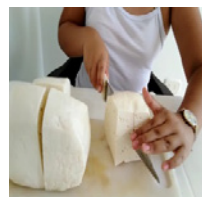
Luego de dividir el queso en dos porciones iguales, la estudiante entiende que cada una pesa dos libras y realiza el mismo proceso, pero esta vez para dividirlo en cuatro pedazos.



Estima que cada pedazo pesa una libra.



Al tomar una fracción de las cuatro resultantes, observa que, si toma una de ellas, esta representa un cuarto del bloque, es decir, una libra.



Luego procede a partir el bloque de una libra en dos partes y se da cuenta que cada una de ellas pesaría media libra.



La estudiante entiende que, si parte a la mitad una de las dos medias libras, obtendrá $\frac{1}{4}$ de libra (cuatro onzas). Así, observa que, si une tres porciones de $\frac{1}{4}$ de libra, tendrá $\frac{3}{4}$ de libra (doce onzas) —aplica la suma de fracciones—.

Fuente: elaboración propia (trabajo de campo).

Al estudiante 2 se le presentó un bloque mediano de tres kilos. Se le pidió fraccionar el bloque de queso en dos porciones *iguales* y que dividiera uno de ellos en cuatro pedazos *iguales*. Luego, se le solicitó que estableciera qué operación matemática podría realizar para obtener como resultado el total del peso del queso (figura 9).

Figura 9. Estimación del estudiante 2. Cálculo de cuánto pesan las fracciones de queso



Al segundo estudiante se le suministra un bloque de queso de 6 libras. Él procede a realizar las diagonales imaginarias que observó en el video para luego cortar.



Observa dónde se cruzan las diagonales imaginarias. Traza una especie de bisectriz de los ángulos imaginarios y corta el queso por allí.



Corta parejo en forma vertical realizando algo de fuerza hasta obtener dos fracciones.



Afirma que como se dividieron las 6 libras en dos partes, cada una de ellas tiene un peso de 3 libras.



Afirma que como se dividieron las 3 libras en dos partes iguales, cada una debería pesar libra y media, es decir, 1 libra más $\frac{1}{2}$ libra, $\frac{3}{2}$ de libra.



Toma una de las fracciones de libra y media del queso. Nuevamente, la corta por la mitad. Ahora cada una tiene aproximadamente cuatro onzas ($\frac{1}{4}$) más media libra ($\frac{1}{2}$) es decir doce onzas ($\frac{3}{4}$).



Analiza que cada una de las fracciones equivalen a $\frac{3}{4}$ y, al sumar todo, da como resultado 3 libras, lo que equivale a la mitad del bloque entero.



Si se juntan todos los fragmentos del queso, dan como resultado el total del bloque, es decir, $\frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + 3$. Esto dará como resultado 6 libras o 3 kilos.

Fuente: elaboración propia (trabajo de campo).

Luego se les preguntó a los estudiantes qué opinaban sobre las fracciones y cómo estas se encuentran relacionadas con su diario vivir. Uno de ellos respondió que cuando sus padres los enviaban a la tienda a realizar un *mandao*, especialmente cuando iban a comprar queso, no imaginaban que al pedir media libra de queso o $\frac{1}{4}$ de libra, el tendero debía realizar este tipo de cálculos. La actividad realizada llevó a los estudiantes a cambiar la perspectiva de que solo en la escuela se encuentran las matemáticas; advirtieron que es posible encontrar matemáticas fuera del salón de clases, en un contexto distinto al aula y en situaciones muy cotidianas.

Momento de práctica escrita

Para seguir avanzando en la comprensión de las fracciones por parte de los estudiantes, se presentaron algunas situaciones problema (figuras 8 y 9) en las cuales ellos asumían el papel de un tendero en su cotidianidad y debían responder cómo solucionarían estas situaciones.

Al realizar actividades escritas sobre las representaciones de las fracciones de los estudiantes, se evidenciaron dos tipos de soluciones con predominio de la solución numérica, en las que el primer estudiante usó solo la parte numérica, mientras que el

segundo estudiante mezcló el método numérico y el método gráfico. Ríos-Cuesta (2021) afirma que los estudiantes se mueven entre las dos representaciones para resolver problemas con fracciones, es decir, una de ellas es de forma gráfica y la otra de manera numérica.

El estudiante 1 (E_1) reconoció las fracciones en su forma numérica, es decir, como un cociente a/b , el cual es definido por Fandiño (2009) como: dada una unidad, dividirla en b partes (iguales, congruentes, que puedan sobreponerse, consideradas en últimas intercambiables) y tomar a . El estudiante realizó una suma de fracciones homogéneas y heterogéneas, entendiendo el significado de unir dos partes y formar así parte de un todo. Además, comprendió que las fracciones se pueden expresar como una suma de medidas.

Por otro lado, el estudiante 2 (E_2) realizó la suma de dos fracciones y comprendió que sumar dos fracciones significaba unir partes de un todo, recordando lo realizado en la práctica del menudeo del queso. Se observa que E_2 comprende la representación de fracciones como una medida y como operador, ya que, al ser una parte de un todo, cada parte tiene una unidad numérica expresada como un fraccionario, como se puede ver en la figura 10.

Figura 10. Respuesta de los estudiantes 1 y 2 a los problemas de suma

a. ¿Cuántos fragmentos de queso de un sexto se deben de sumar para obtener medio kilo de queso? Escriba la operación correspondiente.

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \text{ kg}$$

b. Si se suman dos porciones de $\frac{1}{6}$ de kilo de queso más un $\frac{1}{2}$ de kilo de queso ¿qué fracción se obtiene? Escriba la operación correspondiente.

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{2} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{2+3}{6} = \frac{5}{6} \text{ kg}$$

a. ¿Cuántos fragmentos de queso de un sexto se deben de sumar para obtener medio kilo de queso? Escriba la operación correspondiente.

son 3 pedacitos de un $\frac{1}{6}$ kg que da un $\frac{1}{2}$ kg

$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$

b. Si se suman dos porciones de $\frac{1}{6}$ de kilo de queso más un $\frac{1}{2}$ de kilo de queso ¿qué fracción se obtiene? Escriba la operación correspondiente.

$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

$\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{2+3}{6} = \frac{5}{6} \text{ kg}$

se obtiene la fracción $\frac{5}{6} \text{ kg}$

Fuente: elaboración propia (trabajo de campo).

También se incluyó un apartado de suma de fracciones, pero para dar solución se necesitaba de otras operaciones además de la suma y de la argumentación sobre el significado de las fracciones al referirse a una parte de un todo. Al respecto, se observó lo siguiente.

E_1 comprende que las partes de un todo representadas en una libra de queso pueden ser divididas en varias porciones, como en cuatro partes iguales, cuatro porciones de cuatro onzas, también en dos partes iguales, es decir, cada una con media libra. Además, sabe que, al dividir el valor de una libra de queso en dos, es equivalente a la mitad, tanto como medida y precio del queso. También

entiende que, al sumar porciones distintas, por ejemplo, media libra y cuatro onzas de libra, dan como resultado doce onzas, es decir, una representación de las fracciones como $\frac{1}{2}$ de libra más $\frac{1}{4}$ de libra genera $\frac{3}{4}$ de libra.

Del mismo modo, E_2 responde de dos formas, con un proceso numérico y otro proceso gráfico, esto para comparar si de ambas maneras le daba el mismo resultado. Comprende que al sumar las partes en las que se dividió el queso puede formar la representación de un todo, es decir, sumando $\frac{1}{4}$ de libra (cuatro onzas) dos veces forman $\frac{1}{2}$ de libra (media libra), y al sumar dos porciones de media libra, forman el todo, o sea una libra (figura 11).

Figura 11. Respuesta de los estudiantes 1 y 2 a los problemas de suma combinada

The image shows two pages of handwritten student work. The top page is for student 1, and the bottom page is for student 2. Both pages address five problems (a-e) related to cheese fractions and prices.

Student 1 (Top Page):

- a. ¿Cuánto queso blando llevó Tatiana? $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} lb$
- b. ¿Cuánto queso duro llevó Tatiana? $\frac{1}{2} lb$
- c. ¿En total cuánto queso llevó Tatiana? $\frac{1}{2} lb$ de queso blando más $\frac{1}{2} lb$ de queso duro $= 1 lb$
- d. Si la libra de ambos quesos cuesta lo mismo, ¿cuánto cuesta media libra de queso? $\frac{14.000}{2} = 7.000$ Lo media lb de queso vale 7.000
- e. Si Tatiana no hubiera comprado las cuatro onzas de queso blando que llevó al final ¿Cuánto queso en total compró y cuánto debió de pagar al tendero? $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{4}{8} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} lb$

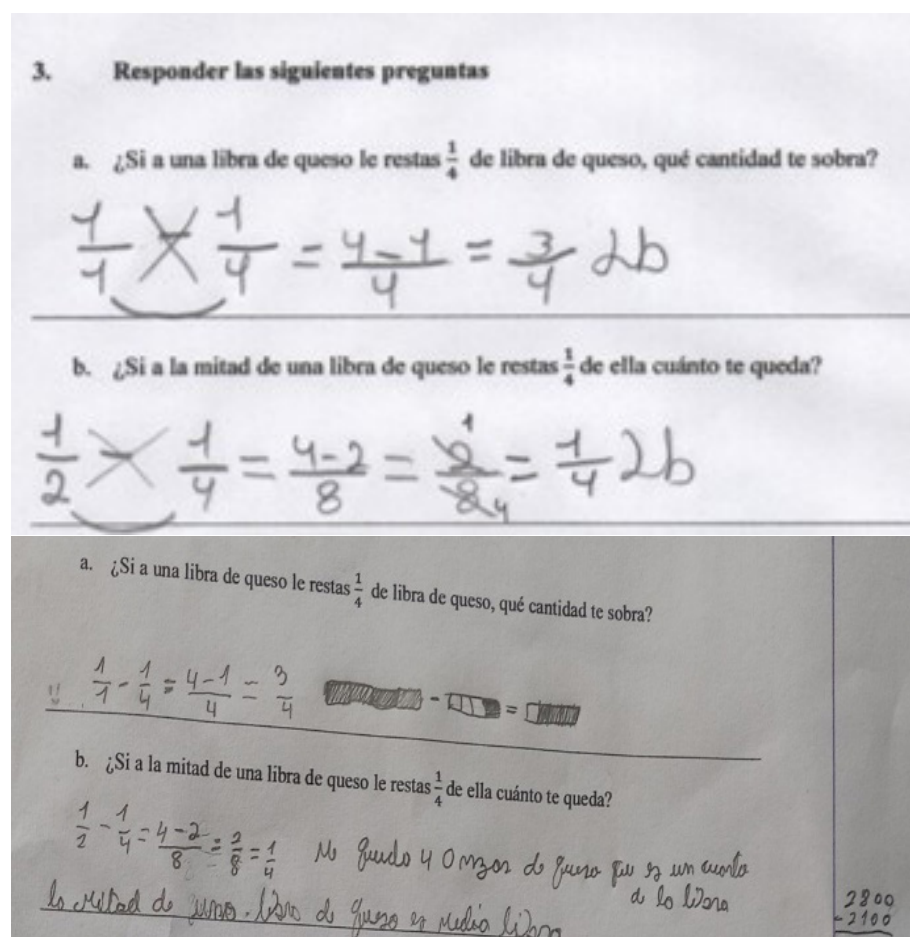
Student 2 (Bottom Page):

- a. ¿Cuánto queso blando llevó Tatiana? $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ Tatiana llevó media libra de queso blando
- b. ¿Cuánto queso duro llevó Tatiana? Tatiana llevó media libra de queso duro
- c. ¿En total cuánto queso llevó Tatiana? $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$ Tatiana llevó en total 1 libra de queso
- d. Si la libra de ambos quesos cuesta lo mismo, ¿cuánto cuesta media libra de queso? $\frac{11.000}{2} = 5.500$ Lo media libra de queso cuesta 5.500 \$
- e. Si Tatiana no hubiera comprado las cuatro onzas de queso blando que llevó al final ¿Cuánto queso en total compró y cuánto debió de pagar al tendero? $1 - \frac{1}{4} = \frac{4}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ de queso $3 \times 1100 = 3300 = 3.300$ de queso. 3/4 de queso se debe pagar 3.300 al tendero de la tienda

Fuente: elaboración propia.

El examen escrito también incluía temas de sustracción, multiplicación y división de fracciones. Los estudiantes respondieron sin errores (figura 12).

Figura 12. Respuesta de los estudiantes 1 y 2 a los problemas de resta de fracciones



Fuente: elaboración propia.

En todos los casos que se presentaron sumas de fracciones, E_1 y E_2 resolvieron las actividades, pero al presentarse una resta, una multiplicación o una división se evidenciaron dificultades. Al respecto, Llinares y Sánchez (1997) afirmaron que la necesidad de manejar con soltura las fracciones en la vida ordinaria se limita a las mitades, tercios, cuartos, doceavos, etc. La resta de fracciones se presenta raramente, y la división no aparece casi nunca. Es por esta razón que se realizaron actividades escritas en las que se incluyeron actividades con las operaciones mencionadas anteriormente.

Debido a lo anterior, al momento en que E_1 realizó la resta de fracciones, este ejecutó la operación entendiendo que al realizarla le está quitando $\frac{1}{4}$ (cuatro onzas) de la libra de queso, apoyándose en uno de los videos educativos sobre el menudeo del queso. Mientras que E_2 comprendió que quitarle o restarle algo a un todo (en este caso, a una libra de queso) significa dividir esa parte de un

todo y obtener una parte más pequeña, que fue lo que realizó en las operaciones. El estudiante procedió a restar $\frac{1}{4}$ de libra de queso, que equivale a quitar una de las cuatro partes del todo, y ello se evidencia al realizar una representación, además de realizar el procedimiento de resta de fracciones homogéneas. Asimismo, concluyó y dio respuestas a las preguntas, en las que afirmó que la mitad de

una libra es $\frac{1}{2}$ de libra y la mitad de esta es $\frac{1}{4}$ de libra (cuatro onzas).

Al realizar multiplicaciones de fracciones, los alumnos lograron comprender las fracciones como una medida y como operador, dado que al multiplicar el valor del producto (el queso) se logra conocer tanto el peso como el valor correspondiente en dinero (figura 13).

Figura 13. Respuesta de los estudiantes 1 y 2 a los problemas de multiplicación de fracciones

c. Si Armando compró un trozo de queso de 2 kilos y 800gramos, pero ya se ha comido 12 onzas de ellos, ¿cuánto pesa el trozo de queso que queda?

Handwritten work for Student 1:

1Kg = 1000 gramos
2Kg = 2000 gramos
2000 gramos + 800 gramos = 2800 gramos
 $\frac{3}{4} \times \frac{2800}{1} = \frac{8400}{4} = 2100$
2800 - 2100 = 700 gramos

Handwritten work for Student 2:

2 Kilos son 2000 gramos + 800 gramos = 2800 gramos
Doce Onzas es $3 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$
 $\frac{3}{4} \times \frac{2800}{1} = \frac{8400}{4} = 2100$
2800 - 2100 = 700
Armando se comió 2100 gramos y le quedan 700 gramos
esto es una libra y un poquito más

Fuente: elaboración propia.

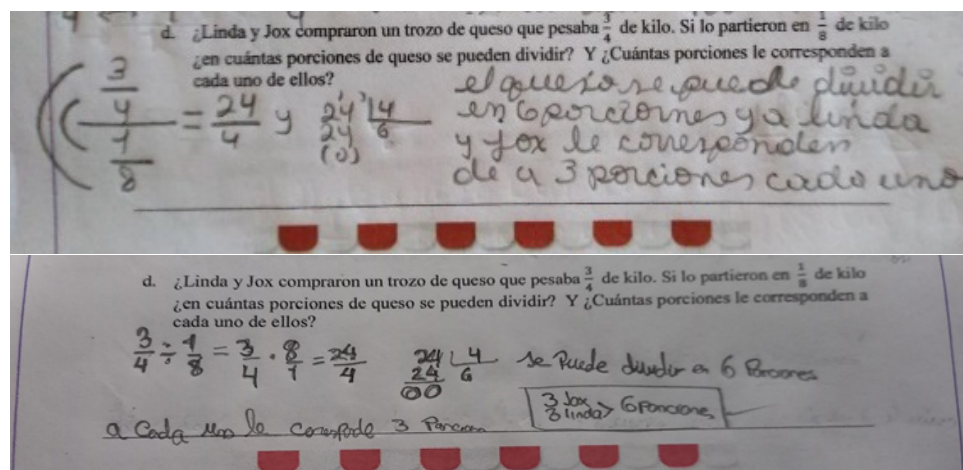
El estudiante realiza una suma total de los gramos, luego identifica que media libra ($\frac{1}{2}$) más cuatro onzas ($\frac{1}{4}$) suman doce onzas ($\frac{3}{4}$) de queso; con estos datos realiza una multiplicación de fracciones para determinar la cantidad de queso, en gramos, que se comió Armando. Luego procede a restar esa cantidad a la suma de los gramos que encontró inicialmente, para determinar así los gramos que quedan del queso.

El estudiante realiza la operación con multiplicación de fracciones, ejecutando primero

una suma total de los gramos, para luego realizar una multiplicación y determinar los $\frac{3}{4}$ de la cantidad de queso que Armando se había comido, y restarles a 2800 g los 2100 g para determinar la cantidad de queso restante, que fueron 700 g. Además, aclara que esto es una libra y algo más de queso.

En el último punto de la evaluación, los estudiantes aplicaron diversas maneras de solucionar la división (figura 14).

Figura 14. Respuesta de los estudiantes 1 y 2 a los problemas de división de fracciones



Fuente: elaboración propia.

E_1 tiene conocimientos de división de fracciones aplicando la ley de extremos y medios, con la cual obtiene una fracción con un resultado exacto; esto le facilita la división y también hallar la respuesta al problema. E_2 realizó el procedimiento de manera distinta a E_1 , pues utiliza la fracción inversa y luego procede a simplificar o dividir el resultado para obtener la solución.

Se esperaba que comprendieran el significado de las fracciones como una parte de un todo, como una medida y como operador, vinculándolos con el proceso del menudeo del queso usado por los tenderos del barrio, lo que se evidenció en la realización del examen y en el cambio del discurso. En la actividad realizada por los estudiantes se demuestra lo planteado por Fandiño (2009) y por Llinares y Sánchez (1997), quienes afirman que sería mejor vincular el proceso de dividir en partes iguales o congruentes un objeto palpable a una situación real y existente, debido al componente abstracto que este tiene.

Momento de transferencia y valoración

Los estudiantes reconocieron que las actividades fueron muy diferentes a las clases de matemáticas en la escuela y que les habían motivado mucho. Se evidenció que los estudiantes respondieron correctamente a las pruebas escritas. Del mismo modo, los estudiantes comprendieron que las matemáticas sí pueden existir en un contexto fuera del aula de matemáticas. Se evidenció que los estudiantes aprendieron de una forma diferente; esto se reflejó en la entrevista en dos de sus preguntas: ¿qué les parecieron las actividades? y ¿qué aportes piensan que harán a su conocimiento matemático en la vida?

E_1 : Bacana, porque no sabía que el señor de la tienda sabía sobre fracciones. Ahora ya sé que cuatro onzas es la mitad de la mitad de la libra; y cuando mi mamá me mande a comprar queso o arroz y guineo verde voy a saber por qué es más poquito y más.

Así mismo, al preguntarle a E₂ “¿Dónde más puedes aplicar lo aprendido en el menudeo del queso en tu vida cotidiana?”, respondió lo siguiente:

E₂: Cuando voy a compartir algo con mi hermanito para sacar la mitad usando las líneas imaginarias y así cortar las cosas por la mitad para ser igualita, así como un pan de quinientos y yo cojo el más grande porque soy más grande y también cuando voy a hacer una arepita para que mi mamá la cocine, una bolita de masa pequeña da una arepa pequeña con queso (el niño trata de decir que por cada porción de masa se agrega queso).

Discusión

Los resultados obtenidos en esta investigación aportan a otras investigaciones similares al encontrar el significado de algunas interpretaciones de las fracciones en los contextos de parte de un todo, como una medida y como un operador. Llinares (2013) y Tsung-Lung y Hui-Chuan (2016) consideran que dichas interpretaciones pueden ser útiles en la vida cotidiana para entender el mundo que nos rodea. Según Arenas-Peñaloza y Rodríguez-Vásquez (2020), así como Fandiño (2009), las fracciones pueden no ser completamente comprendidas debido a las múltiples interpretaciones que ofrecen y la falta de contexto para su aplicación. Asimismo, argumentan que las matemáticas se asimilan de manera más efectiva cuando se enseñan dentro de un marco familiar para los estudiantes.

A propósito de la investigación realizada por Rodríguez *et al.* (2022), se evidenció que dichos autores se centraron en las conexiones matemáticas entre la forma del queso y conceptos o formas geométricas (como el cilindro, círculo, circunferencia, medidas de área, perímetro y volumen), y en procesos de conteo y

operaciones aritméticas en la comercialización de los productos que estos involucran.

En el caso de Ávila (2019), se interpretó que para que los estudiantes tengan un aprendizaje real y comprensivo, es necesario construir ideas verdaderas y tangibles en las que puedan observar y comprender la noción de “parte de algo existente”, y así, para el caso de las fracciones, logren construir sus propios conceptos matemáticos.

En esta investigación, que aplica el enfoque didáctico del Programa de Etnomatemáticas propuesto por Aroca (2022), se presentaron herramientas analíticas, teóricas y metodológicas para buscar conexiones entre las matemáticas de una práctica social y las matemáticas escolares, a través de una enseñanza paralela y comparativa.

Conclusiones

Los resultados proporcionaron fundamentos sobre el saber matemático comunitario y los conocimientos matemáticos empleados en la práctica por los tenderos de barrio de la ciudad de Barranquilla al vender por menudeo el queso. En el lenguaje matemático de la práctica se encuentran conceptos como *menudeo*, *porción*, *porcionando*, *parte*, *partición*, *división*, *trozo* y *partiendo*. Estas porciones se establecen mediante medidas visuales o con la báscula, tales como un kilo, medio kilo (una libra), media libra (1/2 lb), cuatro onzas (4 oz), doce onzas (12 oz), e incluso la mitad de cuatro onzas, y en algunos casos, la mitad de esta. Estas representaciones numéricas (procedimiento de partición visual y el lenguaje matemático de la práctica) resultaron ser reconocidas por los dos estudiantes que participaron en la investigación. Esta familiaridad facilitó el aprendizaje de los estudiantes sobre algunas representaciones de las fracciones, especialmente la relación parte-todo.

Se apreció que los estudiantes comprendieron de manera sencilla, práctica y divertida el significado y las representaciones de las fracciones, todo esto a partir de la enseñanza paralela y comparativa de los conocimientos prácticos de los tenderos en la venta por menudeo del queso y los saberes escolares.

Referencias

- Arenas-Peñaloza, J. y Rodríguez-Vásquez, F. (2020). Dificultad en las fracciones para los estudiantes de la educación primaria mexicana. *Gestión, Competitividad e Innovación*, 8(1), 24-33.
- Aroca, A. (2013). Los escenarios de exploración en el Programa de Investigación en Etnomatemáticas. *Educación Matemática*, 25(1), 111-131.
- Aroca, A. (2022). Un enfoque didáctico del programa de Etnomatemáticas. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, 52, 211-248. <https://doi.org/10.17227/ted.num52-13743>
- Ávila, A. (2006). Prácticas cotidianas y conocimiento sobre las fracciones. Estudio con adultos de escasa o nula escolaridad. *Educación Matemática*, 18(1), 5-35.
- Ávila, A. (2019). Significados, representaciones y lenguaje: las fracciones en tres generaciones de libros de texto para primaria. *Educación Matemática*, 31(2), 22-60.
- Bossa, G. (2012). Impacto del sistema de venta al menudeo en el comportamiento de compra de las marcas comercializadas en las tiendas de barrio de la ciudad de Cartagena. *Saber, Ciencia y Libertad*, 7(2), 77-98. <https://doi.org/10.18041/2382-3240/saber.2012v7n2.1802>
- Braun, V. y Clarke, V. (2006). Using Thematic Analysis in Psychology. *Qualitative Research in Psychology*, 3(2), 77-101. <https://doi.org/10.1191/1478088706qp063oa>
- Camacho, C. (2018). Fracciones a través del aprendizaje situado. *Cultura Científica*, 16, 134-145. <https://doi.org/10.38017/1657463X.537>.
- Cortina, J. (2014). Investigar las fracciones: experiencias inspiradas en la metodología de los experimentos de diseño. *Educación Matemática*, 26(Especial), 270-287.
- D'Ambrosio, U. (2002). *Etnomatemática, entre las tradiciones y la modernidad*. Belo Horizonte: Autentica.
- Fandiño, M. (2009). *Las fracciones: aspectos conceptuales y didácticos*. Magisterio.
- Kieren, T. (1988). Personal Knowledge of Rational Numbers: Its Intuitive and Formal Development. En J. Hiebert y M. Behr (eds.), *Number Concepts and Operations on the Middle Grades* (pp. 162-181). Lawrence Erlbaum Associates; National Council of Teachers of Mathematics.
- Lewis, K. (2016). Las discapacidades para el aprendizaje de las matemáticas como diferencia en el desarrollo: un análisis detallado de las estrategias de una estu-

- diante al partir enteros para obtener fracciones. *Journal for the Study of Education and Development*, 39(4), 812-857. <https://doi.org/10.1080/02103702.2016.1215085>
- Llinares, S. (2013). Fracciones, decimales y razón. Desde la relación parte-todo al razonamiento proporcional. En M. Chamorro (ed.), *Didáctica de las matemáticas para primaria* (pp. 187-221). Pearson Educación.
- Llinares, S. y Sánchez, M. (1997). Las fracciones. En S. Llinares (ed.), *Las fracciones diferentes interpretaciones*. Síntesis
- López, C. (2018). Fracciones a través del aprendizaje situado. *Cultura Científica*, 16, 134-145. <https://doi.org/10.38017/1657463X.537>.
- Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN). (1998). *Lineamientos curriculares. Matemáticas*. Cooperativa Editorial Magisterio.
- Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN). (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas*. Ministerio de Educación.
- Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN). (2016). *Derechos Básicos de Aprendizaje para Matemáticas* (vol. 2). Panamericana.
- Páez, J. y Pérez, P. (2005). *Acercamiento al comportamiento del tendero* (tesis de maestría). Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia.
- Páramo, D. (2009). *El comercio tradicional colombiano: un espacio de fortalecimiento cultural para los consumidores* (tesis de doctorado). Universidad de Ginebra, Suiza.
- Ríos-Cuesta, W. (2021). Aplicación de las representaciones gráficas y la visualización a la resolución de problemas con fracciones: una transición hacia el algoritmo. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, 8(63), 196-222. <https://www.doi.org/10.35575/rvucn.n63a8>
- Rodríguez, C., Velásquez, D., Muñoz, A., Mercado, K. y Cervantes, J. (2022). Investigando las conexiones etnomatemáticas entre las formas de quesos y tambores musicales en Chilpancingo, México. Una contribución a la didáctica de la geometría. *Journal of Mathematics and Culture*, 16(1), 119-152.
- Rodríguez-Pérez, Y. (2019). *Fracciones y realidad* (tesis de maestría). Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Tunja, Colombia. https://repositorio.uptc.edu.co/bitstream/001/2995/1/TGT_1616.pdf
- Tsung-Lung, T. y Hui-Chuan, L. (2016) Hacia un marco para desarrollar el dominio de las fracciones de los estudiantes. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 48(2), 244-255. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2016.1238520>